

Многообразие ядерных степеней свободы в ядре ^{44}Ti

С. С. Бельшев,¹ Б. С. Ишханов,^{1,2} Д. Е. Ланской,¹ Т. Ю. Третьякова^{2, a}

¹ Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра общей ядерной физики

² Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына (НИИЯФ МГУ).

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

Поступила в редакцию 01.09.2018, после доработки 07.09.2018, принята к публикации 11.09.2018.

Дан обзор теоретических исследований спектра ядра ^{44}Ti . На этом примере мы демонстрируем разнообразие ядерных степеней свободы в сложных ядрах и сосуществование возбуждений различной природы. Главное внимание уделено кластерной модели $^{40}\text{Ca}+\alpha$ и оболочечной модели. В последнем случае мы представляем результаты наших расчетов и на их основе подробно анализируем роль спаривания нуклонов. Рассматриваются сходства и различия спектров, полученных в этих подходах. Кратко обсуждаются также вращательные состояния и состояния молекулярного типа. Показано, что многие свойства спектра получают разумное описание в различных моделях, которые, таким образом, не являются совершенно независимыми и в ряде случаев выражают одни и те же физические явления.

Ключевые слова: кластерная модель, оболочечная модель, спаривание нуклонов, ^{44}Ti .

УДК: 539.142. PACS: 21.60.-n, 23.20.Lv, 27.40.+z.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение свойств атомных ядер, имеющих числа протонов или нейтронов вблизи магических чисел, позволяет более детально исследовать динамику их возбуждения и распада. Одним из таких ядер является изотоп титана ^{44}Ti . Согласно одночастичной модели оболочек внешние два протона и два нейтрона в этом изотопе должны располагаться на оболочке $1f_{7/2}$ [1]. Приведенные в табл. 1 данные по спинам J и четностям π четно-нечетных изотопов титана $J^\pi(^{43,45}_{22}\text{Ti}) = 7/2^-$ и нечетно-четного изотопа скандия $J^\pi(^{43}_{21}\text{Sc}) = 7/2^-$ являются подтверждением одночастичной модели. Однако наряду с одночастичными состояниями в атомных ядрах существуют парные корреляции между нуклонами, приводящие к тому, что все четно-четные изотопы имеют в основном состоянии спин-четность $J^\pi = 0^+$. В частности, $J^\pi(^{40}_{20}\text{Ca}, ^{44}_{22}\text{Ti}) = 0^+$. В изотопе ^{44}Ti возможны два типа спаривания нуклонов:

- спаривание тождественных нуклонов (nn - и pp -спаривание),
- спаривание np , приводящее к образованию двух квазидейтронных состояний.

Табл. 1. Характеристики некоторых изотопов, принадлежащих оболочке $1f_{7/2}$. Указаны числа протонов Z и нейтронов N , спин J и четность π ядра, его удельная энергия связи ϵ , энергии отделения протона S_p , нейтрона S_n и α -частицы S_α , а также период полураспада $T_{1/2}$. Данные из [2, 3]

| Изотоп | Z | N | J^π | ϵ , | S_p , | S_n , | S_α , | Тип | $T_{1/2}$ |
|-------------------|-----|-----|---------|--------------|---------|---------|--------------|-------------------------|-----------|
| | | | | МэВ | МэВ | МэВ | МэВ | | |
| ^{40}Ca | 20 | 20 | 0^+ | 8.55 | 8.33 | 15.64 | 7.04 | стаб | |
| ^{43}Sc | 21 | 22 | $7/2^-$ | 8.53 | 4.93 | 12.14 | 4.81 | e | 3.89 ч |
| ^{44}Sc | 21 | 23 | 2^+ | 8.56 | 6.70 | 9.70 | 6.71 | e | 3.97 ч |
| ^{44m}Sc | 21 | 23 | 6^+ | 8.56 | 6.70 | 9.70 | 6.71 | e (1.2%) IT(98.8%) | 58.61 ч |
| ^{43}Ti | 22 | 21 | $7/2^-$ | 8.35 | 4.49 | 12.29 | 4.46 | β^+ | 509 мс |
| ^{44}Ti | 22 | 22 | 0^+ | 8.53 | 8.65 | 16.30 | 5.13 | e | 60.0 л |
| ^{45}Ti | 22 | 23 | $7/2^-$ | 8.56 | 8.48 | 9.53 | 6.30 | β^+ | 185 мин |
| ^{48}Cr | 24 | 24 | 0^+ | 8.57 | 8.10 | 16.33 | 7.70 | β^+ | 21.56 ч |

^a E-mail: tretyakova@sinp.msu.ru

Наряду с этим может существовать α -квазичастичное состояние $2p2n$, которое можно представить как α -частицу над дважды магическим кором ^{40}Ca ($Z = 20$, $N = 20$).

Эти корреляции должны проявляться не только в основных состояниях ядер, но и в спектрах их возбужденных состояний и каналах распада. Изотоп ^{44}Ti является радиоактивным ядром и в результате e -захвата и последующего β -распада $^{44}\text{Ti} \xrightarrow{e} ^{44}\text{Sc} \xrightarrow{\beta^+} ^{44}\text{Ca}$ превращается в стабильный изотоп ^{44}Ca , имеющий две пары спаренных нейтронов на оболочке $1f_{7/2}$ (рис. 1).

Настоящая работа посвящена анализу многообразия возбужденных состояний изотопа титана ^{44}Ti . В первом разделе будут рассмотрены различные конфигурации, возникающие в ядре ^{44}Ti , на качественном уровне. Разд. 2 содержит обзор работ по кластерному описанию ^{44}Ti . Обсуждаются также сходства и различия спектров, полученных в кластерных подходах, и вращательных спектров. Последующие два раздела посвящены оболочечному описанию ^{44}Ti . Сначала мы используем простую модель, включающую только $(1f_{7/2})^4$ -конфигурации. Не претендуя на полное количественное описание спектра, мы ставим здесь цель прояснить роль спаривания. Результаты наших расчетов приведены в разд. 3. В разд. 4 дан краткий обзор более сложных оболочечных моделей других авторов и обсуждается взаимосвязь кластерных и оболочечных степеней свободы. Комментарии, суммирующие материал, и выводы работы содержатся в **Заключении**.

1. ТИПЫ КОНФИГУРАЦИЙ В ЯДРЕ ^{44}Ti

Начиная с ядра ^{44}Ti четно-четные ядра с $Z = N$ становятся радиоактивными. Именно в этой области долина стабильных ядер на NZ -диаграмме отклоняется от изоспиново-симметричных ядер в сторону ядер с нейтронным избытком. Это ядро также является первым четно-четным ядром за пределами sd -оболочки.

