

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Совместное рождение хиггс-бозона и тяжелой фермионной пары в e^-e^+ -столкновениях

С. К. Абдуллаев,^a М. Ш. Годжаев^b

Бакинский государственный университет, физический факультет, кафедра теоретической физики.
Азербайджан, AZ 1148, Баку, ул. Академика З. Халилова, 23.

Поступила в редакцию 08.08.2018, после доработки 13.08.2018, принята к публикации 20.08.2018.

В настоящей статье приводятся результаты исследований процесса совместного рождения хиггс-бозона и тяжелой фермионной пары в произвольно поляризованных электрон-позитронных столкновениях: $e^-e^+ \rightarrow H_{SM}f\bar{f}$, $e^-e^+ \rightarrow Hf\bar{f}$, $e^-e^+ \rightarrow hf\bar{f}$ и $e^-e^+ \rightarrow Aff$. Получены аналитические выражения для дифференциальных сечений процессов, исследованы особенности поведения сечений, угловых и спиновых асимметрий в зависимости от энергий и углов вылета частиц.

Ключевые слова: Стандартная модель, хиггс-бозон, минимальная суперсимметричная Стандартная модель, спиральность, тяжелая фермионная пара.

УДК: 539.12 PACS: 12.15.-y, 12.60.-i, 13.66.Fg, 14.70.Hp, 14.80.Vn.

ВВЕДЕНИЕ

Стандартная модель (СМ), основанная на калибровочной теории с группой симметрии $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$, удовлетворительно описывает физику сильных, электромагнитных и слабых взаимодействий между лептонами и кварками [1–6]. В физике элементарных частиц пока не наблюдалось ни одного эксперимента, результаты которого не согласуются со СМ. Недавно открыт недостающий кирпичик в здании СМ. Это скалярный хиггс-бозон, открытый коллаборациями ATLAS и CMS [7, 8] (см. также обзоры [9–13]) в Большом адронном коллайдере (БАК, Large Hadron Collider – LHC) в ЦЕРНе. Открытием хиггс-бозона экспериментально подтвердился теоретически предсказанный механизм генерации масс фундаментальных частиц – механизм спонтанного нарушения симметрии Браута–Энглера–Хиггса [14–17].

В первых же экспериментах, проводимых в БАК, установлены основные свойства этой частицы. Хиггс-бозон – это скалярная частица со спином нуль, положительной четностью, отличным от нуля вакуумным значением, массой около 125 ГэВ, взаимодействующая с W^\pm - и Z^0 -бозонами с константой, пропорциональной их массам. С открытием хиггс-бозона H_{SM} СМ вступила в новый этап по исследованию свойств фундаментальных взаимодействий элементарных частиц. Точное измерение всех констант связи этой частицы с фундаментальными фермионами может быть аргументом в пользу или в противовес тому, что она является в действительности хиггс-бозоном СМ. В связи с этим интерес к различным каналам рождения и распада хиггс-бозона сильно возрос [2, 18–33].

Наряду с СМ в литературе широко обсуждается и минимальная суперсимметричная Стандартная модель (МССМ) [4, 21, 22, 34–36]. Здесь вводятся два дублета скалярного поля с противоположными гиперзарядами, -1 и $+1$:

$$\varphi_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}, \quad \varphi_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}.$$

Чтобы получить физические поля хиггс-бозонов, φ_1 и φ_2 записываются в виде

$$\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_1 + H_1^0 + iP_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix},$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} H_2^+ \\ v_2 + H_2^0 + iP_2^0 \end{pmatrix}.$$

Здесь H_1^0 , P_1^0 , H_2^0 и P_2^0 – вещественные поля, описывающие возбуждения системы относительно вакуумных состояний $\langle \varphi_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}v_1$ и $\langle \varphi_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}v_2$.

CP-четные хиггс-бозоны h и H получаются смешиванием полей H_1^0 и H_2^0 (угол смешивания α):

$$\begin{pmatrix} H \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_2^0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично смешиваются поля P_1^0 и P_2^0 (H_1^\pm и H_2^\pm):

$$\begin{pmatrix} G^0 \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1^0 \\ P_2^0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_1^\pm \\ H_2^\pm \end{pmatrix},$$

где G^0 и G^\pm – нейтральный и заряженные голдстоновские бозоны, A – CP-нечетный и H^\pm – заряженные хиггс-бозоны, β – угол смешивания полей.

Таким образом, после спонтанного нарушения МССМ появляются пять хиггсовских частиц ([34] и ссылки в ней): CP-четные h - и H -бозоны, CP-нечетный A -бозон и заряженные H^+ - и H^- -бозоны.

Отметим, что хиггсовский сектор МССМ характеризуется шестью параметрами M_h , M_H , M_A , M_{H^\pm} , β и α . Из них только два параметра являются свободными, такими параметрами обычно берут $\text{tg } \beta$ и M_A . Параметр $\text{tg } \beta$ равен отношению вакуумных значений хиггсовских бозонов H_2^0 и H_1^0 : $\text{tg } \beta = \frac{v_2}{v_1}$, и он изменяется в пределах $1 \leq \text{tg } \beta \leq \frac{m_t}{m_b} = 35.5$, где $m_t = 173.1$ ГэВ и $m_b = 4.88$ ГэВ масса t - и b -кварков.

Обнаружение аналогов бозона Хиггса H , h , A , H^+ , H^- и определение их физических характеристик являются основными задачами БАК и будущих высокоэнергетических электрон-позитронных коллайдеров.

^a E-mail: sabdullayev@bsu.edu.az

^b E-mail: m_qocayev@mail.ru

Столкновения электронов и позитронов при высоких энергиях являются эффективным методом изучения механизмов взаимодействия элементарных частиц. Это обусловлено главным образом следующими двумя обстоятельствами. Во-первых, взаимодействие электронов и позитронов описывается СМ, поэтому полученные результаты хорошо интерпретируемы. Во-вторых, поскольку электроны и позитроны не участвуют в сильных взаимодействиях, существенно улучшаются фоновые условия экспериментов по сравнению с исследованиями, проводимыми с адронными пучками. Последнее обстоятельство является особенно существенным при изучении процессов с малыми сечениями. Отметим лишь, что эксперименты, проводимые с электрон-позитронными пучками в ускорительных центрах LEP и SLC вплоть до энергий $\sqrt{s} = 209$ ГэВ в системе центра масс, играли существенную роль для прецизионной проверки СМ [2, 3].

