

## ФИЗИКА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

### Формирование весеннего термобара в водоеме со сложным рельефом дна (на примере Ладожского озера)

Н. С. Блохина,<sup>а</sup> Д. И. Селин<sup>б</sup>

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет,  
кафедра физики моря и вод суши. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

Поступила в редакцию 29.06.2018, после доработки 01.10.2018, принята к публикации 09.10.2018.

В работе с помощью математического моделирования получены зависимости между скоростью распространения весеннего термобара (ТБ) в пресном водоеме и морфометрическими параметрами его дна. Выявлены характерные интервалы скоростей перемещения ТБ в водоемах при разных значениях их глубин и наклонах дна. Показано, что основным фактором, влияющим на время жизни термобара, является глубина водоема. Оценено влияние относительной влажности воздуха и потока солнечной радиации на скорость перемещения весеннего ТБ. Используя результаты моделирования и количественные характеристики подводного рельефа Ладожского озера построены изолинии пространственно-временной изменчивости местоположения термобара по акватории водоема. Получено удовлетворительное согласие данных моделирования и натуральных наблюдений.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, термобар, температура максимальной плотности, конвекция, Ладожское озеро.

УДК: 532.5, 556.5 PACS: 92.40.Cy.

#### ВВЕДЕНИЕ

В пресных озерах существуют различные термогидродинамические процессы, приводящие к сильным пространственно-временным изменениям как полей температуры, так и структуры течений. Изучение физических механизмов, способствующих этим изменениям, является важной задачей геофизической гидродинамики.

Весной и осенью термическое состояние водоема во многом определяется наличием в нем особой зоны, которая называется термобаром (ТБ) [1]. Термобар представляет собой фронтальный раздел с температурой  $T_{\max} = 4^\circ\text{C}$  (температура максимальной плотности пресной воды) от поверхности до дна. Здесь сходятся прибрежные и глубинные воды, формируя справа и слева от ТБ валиковые конвективные структуры (рис. 1). При этом происходит разделение водоема на две части с разными видами вертикальной стратификации температуры. За счет прогрева поверхностных вод весной до  $T_{\max}$  происходит перемещение зоны термобара

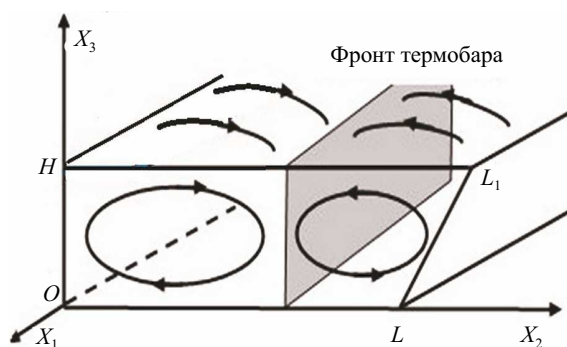


Рис. 1. Схематичное изображение конвективных структур в моделируемом водоеме в период существования термобара.  $H$  — глубина водоема,  $L$  и  $L_1$  — ширина по дну и поверхности соответственно

<sup>а</sup> E-mail: blokhinans@gmail.com

<sup>б</sup> E-mail: dmitselin@gmail.com

к центру водоема. При превышении температуры воды  $4^\circ\text{C}$  по всей акватории водного объекта наблюдается исчезновение ТБ. Ограничивая обмен энергией и веществом между прибрежными и глубинными водами, термобар оказывает огромное влияние на формирование тепловых, динамических процессов в водоеме, его экологическое состояние. Именно из-за этого явления происходит накопление биогенных элементов в прибрежных районах, способствующих развитию высокой биологической продуктивности водоема весной. Это служит причиной перераспределения семейств водных организмов по всему озеру [2]. Однако это же явление способствует скапливанию загрязнений в прибрежной области, что приводит к ухудшению экологической обстановки.

Впервые термический бар наблюдал в конце XIX века на Женевском озере А. Ф. Форель [3]. И лишь в 60-х гг. XX в. в работах А. И. Тихомирова [4–6] и др. была дана физическая интерпретация этого явления и показано, что в пресных водоемах умеренных широт ТБ возникает дважды в год (весной и осенью). Он может существовать в больших водоемах до нескольких месяцев. После публикаций А. И. Тихомирова и позднее Дж. Роджерса [7] внимание исследователей было обращено к детальному исследованию этого явления. Обзор работ по изучению ТБ дан в [8].