Спектр уровней ядра ^{44}Ti определяется сложным взаимодействием различных ядерных степеней свободы, но в то же время не настолько богат, как спектры тяжелых ядер. Многие его особенности могут быть, по крайней мере в первом приближении, объяснены на качественном уровне. Поэтому рассмотрение этого

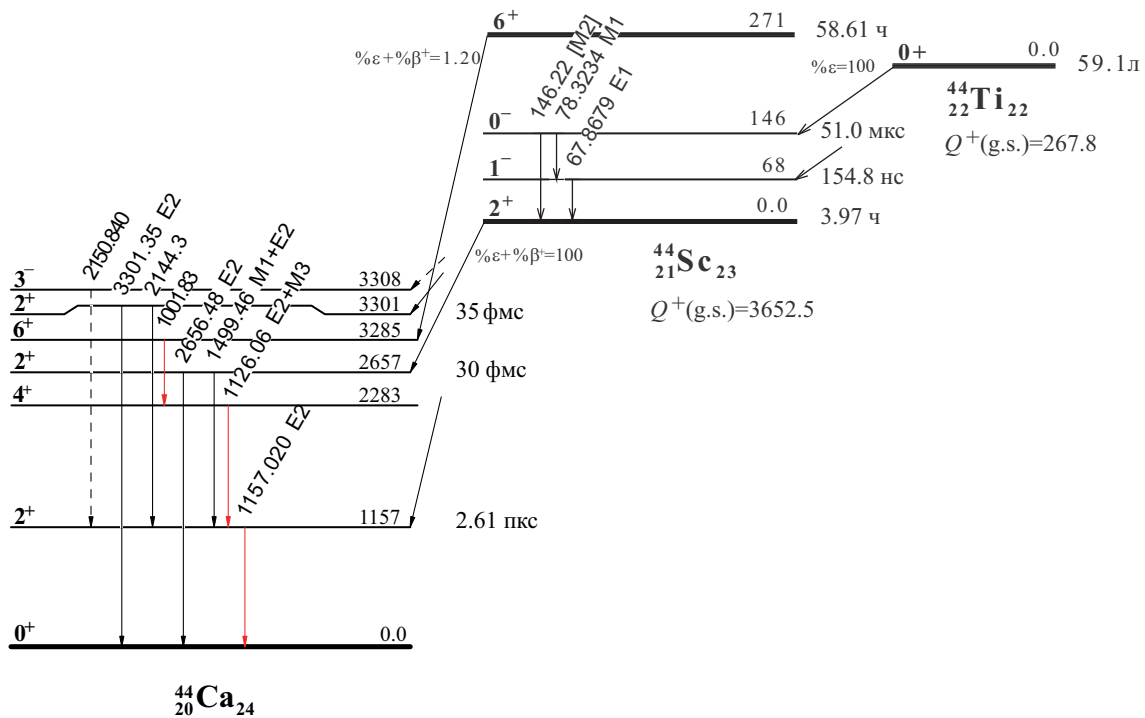


Рис. 1. Схема распада ^{44}Ti . Значения энергий возбуждения, γ -переходов и энергий β^+ распадов Q^+ приведены в кэВ. Данные из ENDS [4]

спектра может быть весьма поучительным с точки зрения понимания природы различных типов возбуждений в ядре, их сосуществования и смешивания.

С одной стороны, ядро ^{44}Ti может рассматриваться как 4 нуклона, движущиеся в поле дважды магического остова ^{40}Ca , который с некоторой точностью можно считать инертным (невозбужденным). Согласно простейшей оболочечной схеме эти 4 нуклона находятся в $1f_{7/2}$ -состоянии. Однако поскольку одночастичный уровень $1f_{7/2}$ лежит ненамного глубже, чем уровни следующей оболочки (как известно, магичность числа 28 выражена слабее, чем других магических чисел), возможно смешивание с $2p$ - и $1f_{5/2}$ -состояниями. В незамкнутой оболочке естественно ожидать заметных эффектов спаривания внешних нуклонов. Чаще всего рассматривается спаривание одинаковых частиц (протонов или нейтронов). Однако известно, что в близко лежащем изотопе скандия ^{42}Sc ($Z = N = 21$) явно проявляется протон-нейтронное спаривание, что приводит к тому, что основное состояние этого ядра имеет изоспин $T = 1$. Поэтому в ядре ^{44}Ti можно также ожидать возникновения спаривания нуклонов различных типов.

С другой стороны, можно представить себе ^{44}Ti как кластерное состояние $^{40}\text{Ca} + \alpha$. Система двух дважды магических ядер может быть энергетически выгодной структурой. Важность конфигурации $^{40}\text{Ca} + \alpha$ можно видеть по значениям энергии отделения нуклонов и α -частицы в ^{44}Ti и соседних четно-четных ядрах ^{40}Ca и ^{48}Cr (см. табл. 1). Энергия отделения α -частицы минимальна в случае ^{44}Ti , что означает преобладание конфигурации $^{40}\text{Ca} + \alpha$ в волновой функции системы по крайней мере при больших расстояниях между кластерами.

В то же время из табл. 1 видно, что энергии внешних протонов и нейтронов в ^{44}Ti , (как и в соседних ядрах

^{40}Ca и ^{48}Cr) существенно различаются вследствие кулоновского взаимодействия, что может препятствовать их объединению в α -кластер.

Кластерное и оболочечное описание одних и тех же состояний или явлений не являются противоречащими друг другу. На примере ядер p -оболочки было показано [5], что оболочечные конфигурации содержат значительную кластерную компоненту и наоборот. В терминах квантовой механики можно сказать, что оболочечные и кластерные конфигурации не ортогональны друг другу.

Помимо указанных, модельное описание структуры ^{44}Ti может включать дополнительные факторы. Например, выше предполагалось, что ^{40}Ca является инертным остовом. Учет возбуждений ^{40}Ca дополнительно усложнит картину. Также состояние $^{40}\text{Ca} + \alpha$ может рассматриваться как несферическое (деформированное) состояние. Однако возможны и другие типы деформации: деформация ядра как целого без формирования кластеров, а также более сложные кластерные конфигурации молекулярного типа (например, $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$).

Реальные ядерные состояния не представляют собой чисто оболочечные, или чисто кластерные, или какие-либо еще состояния простой структуры. Однако, если не начинать с подобных упрощенных модельных схем, невозможно создание моделей, более адекватных природе тех или иных состояний. Поэтому качественное понимание структуры ядерных возбуждений является необходимой частью исследования свойств атомных ядер.

Прежде чем перейти к подробному рассмотрению моделей, применяемых к ядру ^{44}Ti , приведем на рис. 2 экспериментальный спектр ^{44}Ti и несколько примеров теоретических расчетов.

