

## АСТРОНОМИЯ, АСТРОФИЗИКА И КОСМОЛОГИЯ

# **Моделирование движения двух информационно связанных космических аппаратов в гравитационном поле Земли для решения гравиметрических задач**

А. С. Жамков,<sup>a</sup> В. Е. Жаров<sup>b</sup>

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии.  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

Статья поступила 22.02.2018, принята к публикации 11.04.2018.

В статье рассмотрено моделирование движения двух низкоорбитальных информационно связанных космических аппаратов для измерения параметров гравитационного поля Земли. В модели движения аппаратов учтены факторы, влияющие на движение спутников, находящихся в непосредственной близости к Земле, основными из которых являются несферичность геопотенциала и сопротивление атмосферы, действие приливов, а также влияние Луны, Солнца и планет Солнечной системы. В результате моделирования проведен поиск оптимальной взаимной конфигурации аппаратов в обеспечение полноты выполнения научных задач и возможности технической реализации проекта.

**Ключевые слова:** гравитационное поле Земли, несферичность геопотенциала, космический аппарат, низкая околоземная орбита.

УДК: 52-17, 52-125, 528.223. PACS: 95.10.Eg, 93.85.Hj.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Одной из самых актуальных современных задач в области фундаментальной физики, решаемой на низкой околоземной орбите, является задача уточнения гравитационного потенциала Земли (ГПЗ) кластером космических аппаратов (КА). Актуальность разработки отечественного проекта для получения карты ГПЗ высокого пространственного разрешения на данный момент не вызывает сомнения. Такой проект имел бы как множество научно-прикладных приложений, так и стратегическое значение: получение карты ГПЗ высокого разрешения ( $1^\circ \times 1^\circ$ ), исследование полярных областей Земли, изучение распределения и перемещения масс во внешних геосферах Земли (атмосфере, континентальной гидросфере и океанах, литосфере), мониторинг процессов подготовки крупных землетрясений, поиск нефтегазовых месторождений, отработка технологии лазерной интерферометрии.

Необходимость создания такого проекта диктуется в том числе зарубежными тенденциями, некоторые из которых уже нашли практическое применение, например в таком проекте как «GRACE» [1–3], который планируется вывести на новый уровень точности запуском в марте 2018 г. проекта GRACE-Follow-On [4–6].

Используя термин «высокое разрешение» в контексте, связанном с ГПЗ, следует понимать под ним локализацию области на Земле размером градус на градус,

что соответствует длинам волн геоида менее 200 км и порядку разложения ГПЗ более 200. Соответствие длин волн геоида порядку разложения ГПЗ и угловому размеру представлено в табл. 1 [7].

Традиционно несферичность ГПЗ описывают с помощью разложения в ряд по присоединенным полиномам Лежандра:

$$R = (U - U_0) \approx \frac{GM}{r} \left[ \sum_{n=2}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a_E}{r} \right)^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \times \right. \\ \left. \times (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \right], \quad (1)$$

где максимальная степень и порядок разложения определяются пределами суммирования по  $n$  и  $m$ , результирующая минимальная длина волны, описываемая суммой полиномов, называется длиной волны геоида, а входящие параметры имеют следующий смысл:  $GM$  — гравитационный параметр Земли;  $r$ ,  $\varphi$ ,  $\lambda$  — сферические координаты точки в системе координат, жестко связанной с Землей (система ITRS);  $a_E$  — средний экваториальный радиус Земли;  $\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$  — присоединенные полиномы Лежандра;  $\bar{C}_{nm}$ ,  $\bar{S}_{nm}$  — нормированные коэффициенты Стокса ( $m = 0$  — зональные гармоники,  $m > 0$  — тессеральные);  $n$ ,  $m$  — степень и порядок разложения.

Таким образом, разложение гравитационного поля Земли определяется коэффициентами Стокса, к поиску и уточнению которых сводится задача уточнения гравитационного поля Земли.

Одним из самых целесообразных методов решения данной задачи является метод, реализованный в упомянутом выше проекте «GRACE»: два аппарата, функционирующих на полярной орбите высотой 500 км с относительным расстоянием 220 км вдоль траектории движения. Система измерения межспутникового расстояния в проекте реализована в К-диапазоне, который достаточно чувствителен, чтобы зарегистрировать изменение расстояния около 10 мкм на дистан-

Табл. 1. Соответствие длин волн геоида  $\lambda$  порядку разложения ГПЗ  $n$  и угловому размеру  $s$

|                | Длины волн геоида |             |             |               |
|----------------|-------------------|-------------|-------------|---------------|
|                | Длинные           | Средние     | Короткие    | Сверхкороткие |
| $\lambda$ , км | $> 8000$          | $> 1000$    | $> 200$     | $< 200$       |
| $n$            | $< 5$             | $< 36$      | $< 200$     | $> 200$       |
| $s$            | $> 10^\circ$      | $> 5^\circ$ | $> 1^\circ$ | $< 1^\circ$   |

<sup>a</sup> E-mail: zhamkov@physics.msu.ru

<sup>b</sup> E-mail: vladzh2007@yandex.ru

ции 220 км. При непрерывном измерении изменения расстояния между двумя аппаратами, а также при совмещении этих измерений с прецизионными абсолютными измерениями координат аппаратов посредством GPS (Global Positioning System) появляется возможность восстановить детальную карту гравитационных аномалий Земли.