В настоящее время уже запроектировано строительство нового поколения электрон-позитронных коллайдеров ILC (International Linear Collider), CLIC (Compact Linear Collider), FCC (Future Circular Collider), CEPС (Circular Electron Positron Collider) [26, 37]. Эти коллайдеры в будущем позволят изучать физические свойства стандартного хиггс-бозона, а также аналогов бозона Хиггса, которые имеют место в МССМ.

В недавних работах [19, 30] нами исследованы процессы рождения хиггс-бозона и легкой фермионной пары в произвольно поляризованных электрон-позитронных столкновениях. В настоящей работе обсуждаются процессы совместного рождения стандартного хиггс-бозона H_{SM} (или аналогов бозона Хиггса, предсказываемых МССМ, H , h , A) и тяжелой фермионной пары при аннигиляции произвольно поляризованной электрон-позитронной пары:

$$\begin{aligned} e^- + e^+ &\rightarrow H_{SM} + f + \bar{f}, \\ e^- + e^+ &\rightarrow H + f + \bar{f}, \\ e^- + e^+ &\rightarrow h + f + \bar{f}, \\ e^- + e^+ &\rightarrow A + f + \bar{f}, \end{aligned}$$

где $f\bar{f}$ может быть лептонной парой $\tau^-\tau^+$ или $b\bar{b}$, $t\bar{t}$ -кварковой парой. Вычислены дифференциальные и интегральные сечения указанных процессов, изучены зависимости сечений, угловых и спиновых асимметрий от энергий и углов вылета частиц. Обсуждается возможность измерения константы взаимодействия $g_{H_{SM}tt}$, что очень важно для проверки хиггсовского сектора СМ.

1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ РЕАКЦИИ

$$e^-e^+ \rightarrow H_{SM}f\bar{f}$$

Мы предполагаем, что в электрон-позитронных столкновениях тяжелая фермионная пара рождается за счет электромагнитного механизма, а затем фермионом и антифермионом тормозно излучается хиггс-бозон H_{SM} (см. рис. 1, где иллюстрируются диаграммы Фейнмана, в скобках записаны 4-импульсы частиц). Отметим, что данная реакция может происходить и за счет слабого механизма $e^- + e^+ \rightarrow (Z^*) \rightarrow H_{SM} + f + \bar{f}$. Однако формулы сечений такого механизма очень громоздки, поэтому такой механизм здесь не рассматривается.

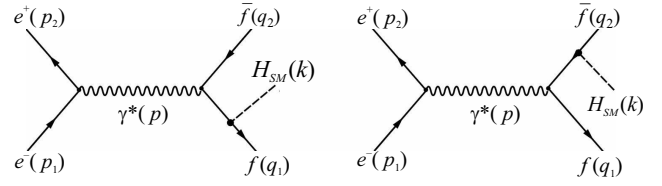


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана процесса $e^-e^+ \rightarrow H_{SM}f\bar{f}$

Приведенным на рис. 1 диаграммам Фейнмана соответствует следующий матричный элемент:

$$M_{i \rightarrow f} = \frac{e^2 Q_f}{s} g_{H_{SM}f\bar{f}} \cdot \ell_\mu \cdot J_\mu, \quad (1)$$

где

$$\ell_\mu = \bar{v}(p_2) \gamma_\mu u(p_1), \quad (2)$$

$$J_\mu = \bar{u}_f(q_1) \left[\frac{\hat{q}_1 + \hat{k} + m_f}{(q_1 + k)^2 - m_f^2} \gamma_\mu - \gamma_\mu \frac{\hat{q}_2 + \hat{k} - m_f}{(q_2 + k)^2 - m_f^2} \right] v_f(q_2) \quad (3)$$

— электромагнитные токи лептонов и фермионов; $s = p^2 = (p_1 + p_2)^2$ — квадрат суммарной энергии электрона и позитрона в системе центра масс, m_f и Q_f — масса и электрический заряд фермиона, $g_{H_{SM}f\bar{f}}$ — константа взаимодействия хиггс-бозона с фермионной парой. Согласно СМ эта константа пропорциональна массе фермиона

$$g_{H_{SM}f\bar{f}} = \frac{m_f}{\eta} = m_f [\sqrt{2}G_F]^{1/2}.$$

Здесь $\eta = 246$ ГэВ — вакуумное значение хиггс-бозонного поля, G_F — фермиевская константа слабых взаимодействий.

Квадрат матричного элемента (1) выражается формулой

$$|M_{i \rightarrow f}|^2 = \frac{e^4 Q_f^2}{s^2} g_{H_{SM}f\bar{f}}^2 L_{\mu\nu} H_{\mu\nu}.$$

Здесь $L_{\mu\nu}$ и $H_{\mu\nu}$ — сохраняющиеся лептонный и фермионный тензоры

$$L_{\mu\nu} p_\mu = L_{\mu\nu} p_\nu = H_{\mu\nu} p_\mu = H_{\mu\nu} p_\nu = 0.$$

Вследствие этого в системе центра масс вклад в сечение дают только пространственные компоненты этих тензоров:

$$L_{\mu\nu} H_{\mu\nu} = L_{mr} H_{mr} \quad (m, r = 1, 2, 3).$$

Тензор L_{mr} легко вычисляется на основе матричного элемента (2) и в случае аннигиляции произвольно поляризованной e^-e^+ -пары имеет следующую структуру [38, 39]:

$$L_{mr} = \ell_m \ell_r^* = 2s [(1 - \lambda_1 \lambda_2) L_{mr}^{(1)} + L_{mr}^{(2)} + (\lambda_2 - \lambda_1) L_{mr}^{(3)}],$$

где

$$L_{mr}^{(1)} = \delta_{mr} - N_m N_r,$$

$$L_{mr}^{(2)} = \eta_{1m} \eta_{2r} + \eta_{1r} \eta_{2m} - (\boldsymbol{\eta}_1 \boldsymbol{\eta}_2) (\delta_{mr} - N_m N_r),$$

$$L_{mr}^{(3)} = i \varepsilon_{mrs} N_s,$$

λ_1 и λ_2 (η_1 и η_2) — спиральности (поперечные компоненты спиновых векторов) электрона и позитрона, \mathbf{N} — единичный вектор, направленный по импульсу электрона.

