

Пространственное распределение намагниченности тонкой пленки ферромагнитного полупроводника

В. М. Четвериков^a

Департамент прикладной математики МИЭМ НИУ ВШЭ. Россия, 101000, Москва, ул. Мясницкая, д. 20.

Статья поступила 12.03.2018, принята к публикации 10.05.2018.

Рассмотрена модель описания распределения намагниченности по толщине пленки ферромагнитного полупроводника. Включение постоянного электрического поля перпендикулярного поверхности пленки позволяет изменять температуру Кюри. Полученные формулы определяют зависимость этого распределения от значений физических параметров пленки.

Ключевые слова: энергия Ферми, температура Кюри, обменное взаимодействие, полилогарифм.
УДК: 537.6. PACS: 05.70 FH.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] было отмечено, что полупроводниковые и ферромагнитные материалы играют в значительной степени взаимодополняющие роли при обработке и хранении информации. Поэтому представляет интерес использовать синергию свойств подобных материалов при изготовлении гибридных систем.

Возможность изменять спонтанную намагниченность ферромагнитного полупроводника путем приложения электрического поля была продемонстрирована в работе [2]. Тонкая пленка ферромагнитного полупроводника $(\text{In}_{0.97}\text{Mn}_{0.03})\text{As}$ толщиной 5 нм была помещена на подложку из других полупроводников. Перпендикулярное пленке электрическое поле изменяло намагниченность и холловское сопротивление этой пленки. Авторы предложили объяснение этого эффекта механизмом обменного взаимодействия ионов марганца со свободными дырками. При этом концентрация дырок в ферромагнитной пленке изменяется под действием электрического поля. В зависимости от направления поля дырки либо приходят из подложки, либо уходят из нее, тем самым увеличивая или уменьшая их концентрацию. Это изменение концентрации увеличивает или уменьшает магнитный момент пленки и критическую температуру.

Обнаруженный ферромагнитный порядок в $(\text{In},\text{Mn})\text{As}$, обусловленный подвижными дырками, стимулировал исследования допированных марганцем GaAs и другие материалы III–V подгрупп. Наблюдаемая в GaAs температура ферромагнитного перехода выше 100 К [3] породила надежду, что подобные магнитные материалы откроют новые пути развития технологии хранения и обработки информации [4].

Подробный обзор экспериментов по влиянию электрического поля на магнитные свойства ферромагнетиков и антиферромагнетиков, полупроводников, металлов и мультиферроиков можно найти в обзоре [5].

В статье [6] была предложена квантово-статистическая модель влияния электрического поля на распределение намагниченности в токоизолированном ферромагнитном полупроводнике. Предполагается, что тонкая пластина ферромагнетика отделена от металлических электродов достаточно толстыми слоями изоляторов. В качестве ферромагнитного полупроводника рассматривается $(\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x)\text{As}$ или $(\text{In}_{1-x}\text{Mn}_x)\text{As}$,

в котором атомы марганца являются акцепторами электронов, в результате появляется неподвижный ион $\text{Mn}_-^{5/2}$ и подвижная дырка $h_+^{1/2}$. В этих обозначениях нижний индекс означает заряд, а верхний — спин соответствующей частицы.

В такой системе при достаточно большой концентрации Mn (порядка нескольких процентов) волновые функции дырок, связанных с соседними ионами, начинают перекрываться и возникает дырочная примесная зона. Ферромагнетизм обеспечивается обменным взаимодействием дырок с ионами марганца по механизму Зинера, т. е. косвенное ферромагнитное взаимодействие между ионами $\text{Mn}_-^{5/2}$ обеспечивается благодаря *sd*-обмену Вонсовского–Зинера между дырками и ионами. Зависимость плотности состояний дырочного газа от энергии в примесной зоне, которая заметно перекрывается с валентной зоной, достаточно сложная. Для простоты в модельном расчете предполагалось, что эта зависимость такая же, как и в газе с некоторой эффективной массой.

Внешнее постоянное электрическое поле действует перпендикулярно пленке полупроводника. При этом предполагалось, что продольные размеры пленки много больше ее толщины, однако меньше размера ферромагнитного домена. Поэтому можно не учитывать магнитные взаимодействия, много меньших обменных. Тогда задача становилась пространственно одномерной (с одной координатой по толщине пленки). Результаты численного решения системы сложных нелинейных уравнений приводятся в [6] в виде графиков для намагниченности пленки в зависимости от температуры в отсутствии и в присутствии электрического поля при двух концентрациях атомов марганца и нескольких толщинах пленки. При решении использовался метод установления, предложенный в работе [7].