Однако задача, решаемая в данной работе, имеет целью разработать требования (в первую очередь баллистико-навигационного характера) к системе, которая как минимум была бы не хуже отработанной системы «GRACE» в смысле точности определения коэффициентов Стокса и диапазона уточняемых гармоник, а как максимум превосходила бы ее. О разработке подобной отечественной системы и требований, предъявляемых к ней, и пойдет речь дальше.

Из написанного выше следует, что для решения данной задачи необходимо точное априорное знание положения аппаратов на орбите, а также их взаимное расположение. Таким образом, первоочередной задачей является оценка вклада всевозможных эффектов как гравитационного, так и негравитационного характера, действующих на движение КА. Для этого была построена численная модель движения КА на низкой околоземной орбите.

### 1. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ КА НА НИЗКОЙ ОКОЛОЗЕМНОЙ ОРБИТЕ

На движение КА в непосредственной близости к Земле влияет большое количество сил как гравитационной, так и негравитационной природы. Учесть их все не представляется возможным по причине отсутствия удовлетворительной модели большинства из них. Однако если речь идет о точности локализации аппарата на орбите не хуже сантиметра, то следующий выбор параметров модели вполне обоснован:

$$m_s d^2 \mathbf{r} / dt^2 = \mathbf{F}(t; \mathbf{r}, d\mathbf{r}/dt)$$

$$\mathbf{F}/m_s = \mathbf{a} \approx \mathbf{a}_K + \mathbf{a}_R + \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_E + \mathbf{a}_O + \mathbf{a}_D + \mathbf{a}_S \dots,$$

где  $\mathbf{a}_K$  — кеплеровская составляющая,  $\mathbf{a}_R$  — несферичность геопотенциала,  $\mathbf{a}_B$  — притяжение Луны, Солнца и планет,  $\mathbf{a}_E$  — твердые приливы,  $\mathbf{a}_O$  — океанические приливы,  $\mathbf{a}_D$  — сопротивление атмосферы,  $\mathbf{a}_S$  — воздействие солнечного излучения,  $m_s$  — масса КА.

В задаче высокоточного моделирования движения КА на низкой околоземной орбите необходимо, насколько это возможно грамотно, описать ГПЗ с помощью коэффициентов Стокса, которые и определяют его разложение по полиномам Лежандра. Существуют различные модели этого разложения, а также методы его расчета [8, 9]. Для данной задачи был выбран алгоритм Беликова и Тайбаторова [10]. Основным плюсом этого алгоритма является новая нормировка полиномов Лежандра, которая позволяет избежать перерасчета коэффициентов в ходе рекуррентной процедуры и делает расчет несферичности геопотенциала устойчивым на больших  $n$ .

Ввиду того, что ненормированные коэффициенты Стокса  $C_{nm}$  и  $S_{nm}$  покрывают диапазон десяти и более порядков, для расчета и хранения используются именно нормированные коэффициенты  $\bar{C}_{nm}$

и  $\bar{S}_{nm}$ . Нормированные коэффициенты Стокса находятся в свободном доступе в Интернет. В данной работе были использованы коэффициенты Стокса модели EGM96 [11], которые полны до 360 порядка и степени включительно.

Расчет несферичности геопотенциала  $\mathbf{a}_R$  проводится с использованием сферических координат аппарата  $r$ ,  $\varphi$ ,  $\lambda$ , жестко связанных с Землей, т.е. в неинерциальной системе ITRS (International Terrestrial Reference System) [12], в то время как численное интегрирование орбиты аппарата должно выполняться в инерциальной системе GCRS (Geocentric Celestial Reference System) [12]. Таким образом, для расчета ускорений, вызванных несферичностью геопотенциала, необходимо каждый раз осуществлять перевод координат  $\mathbf{r}_{GCRS}$  из GCRS в ITRS, а затем рассчитанные в ITRS ускорения  $\mathbf{a}_R$  ITRS переводить обратно в GCRS по следующим формулам:

$$\mathbf{r}_{ITRS} = W^T \mathbf{r}_{GCRS}, \quad \mathbf{a}_R \text{ GCRS} = W \mathbf{a}_R \text{ ITRS},$$

где  $W$  — матрица перехода из ITRS в GCRS.

Подробное описание построения матрицы перехода из GCRS в ITRS и обратно можно найти в стандартах Международной службы вращения Земли [13]. Здесь в общих чертах будут описаны основные моменты построения этой матрицы.