Что касается фермионного тензора H_{mr} , то отметим, что в общем случае он имеет громоздкий вид и поэтому здесь не приводится. Однако при высоких энергиях сталкивающихся частиц ($\sqrt{s} \geq 1$ ТэВ) отношением $\frac{m_f^2}{s}$ можно пренебречь по сравнению с единицей (например, для самого тяжелого t -кварка с массой 173.1 ГэВ при $\sqrt{s} = 1$ ТэВ это отношение составляет $(\frac{173.1}{10^3})^2 = 0.03 \ll 1$). Тогда, пренебрегая членами, пропорциональными $\frac{m_f^2}{s}$ и $\frac{M_H^2}{s}$, для фермионного тензора имеем простое выражение (фермионы поляризованы продольно):

$$\begin{aligned} H_{mr} &= (1 + h_1 h_2) H_{mr}^{(s)} + (h_1 + h_2) H_{mr}^{(a)}, \\ H_{mr}^{(s)} &= \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} (\delta_{mr} - n_m n_r), \\ H_{mr}^{(a)} &= -\frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} i \varepsilon_{mrq} n_q. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь h_1 и h_2 — спиральности фермиона и антифермиона, $x_1 = \frac{2E_1}{\sqrt{s}}$, $x_2 = \frac{2E_2}{\sqrt{s}}$ и $x_H = \frac{2E_H}{\sqrt{s}}$ — скейлинговые энергии фермиона, антифермиона и хиггс-бозона соответственно, \mathbf{n} — единичный вектор, направленный по импульсу хиггс-бозона.

Введем так называемые корреляционные функции σ_a ($a = 1 \div 9$) посредством соотношений

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= H_{11}^{(s)} + H_{22}^{(s)}, & \sigma_2 &= \frac{1}{2} (H_{22}^{(s)} - H_{11}^{(s)}), \\ \sigma_3 &= H_{33}^{(s)}, & \sigma_4 &= -\frac{1}{2} (H_{13}^{(s)} + H_{31}^{(s)}), \\ \sigma_5 &= -\frac{1}{2} (H_{23}^{(s)} + H_{32}^{(s)}), & \sigma_6 &= -\frac{1}{2} (H_{12}^{(s)} + H_{21}^{(s)}), \\ \sigma_7 &= i (H_{12}^{(a)} - H_{21}^{(a)}), & \sigma_8 &= \frac{i}{2} (H_{23}^{(a)} - H_{32}^{(a)}), \\ \sigma_9 &= \frac{i}{2} (H_{31}^{(a)} - H_{13}^{(a)}). \end{aligned}$$

Тогда произведение лептонного и фермионного тензоров может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} L_{mr} \cdot H_{mr} &= (1 + h_1 h_2) \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{2} (L_{11} + L_{22}) \cdot \sigma_1 + (L_{22} - L_{11}) \cdot \sigma_2 + L_{33} \cdot \sigma_3 + \right. \\ &(L_{13} + L_{31}) \cdot \sigma_4 - (L_{23} + L_{32}) \cdot \sigma_5 - (L_{12} + L_{21}) \cdot \sigma_6 \left. \right\} - \\ &- (h_1 + h_2) \left\{ -\frac{i}{2} (L_{12} - L_{21}) \cdot \sigma_7 - i (L_{23} - L_{32}) \cdot \sigma_8 - \right. \\ &\left. - i (L_{31} - L_{13}) \cdot \sigma_9 \right\}. \end{aligned}$$

Воспользуемся системой координат, в которой плоскость OXZ совпадает с плоскостью рождения частиц $\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 + \mathbf{k} = 0$ и введем углы θ , χ и φ , где θ — полярный угол между осью Z и направлением электронного пучка, χ — азимутальный угол между плоскостью рождения и плоскостью, определяемой осью Z и пучком e^- , φ — азимутальный угол между плоскостями

рождения и поперечной поляризации электрона. В этой системе компоненты векторов \mathbf{N} , η_1 и η_2 определяются следующими выражениями (здесь учтено, что электроны и позитроны, движущиеся в накопительных кольцах приобретают противоположные поперечные поляризации):

$$\begin{aligned} \mathbf{N} &= (\sin \theta \cdot \cos \chi, \sin \theta \cdot \sin \chi, \cos \theta), \\ \eta_1 = -\eta_2 &= (-\sin \theta \sin \chi \cos \varphi - \cos \chi \sin \varphi, \\ &\cos \theta \sin \theta \cos \varphi - \cos \chi \sin \varphi, \sin \theta \cos \varphi). \end{aligned}$$

Пользуясь компонентами этих векторов, для дифференциального сечения реакции $e^- + e^+ \rightarrow (\gamma^*) \rightarrow \rightarrow H_{SM} + f + \bar{f}$ получено выражение

$$\begin{aligned} \frac{d^5 \sigma}{d\chi d\varphi d(\cos \theta) dx_1 dx_2} &= \\ &= \frac{\alpha_{\text{KED}}^2 Q_f^2 N_C}{256 \pi^3 s} g_{H_{SM}ff}^2 \{ (1 + h_1 h_2) [(1 - \lambda_1 \lambda_2) \sigma_A + \\ &+ \eta_1 \eta_2 (\cos 2\varphi \cdot \sigma_B - \sin 2\varphi \cdot \sigma_C)] + \\ &+ (\lambda_1 - \lambda_2) (h_1 + h_2) \sigma_D \}. \end{aligned} \quad (5)$$

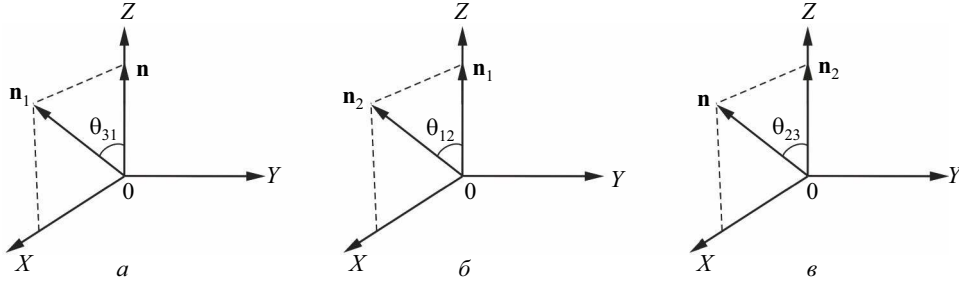
Здесь N_C — цветовой множитель (в случае рождения лептонной пары $N_C = 1$, а в случае рождения кварковой пары $N_C = 3$) и введены функции

$$\begin{aligned} \sigma_A &= \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) \sigma_1 + \\ &+ \sin^2 \theta (\cos 2\chi \cdot \sigma_2 + \sigma_3 + \sin 2\chi \cdot \sigma_4) + \\ &+ \sin 2\theta (\sin \chi \cdot \sigma_5 + \cos \chi \cdot \sigma_6); \\ \sigma_B &= \sin^2 \theta \left(\frac{1}{2} \sigma_1 - \sigma_3 \right) + \\ &+ (1 + \cos^2 \theta) (\cos 2\chi \cdot \sigma_2 + \sin 2\chi \cdot \sigma_4) - \\ &- \sin 2\theta (\sin \chi \cdot \sigma_5 - \cos \chi \cdot \sigma_6); \\ \sigma_C &= 2 \cos \theta (\sin 2\chi \cdot \sigma_2 - \cos 2\chi \cdot \sigma_4) + \\ &+ 2 \sin \theta (\cos \chi \cdot \sigma_5 - \sin \chi \cdot \sigma_6); \\ \sigma_D &= \cos \theta \cdot \sigma_7 + 2 \sin \theta (\cos \chi \cdot \sigma_8 + \sin \chi \cdot \sigma_9). \end{aligned} \quad (6)$$