Наличие ярко выраженного фронтального раздела (ТБ) в водоемах весной и осенью является одной из важных особенностей термогидродинамического состояния крупных озер. Понимание законов перемещения ТБ по акватории водоема и возможность прогнозирования его месторасположения — актуальная задача. Ее можно решить, зная зависимости скорости распространения ТБ при различных метеорологических ситуациях, формах, размерах и рельефах дна озерной котловины. Если в немногочисленных работах изучалось влияние метеорологической ситуации [9–13], ледовой обстановки [14–16], притока воды от втекающих в водоем рек [17–19] и др. на формирование

и развитие термобара, то исследований по влиянию морфометрических особенностей дна водоема на распространение ТБ ранее не проводилось.

В работе с помощью математического моделирования исследуются зависимости скорости распространения весеннего ТБ в водоемах с учетом их глубин и наклонов дна при различных метеорологических условиях. При использовании полученных зависимостей и количественных характеристик подводного рельефа Ладожского озера [20, 21] строятся изолинии пространственно-временной изменчивости местоположения термобара по акватории озера.

### 1. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается движение вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной области с наклонной правой границей, соответствующей половине водоема (рис. 1).

Из натуральных наблюдений известно, что термобар перемещается в водоеме приблизительно параллельно берегу и свойства конвективных валиковых образований справа и слева от него остаются однородными в этом направлении (вдоль оси  $X_1$ , рис. 1). Это позволяет решать плоскую задачу в системе координат  $(O; X_2, X_3)$  в переменных функции тока  $\psi$  и вихря  $\varphi$ . Подробно вывод системы уравнений гидродинамики в приближении Буссинеска, уравнения теплопроводности и замыкания для данной постановки задачи дан в работах [22, 23]. При этом использовалось уравнение состояния, учитывающее квадратичную зависимость плотности пресной воды от температуры  $T$  в районе  $4^\circ\text{C}$ .

$$\rho(T) = \rho_0(4^\circ\text{C}) - \rho_0(4^\circ\text{C})\gamma(T - 4^\circ\text{C})^2.$$

В безразмерном виде система уравнений примет вид:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \left( \frac{\partial\psi}{\partial x_3} \frac{\partial\varphi}{\partial x_2} - \frac{\partial\psi}{\partial x_2} \frac{\partial\varphi}{\partial x_3} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_3^2} \right) - 2(T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left( \frac{\partial\psi}{\partial x_3} \frac{\partial T}{\partial x_2} - \frac{\partial\psi}{\partial x_2} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right), \quad (2)$$

$$\Delta\psi = \varphi, \quad (3)$$

$$\mu^2 = \frac{c^3}{s} \int_S \left[ 4 \left( \frac{\partial^2\psi}{\partial x_2 \partial x_3} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2\psi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial x_2^2} \right)^2 - (T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_3} \right] ds. \quad (4)$$

Здесь  $\mu = \nu_T/H\sqrt{gH}$  — безразмерный коэффициент турбулентной вязкости;  $T$  и  $T_4$  — безразмерные значения температуры воды и температуры максимальной плотности соответственно,  $\rho$  и  $\rho_0$  — плотность воды при температуре  $T$  и  $4^\circ\text{C}$ ,  $\gamma = 0.0000085$  град $^{-2}$ ,  $s$  — область решения задачи;  $c$  — эмпирическая константа. В качестве масштабов приняты: для расстояний — глубина водоема  $H$ , температуры —  $1/\gamma$ , скорости —  $\sqrt{gH}$ , времени —  $\sqrt{H/g}$  ( $g$  — ускорение свободного падения).

Для системы уравнений (1)–(3) заданы следующие граничные условия.

На дне водоема и правой наклонной границе — условия прилипания и непроницаемости для скорости и отсутствия потока тепла

$$\frac{\partial\psi}{\partial x_2} = \frac{\partial^2\psi}{\partial x_3^2} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0$$

$$\text{и} \quad \frac{\partial\psi}{\partial n} = \frac{\partial^2\psi}{\partial n^2} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad (5)$$

где  $n$  — нормаль к наклонной боковой границе.