Преобразование вектора из земной системы в небесную систему координат, задаваемую средним экватором и равноденствием на эпоху J2000.0 [12], осуществляется с помощью матрицы преобразования:

$$W = PNR_3(-GAST)R_1(y_p)R_2(x_p). \quad (2)$$

Для вычисления матрицы преобразования необходимо сначала выполнить три поворота осей земной системы: сначала относительно оси  $y$  на угол  $x_p$ , затем относительно оси  $x$  на угол  $y_p$  и вокруг оси  $z$  на угол  $-GAST$ , после чего перемножить матрицы:

$$\mathbf{r}_T = R_3(-GAST)R_1(y_p)R_2(x_p)\mathbf{r}_{GCRS}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{r}_T$  — вектор в промежуточной системе. В выражениях (2) и (3)  $x_p$ ,  $y_p$  — координаты небесного эфемеридного полюса (НЭП),  $GAST$  — истинное звездное время,  $R_i$  — матрицы вращения вокруг  $i$ -й оси. Затем  $\mathbf{r}_T$  умножается на матрицу нутации  $N$  и матрицу прецессии  $P$ , что завершает преобразование из ITRS в GCRS.

Описание, выражения и порядок расчета матриц прецессии, нутации, а также истинного звездного времени, координат небесного эфемеридного полюса и матриц вращения можно найти в [12, 13].

В результате преобразования из ITRS в GCRS оси земной системы координат будут повернуты и ориентированы так же, как оси барицентрической системы. Начало этой системы совпадает с центром Земли, но геоцентрическая небесная система отсчета GCRS движется вместе с Землей относительно барицентра Солнечной системы, а ее оси не вращаются относительно удаленных внегалактических радиоисточников.

Процедура учета гравитационного воздействия на КА со стороны Луны, Солнца и, не столь существенным, от планет стандартна и описана, например, в [8, 14]. Дополнительное ускорение КА в результате

этого воздействия может быть представлено следующим образом:

$$\mathbf{a}_B = GM(\mathbf{s} - \mathbf{r}/|\mathbf{s} - \mathbf{r}|^3 - \mathbf{s}/|\mathbf{s}|^3),$$

где  $\mathbf{r}$  — геоцентрический радиус-вектор КА,  $\mathbf{s}$  — геоцентрический радиус-вектор притягивающего тела. Геоцентрические координаты Луны, Солнца и планет были рассчитаны на основе модели DE421.

Эффект от влияния твердых приливов в численной модели может быть учтен с помощью поправок  $\Delta C_{nm}$  и  $\Delta S_{nm}$ , прибавляемых к коэффициентам Стокса. Эти поправки рассчитывались в соответствии с рекомендациями IERS2010 (International Earth Rotation Service) [13].

Воздействие океанических приливов учитывается в программе тем же образом, что и учет твердых приливов: посредством поправок к коэффициентам Стокса. Расчет этих поправок был выполнен также с учетом рекомендаций IERS2010 в соответствии с моделью океанических приливов FES2004 [13, 15]. В данной модели учитываются степени и порядки до 100 для всех приливных волн, кроме длиннопериодических, для которых в свою очередь учет степеней и порядков ведется до 50 включительно.

Твердый полярный прилив является следствием центробежной силы вследствие движения полюса Земли [13]. Этот эффект может быть учтен с помощью поправок к коэффициентам геопотенциала  $C_{21}$  и  $S_{21}$ :

$$\Delta \bar{C}_{21} = -1.333 \times 10^{-9}(m_1 + 0.0115 m_2),$$

$$\Delta \bar{S}_{21} = -1.333 \times 10^{-9}(m_2 - 0.0115 m_1),$$

где  $m_1$  и  $m_2$  описывают отклонение мгновенного полюса Земли от среднего и выражены в секундах дуги. Процедура расчета переменных  $m_1$  и  $m_2$  описана в стандартах IERS [13].

Океанический полярный прилив является следствием центробежного эффекта движения полюса Земли на океаны. Для учета этого эффекта была использована модель Desai [16] — равновесная модель океанического полярного прилива. В этой модели учтены границы континентов, сохранение массы над океанами, самогравитация и нагрузка на дно океанов. Расчет выполнялся с рекомендациями IERS2010.

Тормозящее ускорение вследствие соударения с частицами атмосферы зависит от относительной скорости спутника и атмосферы, а также плотности атмосферы и может быть вычислено по формуле:

$$\mathbf{a}_D = -C_D \rho v_r^2 \mathbf{e}_v / 2m_s,$$

где  $C_D$  — коэффициент пропорциональности, величина которого соответствует тому, насколько сильно данный спутник тормозится атмосферой при заданных относительной скорости и плотности атмосферы (величина коэффициента определяется эмпирически и зависит в основном от формы спутника и материалов его поверхности; характерные значения 1.5–3.0);  $A$  — площадь поперечного сечения спутника в направлении движения;  $\rho$  — плотность атмосферы в окрестности спутника;  $\mathbf{v}_r$  — скорость спутника относительно атмосферы Земли;  $\mathbf{e}_v = \mathbf{v}_r/|\mathbf{v}_r|$  — единичный вектор направления движения спутника.

Для расчета плотности атмосферы в данной точке пространства была использована модель NRLMSISE-00 [17] — стандартная, согласно US Naval Research Laboratory (NRL), международная модель атмосферы для космических исследований. Для расчета плотности в данной модели использовались данные о солнечной активности и активности магнитосферы Земли, находящиеся в файлах «SolResap.txt» и «Solfsmv.txt», которые можно найти в Интернете по адресу [18].