В работе рассматривается та же теоретическая модель, что и в статье [6], однако вместо весьма непростых численных расчетов используются приближенные методы, позволяющие получить аналитические формулы, вычисление по которым вполне доступно в пакете Mathematica. Подобный подход позволяет легко получать возможные изменения результатов при изменении параметров.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предложенная в [6] модель ферромагнитного полупроводника базируется на выражении свободной энергии рассматриваемого объекта, получении системы

^a E-mail: vchetverikov@hse.ru

уравнений для рассматриваемых функций плотности и потенциала электрического поля и дальнейшего решения этой системы. Конечная цель работы — получить температурную зависимость намагниченности пленки.

Свободная энергия, приходящаяся на единицу площади поверхности пластины, может быть представлена как

$$F = E_{\text{ex}} + F_1 + F_2 + F_3 + F_4. \quad (1)$$

Здесь E_{ex} — полная энергия обменного взаимодействия подвижных дырок и неподвижных ионов марганца, F_1 — свободная энергия, связанная с энтропией распределения спинов $5/2$ и $-5/2$ по ионам марганца, F_2 — свободная энергия дырок, F_3 — энергия электростатического поля, F_4 — энергия взаимодействия подвижных дырок с электростатическим полем.

Введем плотности ионов марганца с направлением спинов $5/2$ и $-5/2$ на ось легкого намагничивания $n_+^{5/2}(x)$, $n_-^{5/2}(x)$ и плотности дырок с разными проекциями на ось легкого намагничивания $n_+^{1/2}(x)$, $n_+^{-1/2}(x)$. Верхний индекс здесь указывает на проекцию спина, а нижний — на знак заряда. Тогда если ε_{ex} — элементарная энергия обменного взаимодействия дырок с ионом марганца, отнесенная к плотности частиц, то

$$E_{\text{ex}} = -\varepsilon_{\text{ex}} \cdot \int_0^L \left(n_+^{1/2}(x) - n_+^{-1/2}(x) \right) \times \\ \times \left(n_-^{5/2}(x) - n_-^{-5/2}(x) \right) dx, \quad \varepsilon_{\text{ex}} > 0. \quad (2)$$

Используя удобное в дальнейшем обозначение для температуры $\Theta = k \cdot T$, можно записать свободные энергии F_1 и F_2 в виде

$$F_1 = -\Theta \cdot \int_0^L \left(n_-^{5/2}(x) \cdot \ln \left(n_- / n_-^{5/2}(x) \right) + \right. \\ \left. + n_-^{-5/2}(x) \cdot \ln \left(n_- / n_-^{-5/2}(x) \right) \right) dx, \\ n_- = n_-^{5/2}(x) + n_-^{-5/2}(x), \quad (3)$$

$$F_2 = \int_0^L \left(\Omega(\mu^+(x), \Theta) + \mu^+(x) \cdot n_+^{1/2}(x) \right) dx + \\ + \int_0^L \left(\Omega(\mu^-(x), \Theta) + \mu^-(x) \cdot n_+^{-1/2}(x) \right) dx. \quad (4)$$

Второе уравнение в (3) соответствует неподвижности ионов марганца, плотность которых задана величиной n_- , не зависящей от координаты.

Термодинамический потенциал дырок с массой m определяет связь между химическим потенциалом μ и плотностью дырок n_+ . Первый интеграл в (4) соответствует дыркам с направлением спина вдоль оси легкого намагничивания, второй интеграл — дыркам с противоположным направлением спина. Для термодинамического потенциала $\Omega(\mu, \Theta)$ справедливы следующие равенства [8, §56]:

$$\Omega(\mu, \Theta) = \left(\frac{m \cdot \Theta}{2\pi} \right)^{3/2} \cdot \Theta \cdot \text{Li}_{5/2}(-\exp(\mu/\Theta)),$$

$$\text{Li}_j(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k^j},$$

$$n_+^{1/2}(x) = -\frac{\partial}{\partial \mu} \Omega(\mu, \Theta) \Big|_{\mu=\mu^+(x)} = \quad (5)$$

$$= -\left(\frac{m \cdot \Theta}{2\pi} \right)^{3/2} \cdot \text{Li}_{3/2}(-\exp(\mu^+(x)/\Theta)),$$

$$n_+^{-1/2}(x) = -\frac{\partial}{\partial \mu} \Omega(\mu, \Theta) \Big|_{\mu=\mu^-(x)} =$$

$$= -\left(\frac{m \cdot \Theta}{2\pi} \right)^{3/2} \cdot \text{Li}_{3/2}(-\exp(\mu^-(x)/\Theta)).$$

При записи формул (5) использовалось обозначение специальной функции — полилогарифма $\text{Li}_j(z)$ (в пакете Mathematica он имеет обозначение PolyLog[j, z]).