На левой границе — условие симметрии для всех переменных

$$\frac{\partial T}{\partial x_2} = 0, \quad \psi = 0, \quad \varphi = 0. \quad (6)$$

На верхней границе

$$\frac{\partial\psi}{\partial x_2} = 0, \quad \varphi = 0, \quad -\mu \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q_b. \quad (7)$$

Здесь  $Q_b = Q/Q_1$  — безразмерный поток тепла (в качестве его масштаба принята величина  $Q_1 = \sqrt{\gamma}/c_0\rho_0\sqrt{gH}$ );  $Q$  — суммарный поток тепла, состоящий из потока солнечной радиации, потоков явного и скрытого тепла, потока длинноволнового излучения с поверхности водоема [9],  $c_0$  — теплоемкость воды.

Задача решалась численно. Система уравнений (1)–(3), граничные условия (5)–(7) и уравнение замыкания (4) записывались с использованием явной конечно-разностной схемы. Расчеты проводились на сетке с постоянным числом точек по горизонтали (100) и переменным по вертикали (в зависимости от глубины водоема). Шаг сетки по вертикали равнялся 2 м, а по горизонтали — 40 м.

### 2. ПАРАМЕТРЫ ЗАДАЧИ

В работе рассматривались водоемы при значениях глубин  $H$  и углах наклона дна  $\alpha$  в диапазонах 8–192 м и  $0.715$ – $11.44^\circ$  соответственно. Во всех расчетах ширина водоема (половина водоема) принималась равной  $L_1 = 4$  км. Моделирование проводилось при относительной влажности воздуха:  $f = 60$  и  $95\%$ ; потоке солнечной радиации  $Q_R = 350, 500$  и  $700$  Вт/м $^2$ ; температуре воздуха  $T_{\text{air}} = 20^\circ\text{C}$ .

В начальный момент времени задавали нулевые значения функции тока  $\psi$  и вихря  $\varphi$ . На дне водоема температура принимала постоянное значение  $T = 4^\circ\text{C}$ . По поверхности водоема она изменялась от  $1^\circ\text{C}$  в центре до  $4.1^\circ\text{C}$  у берега по линейному закону. По вертикали внутри расчетной области  $T$  изменялась по линейному закону от ее значения на поверхности до  $4^\circ\text{C}$  на дне. Расчеты для различных параметров задачи проводились в течение  $t = 57$  ч.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 2 приведены примеры результатов расчетов для случаев водоемов разной глубины  $H$  при одном и том же угле наклона дна  $\alpha = 2.86^\circ$ . При малых глубинах ( $H \leq 16$  м) за расчетное время  $t$