Расчет возмущения от давления солнечного излучения проводился по упрощенной процедуре, для случая постоянной нормальной ориентации КА на Солнце в соответствии с формулой

$$\mathbf{a}_S = -P_s C_R \frac{A}{m_s r_s^3} \mathbf{r}_s AU^2,$$

где  $P_s$  — постоянная давления солнечного излучения на орбите Земли,  $C_R$  — коэффициент солнечного излучения ( $C_R = 1 + \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  — коэффициент отражения материала КА),  $A$  — площадь, нормальная солнечному излучению,  $AU$  — астрономическая единица.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Написанная программа с учетом изложенной выше модели перед началом расчетов была проанализирована на предмет соответствия результатов расчета с имеющимися данными проекта «GRACE» [19]. Например, деградация межспутникового расстояния составила  $\approx 500$  м за 3 оборота группировки вокруг Земли, а накопление взаимного расстояния между КА находится на уровне 0.1 мкм за время накопления сигнала 10 с при разрешении 150-й гармоники ГПЗ, что также согласуется с публикациями по проекту «GRACE» [1, 19].

Поскольку поставленная задача носит поисковый характер (определение оптимальной конфигурации орбитальной группировки КА), то задание начальных параметров по определению не может быть однозначным. Именно поэтому расчеты были проведены с вариацией ключевых (в рамках данной задачи) элементов орбит: наклонения, большой полуоси (высоты движения КА) и разницы среднего движения (взаимного расстояния между КА в направлении движения). Начальные параметры представлены в табл. 2.

Табл. 2. Начальные параметры моделирования

| Элемент орбиты                    | Ед. изм. | КА1                | КА2                |
|-----------------------------------|----------|--------------------|--------------------|
| Наклонение $i$                    | °        | 88.9; 60; 45       | 88.9; 60; 45       |
| Эксцентриситет $e$                |          | 0.001              | 0.001              |
| Большая полуось $a$               | м        | $\sqrt[3]{GM/n^2}$ | $\sqrt[3]{GM/n^2}$ |
| Долгота восходящего узла $\Omega$ | рад      | 0                  | 0                  |
| Аргумент перигея $w$              | рад      | 0                  | 0                  |
| Средняя аномалия $M$              | рад      | 0                  | $\Delta d/a$       |

Примечание.  $GM$  — гравитационный параметр Земли ( $\text{м}^3 \text{с}^{-2}$ );  $n$  — среднее движение аппарата (рад/с), варьируемый параметр, определяющий высоту движения КА;  $\Delta d$  — взаимное расстояние между КА (м), варьируемый параметр

Здесь и далее под высотой рабочей орбиты КА понимается геодезическая высота. Выбор оптимальной высоты рабочей орбиты ограничивается двумя факторами. С одной стороны, выгоднее проводить измерения на низких высотах  $< 300$  км, так как в этом случае измерительная система КА намного чувствительнее к неоднородностям гравитационного поля. Однако воздействие атмосферы на таких высотах приведет к быстрой деградации орбиты и без двигательной установки с достаточным количеством топлива на борту КА эксперимент бессмыслен.

С другой стороны, на высотах более 500 км, где воздействие атмосферы практически несущественно, очень сложно выявить неоднородности гравитационного поля, поскольку амплитуда гармоник геопотенциала падает с увеличением степени и расстояния до КА как  $\sim (a/r)^{n+3}$  [20], где  $r$  — расстояние до спутника,  $n$  — степень разложения геопотенциала.

С помощью численного моделирования с использованием модели NRLMSISE-00 был оценен вклад атмосферы на движение КА в диапазоне высот от 300 до 500 км над поверхностью Земли в течение суток. Параметры КА были выбраны близкими к параметрам КА «GRACE»: масса 700 кг, площадь поперечного сечения по ходу движения  $A = 0.72 \text{ м}^2$ , безразмерный коэффициент пропорциональности  $C_D = 2$ . Результаты моделирования представлены на рис. 1.

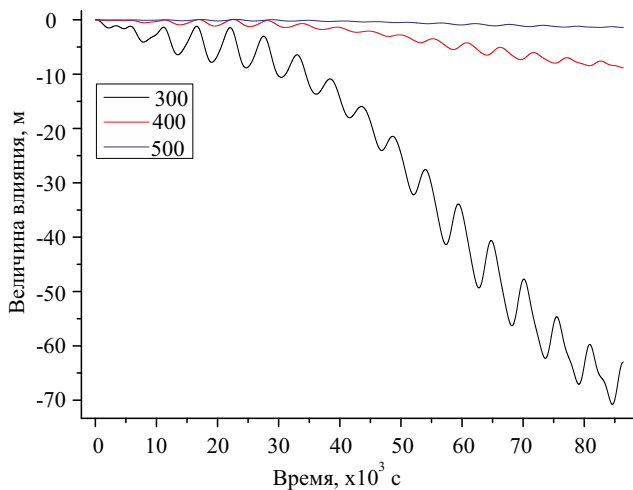


Рис. 1. Дegradация орбиты КА, движущегося на орбитах высотой 300 км, 400 км и 500 км, за 1 сут (в м), вычисленная в системе GCRS

Исходя из полученных данных можно сделать вывод, что оптимальной высотой размещения КА является высота в районе 400 км. В случае движения КА на высоте 300 км деградация за сутки составляет порядка 70 м, что весьма существенно. В случае высоты 400 км деградация орбиты почти на порядок меньше, что дает возможность проводить измерения на этой высоте. На высоте 500 км, как уже было сказано, несмотря на слабое воздействие атмосферы, чувствительность к гармоникам геопотенциала существенно снижается.