Левая колонка на рис. 2 представляет современный объем экспериментальных данных об энергиях и спи-

нах возбужденных состояний ^{44}Ti [4] (ввиду большой плотности спектра на рисунке указаны не все определенные в эксперименте спины и четности состояний). Прежде всего становится ясно, что полное описание всех уровней в какой-либо одной или нескольких моделях не представляется возможным. Более реально ставить задачу найти соответствие между заведомо более бедными теоретическими спектрами и экспериментом. При этом могут быть идентифицированы уровни, имеющие ту или иную природу.

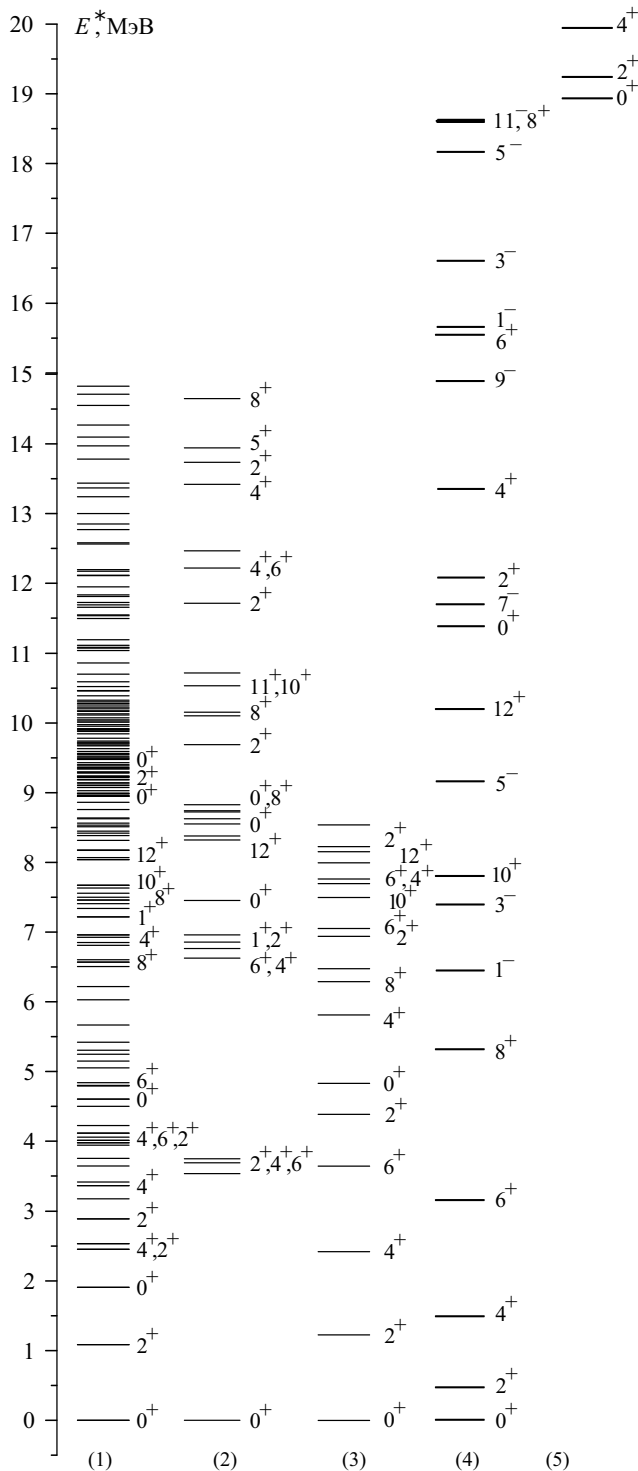


Рис. 2. Спектр ^{44}Ti из эксперимента (1), рассчитанный в оболочечной модели (2, 3), в кластерной модели $^{40}\text{Ca}+\alpha$ (4) и молекулярной модели $^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}$ (5)

В колонке (2) показаны результаты наших расчетов в простом варианте оболочечной модели со спариванием. Результаты оболочечных расчетов из работы [6] показаны в колонке (3). Как мы увидим далее, многие состояния, наблюдаемые в эксперименте, находят в этих спектрах разумное соответствие.

В колонке (4) представлены уровни, полученные в работе [7] в кластерной модели $^{40}\text{Ca}+\alpha$. Наконец, колонка (5) соответствует молекулярным состояниям $^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}$, рассмотренным в работе [8]. Такие состояния, как видно из рисунка и будет объяснено далее, отсутствуют в низколежащей части спектра. Видно, что кластерных состояний сравнительно немного (хотя, как мы увидим в следующем разделе, на рис. 2 представлены не все состояния такого типа). Поэтому кластерная модель в меньшей степени, чем оболочечная, может претендовать на глобальное описание спектра. С другой стороны, эти полосы характеризуются простой и четкой системой чередования спинов, вследствие чего кластерные состояния (говоря более строго, состояния с преобладающей кластерной компонентой) легче идентифицируются. В то же время, как мы увидим ниже, некоторые состояния могут быть предположительно отождествлены как с кластерными, так и с оболочечными степенями свободы.

Подробное рассмотрение этих проблем и составляет предмет настоящей работы.

2. ЯДРО ^{44}Ti КАК $^{40}\text{Ca}+\alpha$

Энергия отделения α -частицы от ядра ^{44}Ti (табл. 1) невелика, но и не настолько мала, чтобы ядро в основном состоянии представляло собой рыхлую слабо связанную систему. Следовательно, α -частица находится в основном не слишком далеко от ^{40}Ca . Допустим, что основное состояние ^{44}Ti представляет собой чистую конфигурацию $^{40}\text{Ca}+\alpha$, причем как остов, так и кластер не искажены взаимодействием между ними. Тогда среднеквадратичный зарядовый радиус ^{44}Ti выражается через радиусы ^{40}Ca и α следующим образом [9]:

$$\langle r^2 \rangle_{\text{Ti}} = \frac{10}{11} \langle r^2 \rangle_{\text{Ca}} + \frac{1}{11} \langle r^2 \rangle_{\alpha} + \frac{10}{121} \langle R^2 \rangle, \quad (1)$$

где R — расстояние между центрами ^{40}Ca и α . Используя данные о зарядовых радиусах из компиляции [10], получаем $\langle R^2 \rangle^{1/2} = 4.66$ фм, что меньше, чем сумма радиусов ^{40}Ca и α (5.15 фм). Таким образом, в пространстве конфигурация выглядит не как гантель или двухцентровая молекула, а скорее как шар (^{40}Ca) с наростом с одной стороны (α).

На первый взгляд, рассмотрение системы $^{40}\text{Ca}+\alpha$ сводится к простейшей двухчастичной задаче. Для описания такой системы необходимо выбрать потенциал, описывающий взаимодействие ^{40}Ca и α и решить стандартное уравнение Шредингера. Однако для такой структуры важнейшую роль играет принцип Паули. Нуклоны α -кластера, находящиеся в непосредственной близости от ^{40}Ca , не могут занимать состояния, уже занятые нуклонами остова.