Для подвижных дырок условие электронейтральности

$$\int_0^L \left(n_+^{1/2}(x) + n_+^{-1/2}(x) - n_- \right) dx = 0 \quad (6)$$

показывает линейную связь между плотностями дырок с противоположными направлениями намагниченности.

Энергия электростатического поля F_3 и энергия взаимодействия подвижных дырок с этим полем F_4 определяется формулами, в которых χ — диэлектрическая проницаемость полупроводника, а E — напряженность внешнего поля:

$$F_3 = \frac{\chi}{8\pi} \int_0^L \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 dx, \quad (7)$$

$$\frac{d\phi}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{d\phi}{dx} \Big|_{x=L} = -\frac{E}{\chi}, \quad (8)$$

$$F_4 = \int_0^L \left(n_+^{1/2}(x) + n_+^{-1/2}(x) - n_- \right) \cdot \phi(x) dx. \quad (9)$$

В результате минимизации свободной энергии F по неизвестным функциям $\phi(x)$, $n_-^{5/2}(x)$, $n_+^{1/2}(x)$, $n_+^{-1/2}(x)$ четыре уравнения, которые позволяют найти плотность магнитного момента и средний по толщине полный магнитный момент

$$M(x, \Theta, E) = g \cdot \left(\frac{5}{2} \left(n_-^{5/2}(x) - n_-^{-5/2}(x) \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(n_+^{1/2}(x) - n_+^{-1/2}(x) \right) \right), \quad (10)$$

$$M(\Theta, E) = (1/L) \int_0^L M(x, \Theta, E) dx. \quad (11)$$

В формуле (10) предполагается, что гиромангнитное отношение g одинаково для дырки и иона марганца.

Вариация свободной энергии F по потенциалу вместе с граничными условиями (7) приводит к очевидной краевой задаче

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{4\pi}{\chi} \cdot \left(n_+^{1/2}(x) + n_+^{-1/2}(x) - n_- \right). \quad (12)$$

Интегрирование уравнение (12) по координате от 0 до L с учетом краевых условий (8) приводят к закону

сохранения заряда (6). В отсутствие же электрического поля условие электронейтральности (6) является независимым уравнением.

Вариация свободной энергии F по плотности $n_-^{5/2}(x)$ дает локальную связь между разностями плотностей марганца с разными проекциями спинов на ось легкого намагничивания с такой же разностью плотностей дырок:

$$\begin{aligned} n_-^{5/2}(x) - n_-^{-5/2}(x) &= \\ &= n_- \cdot \tanh\left(\frac{\varepsilon_{\text{ex}}}{\Theta} \cdot \left(n_+^{1/2}(x) - n_+^{-1/2}(x)\right)\right). \end{aligned} \quad (13)$$

Вариация свободной энергии F по плотностям $n_+^{1/2}(x)$, $n_+^{-1/2}(x)$ с учетом условия электронейтральности (6) приводит к локальной связи между химическими потенциалами, электрическим потенциалом и разностью плотностей дырок с разным направлением спина:

$$\begin{aligned} \mu^\pm(x) &= \Phi_0 - \phi(x) \pm \\ &\pm \varepsilon_{\text{ex}} \cdot n_- \cdot \tanh\left(\frac{\varepsilon_{\text{ex}}}{\Theta} \cdot \left(n_+^{1/2}(x) - n_+^{-1/2}(x)\right)\right). \end{aligned} \quad (14)$$

В отсутствие электрического поля константа Φ_0 определяется из условия электронейтральности (6). При наличии электрического поля величина $\Phi_0 > 0$ определяет химический потенциал дырочного Ферми газа. А выполнение условия (6) обеспечивается решением уравнения (12) вместе с граничным условием (8).

2. ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ СВОЙСТВА ПОЛИЛОГАРИФМА

В работе [6] в формулах (5) вместо полилогарифмов фигурировали привычные для физиков интегралы по энергии, содержащие распределение Ферми–Дирака. Современные представления о свойствах этих интегралов с позиции вычислительной математики изложены в статьях [9–15]. В данной работе вместо этих интегралов используются полилогарифмы, поскольку, как было показано в пионерских работах [16–20], они являются удобным инструментом для получения новых результатов.

Известно, что для полилогарифмов справедлива асимптотика

$$\begin{aligned} Li_j(-e^M) &\xrightarrow{M \rightarrow \infty} -M^j / \Gamma(j+1), \\ \Gamma(z) &= \int_0^\infty e^{-t} \cdot t^{z-1} dt. \end{aligned} \quad (15)$$

В частности,

$$\left(-(\sqrt{\pi}/2) \cdot Li_{3/2}(-e^M)\right) \xrightarrow{M \rightarrow \infty} (2/3) \cdot M^{3/2}. \quad (16)$$

Для сравнения значений полилогарифма с его асимптотическим значением приведем графики функций $f1 = -(\sqrt{\pi}/2) Li_{3/2}(-e^M)$, $f2 = (2/3) \cdot M^{3/2}$ от аргумента M . Как показано на рис. 1, функция $f2$ является хорошим приближением для функции $f1$, причем относительная точность этого приближения равна 1.2% при $M = 10$ и только увеличивается с ростом M .

Для рассматриваемой задачи это свойство отражает очень простой факт: число частиц Ферми газа при

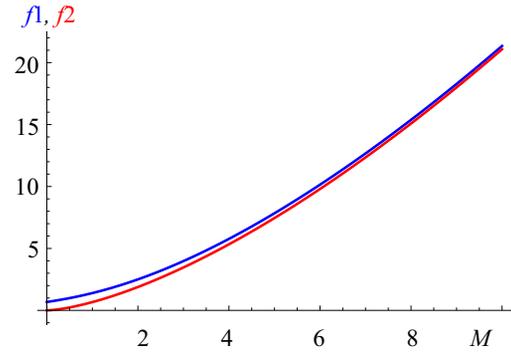


Рис. 1. Графики функций $f1$, $f2$. Кривая функции $f1$ расположена выше кривой $f2$

данном отношении химического потенциала к температуре $M = \mu/\Theta$ с высокой точностью приближается к асимптотическому значению, если

$$\mu/\Theta > 10. \quad (16a)$$

Невыполнение условия (16a) уменьшает точность, а при $\mu/\Theta = 0$ приводит к 100%-й ошибке, поскольку известно, что $Li_{3/2}(-1) \approx -0.765147$.

3. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ В БЕЗРАЗМЕРНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Определим толщину пластины L и энергию Ферми $\varepsilon_F = (3\pi^2 \cdot n_-)^{2/3} \cdot (2m)^{-1}$ дырок в атомных единицах, как это было сделано в работе [6]. При этом атомная единица длины равна $\hbar^2/(m_e \cdot e^2) \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$ м, атомная единица энергии равна $m_e \cdot e^4/\hbar^2 \approx 27.21$ эВ, единицами массы и заряда являются соответствующие величины для электрона.

Введем безразмерную координату $z = x/L$ и, используя асимптотическую формулу (16), запишем два последних равенства (5) в виде

$$n_\pm^{\pm 1/2}(z) = \frac{n_-}{2} \left(\frac{\mu^\pm(x)}{\varepsilon_F}\right)^{3/2}. \quad (17)$$

Согласно формулам (9) и (13), для вычисления магнитного момента необходимо знать величину разности числа дырок с противоположным направлением спина. Обозначим эту величину как

$$\begin{aligned} n_+^{1/2}(z) - n_+^{-1/2}(z) &= \Delta(z) \cdot n_- = \\ &= \frac{n_-}{2} \left(\frac{\mu^+(x)}{\varepsilon_F}\right)^{3/2} - \frac{n_-}{2} \left(\frac{\mu^-(x)}{\varepsilon_F}\right)^{3/2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Введем безразмерные величины химического и электрического потенциала

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}^\pm(z) &= (\mu^\pm(x)/\varepsilon_F) = \\ &= \phi_0 - \psi(z) \pm \delta \cdot \tanh[\Delta(z) \cdot \varepsilon_{\text{ex}} \cdot n_-/\Theta], \\ \psi(z) &= \phi(x)/\varepsilon_F, \quad \delta = \varepsilon_{\text{ex}} \cdot n_-/\varepsilon_F. \end{aligned} \quad (19)$$