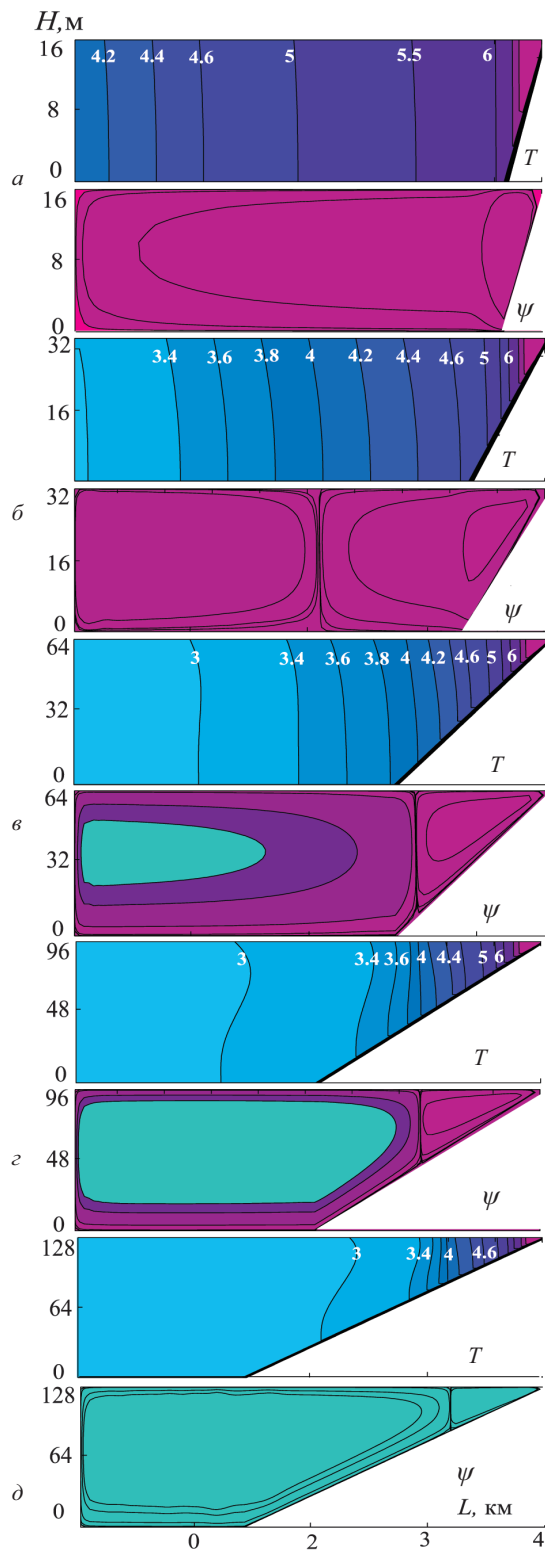


Рис. 2. Поля распределения температуры ( $T$ ) и функции тока ( $\psi$ ) в водоемах разной глубины  $H$  при одном и том же угле наклона дна  $\alpha = 2.86^\circ$ :  $a - H = 16$  м;  $b - H = 32$  м;  $в - H = 64$  м;  $г - H = 96$  м;  $д - H = 128$  м

ТБ преодолел расстояние 4 км от берега до центра водоема. В этом случае водоем охватывала одна циркуляционная структура, вращающаяся против часовой стрелки (рис. 2,  $a$ ). При увеличении глубины водоема этот вихрь уменьшался в размере (рис. 2,  $b, в, г, д$ ) и при  $H = 192$  м охватывал лишь прибрежную область. Слева от него существовала антициклоническая конвективная структура.

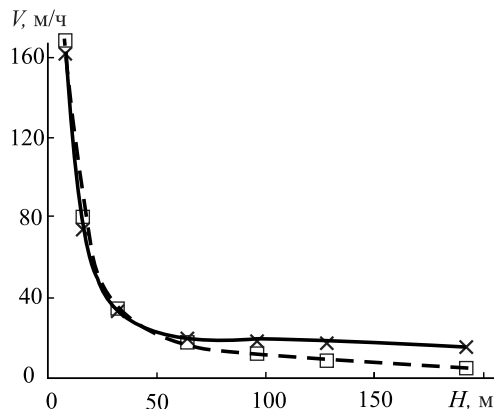


Рис. 3. Зависимости скорости распространения термобара  $V$  от глубины водоема  $H$  для углов наклона дна  $\alpha = 0.715^\circ$  (сплошная линия) и  $\alpha = 11.44^\circ$  (пунктирная линия)

На рис. 3 представлены результаты расчетов зависимости скорости распространения термобара  $V$  от глубины водоема  $H$  для углов наклона дна  $\alpha = 0.715^\circ$  и  $\alpha = 11.44^\circ$ . Аналогичные зависимости при промежуточных углах  $\alpha$  лежат между этими кривыми. В интервале рассчитанных углов и при заданных метеорологических параметрах показано, что до глубин  $H < 16$  м быстрее распространяется термобар в водоеме с большим уклоном дна. Разница в скоростях для углов  $\alpha = 11.44$  и  $\alpha = 0.715^\circ$  при  $H = 8$  м небольшая и составляет около 6 м/ч ( $\sim 3.5\%$ ). С увеличением глубины водоема скорости перемещения ТБ для разных углов  $\alpha$  сближаются и при глубине  $H = 32$  м становятся одинаковыми. Дальнейшее увеличение  $H$  приводит к тому, что ТБ движется быстрее при малых  $\alpha$ . Например, при  $H = 192$  м и  $\alpha = 11.44^\circ$  скорость  $V$  в 3.6 раза меньше, чем при  $\alpha = 0.715^\circ$ . Заметим, что и сами скорости перемещения ТБ в этом случае на порядок меньше, чем в водоемах малой глубины.

Ближние скорости перемещения ТБ при малых глубинах водоема и разных углах наклона дна объясняются тем, что поступающий суммарный поток тепла к поверхности водоема достаточно равномерно прогревает его, и термобар формируется приблизительно в одно и то же время. Для прогрева глубокого водоема необходимо больше времени при тех же метеорологических условиях. При более пологом дне мелководная часть глубокого озера быстрее прогревается. В ней раньше формируется ТБ и конвективная структура справа от него быстрее перемещивает прибрежные воды (по сравнению с глубинными), что способствует более быстрому их прогреву и перемещению ТБ к центру водоема. Чем раньше зарождается ТБ, тем быстрее выравнивается температура воды по обе стороны от него и уменьшается сопротивление холодных глубинных вод перемещению ТБ к центру водоема.