Такая ситуация хорошо известна в легких ядрах [5]. Простейшим примером является ядро ^8Be . На этом примере легко проиллюстрировать взаимосвязь между оболочечными и кластерными представлениями.

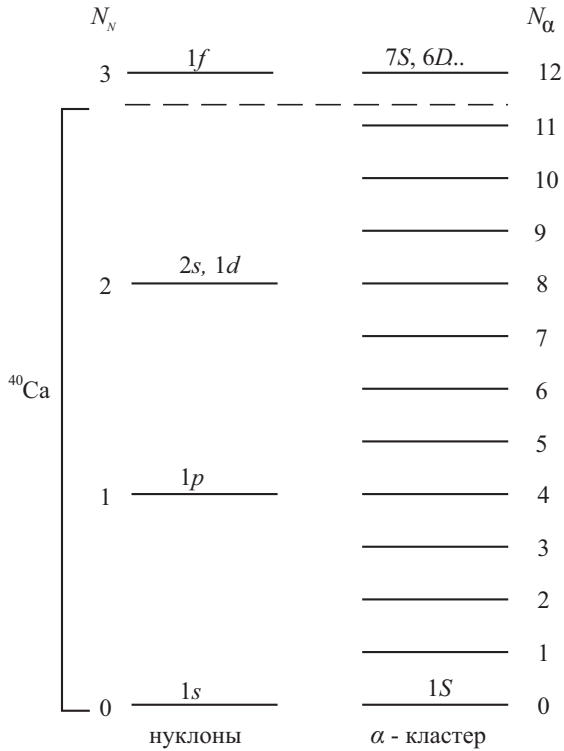


Рис. 3. Схема уровней гармонического осциллятора. Слева — для нуклонов, справа — для α -кластера

В оболочечной картине 4 нуклона в ${}^8\text{Be}$ занимают 1s-уровень, а еще 4 вследствие принципа Паули должны занять более высокое 1p-состояние. Используя простую схему гармонического осциллятора (рис. 3), можно сказать, что состояние каждого из четырех 1p-нуклонов характеризуется одним квантом возбуждения ($N_N = 1$), а общее число квантов (4) в ${}^8\text{Be}$ есть сумма числа квантов четырех 1s-нуклонов ($N_N = 0$) и четырех 1p-нуклонов ($N_N = 1$).

Если та же система рассматривается в рамках кластерной картины (т. е. предполагается, что она состоит из двух α -кластеров), то все нуклоны находятся в составе двух невозбужденных α -частиц. Из оболочечной картины мы знаем, что в системе вследствие принципа Паули существуют 4 кванта возбуждения. Единственная степень свободы, в которой это возбуждение может проявляться, — относительное движение двух α -частиц. Хотя α -частицы имеют целый (нулевой) спин и являются бозонами, их свойства (тип статистики) отличаются от свойств точечных (бесструктурных) бозонов. Действительно, по принципу Паули невозможно состояние, например, в котором две α -частицы находятся в 1S-состоянии относительного движения, т. к. при этом четыре протона и четыре нейтрона окажутся в одних и тех же квантовых состояниях. Это означает, что в основном состоянии ${}^8\text{Be}(0^+)$ относительное движение не может описываться волновой функцией ни 1S-состояния ($N_\alpha = 0$; это означало бы, что все 8 нуклонов находятся на нижайшем одночастичном уровне), ни 2S-состояния ($N_\alpha = 2$), а только 3S-состояния ($N_\alpha = 4$). Аналогично первое возбужденное состояние ${}^8\text{Be}(2^+)$ описывается как 2D-состояние (также с $N_\alpha = 4$), а не 1D ($N_\alpha = 2$). Состояния с $N_\alpha = 0, 2$ называются поэтому запрещенными. Заметим, что состояния относительного движения с нечетными N_α в ${}^8\text{Be}$ невозможны вследствие бозе-статистики.

Согласно известной формуле

$$\hbar\omega = \frac{1}{mr_0^2}, \quad (2)$$

связывающей энергию кванта возбуждения $\hbar\omega$ и осцилляторный параметр r_0 , т. к. масса m α -частицы в 4 раза больше массы нуклона, энергия кванта в 4 раза меньше. Поэтому уровни с $N_N = 1$ и $N_\alpha = 4$ имеют одну и ту же энергию (рис. 3).

Поскольку 4 кластеризованных нуклона в ${}^{44}\text{Ti}$ занимают 1f-оболочку с $N_N = 3$, получаем, что $N_\alpha = 12$ и если спин и четность ядра $J^\pi = 0^+$, то α -частица и ${}^{40}\text{Ca}$ находятся в 7S-состоянии относительного движения друг относительно друга. Волновая функция такого состояния имеет 6 узлов.

Правую часть рис. 3, разумеется, не надо воспринимать так, что остов ${}^{40}\text{Ca}$ состоит из 10 α -частиц. Структура остова в такого рода моделях обычно вообще не обсуждается. На рис. 3 лишь показаны запрещенные и первые разрешенные состояния α -частицы, движущейся в поле ${}^{40}\text{Ca}$.

Видно, что задача в действительности гораздо сложнее, чем стандартная задача двух точечных (элементарных) тел. Значительная часть состояний, получающихся с каким-либо простым потенциалом взаимодействия ${}^{40}\text{Ca}$ и α , исключается принципом Паули. Решение такой задачи требует или наложения явного условия антисимметризации полной волновой функции системы нуклонов или такой модификации потенциала, которая эффективно учитывает запреты, возникающие вследствие принципа Паули.

В модели гармонического осциллятора при $N_\alpha = 12$ имеются 7 вырожденных уровней 7S, 6D, 5G... до $L = 12$. В такой наивной картине можно ожидать наличия 7 вырожденных уровней ядра с $J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+, 8^+, 10^+, 12^+$. Конечно, в реальном ядре вырождения уровней не будет. Простейшее количественное описание такой системы возможно или при помощи глубокого нелокального потенциала с запрещенными состояниями [11], или фазовоэквивалентного локального потенциала с отгалкивающей сердцевинной, имитирующей наличие запрещенных состояний [12]. Естественно, при этом простая осцилляторная картина нарушается.

Результатом модификации простого (например, осцилляторного) потенциала является сильное смешивание разрешенных (с $N_\alpha \geq 12$) состояний, тем более сильное, чем меньше L и чем больше запрещенных состояний. За счет смешивания уровни с меньшим L опускаются ниже и вырождение снимается.