Представленные выше данные, однако, не учитывают других возмущающих сил. Этот момент является существенным, поскольку суммарный эффект от воздействия различных факторов может иметь произвольную структуру.

К примеру, на рис. 2, а представлено воздействие от различных возмущающих факторов на положение КА, движущегося на высоте 400 км, на интервале 1 сут.

Из рис. 2, а видно, что самый большой вклад по абсолютному значению имеет вклад от несферичности геопотенциала; вклад от планет так же, как вклад от атмосферы, дает эффект со знаком «минус», в то

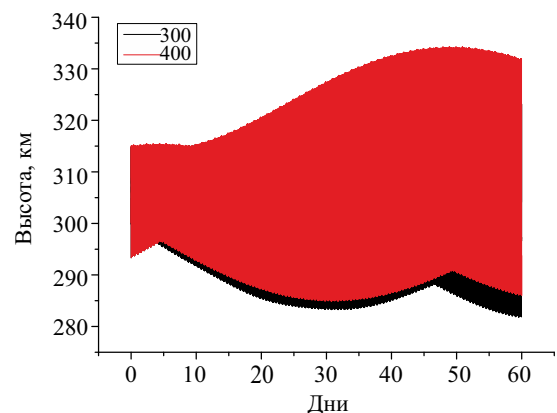
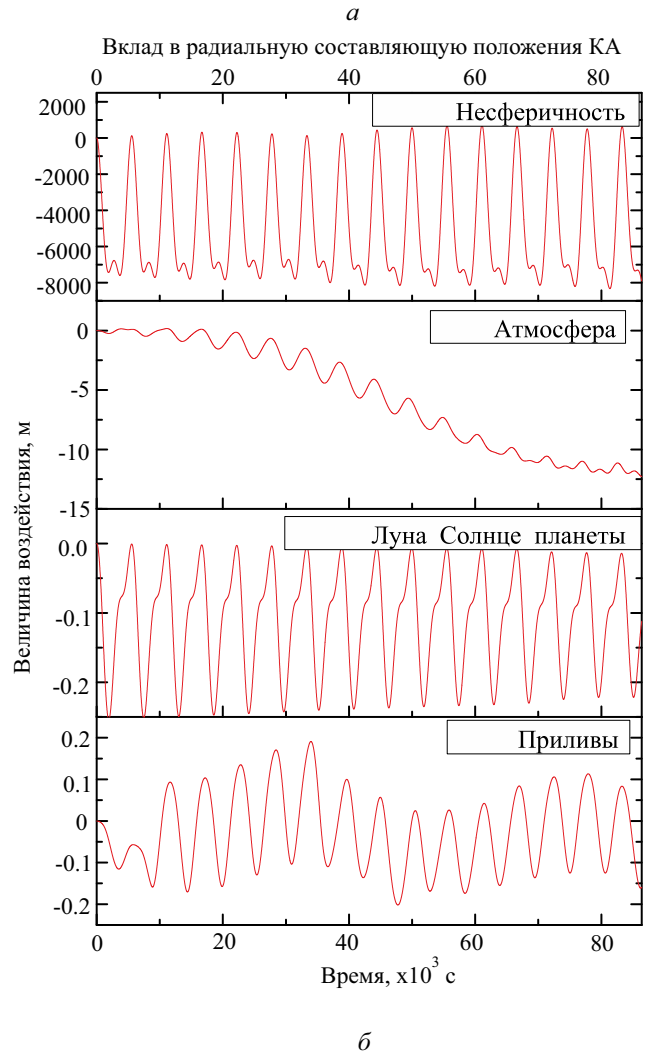


Рис. 2. а — Воздействие различных возмущающих факторов на радиальную составляющую (высоту) положения КА, движущегося вокруг Земли. Вычисления в системе GCRS; б — изменение геодезической высоты КА в случае движения на высоте 300 км и 400 км на интервале 2 мес (для сравнения случай для 400 км сдвинут на 100 км вниз по оси ординат)