Наблюдаются три характерные особенности в изменении скорости  $V$  движения ТБ в зависимости от глубины водоема (рис. 3): 1 — резкое уменьшение  $V$  от 167 м/ч до 70 м/ч по линейному закону (до глубин водоема  $\sim 20$  м); 2 — квадратичная зависимость ее изменения при глубинах от 20 м до 64 м, где наблюдается уменьшение скорости  $V$  приблизительно с 70 м/ч до 20 м/ч; 3 — область линейного изменения  $V$  с очень медленным ее уменьшением при увеличении глубин (в диапазоне  $H$  от 96 м до 192 м).

Как видно из вышесказанного, основное влияние на распространение ТБ оказывает глубина водоема. Наибольшее влияние угла наклона дна сказывается в глубоких водоемах, хотя сами скорости распространения ТБ в этом случае на порядок меньше их значений, наблюдаемых в мелких водных объектах.

Главным источником тепла, приводящим к прогреву водоема и формированию термобара, является поток прямой солнечной радиации  $Q_R$ . Влажность воздуха также важный параметр при моделировании процессов взаимодействия водоема с атмосферой. Именно от нее зависит поток скрытого тепла, вносящий значительный вклад в энергообмен между этими средами [9]. Чем больше эти потоки, направленные к водоему, тем быстрее он прогревается. При этом термобар раньше зарождается у берега и быстрее перемещается к центру водоема.

Влияние относительной влажности воздуха  $f$  и потока солнечной радиации  $Q_R$  на скорость перемещения весеннего термобара  $V$  представлено в табл. 1 и 2. Расчеты проводились для значений параметров водоема, соответствующих минимальным и максимальным углам наклона дна ( $\alpha = 0.715^\circ$  и  $\alpha = 11.44^\circ$ ) и глубинам ( $H = 8$  м и  $H = 192$  м) при  $f = 60, 95\%$  и  $Q_R = 350, 500, 700$  Вт/м<sup>2</sup>.

Как видно из табл. 1, при увеличении относительной влажности  $f$  увеличивается и скорость перемещения ТБ. При глубине  $H = 8$  м эта прибавка составила 8% для малого угла наклона дна и 10% для большого  $\alpha$ . При глубине  $H = 192$  м прибавка составила соответственно 16% и 80%. Однако, как показано выше, скорости  $V$  при такой глубине существенно меньше, чем в мелком водоеме (рис. 3).

Оценки влияния потока прямой солнечной радиации на скорость  $V$  распространения ТБ (табл. 2) показали, что для любых углов наклона дна и глубин водоема при увеличении потока  $Q_R$  происходит увеличение скорости  $V$ . Однако порядок ее роста зависит от параметров задачи. При глубинах  $H < 64$  м и  $\alpha = 1.43^\circ$  темпы роста скорости  $V$  для  $Q_R = 500$  и  $700$  Вт/м<sup>2</sup> отличаются в 1.5 раза, а при  $H$  превышающих 96 м,

Табл. 1. Влияние относительной влажности воздуха  $f$  на скорость перемещения термобара  $V$  в водоемах разной глубины  $H$  при различных углах наклона дна  $\alpha$

$\alpha, ^\circ$	$f, \%$	$H, \text{ м}$	$V, \text{ м/ч}$	$H, \text{ м}$	$V, \text{ м/ч}$
0.715	60	8	160.9	192	14.5
0.715	95	8	173.9	192	16.9
11.44	60	8	167.7	192	14.0
11.44	95	8	184.1	192	7.2

Табл. 2. Влияние потока солнечной радиации  $Q_R$  на скорость перемещения термобара  $V$  в водоемах разной глубины  $H$  при различных углах наклона дна  $\alpha$

$\alpha, ^\circ$	$Q_R, \text{ Вт/м}^2$	$H, \text{ м}$	$V, \text{ м/ч}$	$H, \text{ м}$	$V, \text{ м/ч}$
0.715	350	8	82.1	192	9.66
0.715	500	8	117.4	192	13.5
0.715	700	8	161.0	192	14.5
11.44	350	8	83.85	192	0.8
11.44	500	8	128.07	192	2.8
11.44	700	8	167.7	192	4.02

различие составляет 1.2 раза. Уменьшение потока  $Q_R$  до 350 Вт/м<sup>2</sup> при  $\alpha = 11.44^\circ$  приводит к значительному замедлению перемещения ТБ в глубоких водоема (табл. 2). При дальнейшем уменьшении  $Q_R$  и увеличении  $H$  потребуется значительно больше времени на формирование ТБ или он может вообще не возникнуть.