Если теперь опять вернуться к модели осциллятора, можно попытаться рассматривать полученные невырожденные уровни как состояния в потенциале гармонического осциллятора с осцилляторным параметром r_0 , различающимся для различных L . Тогда нужно считать, что квант возбуждения $\hbar\omega$ в состояниях с малыми L и меньшей энергией меньше. Из формулы (2) видно, что параметр r_0 , характеризующий радиус потенциала, в состояниях с малыми L больше, хотя энергия последних выше. Такое уменьшение радиусов с ростом энергии возбуждения называется антистретч-эффектом. Различие радиусов проявляется, в частности, в вероятностях электромагнитных переходов.

Таким образом, мы можем ожидать в ^{44}Ti систему уровней с $J^\pi = 0^+, 2^+, \dots, 12^+$. Такая система иногда называется ротационной или квазиротационной полосой, однако существенно отличается от обычных ротационных полос. Во-первых, она даже формально не бесконечна и заканчивается уровнем с $J^\pi = 12^+$. Во-вторых, энергии уровней не подчиняются правилу $E \sim J(J+1)$, известному для обычных ротационных полос.

Описанная выше схема, разумеется, является упрощенной. Реальные количественные расчеты, которые цитируются далее, выполнены гораздо более сложными методами. Однако отмеченные качественные черты спектров в таких подходах во многом сохраняются.

Заметим, что $N_\alpha = 12$ является минимально возможным главным квантовым числом, характеризующим относительное движение ^{40}Ca и α , но более высокие значения N_α не запрещены. Следовательно, возможны возбужденные состояния, характеризующиеся $N_\alpha = 13, 14, \dots$

Наконец, следует отметить, что область действия кластерной модели ограничена состояниями с нулевым изоспином (если не включать высоковозбужденные состояния остова). Состояния с ненулевым изоспином будут рассмотрены далее в рамках оболочечной модели.

Далее мы отчасти следуем обзорам [9, 13, 14], в которых можно найти многие опущенные здесь детали, а также отражаем результаты работ, выполненных позднее.

Во многих теоретических работах используются типичные для кластерных моделей метод резонирующих групп и метод генераторной координаты [15], в которых задача на движение двух тел — остова и кластера — решается с использованием некоторого эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия и учитывается требование антисимметризации волновых функций нуклонов кластера и остова, а также некоторые другие подходы. Не останавливаясь на теоретической стороне дела, рассмотрим наиболее интересные результаты.

На рис. 4 приведены коэффициенты разложения [9] вычисленных методом резонирующих групп волновых функций относительного движения ^{40}Ca и α по базису гармонического осциллятора для значений $J = L = 0, 2, \dots, 12$. Видно, что для $L = 12$ (запрещенных состояний нет) волновая функция почти совпадает с осцилляторной для $N_\alpha = 12$. Чем больше запрещенных состояний (меньше L), тем сильнее смешивание

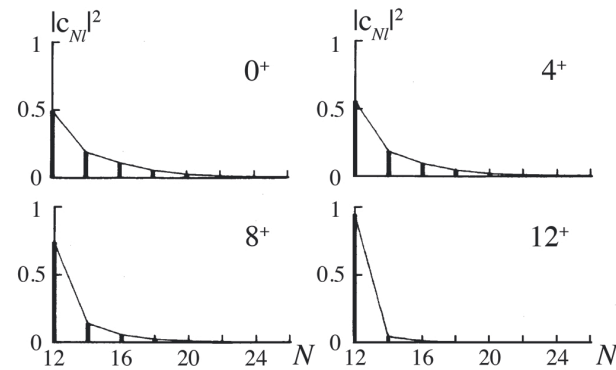


Рис. 4. Квадраты модулей коэффициентов разложения c_{Nl} волновых функций относительного движения ^{40}Ca и α по волновым функциям гармонического осциллятора

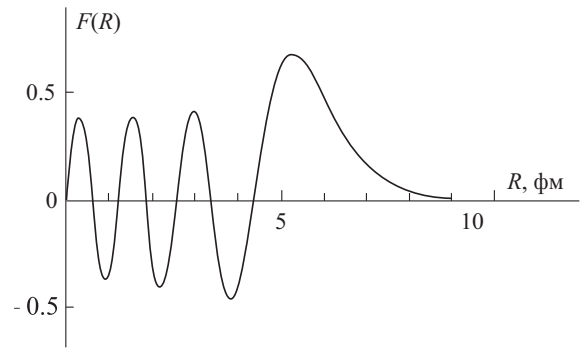


Рис. 5. Волновая функция $F(R)$ относительного движения ^{40}Ca и α при $L = 0$, вычисленная с потенциалом вудс-саксоновского типа

состояний с различными разрешенными N_α . Волновая функция при $L = 0$, вычисленная с простым потенциалом вудс-саксоновского типа [13], показана на рис. 5. В соответствии с обсуждением выше такая функция, имея 6 узлов, сильно осциллирует во внутренней области ядра.

Нижайшим уровнем рассматриваемой полосы с $N_\alpha = 12$ является состояние 0^+ . В различных работах различные 0^+ -состояния ^{44}Ti выбирались в качестве основы полосы. В большинстве работ принято считать нижайшим уровнем этой полосы основное состояние ^{44}Ti . отождествление возбужденных уровней с членами полосы также неоднозначно. На рис. 6 показаны два возможных варианта: из работы [9] (такой выбор принимается в большинстве теоретических работ) и компиляции [4]. В обоих вариантах фигурируют реально наблюдаемые в эксперименте уровни. Второй вариант ближе к обычной ротационной полосе, хотя правило $E \sim J(J+1)$ количественно не выполняется. В первом варианте оно, очевидно, не соблюдается.

На том же рисунке приведены некоторые результаты расчетов соответствующего спектра. Видно, что спектр из работы [9], вычисленный в методе резонирующих групп, ближе ко второму варианту выбора экспериментальных энергий. В работе [16], выполненной в простом подходе с модифицированным потенциалом Вудса–Саксона, удастся воспроизвести сближение уровней 10^+ и 12^+ первого варианта, как и в работе [8], где использовался метод генераторной координаты. В табл. 2 представлены среднеквадратичные расстояния между ^{40}Ca и α , вычисленные в работе [9].