2. УГЛОВЫЕ И СПИНОВЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В ПРОЦЕССЕ $e^- e^+ \rightarrow H_{SM} \bar{f}$

Корреляционные функции σ_a ($a = 1 \div 9$), входящие в (6), зависят от скейлинговых энергий x_1 и x_2 ($x_H = 2 - x_1 - x_2$), и они легко определяются на основе фермионного тензора (4):

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} (2 - n_x^2), \\ \sigma_2 &= \frac{x_H^2}{4(1-x_1)(1-x_2)} n_x^2, \\ \sigma_3 &= \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} (1 - n_z^2), \\ \sigma_4 &= \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} \cdot n_x n_z, \\ \sigma_7 &= \frac{x_H^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \cdot n_z, \\ \sigma_8 &= \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} \cdot n_x, \\ \sigma_5 &= \sigma_6 = \sigma_9 = 0. \end{aligned}$$

Рис. 2. Координатные системы **Ia**, **IIa** и **IIIb**

Как видно, из-за ортогональности оси Y к плоскости рождения частиц корреляционные функции σ_5 , σ_6 и σ_9 обращаются в нуль.

При условии $\frac{M_H^2}{s} \ll 1$ и $\frac{m_f^2}{s} \ll 1$ распределение частиц в диаграмме Далитца определяется законами сохранения энергии и импульса:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_H &= 2, \\ x_1 \mathbf{n}_1 + x_2 \mathbf{n}_2 + x_H \mathbf{n} &= 0. \end{aligned}$$

Границы разрешенной области определяются уравнениями

$$x_k = |x_i \pm x_j| \quad (i \neq j \neq k).$$

Прямые $x_1 = x_2$, $x_1 = x_H$ и $x_2 = x_H$ разделяют диаграмму Далитца на шесть различных областей. В области $(i; j)$ скейлинговые энергии частиц x_i и x_j удовлетворяют условиям

$$x_i \geq x_j \geq x_k \quad (i \neq j \neq k).$$

Мы можем направить ось Z вдоль самой энергичной частицы и выбрать ось X так, чтобы проекция импульса на ось x второй более энергичной частицы стала положительной. Тогда получают следующие области диаграммы Далитца.

Ia(3; 1). Ось Z направлена вдоль импульса более энергичного хиггс-бозона, а импульс второго энергичного фермиона обладает положительной x -проекцией (рис. 2, a):

$$\mathbf{n} = (0, 0, 1), \quad \mathbf{n}_1 = (s_{31}, 0, c_{31}), \quad \mathbf{n}_2 = (-s_{32}, 0, c_{32}).$$

Аналогично имеем нижеприведенные области:

$$\mathbf{Ib}(3; 2): \quad \mathbf{n} = (0, 0, 1), \quad \mathbf{n}_1 = (-s_{31}, 0, c_{31}), \\ \mathbf{n}_2 = (s_{32}, 0, c_{32}).$$

$$\mathbf{IIa}(1; 2): \quad \mathbf{n}_1 = (0, 0, 1), \quad \mathbf{n}_2 = (s_{12}, 0, c_{12}), \\ \mathbf{n} = (-s_{13}, 0, c_{13});$$

$$\mathbf{IIb}(1; 3): \quad \mathbf{n}_1 = (0, 0, 1), \quad \mathbf{n}_2 = (-s_{12}, 0, c_{12}), \\ \mathbf{n} = (s_{13}, 0, c_{13});$$

$$\mathbf{IIIa}(2; 1): \quad \mathbf{n}_2 = (0, 0, 1), \quad \mathbf{n}_1 = (s_{21}, 0, c_{21}), \\ \mathbf{n} = (-s_{23}, 0, c_{23});$$

$$\mathbf{IIIb}(2; 3): \quad \mathbf{n}_2 = (0, 0, 1), \quad \mathbf{n}_1 = (-s_{21}, 0, c_{21}), \\ \mathbf{n} = (s_{23}, 0, c_{23}).$$

Здесь приняты обозначения $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ и $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$, где θ_{ij} — угол между направлениями импульсов частиц i и j . Эти углы зависят от скейлинговых энергий частиц

$$\sin \theta_{ij} = \frac{2\sqrt{(1-x_1)(1-x_2)(1-x_H)}}{x_i x_j},$$

$$\cos \theta_{ij} = 1 - \frac{2(x_i + x_j - 1)}{x_i x_j}.$$

Пользуясь этими выражениями, можем легко определить корреляционные функции в каждой области диаграммы Далитца. Здесь приводим корреляционные функции в координатной системе **Ia** (**Ib**), где импульс более энергичного хиггс-бозона направлен по оси Z , а второй энергичный фермион (антифермион) в плоскости рождения обладает положительной проекцией импульса $q_{1x} > 0$ ($q_{2x} > 0$):

$$\begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_7 &= \frac{x_H^2}{(1-x_1)(1-x_2)} = \\ &= 2 + \frac{1-x_1}{1-x_2} + \frac{1-x_2}{1-x_1}, \end{aligned}$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_8 = 0.$$

Выражения корреляционных функций в других координатных системах приводятся в [Приложении](#).