#### 4. ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ВЕСЕННЕГО ТЕРМОБАРА ПО ПОВЕРХНОСТИ ЛАДОЖСКОГО ОЗЕРА

Ладожское озеро (рис. 4) имеет сложную структуру дна с большим количеством перепадов высот, особенно в районе северной части, в которой зафиксировано чередование островов и глубоководных впадин. При этом южная часть озера имеет близкий к линейному профиль уменьшения глубины [20, 21]. Диапазон глубин озера составляет от 0 до 230 м. Угол наклона дна Ладоги меняется от 0.25 до 2° в южной его части и от 5 до 11.2° в северной. Расчеты и анализ влияние глубины водоема и уклона его дна на скорость распространения ТБ проводились при метеорологических параметрах, характерных для периода времени (май–июнь) развития весеннего термобара ( $T_{\text{air}} = 20^\circ\text{C}$ ,  $f = 60\%$ ,  $Q_R = 700$  Вт/м<sup>2</sup>) и дискретных наборах  $H$  (8, 16, 32, 64, 96, 128, 192 м) и  $\alpha$  (0.715, 1.44, 2.86, 5.72, 11.44°). Это позволило практически полностью охватить глубины и углы наклона дна по всему Ладожскому озеру.

При использовании морфометрических данных дна Ладожского озера [20, 21] и результатов численных расчетов скорости перемещения ТБ при вышеперечисленных параметрах построены изолинии положения зоны термобара (изотермы 4°С) по поверхности водоема в период с 15 мая по 15 июля. На рис. 4 представлено пространственно-временное расположение ТБ по акватории озера по результатам расчетов (рис. 4, а) и среднемноголетним наблюдениям (рис. 4, б). Видно удовлетворительное согласие результатов моделирования и натурных данных. Основное различие прослеживается в северно-западной части озера, где существует сильно неоднородное распределение глубин и углов наклона дна, а также наличие двух островов. Оценки времени жизни ТБ по результатам моделирования и по карте среднемноголетних наблюдений (рис. 4) расходятся приблизительно на 2 недели. В первом случае оно больше. Это связано с несколькими причинами. Использовался ограниченный набор глубин и углов наклона дна озера как при расчетах, так и при построении карт распределений этих параметров по данным натурных наблюдений. Вследствие этого было проведено осреднение выше перечисленных величин. При расчетах использовались постоянные значения метеорологических параметров. При моделировании не учитывалось ветровое воздействие на водоем, которое может способствовать как увеличению, так и уменьшению скорости распространения ТБ [11]. Относительная влажность воздуха была принята  $f = 60\%$ , что меньше среднемноголетнего значения в этот период года. Как показано выше, с увеличением  $f$  скорость перемещения ТБ увеличивается. Сравнение результатов моделирования проводилось с картами среднемноголетнего расположения ТБ на поверхности Ладоги в мае–июне.