Табл. 2. Среднеквадратичные расстояния $\langle R^2 \rangle^{1/2}$ между ^{40}Ca и α и приведенные вероятности перехода $B(E2)$ для уровней полосы с $N_\alpha = 12$. Экспериментальные данные соответствуют первому варианту идентификации уровней полосы

| J^π | $\langle R^2 \rangle^{1/2}$, фм | $B(E2)$, $e^2 \text{ фм}^4$ | | | | |
|---------|----------------------------------|------------------------------|-----|------|-----|-----|
| | | exp [4] | [9] | [16] | [8] | [6] |
| 0^+ | 4.50 | | | | | |
| 2^+ | 4.51 | 120 ± 30 | 108 | 102 | 142 | 134 |
| 4^+ | 4.47 | 280 ± 50 | 146 | 136 | 222 | 201 |
| 6^+ | 4.38 | 160 ± 20 | 140 | 130 | 167 | 192 |
| 8^+ | 4.27 | — | 118 | 106 | 172 | 138 |
| 10^+ | 4.06 | < 190 | 75 | 72 | 99 | 140 |
| 12^+ | 3.83 | 40 ± 10 | 34 | 35 | 69 | 63 |

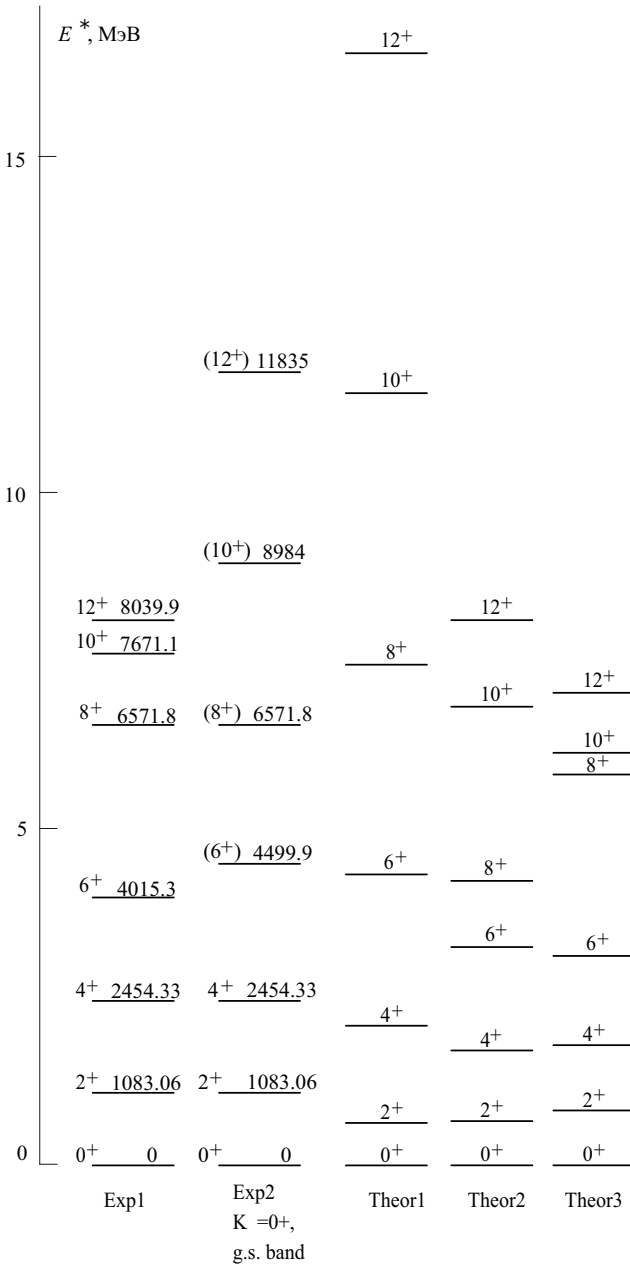


Рис. 6. Экспериментальные энергии состояний Exp1 [9] и Exp2 [4] в двух вариантах выбора уровней кластерной полосы с $N_\alpha = 12$, а также результаты теоретических расчетов Theor1 [9], Theor2 [16] и Theor3 [8]

Хорошо виден антистретч-эффект, упомянутый ранее. Хотя состояния с большими моментами лежат выше по энергии, они пространственно более компактны. Видно также, что для основного состояния значение $\langle R^2 \rangle^{1/2}$ неплохо согласуется с оценкой $\langle R^2 \rangle^{1/2} = 4.66$ фм по формуле (1). Отметим, что в то время, когда выполнялась работа [9], зарядовый радиус ^{44}Ti не был известен. Судя по энергиям высоколежащих уровней, можно предположить, что антистретч-эффект в расчетах [8, 16] выражен слабее, однако авторы этих работ не приводят значений $\langle R^2 \rangle^{1/2}$.

В той же таблице показаны приведенные вероятности переходов $B(E2)$ между уровнями полосы в различных подходах и их сравнение с экспериментом. Основная тенденция зависимости $B(E2)$ от J воспроизводится теорией.

Рассмотренная полоса — не единственное проявление кластерной структуры $^{40}\text{Ca} + \alpha$. Естественно ожидать также возникновения полосы состояний с отрицательной четностью. Часто эта полоса интерпретируется как второй член «четностного дублета» (parity-doublet), предсказанного в работе [17] на основе аналогии с двухатомными молекулами. Однако кажется наиболее естественным рассматривать эту полосу как возбуждение по главному квантовому числу N_α , описывающему относительное движение остова и α -частицы.

Ранее рассмотренная полоса соответствовала минимально возможному вследствие принципа Паули значению $N_\alpha = 12$. Для $N_\alpha = 13$, очевидно, получим $7P, 6F \dots$ -состояния относительного движения ^{40}Ca и α и, следовательно, состояния ядра с $J^\pi = 1^-, 3^-, 5^-, 7^-, 9^-, 11^-, 13^-$. Попробуем оценить энергетический сдвиг между нижайшими состояниями полос с $N_\alpha = 12$ и $N_\alpha = 13$. Из формулы (2), значения $\langle R^2 \rangle^{1/2}$, вычисленного выше, и известной формулы для среднеквадратичного радиуса осцилляторного состояния с данным N_α получаем $\hbar\omega = 7.1$ МэВ. Такая оценка выглядит весьма грубой, т. к. рассматриваемые состояния существенно отличаются от осцилляторных. Однако известные из эксперимента энергии возбуждения двух уровней с $J^\pi = 1^-$, рассматриваемых как кандидаты в состояния с $N_\alpha = 13$, составляют 6.2 и 7.5 МэВ [4].

В работе [18] подчеркивалось, что возникновение низколежащих уровней отрицательной четности (в том числе изоскалярного дипольного возбуждения 1^-) является характерным признаком асимметричной кластеризации (в ядре ^8Be , где можно говорить о симметричной кластеризации, такие состояния отсутствуют в силу бозе-статистики).

Пример количественного расчета энергий полосы с $N_\alpha = 13$ показан на рис. 7. Сопоставление расчетов с экспериментом затруднено тем, что в этой области энергий надежно наблюдались лишь уровни с $J^\pi = 1^-, 3^-, 5^-$ [4]. Состояния с более высокими нечетными спинами и отрицательной четностью, наблюдавшиеся в основном в работе [19], в компиляции [4] рассматриваются как идентифицированные предположительно. Сходные результаты получены также в работе [20].