Из условия электронейтральности (6) следует безразмерное равенство

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{2} (\tilde{\mu}^+(z))^{3/2} + \frac{1}{2} (\tilde{\mu}^-(z))^{3/2} - 1\right) dz = 0, \quad (20)$$

а из уравнений (12) и (8) следует краевая задача для безразмерного электрического потенциала:

- с уравнением

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} = -\gamma \cdot L^2 \cdot \left(\frac{1}{2} (\tilde{\mu}^+(z))^{3/2} + \frac{1}{2} (\tilde{\mu}^-(z))^{3/2} - 1 \right),$$

$$z \in (0, 1), \quad \gamma = \frac{4\pi \cdot n_-}{\chi \cdot \varepsilon_F}, \quad (21)$$

- и граничным условием

$$\frac{d\psi}{dz} \Big|_{z=0} = \frac{d\psi}{dz} \Big|_{z=1} = -A \cdot L,$$

$$A = \frac{E}{\chi \cdot \varepsilon_F}, \quad \gamma = \frac{4\pi \cdot n_-}{\chi \cdot \varepsilon_F} > 0. \quad (22)$$

Таким образом, в безразмерных переменных исходные уравнения имеют вид системы (18)–(22). В общем случае точного аналитического решения этой системы не известно. Однако численное решение не представляет большого труда, однако для него необходимо зафиксировать значения нескольких параметров. Воспользуемся данными, приведенными для конкретной реализации полупроводника и акцептора в работе [6]:

$$m = 2, \quad n_- = 3 \cdot 10^{-4}, \quad \varepsilon_{\text{ex}} = 5, \quad g = 2 \quad (23)$$

для задачи в отсутствие внешнего электрического поля и

$$m = 2, \quad \varepsilon_{\text{ex}} = 5, \quad \chi = 5, \quad (24)$$

$$g = 2, \quad n_- = 3 \cdot 10^{-4}, \quad E = 0.01$$

при его наличии. Приведенная в (23) и (24) плотность ионов марганца в атомных единицах соответствуют плотности $2 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ в обычных единицах.

4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В ОТСУТСТВИЕ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В отсутствие электрического поля нет причин возникновения пространственной неоднородности, поскольку решение не зависит от координаты z и задача упрощается и сводится к определению величины Δ из системы уравнений:

$$(\phi_0 + a)^{3/2} + (\phi_0 - a)^{3/2} = 2, \quad (25)$$

$$a = \delta \cdot S(\Delta), \quad S(\Delta) = \tanh[\beta \cdot \Delta], \quad (26)$$

$$\beta = \varepsilon_{\text{ex}} \cdot n_- / \Theta,$$

$$2 \cdot \Delta = (\phi_0 + a)^{3/2} - (\phi_0 - a)^{3/2}. \quad (27)$$

Уравнение (25) имеет единственное решение $\phi_0 = \phi_0(a)$ только при $a \in [-2^{-1/3}, 2^{-1/3}]$. При этом $\phi_0(a)$ является четной функцией параметра a и $\phi_0(0) = 1$, $\phi_0(2^{-1/3}) = 2^{-1/3}$. В области $a \in [0, 2^{-1/3}]$ хорошей аппроксимацией (с точностью до 3% на правом конце сегмента) решения $\phi_0(a)$ является функция $\phi_0(a) \approx 1 - (1/4) \cdot a^2 - (1/16) \cdot a^4$. В области $a \in [0, 0.25]$ точность аппроксимации выше 1%.

Подстановка точного решения $\phi_0(a)$ в равенство (27) приводит с учетом равенств (26) к трансцендентному уравнению

$$\Delta = \left(\frac{3}{2} (\phi_0(a))^2 + \frac{1}{2} a^2 \right) \cdot a. \quad (28)$$

Уравнение (28) всегда имеет тривиальное решение $\Delta = 0$, не приводящее к намагниченности пленки, поэтому в дальнейшем мы будем говорить лишь о нетривиальном решении.