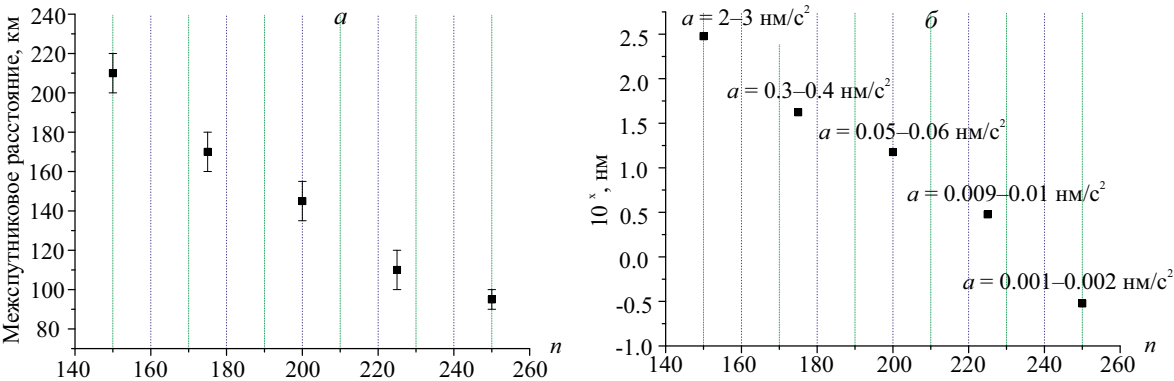


Рис. 3. Зависимости межспутникового расстояния от разрешаемой гармоники  $n$  (а) и требуемой точности измерения межспутникового расстояния от исследуемой гармоники (б)

время как эффект от приливов дает эффект со знаком «плюс». На рис. 2, б показано суммарное воздействие этих эффектов на изменение высоты КА для высот 300 и 400 км (для наглядности ось для случая 400 км сдвинута по оси ординат).

Вместе с другими силами общее уменьшение минимальной высоты КА в случае движения на высоте 300 км примерно на 4 км больше, чем на высоте 400 км на интервале 2 мес, и составляет примерно 12 км против 8 км на высоте 400 км.

Данный факт препятствует использованию рабочих орбит до 300 км для схемы с двумя КА, поскольку снижается потенциальный срок активного существования КА, а также возникает необходимость более частой корректировки орбиты, что приведет к большой потере наблюдательного времени. Учитывая этот факт, все остальные вычисления были проделаны для случая движения КА на высоте 400 км.

Далее был исследован вопрос оптимальной величины межспутникового расстояния «настроенной» на исследуемую гармонику гравитационного потенциала. В табл. 3 представлен результат накопления разности между КА при воздействии только 150-й гармоники ГПЗ.

По максимуму накопления сигнала (жирный шрифт в таблице) определяется оптимальная величина межспутникового расстояния для данной гармоники. Конкретно на данном примере видно, что для разрешения 150-й гармоники оптимальной является величина межспутникового расстояния 200–220 км, что согласуется с проектом «GRACE». Подобные вычисления были проделаны для других гармоник и построены следующие графики (рис. 3).

При этом, если межспутниковое расстояние между аппаратами, как видно из рис. 3, а, меняется линейно

с увеличением исследуемой гармоники, то необходимая точность измерения межспутникового расстояния имеет степенную зависимость, что представлено на рис. 3, б.

Рис. 3, б показывает, что при увеличении исследуемого порядка гравитационного потенциала на 100 единиц требования к точности измерения межспутникового расстояния возрастают на 3 порядка. Кроме этого, на рис. 3, б приведено примерное значение ускорения, которая должна выделить измерительная система на фоне всех шумов как инструментального, так и иного характера. В частности, если мы хотим разрешить 250-ю гармонику, нам необходимо подавлять помехи на уровне  $\sim 10^{-12}$  м/с<sup>2</sup>.

Выше был рассмотрен стандартный случай размещения орбитальной группировки, состоящей из 2 КА, на полярной орбите  $\approx 89^\circ$ . Стандартный, потому что такая схема была реализована в проекте «GRACE». Полярная орбита привлекательна тем, что измерения покрывают все широты, таким образом, в процессе решения можно восстановить всю структуру гравитационного потенциала. Проводя измерения на меньших наклонениях, мы теряем информацию о структуре гравитационного потенциала, простирающейся выше этих наклонений. Тем не менее если эти измерения превзойдут измерения на полярной орбите (по величине накопления сигнала, времени проведения измерений и т. д.), имеет смысл реализации этой схемы. В результате моделирования движения КА на различных полярных наклонениях было получено, что величина наклонения не влияет существенным образом ни на величину накопления расстояния, ни на величину межспутникового расстояния, ни на время накопления сигнала, а также не зависит от исследуемой гармоники.

Для рационального определения коэффициентов Стокса в выражении (1) для несферичности гравитационного потенциала временной промежуток проведения измерений должен быть подобран таким образом, чтобы за его длительность трассы орбитальной космической группировки в проекции на земную поверхность отстояли друг от друга не больше чем на половину длины волны геоида для данной гармоники. Например, для определения и уточнения коэффициентов Стокса до 250-й гармоники включительно необходимо, чтобы трассы КА в проекции на земную поверхность отстояли друг от друга на расстояние не более 80 км или чуть меньше  $1^\circ$  в градусной мере.