Естественно, можно рассмотреть и полосы с большими значениями N_α . Пример расчетов для $N_\alpha = 14$ (состояния с $J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+, 8^+, 10^+, 12^+, 14^+$; $8S, 7D \dots$ -состояния относительного движения) и $N_\alpha = 15$ показан на том же рисунке. Для низших состояний можно установить определенное соответствие с наблюдаемыми уровнями, однако в основном эти полосы лежат в области энергий, где экспериментальные данные слишком скудны.

В работах [21, 22] рассматривались состояния, возникающие, если остов ^{40}Ca находится в одном из возбужденных состояний положительной четности, а именно двух низколежащих состояний $J^\pi = 0^+$ и 2^+ . Результаты расчетов из работы [22] приведены на рис. 8. Здесь показаны 4 полосы с $N_\alpha = 12, 13, 14, 15$, построенные на основном состоянии и аналогичные рассмотренным выше, а также полосы с $N_\alpha = 12$, построенные на возбужденных состояниях ($K = 0_2^+$ и $K = 2^+$). Результаты расчетов помечены «теор.».

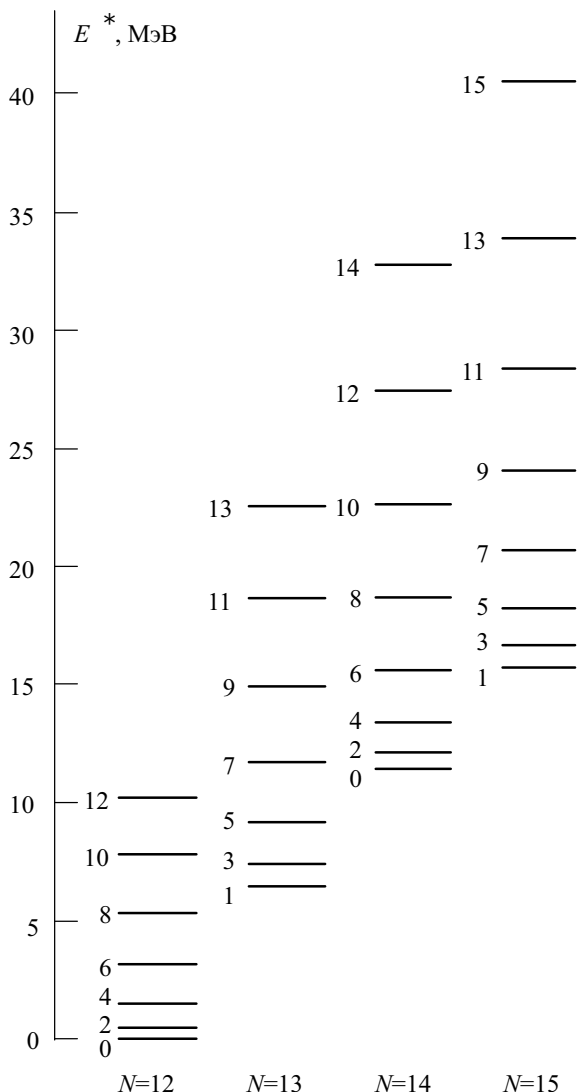


Рис. 7. Рассчитанные в работе [7] энергии полос с $N_\alpha = 12, 13, 14$ и 15 . Состояния с $N_\alpha = 12$ и 14 имеют положительную четность, с $N_\alpha = 13$ и 15 — отрицательную

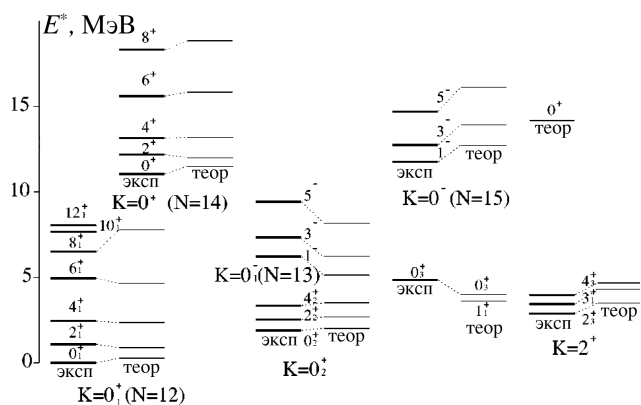


Рис. 8. Рассчитанные в работе [22] энергии полос с $N_\alpha = 12, 13, 14$ и 15 , построенные на основном состоянии, и полосы с $N_\alpha = 12$, построенные на возбужденных состояниях ($K = 0_2^+$ и $K = 2^+$). Результаты теоретических расчетов обозначены «теор.», экспериментальные уровни — «эксп.»

Отметим, что на рисунке представлены лишь те состояния, которым можно более или менее уверенно сопоставить экспериментальные уровни (обозначены «эксп.»). Полный спектр в таком подходе содержит значительное количество состояний, однако большинство

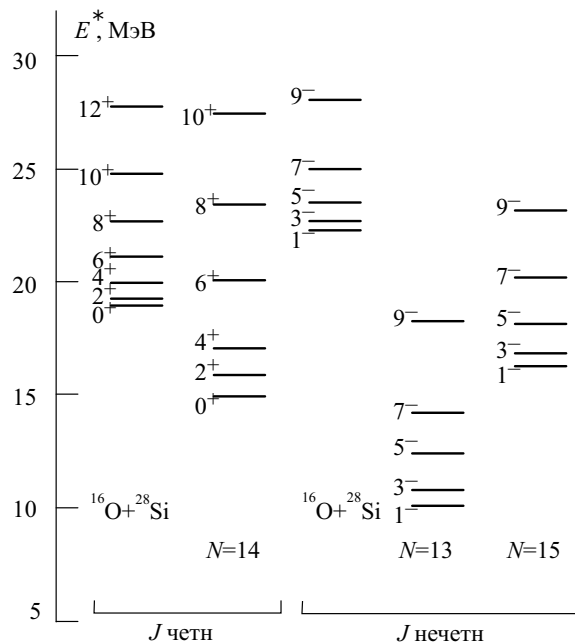


Рис. 9. Полосы, соответствующие конфигурации $^{40}\text{Ca}+\alpha$ с $N_\alpha = 13, 14$ и 15 , и нижайшие полосы, соответствующие конфигурации $^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}$, рассчитанные методом антисимметризованной молекулярной динамики [8]

из них лежит в той области энергий, где экспериментальная идентификация уровней затруднена.

Следует отметить, что состояния « α -кластер + остов» существуют не только в ^{44}Ti . Неоднократно обсуждалось с этой точки зрения ядро ^{20}Ne ($\alpha+^{16}\text{O}$). Полосы, аналогичные рассмотренным, имеются даже в ^{212}Po ($\alpha+^{208}\text{Pb}$) [16, 23, 24], хотя, казалось бы, протонам и нейтронам, находящимся в разных оболочках, труднее объединиться в α -кластер. Здесь минимальное значение $N_\alpha = 22$, т. е. относительное движение α -кластера и остова в состоянии 0^+ описывается $12S$ -функцией с 11 узлами. Обсуждались также состояния такого рода в ядрах, в которых остов не является дважды магическим ядром (см., например, [25–27]).