Аппроксимация уравнения (28) с помощью $\phi_0(a) \approx 1 - (1/4) \cdot a^2 - (1/16) \cdot a^4$ с точностью до 0.1% при $\delta \in [0, 0.25]$ имеет вид трансцендентного уравнения относительно Δ :

$$\Delta = (3/2) \cdot \delta \cdot \tanh[\Delta \cdot b/T] \times$$

$$\times (1 - (1/6) \cdot (\delta \cdot \tanh[\Delta \cdot b/T])^2), \quad b = \beta \cdot T. \quad (29)$$

Численное решение $\Delta(T)$ уравнения (29) — зависимость величины Δ от температуры T — при значении параметров (23) позволяет, согласно формулам (10), (13), (18), получить кривую намагничивания (рис. 2)

$$\text{Magn}(T) = n_- \cdot (5 \tanh[\varepsilon_{\text{ex}} \cdot n_- \cdot \Delta(T)/(k \cdot T)] + \Delta(T)). \quad (30)$$

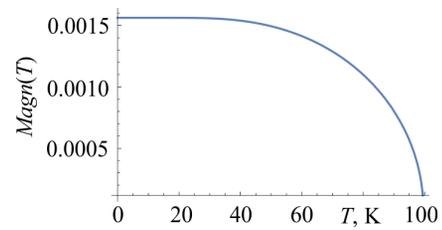


Рис. 2. Температурная кривая намагниченности (30) однородной пленки

Верхняя температурная граница

$$T_C = (3/2) \cdot \delta \cdot b \quad (30a)$$

определяется максимальным значением параметра T , при котором существует отличное от нуля решение уравнения (29).

Согласно формуле (13) при нулевой температуре, разность плотностей неподвижных ионов марганца с разнонаправленными спинами $n_-^{5/2} - n_-^{-5/2} = n_-$, а аналогичная величина для подвижных дырок $n_+^{1/2} - n_+^{-1/2} = n_- \cdot \Delta$. И если $\Delta < 0.5$, то можно считать, что меньшая разность плотностей подвижных дырок «управляет» большей разностью плотностей ионов с разным направлением спина.

Тестирование условия применимости асимптотической формулы для полилогарифма для параметров (22) показывает, что при температурах $T \leq T_C$ $\min\{\mu^+, \mu^-\}/\Theta > 33$, т. е. требование (16a) однопроцентной точности выполняется.

Можно показать, что величина свободной энергии (1) для решения уравнения (29) $\Delta \neq 0$ оказывается меньше, чем для решения $\Delta = 0$. Поэтому физики говорят об энергетически выгодном состоянии с ненулевой намагниченностью.

Заметим, что формально существование решения $\Delta \neq 0$ возможно лишь при условии $\delta < 2^{-1/3} \approx 0.794$. Однако при приближении параметра $\delta = \varepsilon_{\text{ex}} \cdot n_- / \varepsilon_F$ к этому предельному значению перестает выполняться принятое нами условие (16a) применимости асимптотического приближения (16) для полилогарифма. И этот случай требует отдельного рассмотрения.

5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРИ НАЛИЧИИ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Незначительность отличия (не более 5%) решений нелинейной задачи (21)–(22) с учетом и без учета величины a в правой части уравнения (21) позволяет в первом приближении определить электрический потенциал $\psi(z)$ как решение уравнения

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} = -\gamma \cdot L^2 \cdot (q1(z) - 1), \quad (31)$$

$$z \in (0, 1), \quad q1(z) = (1 - \psi(z))^{3/2}$$

с граничными условиями (22). Распределение потенциала (31) (рис. 3) отражает неравномерное распределение подвижных дырок, несущих положительный заряд: под влиянием электрического поля положительный заряд будет иметь максимальную плотность вблизи плоскости $z = 1$. Это решение не зависит от разности плотностей дырок с противоположными направлениями спинов $\Delta(z)$.

С увеличением толщины пленки существенные изменения потенциала происходят внутри все более узкой области пленки вблизи границ.