Интегрируя сечение (5) по азимутальному углу φ , получим распределение частиц по углам θ и χ в случае продольно поляризованных электрон-позитронных и фермион-антифермионных пар:

$$\begin{aligned} \frac{d^4\sigma}{d\chi d(\cos\theta) dx_1 dx_2} &= \frac{\alpha_{\text{KED}}^2 Q_f^2 N_C}{256\pi^2 s} g_{H\text{SM}ff}^2 (\sigma_1 + 2\sigma_3) \times \\ &\times \left\{ (1+h_1 h_2)(1-\lambda_1 \lambda_2) [1 + \alpha_1 \cos^2 \theta + \right. \\ &+ \alpha_2 \sin^2 \theta \cos 2\chi + \alpha_4 \sin^2 \theta \sin 2\chi] + \\ &+ (h_1 + h_2)(\lambda_2 - \lambda_1) [\alpha_7 \cos \theta + \alpha_8 \sin \theta \cos \chi] \left. \right\}, \quad (7) \end{aligned}$$

где введены коэффициенты угловых распределений частиц:

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_1 - 2\sigma_3}{\sigma_1 + 2\sigma_3}, \quad \alpha_2 = \frac{2\sigma_2}{\sigma_1 + 2\sigma_3}, \quad \alpha_4 = \frac{2\sigma_4}{\sigma_1 + 2\sigma_3},$$

$$\alpha_7 = \frac{2\sigma_7}{\sigma_1 + 2\sigma_3}, \quad \alpha_8 = \frac{4\sigma_8}{\sigma_1 + 2\sigma_3}.$$

Из формулы дифференциального сечения (7) следует, что электрон и позитрон должны обладать противоположными спиральностями $\lambda_1 = -\lambda_2 = \pm 1$ (электрон левый, а позитрон правый — $e_L^- e_R^+$ или электрон правый, а позитрон левый — $e_R^- e_L^+$), в то время как спиральности фермиона и антифермиона должны быть одинаковыми — $h_1 = h_2 = \pm 1$ ($f_R \bar{f}_R$ или $f_L \bar{f}_L$). Интересно сравнить сечения процессов $e^- + e^+ \rightarrow q + \bar{q} + H_{\text{SM}}$ и $e^- + e^+ \rightarrow q + \bar{q} + g$, где g — глюон,

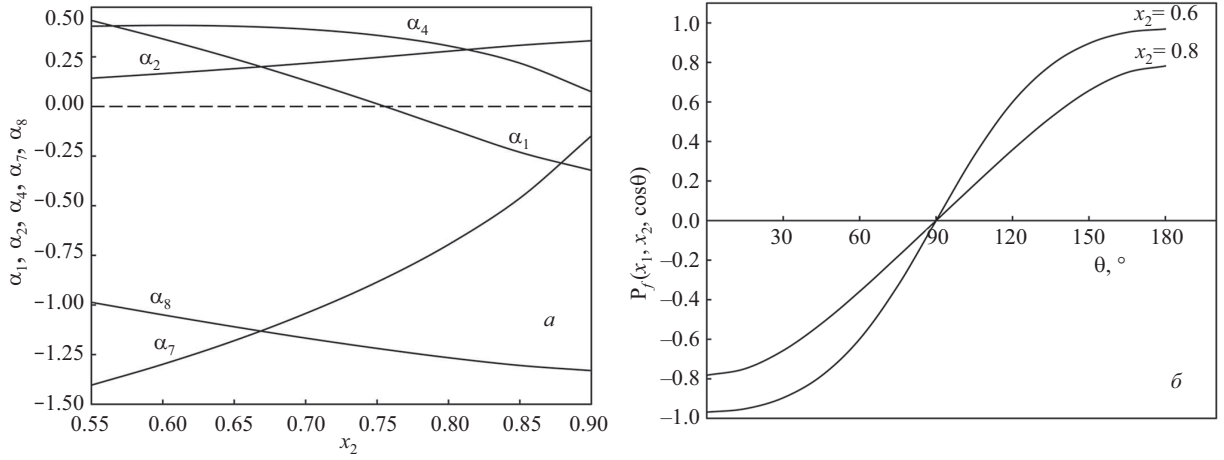


Рис. 3. Зависимости коэффициентов угловых распределений от x_2 при $x_1 = 0.9$ в реакции $e^-e^+ \rightarrow H_{SM}\tau^-\tau^+$ (а) и степени продольной поляризации τ^- -лептона от угла θ (б)

излученный кварком и антикварком. Расчеты показывают, что в процессе $e^- + e^+ \rightarrow q + \bar{q} + g$ кварк и антикварк должны обладать противоположными спиральностями ($q_L \bar{q}_R$ или $q_R \bar{q}_L$) [39]. В рассматриваемом здесь же процессе $e^- + e^+ \rightarrow q + \bar{q} + H_{SM}$ кварк и антикварк должны поляризоваться либо влево ($q_L \bar{q}_L$), либо вправо ($q_R \bar{q}_R$).

Проведем оценки коэффициентов угловых распределений α_i ($i = 1, 2, 4, 7, 8$) в координатной системе **IIa** (см. рис. 2, б). Пользуясь выражениями корреляционных функций, приведенных в Приложении, для этих коэффициентов имеем выражения:

$$\alpha_1 = \frac{3c_{13}^2 - 1}{3 - c_{13}^2}, \quad \alpha_2 = \frac{s_{13}^2}{3 - c_{13}^2}, \quad \alpha_4 = -\frac{2s_{13}c_{13}}{3 - c_{13}^2},$$

$$\alpha_7 = \frac{4c_{13}}{3 - c_{13}^2}, \quad \alpha_8 = -\frac{4s_{13}}{3 - c_{13}^2}.$$

На рис. 3, а представлена зависимость коэффициентов угловых распределений от переменной x_2 при фиксированной $x_1 = 0.9$ в процессе $e^- + e^+ \rightarrow H_{SM} + \tau^- + \tau^+$. Как видно, коэффициент α_1 в начале энергетического спектра положителен, с ростом x_2 монотонно уменьшается и обращается в нуль при $x_2 = 0.755$, а затем становится отрицательным и при $x_2 = 0.9$ принимает значение -0.322 . Коэффициенты α_2 и α_4 (α_7 и α_8) положительны (отрицательны) и с ростом переменной x_2 либо монотонно уменьшаются (α_4 и α_8), либо же увеличиваются (α_2 и α_7).