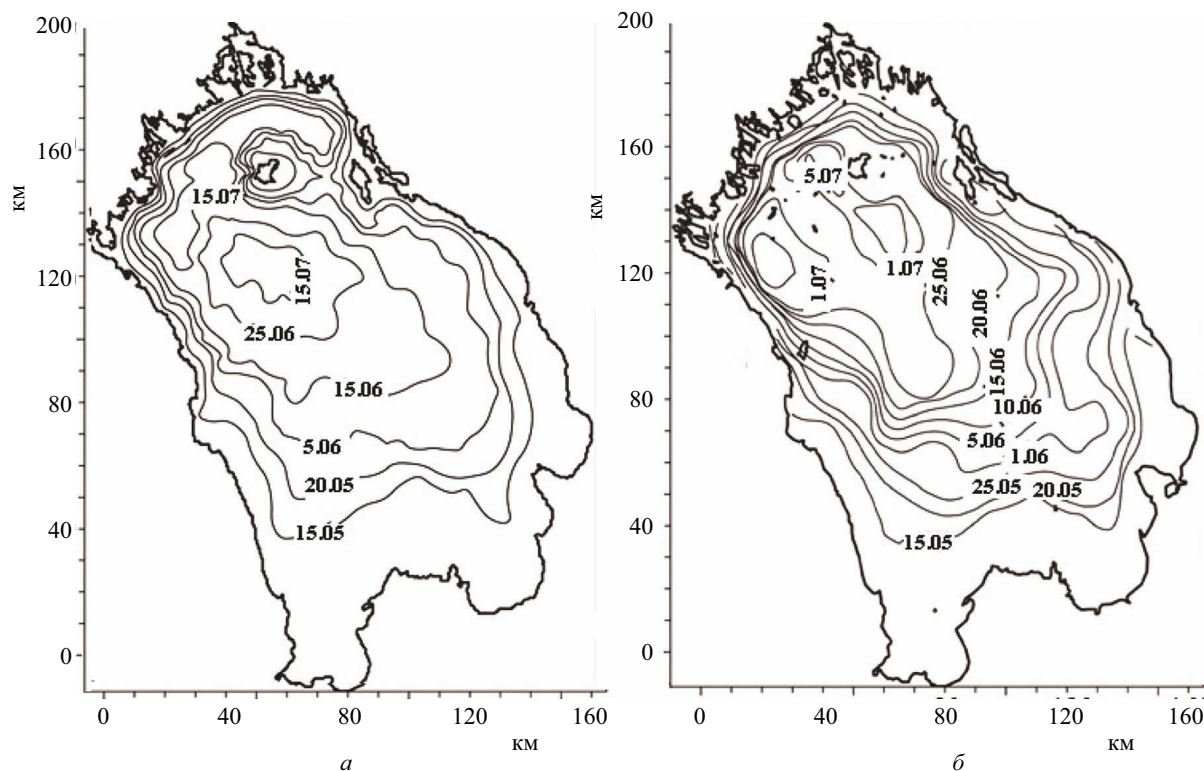


Рис. 4. Пространственно-временное расположение изотермы  $4^{\circ}\text{C}$  по акватории Ладожского озера по результатам расчетов (а) и среднеголетним наблюдениям (б)

Полученное удовлетворительное соответствие данных натурных наблюдений и результатов математического моделирования позволяет сделать вывод о возможности прогнозирования распространения ТБ в водоемах, зная их морфометрические характеристики и метеорологическую ситуацию. С другой стороны, возможно решать обратную задачу: зная скорость распространения ТБ (наблюдения, спутниковые данные), определять глубины водоема в месте его прохождения.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В проведенных исследованиях с помощью математического моделирования весеннего термобара выявлена связь между скоростью  $V$  его распространения и морфометрическими параметрами дна водоема. Показано, что основным фактором, влияющим на время жизни термобара, является глубина водоема. Выявлены три характерных интервала изменения скоростей перемещения ТБ в зависимости от этого параметра. Показано, что уменьшение относительной влажности воздуха  $f$  и потока солнечной радиации  $Q_R$  приводит к уменьшению скорости перемещения ТБ. При значениях  $Q_R < 300 \text{ Вт/м}^2$  в глубоких водоемах термобар развивается очень медленно или вообще не возникает. При использовании результатов математического моделирования построены изолинии пространственно-временного расположения изотермы  $4^{\circ}\text{C}$  по акватории Ладожского озера в мае–июне. Получено удовлетворительное согласие данных моделирования и натурных наблюдений, что позволяет сделать вывод о возможности прогнозирования распространения ТБ в водоеме, а также решать обратную задачу – определять глубины водоема в месте прохождения ТБ.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блохина Н. С., Показеев К. В // Земля и Вселенная. 2015. № 6. С. 78.
2. Мелентьев В. В., Мелентьев К. В., Петтерссон Л. Х. // Региональная экология. 2010. № 3 (29). С. 84.
3. Forel F. A. // L'Echo des Alpes. Geneve. 1880. 3. P. 149.
4. Тихомиров А. И. // Изв. ВГО. 1959. 91, № 5. С. 424.
5. Тихомиров А. И. // Изв. ВГО. 1963. 95, № 2. С. 134.
6. Тихомиров А. И. Термика крупных озер. Л., 1982.
7. Rodgers G. K. // Proc. 8th Conf. Great Lakes Res., University Michigan, Great Lakes Res. Div. 1965. Publ. 13. P. 358.
8. Holland P. R., Kay A. // Limnologica. 2003. 33. P. 153.
9. Блохина Н. С. // Водные ресурсы. 2014. 41, № 4. С. 355. (Blokhina N. S. // Water Resources. 2014. 41, N 4. P. 379.)
10. Farmer D. M., Carmack E. C. // J. Phys. Oceanogr. 1981. 11. P. 1516.
11. Блохина Н. С., Соловьев Д. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2006. № 3. С. 59. (Blokhina N. S., Solov'ev D. A. // Moscow Univ. Phys. Bull. 2006. 61, N 3. P. 203.)
12. Соловьев Д. А., Блохина Н. С. // Океанология. 2010. 50, № 6. С. 904. (Solov'ev D. A., Blokhina N. S. // Oceanology. 2010. 50, N 6. P. 855.)
13. Malm J. // Nordic Hydrol. 1995. 26. P. 331.
14. Блохина Н. С., Орданович А. Е. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2012. № 1. С. 113. (Blokhina N. S., Ordanovich A. E. // Moscow Univ. Phys. Bull. 2012. 67, N 1. P. 109.)
15. Блохина Н. С. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2013. № 4. С. 59. (Blokhina N. S. // Moscow Univ. Phys. Bull. 2002. 68, N 4. P. 324.)
16. Блохина Н. С. // Изв. РАН. Сер. Физ. 2017. 81, № 1. С. 106. (Blokhina N. S. // Bull. Of the RAS: Physics. 2017. 81, N 1. P. 96.)
17. Цыденов Б. О., Старченко А. В. // Вестн. Томск. гос. ун-та. Мат. и мех. 2013. № 5 (25). С. 102.
18. Tsydenov B. O., Kay A., Starchenko A. V. // Procedia Computer Science. 2015. 51. P. 2658.
19. Holland R., Kay A., Botte V. // Env. Fluid Mech. N 1 (3). P. 311.