Поскольку в процессе пролета КА самые разреженные участки по покрытию остаются в районе экватора,

Табл. 3. Накопление разности между двумя КА в зависимости от исследуемой гармоники,  $n = m = 150$

|                 | Время накопления сигнала                          |            |            |
|-----------------|---------------------------------------------------|------------|------------|
|                 | 10 с                                              | 15 с       | 20 с       |
| $\Delta d$ , км | Накопление разности расстояния между двумя КА, нм |            |            |
| 160             | 129                                               | 288        | 484        |
| 180             | 137                                               | 301        | 498        |
| 200             | <b>141</b>                                        | <b>304</b> | <b>495</b> |
| 220             | <b>140</b>                                        | <b>299</b> | <b>481</b> |
| 240             | 136                                               | 286        | 456        |

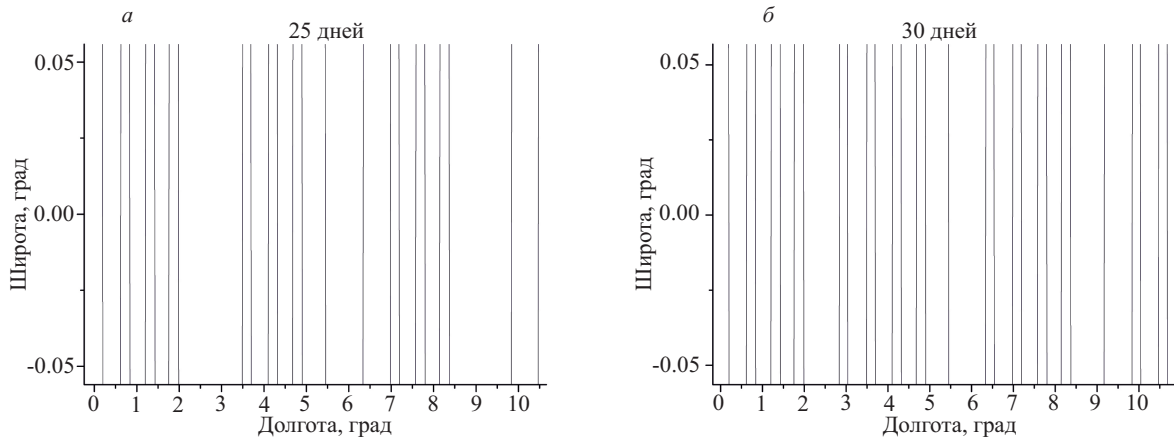


Рис. 4. Проекция трасс КА на земную поверхность в выделенной области района экватора в случае движения КА на орбите с наклонением  $89^\circ$  за 25 и 30 сут

то заполнение трассами необходимо смотреть именно в этом регионе.

На рис. 4 показано, что в случае движения КА на полярной орбите ( $\approx 89^\circ$ ) необходимое заполнение ( $< 1^\circ \approx 80$  км) достигается за 1 мес. Причем картина не сильно меняется с изменением наклонения на  $60^\circ$  и  $45^\circ$ . Количество трасс остается неизменным в выбранной области, меняется лишь способ ее заполнения, что не является принципиальным в процедуре уточнения коэффициентов Стокса.

Из табл. 2 следует, численный расчет проводился для наклонений, равных  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $89^\circ$ . Данные значения наклонения были выбраны по нескольким причинам:

- моделирование движения для наклонений  $< 45^\circ$  нецелесообразно, поскольку в этом случае отсутствует информация как минимум о половине пространственной структуры геопотенциала;
- моделирование на наклонении  $45^\circ$  интересно для моделирования в случае использования такой пары КА как дополняющих основные измерения, проводимые на полярных орбитах; в случае показания много лучших результатов по сравнению с орбитальной группировкой на полярной орбите возможно применение системы как независимой;
- моделирование на наклонении  $60^\circ$  интересно в качестве промежуточного варианта между полярными и среднеширотными типами орбит, на котором можно отследить изменение характеристик измерения при повышении наклонения; в случае показания много лучших результатов по сравнению с орбитальной группировкой на полярной орбите возможно применение системы как независимой;
- моделирование на наклонении  $89^\circ$  — основной рассматриваемый вариант, зарекомендовавший себя в результате эксперимента «GRACE», покрывающий практически всю земную поверхность;
- моделирование на наклонении  $90^\circ$  имеет небольшое преимущество по сравнению с наклонением  $89^\circ$  в части покрытия поверхности Земли, однако на этом наклонении отсутствует прецессия орбиты и заполнение покрытия осуществляется только благодаря суточному вращению Земли, что является не совсем логичным вариантом проведения измерений.

Из всех проведенных выше результатов вычислений пока что нет серьезных предпосылок для использования рабочих орбит с наклонениями, отличными от  $89^\circ$ , если они не являются вспомогательными и расширяющими основную группировку КА.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате моделирования движения двух информационно связанных космических аппаратов в гравитационном поле Земли для решения гравиметрических задач были получены следующие результаты.