Усредняя (суммируя) сечение (7) по поляризационным состояниям позитрона (антифермиона) и интегрируя по углу χ , получим выражение:

$$\frac{d^3\sigma}{d(\cos\theta)dx_1dx_2} = \frac{\alpha_{\text{KED}}^2 Q_f^2 N_c}{128\pi s} g_{H_{SM}ff}^2 (\sigma_1 + 2\sigma_3) \times$$

$$\times [1 + \alpha_1(x_1, x_2) \cos^2\theta - h_1 \lambda_1 \alpha_7(x_1, x_2) \cos\theta].$$

Отсюда следует, что если электрон поляризован продольно, то в процессе $e^- + e^+ \rightarrow H_{SM} + f + \bar{f}$ фермион рождается продольно поляризованным. Степень продольной поляризации фермиона определяется стандартным образом:

$$P_f(x_1, x_2, \cos\theta) = -\lambda_1 \cdot \frac{\alpha_7(x_1, x_2) \cos\theta}{1 + \alpha_1(x_1, x_2) \cos^2\theta}. \quad (8)$$

Степень продольной поляризации (8) удобно исследовать в процессе $e^- + e^+ \rightarrow H_{SM} + \tau^- + \tau^+$, так как ширины распадов $\tau^- \rightarrow \pi^- + \nu_\tau$, $\tau^- \rightarrow K^- + \nu_\tau$, $\tau^- \rightarrow \rho^- + \nu_\tau$ чувствительны к поляризации τ^- -лептона и экспериментальное измерение степени продольной поляризации возможно при исследовании этих каналов распада.

На рис. 3, б представлена угловая зависимость степени продольной поляризации τ^- -лептона при $\lambda_1 = -1$, $x_1 = 0.9$ и двух значениях переменной $x_2 = 0.6$ и 0.8 . Как видно, с увеличением угла θ степень продольной поляризации увеличивается и достигает максимума в конце углового спектра.

Теперь рассмотрим распределение частиц по углам θ и φ . Для этого проинтегрируем сечение (5) по азимутальному углу χ :

$$\frac{d^4\sigma}{d\varphi d(\cos\theta)dx_1dx_2} = \frac{\alpha_{\text{KED}}^2 Q_f^2 N_c}{128\pi^2 s} g_{H_{SM}ff}^2 (\sigma_1 + 2\sigma_3) \times$$

$$\times (1 + \alpha_1 \cos^2\theta) [1 + A(x_1, x_2, \cos\theta) \cos 2\varphi \cdot \eta_1 \eta_2]. \quad (9)$$

Здесь

$$A(x_1, x_2, \cos\theta) = \frac{\alpha_1(x_1, x_2) \sin^2\theta}{1 + \alpha_1(x_1, x_2) \cos^2\theta} \quad (10)$$

является поперечной спиновой асимметрией, обусловленной поперечными поляризациями электрона и позитрона. На рис. 4, а иллюстрируется угловая зависимость поперечной спиновой асимметрии (10) в процессе $e^- + e^+ \rightarrow H_{SM} + \tau^- + \tau^+$ при $x_1 = 0.95$ и трех значениях переменной: $x_2 = 0.55$, $x_2 = 0.65$ и $x_2 = 0.75$. С увеличением угла θ поперечная спиновая асимметрия увеличивается и достигает максимума при угле 90° , а затем асимметрия уменьшается и обращается в нуль в конце углового спектра. Рост переменной x_2 приводит к спаду поперечной спиновой асимметрии.

Интегрируя сечение (9) по углам θ и φ , получим энергетический спектр частиц, совпадающий с результатом работы [40]:

$$\frac{d^2\sigma}{dx_1dx_2} = \frac{\alpha_{\text{KED}}^2 Q_f^2 N_c}{12\pi s} g_{H_{SM}ff}^2 \cdot \left(2 + \frac{1-x_1}{1-x_2} + \frac{1-x_2}{1-x_1} \right). \quad (11)$$

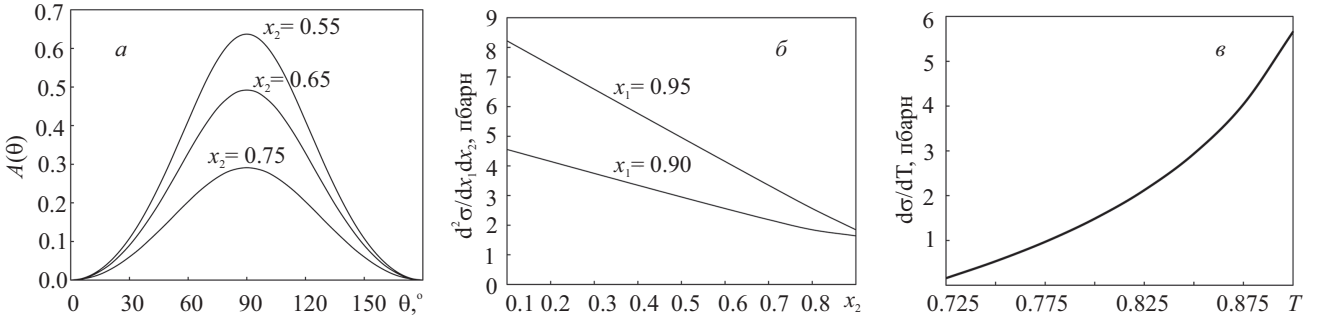


Рис. 4. Угловая зависимость поперечной спиновой асимметрии в процессе $e^-e^+ \rightarrow H_{SM}t\bar{t}$ (а). Зависимости сечения процесса $e^-e^+ \rightarrow H_{SM}t\bar{t}$ от x_2 при $x_1 = 0.9$ и $x_1 = 0.95$ (б) и сечения реакции $e^-e^+ \rightarrow H_{SM}t\bar{t}$ от переменной T (в)

На рис. 4, б приведена зависимость сечения (11) в процессе $e^- + e^+ \rightarrow H_{SM} + t + \bar{t}$ от переменной x_2 при фиксированных $x_1 = 0.9$ и $x_1 = 0.95$. С ростом скейлинговой энергии x_2 сечение монотонно уменьшается, а уменьшение переменной x_1 приводит к спаду сечения.