20. Ладожское озеро и достопримечательности его побережья. Атлас // Под. ред. В. А. Румянцева. СПб.: Нестор—История, 2015.
21. Науменко М. А. // Изв. РАН. Сер. геогр. 2013. № 1. С. 62.
22. Блохина Н. С., Орданович А. Е., Савельева О. С. // Водные ресурсы. 2001. 28, № 2. С. 224.
- (Blokhhina N. S., Ordanovich A. E., Savel'eva O. S. // *Water Resources*. 2001. 28, N 2. P. 201.)
23. Блохина Н. С., Овчинникова А. В., Орданович А. Е. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2002. № 2, С. 60. (Blokhhina N. S., Ovchinnikova A. V., Ordanovich A. E. // *Moscow Univ. Phys. Bull.* 2002. 57, N 2. P. 73.)

**Spring Thermal Bar Formation in a Water Reservoir with a Complex Bottom Relief (for Lake Ladoga as an Example)**

**N. S. Blokhina<sup>a</sup>, D. I. Selin<sup>b</sup>**

*Department of the Physics of Sea and Inland Water, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia.*

*E-mail: <sup>a</sup>blokhinans@gmail.com, <sup>b</sup>dmitselin@gmail.com.*

In this study, the dependence between the spring thermal bar (TB) propagation velocity in a fresh water reservoir and the morphometric parameters of its bottom is obtained via mathematical modeling. Characteristic intervals of TB propagation velocities in reservoirs for different depths and bottom inclinations are found. It is demonstrated that the main factor that affects the TB lifetime is the reservoir depth. The influence of the relative air humidity and solar radiation flux on the spring TB propagation velocity is estimated. Isolines of space–time variability of the TB location in the water area of the reservoir are constructed using the simulations and the quantitative parameters of Lake Ladoga bottom relief. Satisfactory agreement between the simulated data and the field observations is achieved.

*Keywords:* modeling, thermal bar, temperature of maximum density, convection, Lake Ladoga.

*PACS:* 92.40.Cy.

*Received 29 June 2018.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2019. 74, No. 1. Pp. 64–69.

**Сведения об авторах**

1. Блохина Наталия Сергеевна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-36-98, e-mail: [blokhinans@gmail.com](mailto:blokhinans@gmail.com).
2. Селин Дмитрий Игоревич — студент; e-mail: [dmitselin@gmail.com](mailto:dmitselin@gmail.com).