Введем обозначения

$$n_+^{1/2}(z) + n_+^{-1/2}(z) = q(z) \cdot n_-, \quad (32)$$

$$n_+^{1/2}(z) - n_+^{-1/2}(z) = \Delta(z) \cdot n_-.$$

Точная связь между величинами $q(z)$ и $\Delta(z)$ определяется соотношениями:

$$q(z) = (1/2) \cdot (1 - \psi(z) + a)^{3/2} + (1/2) \cdot (1 - \psi(z) - a)^{3/2},$$

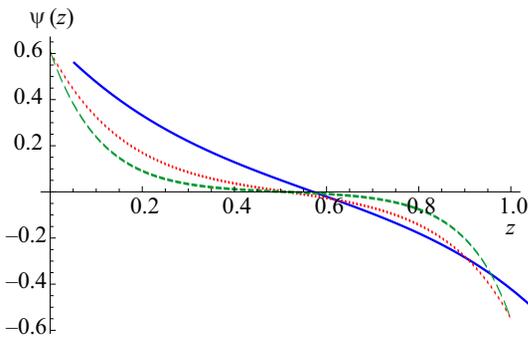


Рис. 3. Решение нелинейной задачи (31) с граничными условиями (22) при толщине пленки L : сплошная линия $L = 10$, точечная линия $L = 20$, пунктирная линия $L = 30$

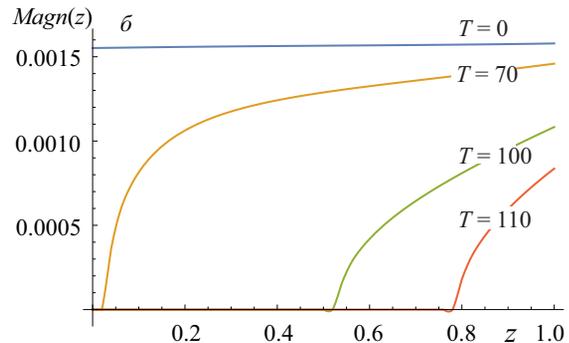
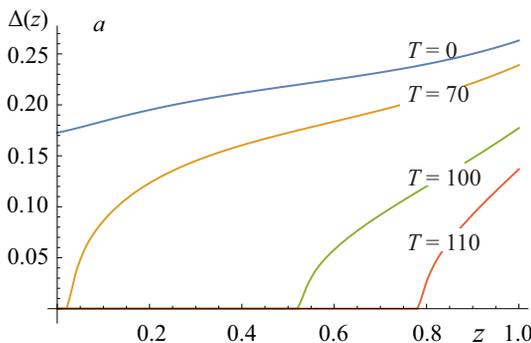


Рис. 4. a — зависимость $\Delta(z)$ и b — плотность намагниченности при четырех различных температурах T , К и внешнем электрическом поле $E = 0.01$

$$a = \delta \cdot \tanh[\beta \cdot \Delta(z)], \quad (33)$$

$$\Delta(z) = \{((3/2) \cdot (1 - \psi(z))^2 + (1/2) \cdot a^2) \cdot a/q(z)\},$$

которые являются следствием равенств (17)–(19). Использование приближения

$$q(z) \approx q1(z) = (1 - \psi(z))^{3/2} \quad (34)$$

означает, что самосогласованное поле определяется суммарным распределением заряда дырок $q1(z)$ без учета направления спина, а разность плотностей дырок с разным направлением спина является результатом слабого изменения химического потенциала для дырок с различным направлением спина.

Сравнение величин $\Delta(z)$ и $q(z)$ показывает, что разность плотностей дырок с разным направлением спина при $T = 0$ составляет примерно 1/10 от суммарной плотности дырок по толщине пленки. С увеличением температуры в приближении (32) распределение дырок с обеими ориентациями спинов не меняется, однако зависимость $\Delta(z)$ изменяется существенно.

Кривые распределения $\Delta(z)$ по толщине пленки, приведенные на рис. 4, a , определяют численным (не нулевым) решением трансцендентного уравнения (33) в предположении (34).

Если в пространственно-однородном случае (без электрического поля) температура Кюри определялась равенством (30) для любой точки рассматриваемой пленки, то при наличии электрического поля возникает неоднородность спонтанного намагничивания по толщине: в каждом сечении $z_0 \in [0, 1]$ по толщине существует своя величина критической температуры

$$T_{cr}(z_0) = (3/2) \cdot \delta \cdot b \cdot (1 - \psi(z_0))^{1/2}. \quad (35)$$

Формула (35) переходит в формулу (30) при исчезновении электрического поля.

Заметим, что в отсутствие электрического поля для пленки с теми же значениями параметров спонтанная намагниченность перестает существовать при температуре 99.6 К. Следовательно, наличие электрического поля влияет на температуру Кюри через пространственно неоднородное изменение плотности подвижных дырок. Поскольку электрическое поле направлено вдоль оси z , то положительно заряженные дырки имеют большую концентрацию около правой границы $z = 1$. Поэтому и невозможно спонтанной намагниченности вблизи этой границы наступает при большей температуре, чем в области границы $z = 0$, где концентрация дырок мала. Расчеты показывают,

что при рассматриваемом наборе параметров условие (16a) применимости асимптотической формулы (16) для полилогарифма выполняется вплоть до 147 К.