Введем новые переменные $T = T_1 = \max(x_1, x_2, x_H)$, T_2 и T_3 так, чтобы удовлетворялись неравенства $T = T_1 \geq T_2 \geq T_3 = 2 - T - T_2$. Направим ось Z вдоль импульса наиболее энергичной частицы и интегрируем сечение по переменной T_2 при фиксированной T :
– при $x_H = T$ и $x_1 = T_2$ (или $x_2 = T_2$)

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{\alpha_{\text{KED}}^2 Q_f^2 N_C}{12\pi s} g_{H_{SM}ff}^2 \cdot T \ln\left(\frac{1-T}{T}\right);$$

– при $x_1 = T$ и $x_2 = T_2$ (или при $x_2 = T$ и $x_1 = T_2$)

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{\alpha_{\text{KED}}^2 Q_f^2 N_C}{12\pi s} g_{H_{SM}ff}^2 \times \left[\frac{(3T-2)(6-5T)}{2(1-T)} - (1-T) \ln\left(\frac{2T-1}{1-T}\right) \right];$$

– при $x_1 = T$ и $x_H = T_2$ (или при $x_2 = T$ и $x_H = T_2$)

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{\alpha_{\text{KED}}^2 Q_f^2 N_C}{12\pi s} g_{H_{SM}ff}^2 \times \left[\frac{(3T-2)(2-T)}{2(1-T)} + (1-T) \ln\left(\frac{2T-1}{T}\right) \right].$$

Сложив вклады в сечение отдельных областей диаграммы Далитца, получим сечение, характеризующее распределение наиболее энергичной частицы по переменной T :

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{\alpha_{\text{KED}}^2 Q_f^2 N_C}{12\pi s} g_{H_{SM}ff}^2 \times \left[\frac{(3T-2)(4-3T)}{1-T} + \ln\left(\frac{2T-1}{T}\right) \right].$$

На рис. 4, в иллюстрируется зависимость сечения реакции $e^- + e^+ \rightarrow H_{SM} + t + \bar{t}$ от переменной T при $\sqrt{s} = 1$ ТэВ и $m_t = 173.1$ ГэВ. Рост переменной T от 0.725 до 0.9 приводит к монотонному увеличению сечения реакции от 0.157 пбарт до 5.657 пбарт.

Отметим, что экспериментальное исследование реакции $e^- + e^+ \rightarrow H_{SM} + t + \bar{t}$ представляет огромный интерес, так как оно позволяет точно измерить

константу взаимодействия $g_{H_{SM}tt}$. Хотя константы взаимодействия хиггс-бозона с калибровочными бозонами $g_{H_{SM}WW}$, $g_{H_{SM}ZZ}$ легко измеряются в адронном коллайдере БАК, однако прямое измерение константы $g_{H_{SM}tt}$ связано с большими трудностями. Следовательно, изучение процесса излучения хиггс-бозона топ-кварками, рожденными в электрон-позитронных столкновениях высоких энергий, представляет определенный интерес.

3. РОЖДЕНИЕ ХИГГС-БОЗОНОВ МССМ И ФЕРМИОННОЙ ПАРЫ

Полученные выше формулы для эффективного сечения реакции $e^- + e^+ \rightarrow H_{SM} + f + \bar{f}$ применимы и для описания процессов $e^- + e^+ \rightarrow H + f + \bar{f}$, $e^- + e^+ \rightarrow h + f + \bar{f}$, при этом константу $g_{H_{SM}ff}$ необходимо заменить на константы g_{Hff} и g_{hff} (выражение этих констант приведены в работе [34]). Что касается процесса $e^- + e^+ \rightarrow A + f + \bar{f}$, то отметим, что из-за псевдоскалярности A -бозона выражение фермионного тока (3) заменяется на ток

$$J_\mu = \bar{u}_f(q_1) \left[\gamma_5 \frac{\hat{q}_1 + \hat{k} + m_f}{(q_1 + k)^2 - m_f^2} \gamma_\mu - \gamma_\mu \frac{\hat{q}_2 + \hat{k} - m_f}{(q_2 + k)^2 - m_f^2} \gamma_5 \right] v_f(q_2).$$

Интересно отметить, что этот ток также приводит полученным ранее результатам. И здесь константу $g_{H_{SM}ff}$ необходимо заменить константой g_{Aff} .

Из-за ограниченности объема работы подробный анализ сечений процессов $e^- + e^+ \rightarrow H + f + \bar{f}$, $e^- + e^+ \rightarrow h + f + \bar{f}$ и $e^- + e^+ \rightarrow A + f + \bar{f}$ намечен в другой работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, обсуждены процессы совместного рождения хиггсовского бозона $H_{SM}(H; h; A)$ и тяжелой фермионной пары при аннигиляции произвольно поляризованной электрон-позитронной пары $e^- + e^+ \rightarrow H_{SM} + f + \bar{f}$, $e^- + e^+ \rightarrow H + f + \bar{f}$, $e^- + e^+ \rightarrow h + f + \bar{f}$, $e^- + e^+ \rightarrow A + f + \bar{f}$. Получены аналитические выражения для дифференциальных сечений всех процессов, исследованы особенности поведения сечений, угловых и спиновых корреляций частиц в процессе $e^- + e^+ \rightarrow H_{SM} + f + \bar{f}$. Результаты иллюстрированы графиками. Обсуждена возможность экспериментального измерения константы взаимодействия $g_{H_{SM}tt}$ в электрон-позитронной аннигиляции.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем выражения корреляционных функций в координатных системах **Па**, **Пб**, **Ша** и **IVв**.

1) В системах **Па** и **Пб**:

$$\sigma_1 = \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} (2 - s_{13}^2),$$

$$\sigma_2 = \frac{x_H^2}{4(1-x_1)(1-x_2)} \cdot s_{13}^2,$$

$$\sigma_3 = \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} (1 - c_{13}^2),$$

$$\sigma_4 = \mp \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} \cdot s_{13}c_{13},$$

$$\sigma_7 = \frac{x_H^2}{4(1-x_1)(1-x_2)} \cdot c_{13},$$

$$\sigma_8 = \mp \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} \cdot s_{13}.$$

2) В системах **Ша** и **Пб**:

$$\sigma_1 = \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} \cdot (2 - s_{23}^2),$$

$$\sigma_2 = \frac{x_H^2}{4(1-x_1)(1-x_2)} \cdot s_{23}^2,$$

$$\sigma_3 = \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} \cdot (1 - c_{23}^2),$$

$$\sigma_4 = \mp \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} \cdot s_{23}c_{23},$$

$$\sigma_7 = \frac{x_H^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \cdot c_{23},$$