1. Для увеличения чувствительности системы «спутник—спутник» необходимо варьировать взаимное расстояние между КА в зависимости от желаемого максимального порядка разрешаемой гармоники; при увеличении порядка расстояние между КА необходимо уменьшать; для разрешения  $n = 250$  гармоники потребуется взаимное расстояние  $\approx 90$  км.
2. Чем выше порядок разрешаемой гармоники, тем строже требования к измерительной аппаратуре межспутникового расстояния: для  $n = 150$  за время 10 с (время накопления сигнала) необходимо выявлять эффекты порядка микрона, для  $n = 200$  этот эффект уже порядка нанометра; по этой причине разрешение гармоник выше  $n = 250$  с помощью орбитальной космической группировки КА не представляется возможным с существующим уровнем развития отечественных технологий.
3. Работа КА на высоте  $h \approx 400$  км наиболее предпочтительна для системы «спутник—спутник», чем на высотах 300 и 500 км; работа на высотах ниже 400 км затруднена вследствие сильного тормозного воздействия со стороны атмосферы; при работе на высотах более 400 км регистрация тонкой структуры гравитационного поля становится все более проблематичной ввиду потери чувствительности к амплитудам гармоник гравитационного потенциала.
4. Оптимальным временем проведения непрерывных измерений для достижения разрешения 250-й гармоники является период 1 мес.
5. Использование КА на орбитах с наклонениями отличными от полярной целесообразно в случае совместной их работы с основной группировкой,

расположенной на полярной орбите; улучшение достигается за счет увеличения одновременных измерений в один и тот же момент времени и за счет более равномерного заполнения сферы наблюдений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Balmino G. // Space Science Reviews. 2003. **108** (1-2). P. 47.
2. Bond P. // Astronomy & Geophysics. 2003. **44**, N 5. P. 5.4.
3. Kang Zh. et al. // J. of Geodesy. 2006. **80**, N 6. P. 322.
4. Darbeheshtiet N. et al. // Earth System Science Data. **9**, N 2. P. 833.
5. Flechtneret F. et al. // Status of the Grace Follow-on Mission. In: Marti U. (eds) Gravity, Geoid and Height Systems. International Association of Geodesy Symposia. **141**. Springer, Cham.
6. Flechtneret F. et al. // What Can be Expected from the GRACE-FO Laser Ranging Interferometer for Earth Science Applications? In: Cazenave A., Champollion N., Benveniste J., Chen J. (eds) Remote Sensing and Water Resources. Space Sciences Series of ISSI. **55**. Springer, Cham.
7. Reigber C. // Gravity Field Recovery From Satellite Tracking Data. Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI). I. P. 197.
8. Montenbruck O., Gill E. // Satellite Orbits. Models, Methods, and Applications. Springer — Verlag Berlin, Heidelberg, New York. 2000.
9. Cunningham L. E. // Celestial Mechanics. 1970. **2**. P. 207.
10. Беликов М., Тайбатов К. // Кинематика и физика небесных тел. 1990. **6**, № 2. С. 24.
11. <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm96/egm96.html>
12. Жаров В. Е. // Сферическая астрономия. Век 2, 2006.
13. Petit G., Luzum B. // IERS Conventions; IERS Technical Note N 36. / IERS Conventional Centre 2010.
14. Tapley B. D., Schutz B. E., Born G. H. // Statistical Orbit Determination // USA: Elsevier academic press, 2004.
15. <https://www.aviso.altimetry.fr/en/data/products/auxiliary-products/global-tide-fes/description-fes2004.html>
16. Desai S. // J. Geophys. Res. 2002. **107**, C 11. P. 3186.
17. <http://www.nrl.navy.mil/research/nrl-review/2003/atmospheric-science/picone/>
18. <http://sol.spacenvironment.net/jb2008/indices.html>
19. Reigber C. et al. // J. of Geodynamics. 2005. **39**. P. 1.
20. Пантелеев В. Л. // Теория фигуры Земли. М.: Физический факультет МГУ, 2000.

#### Motion Modeling of Two Linked Satellites in the Earth's Gravitational Field for Solving Gravimetric Problems

A. S. Zhamkov<sup>a</sup>, V. E. Zharov<sup>b</sup>

Department of celestial mechanics, astrometry and gravimetry, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia.

E-mail: <sup>a</sup>[zhamkov@physics.msu.ru](mailto:zhamkov@physics.msu.ru), <sup>b</sup>[vladzh2007@yandex.ru](mailto:vladzh2007@yandex.ru).

Motion modeling of two low-orbit linked satellites for measuring the Earth's gravitational field parameters is presented. The model takes the factors that affect the satellite motion into account, such as nonspherical geopotential, atmospheric drag, tides, and third-body effects from the Moon, Sun, and planets of the Solar System. As a result of modeling, a search for the optimal configuration of satellites for completion of scientific tasks and possibility of technical realization is performed.

**Keywords:** gravitational field of the Earth, nonsphericity of geopotential, spacecraft, low-Earth orbit.

PACS: 95.10.Eg, 93.85Hj.

Received 22 February 2018.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2018. **73**, No. 5. Pp. 534–541.

#### Сведения об авторах

1. Жамков Александр Сергеевич — аспирант; e-mail: [zhamkov@physics.msu.ru](mailto:zhamkov@physics.msu.ru).

2. Жаров Владимир Евгеньевич — доктор физ.-мат. наук, зав. кафедрой, профессор; тел.: (495) 939-37-64, e-mail: [vladzh2007@yandex.ru](mailto:vladzh2007@yandex.ru).