Результаты вычислений плотности намагниченности пленки по формуле (10) при различных температурах приведены на рис. 4, б.

Слабая зависимость намагниченности от координаты z при нулевой температуре определяется за счет более значимого распределения намагниченности ионов марганца.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С увеличением температуры пространственное распределение разности плотностей дырок проявляется и в распределении разности плотностей ионов марганца. Таким образом, изменение величины электрического поля позволяет изменять пространственное распределение намагниченности по толщине пленки и, как следствие, изменять температуры Кюри для средней намагниченности пленки.

Приведенные в данной статье параметры для расчетов (23)–(24) взяты из теоретической работы [6], в которой не приведена связь с конкретным экспериментом. Поэтому данные вычисления демонстрируют только возможности использования данной модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jungwirth T., Atkinson W. A., Lee B. H., MacDonald A. H. // Phys. Rev. B. 1999. **59**, N 15. P. 9818.
2. Ohno H., Chiba D., Matsukura F. et al. // Nature. 2000. **408**. P. 944.
3. Dietl T., Ohno H., Matsukura F. // Phys. Rev. B. **63**. 195205.
4. Jungwirth T., Konig J., Sinova J. et al. // Phys. Rev. B. 2002. **66**. 012402.
5. Matsukura F., Tokura Y., Ohno H. // Nature nanotechnology. 2015. **10**, N 3. P. 209.
6. Кожушнер М. А., Лидский Б. Л., Посвянский В. С., Трахтенберг Л. И. // ЖЭТФ. 2016. **150**, № 6. С. 1227.
7. Kozhushner M. A., Lidskii B. V., Oleynik I. I. et al. // J. Phys. Chem. 2015. **119**. 16286.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. 5, часть 1. М.: Наука, 1976.
9. Королева О. Н., Мажукин А. В., Мажукин В. И., Бреславский П. В. // Математическое моделирование. 2016. **28**, № 11. С. 55.
10. Калиткин Н. Н., Кузьмина Л. В. // ЖВМиМФ. 1975. **15**, № 3, С. 768.
11. Калиткин Н. Н., Ритус И. В. // ЖВМиМФ. 1986. **26**, № 3. С. 461. (Kalitkin N. N., Ritus I. V. // USSR Computational Math. and Math. Phys. 1986. **26**, N 2. P. 87.
12. Bednarczyk D., Bednarczyk J. // Phys. Lett. 1978, **64A**, N 4.
13. Van Halen P., Pulfrey D. L. // J. of Appl. Phys. 1985. **57**. P. 5271.
14. Lether F. G. // J. Sci. Comput. 2001. **16**. P. 69.
15. Geroni T. M., Frankel N. E., Glasser M. L. // J. Math. Phys. 2001. **42**, N 4. P. 1860.
16. Maslov V. P. // Math. Notes. 2017. **102**, № 6. P. 824.
17. Maslov V. P. // Russian J. Math. Phys. 2017. **24**, № 3. P. 354.
18. Maslov V. P. // Math. Notes. 2013. **94**, № 5. P. 722.
19. Maslov V. P. // Russian J. Math. Phys. 2017. **24**, № 4. P. 494.
20. Maslov V. P. Functional Analysis and Its Applications. 2003. **37**, N 2. P. 94.

The Spatial Distribution of Magnetization in a Ferromagnetic Semiconductor Thin Film

V. M. Chetverikov

Department of Applied Mathematics MIEM NRU HSE. Moscow 101000, Russia.

E-mail: vchetverikov@hse.ru.

A model for the description of the distribution of magnetization across the thickness of a ferromagnetic semiconductor film is considered. Applying a constant electric field perpendicular to the film surface makes it possible to change the Curie temperature. The obtained formulas determine the dependence that this distribution has on the values of the physical parameters of the film.

Keywords: Fermi energy, Curie temperature, exchange interaction, polylogarithm.

PACS: 05.70 FH.

Received 12 March 2018

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2018. **73**, No. 6. Pp. 592–598.

Сведения об авторе

Четвериков Виктор Михайлович — профессор; e-mail: vchetverikov@hse.ru.