$$\sigma_8 = \mp \frac{x_H^2}{2(1-x_1)(1-x_2)} \cdot s_{23}.$$

Верхний знак соответствует системам **Па** и **Ша**, а нижний **Пб** и **Пб**.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В. Калибровочные поля. М.: Изд. Московского университета, 1986 с.
2. Djouadi A. *The Anatomy of Electro-Weak Symmetry Breaking. Tome I: The Higgs boson in the Standard Model.* arXiv: hep-ph/0503172v2, 2005.
3. Абдуллаев С. К. Стандартная модель, свойства лептонов и кварков (на азерб. языке). Баку, 2017.
4. Емельянов В. М. Стандартная модель и ее расширения. М.: Физматлит, 2007.
5. Langacker P. *The Standard Model and Beyond.* CRS Press, 2010.
6. Partignani C. et al. (Particle Data Group). Chin. Phys. C. 2016. **40**. 100001.
7. ATLAS Collaboration. // Phys. Lett. 2012. **В 716**. P. 1.
8. CMS Collaboration. // Phys. Lett. 2012. **В 716**. P. 30.
9. Рубаков В. А. // УФН. 2012. **182**, № 10. С. 1017.
10. Ланёв А. В. // УФН. 2014. **184**, № 9. С. 996.
11. Казаков Д. И. // УФН. 2014. **184**, № 9. С. 1004.
12. Боос Э. Э. Стандартная модель и предсказания для бозона Хиггса // УФН. 2014. **184**, № 9. С. 985.
13. Spira M // *Progress in Particle and Nuclear Physics.* 2017. **95**. P. 98.
14. Englert F, Brout R. // Phys. Rev. Lett. 1964. **13**. P. 321.
15. Higgs P. W. // Phys. Rev. Lett. 1964. **13**. P. 508.
16. Higgs P. W. // Phys. Rev. 1966. **145**. P. 1156.
17. Guralnik G. S., Hagen C. R., Kibble T.W // Phys. Rev. Lett. 1964. **13**. P. 585.
18. Абдуллаев С. К., Годжаев М. Ш., Саддих Ф. А. // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* 2017. № 4. С. 3. (Abdullayev S. K., Gojayev M. Sh., Saddigh F. A. // *Moscow Univ. Phys. Bull.* **72**, N 4. P 329.)
19. Абдуллаев С. К., Годжаев М. Ш., Насибова Н. А. // *Изв. вузов. Физика.* 2018. **61**, № 1. С. 87. (Abdullayev S. K., Gojayev M. Sh., Nasibova N. A. // *Russian Physics Journal.* **61**, N 1. P 94.)
20. Абдуллаев С. К., Годжаев М. Ш. // *Ученые записки физ. ф-та Моск. ун-та.* 2018. № 1. 1810101.
21. Nath P. // *Int. J. Mod. Phys. A.* 2012. **27**, N 28. 123029.
22. Barman R. K. et al. // arXiv: 1608.02573v3 [hep-ph]. 2017.
23. Hioki Z., Konishi T., Ohkuma K. // arXiv: 0706.4346v2 [hep-ph]. 2017.
24. Greco M. // *Mod. Phys. Lett.* 2015. **A30**, N 39. 1530031.
25. Jadach S., Kycia R. A. // *Phys. Lett.* 2016. **B755**. P. 58. [arXiv: 1509.02406].
26. Peters K. // arXiv: 1701.05124v2 [hep-ex]. 2017.
27. Абдуллаев С. К., Агамалиева Л. А., Годжаев М. Ш., Саддих Ф. А. // *ГЭНЖ. Физика.* 2015. **1**, № 13. С. 36.
28. Абдуллаев С. К., Агамалиева Л. А., Годжаев М. Ш. // *ГЭНЖ. Физика.* 2015. **2**, № 14. С. 28.
29. Abdullayev S. K., Gojayev M. Sh., Saddigh F. A. // *Azerbaijan Journal of Physics: Fizika.* 2015. **XXI**, N 2. P. 17.
30. Abdullayev S. K., Gojayev M. Sh., Nesibova N. E. // *Azerbaijan Journal of Physics: Fizika.* 2017. **XXII**, N 3, P. 45.
31. Abdullayev S. K., Gojayev M. Sh., Nesibova N. E. // *Russian Phys. J.* 2018. **61**, N 1. P. 94.
32. Abdullayev S. K., Gojayev M. Sh. Production and decay of Higgs bosons in muon colliders // X International conference «Modern trends in Physics». Baku, 2017, 20–22 April.
33. LHC Higgs Cross Section Working Group Collaboration, de Florian D. et al. *Handbook of LHC Higgs Gross Sections: 4. Deciphering the nature of the Higgs Sector* // arXiv: 1610.07922v1[hep-ph]. 2016.
34. Djouadi A. *The Anatomy of Electro-Weak Symmetry Breaking. Tome II:* arXiv: hep-ph/0503173v2, 2003.
35. Gunion J. F., Haber H. E. // *Nucl. Phys.* 1986. **B272**. P. 1.
36. Gunion J. F., Haber H. E. // *Nucl. Phys.* 1986. **B278**. P. 449.
37. Шильцев В. Д. // УФН. 2012. **182**, № 10. С. 1033. (Shiltsev D. V. *Physics-Uspekhi.* 2012. **55**, N 10. P. 965.)
38. Абдуллаев С. К., Мухтаров А. И. // *ЭЧАЯ.* 1995. **26**, № 5. С. 1264.
39. Абдуллаев С. К., Мухтаров А. И. // *ЯФ.* 1997. **60**, № 11. P. 2075. (Physics of Atomic Nuclei. 1997. **60**, N 11. P. 1901.)
40. Gaemers K. J. F., Gounaris G. J. // *Phys. Lett.* 1978. **B77**, N 4, 5. P. 379.

Associated Production of a Higgs Boson and Heavy Fermion Pair in e^-e^+ -Collisions**S. K. Abdullayev^a, M. Sh. Gojayev^b***Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Baku State University. Baku AZ 1148, Azerbaijan.**E-mail: ^as_abdullayev@bsu.edu.az, ^bm_gocayev@mail.ru.*

This article presents the results of studies of the associated production of the Higgs boson and a heavy fermion pair in arbitrarily polarized electron–positron collisions: $e^-e^+ \rightarrow H_{SM}f\bar{f}$, $e^-e^+ \rightarrow Hf\bar{f}$, $e^-e^+ \rightarrow hf\bar{f}$ and $e^-e^+ \rightarrow Af\bar{f}$. Analytical expressions for the differential cross sections of the processes are obtained, the specific features of the behavior of the cross sections, angular and spin asymmetries are investigated depending on the energies and angles of emission of particles.

Keywords: Standard Model, Higgs-boson, Minimal Supersymmetric Standard model, helicity, heavy fermion pair.

PACS: 12.15.-y, 12.60.-i, 13.66.Fg, 14.70. Hp, 14.80.Bn.

Received 08 August 2018.

English version: *Moscow University Physics Bulletin. 2019. 74, No. 1. Pp. 24–32.*

Сведения об авторах

1. Абдуллаев Сархаддин Кубаддин оглы — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: +994 50 346-28-66, e-mail: sabdullayev@bsu.edu.az.
2. Годжаев Меджид Шарафаддин оглы — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: +994 50 537-62-10, e-mail: m_gocayev@mail.ru.