В работе [8] в рамках антисимметризованной молекулярной динамики — подходе, в котором движение отдельных нуклонов описывается в формализме волновых пакетов, — были рассмотрены конфигурации не только $^{40}\text{Ca}+\alpha$, но и $^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}$. Легко подсчитать, что для конфигурации $^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}$ минимальное число квантов $N_O = 36$. Попробуем оценить положение соответствующей полосы. Полагая (в значительной степени произвольно), что параметр r_0 в формуле (2) одинаков для обеих конфигураций, и используя в (2) приведенные массы для обеих пар, получаем $\hbar\omega(^{16}\text{O}+^{28}\text{Si})/\hbar\omega(^{40}\text{Ca}+\alpha) = 0.36$. Можно было бы предположить, что полоса $^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}$ с $N_O = 36$ имеет такую же энергию, что и полоса $^{40}\text{Ca}+\alpha$ с $N_\alpha = 36 \cdot 0.36 \approx 13$. Однако следует учесть, что сумма энергий связи ^{16}O и ^{28}Si на 6.2 МэВ меньше, чем ^{40}Ca и α (конфигурация $^{40}\text{Ca}+\alpha$ энергетически выгоднее, чем $^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}$), поэтому полоса $^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}$ должна быть сдвинута примерно на 6 МэВ вверх. Количественный расчет [8] дает несколько больший (9 МэВ) сдвиг (рис. 9). Сдвиг полосы с $N_O = 37$ состояний с нечетными моментами и отрицательной четностью относительно полосы с $N_O = 36$ состав-

ляет около 3 МэВ [8] в согласии с нашей оценкой $\hbar\omega(^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}) = \hbar\omega(^{40}\text{Ca}+\alpha) \cdot 0.36 = 2.6$ МэВ.

Видно, что состояния $^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}$ лежат в той области энергий, где в эксперименте уровни ^{44}Ti не идентифицированы (в компиляции [4] уровни ^{44}Ti приводятся вплоть до энергии возбуждения 16 МэВ). Идентификация таких состояний представляет собой сложную задачу.

В работах [19, 28] отмечалось, что определенные системы уровней ^{44}Ti могут быть, по крайней мере качественно, описаны как обычные ротационные полосы, соответствующие вращению ядра как целого. В работе [29] ядро ^{44}Ti рассматривалось в рамках метода Хартри—Фока с силами Скирма и учетом деформации (заметим, что вращательные спектры в этой работе не вычислялись). Здесь показано, что энергия ^{44}Ti имеет два близких по величине минимума при параметрах деформации $\beta_2 \approx 0.2$ (вытянутая форма) и $\beta_2 \approx -0.2$ (сплюснутая форма). Кластерные степени свободы не рассматривались.

Поучительно рассмотреть сходства и различия между кластерными конфигурациями и деформацией ядра как целого на качественном уровне.

Как уже говорилось, признаком ротационной полосы, соответствующей вращению всего ядра, является правило $E \sim J(J+1)$, вытекающее из того, что кинетическая энергия вращения есть $E = J(J+1)/2I$, где I — момент инерции ядра. Часто это правило хорошо выполняется для нижайших уровней ротационной полосы, но расстояния между уровнями с большими спинами становятся меньше предсказываемых этой простой формулой, что обычно связывается с увеличением момента инерции за счет центробежных сил.

Рассмотрим для сравнения «полосу вращательных состояний» гармонического осциллятора $1s, 1p, 1d \dots$ (ирраст-состояния в ядерной терминологии). Известно, что энергии растут с L не квадратично, а линейно. Та же картина имеет место, например, в кулоновском потенциале. Причина этого различия состоит в том, что средний квадрат расстояния между частицей и центром (остовом и нуклоном или остовом и кластером), а следовательно, и момент инерции не фиксированы, а увеличиваются с $J = L$ линейно. В результате получается спектр, линейный по J . Эта ситуация схожа с поведением уровней вращательной полосы при больших J .

В реальной кластерной картине состояния отличаются от осцилляторных, прежде всего радиус орбиты зависит от L даже при фиксированном N_α . Антистретч-эффект приводит к тому, что для данного N_α уровни с большими L лежат выше. С другой стороны, ротационные спектры деформированных ядер указывают, наоборот, что при больших спинах размер системы становится больше и уровни сближаются, что может давать спектры, похожие на те, что получаются в кластерной модели. Не исключено, что описание наблюдаемых полос возможно в некоторых предположениях и в картине вращения ядра как целого. Однако видно, что эти картины физически различаются: кластер приближается к остову при увеличении J , размер же деформированного ядра увеличивается.

3. ПРОСТЕЙШАЯ ОБОЛОЧЕЧНАЯ КАРТИНА И СПАРИВАНИЕ НУКЛОНОВ

Выше ^{44}Ti рассматривался как двухтельная кластерная система. Однако наиболее распространенным способом описания спектров легких и средних ядер является оболочечная модель. Само это понятие объединяет в настоящее время множество разнообразных подходов, основанных на представлении о ядерной системе как совокупности одночастичных состояний нуклонов, движущихся в потенциале — феноменологическом или самосогласованном — некоторого среднего поля с различными осложнениями: смешиванием конфигураций, учетом деформации, спаривания и т. п.

В предыдущем разделе было показано, что ряд уровней ^{44}Ti находят разумную интерпретацию в рамках кластерной картины. Конечно, это не все состояния ^{44}Ti . Другие уровни можно пытаться описать в модели оболочек. Однако более важный вопрос состоит в том, могут ли характеристики тех же состояний быть воспроизведены в модели оболочек и если ответ положительный, то что означает эта двойственность.

Простая модель, рассмотренная в этом разделе, ставит основной задачей анализ роли спаривания в $1f_{7/2}$ -оболочке и сравнение ситуаций, когда спариваются либо тождественные нуклоны, либо протоны с нейтронами. Мы ограничиваемся здесь сферическими конфигурациями. Связь спаривания нуклонов и деформации, в том числе для ^{44}Ti , рассмотрена в работах [30–32].

Рассмотрим ядро ^{44}Ti как 4 нуклона в состоянии $1f_{7/2}$ сверх замкнутого магического остова ^{40}Ca . Введение остаточного взаимодействия приводит к формированию спектра возбужденных состояний, возникающих за счет взаимодействия внешних нуклонов, когда пара нуклонов находится в различных состояниях относительного движения. Наиболее выгодно (соответствует максимальному притяжению) состояние с нулевым полным моментом пары. Увеличение полного момента приводит к уменьшению энергии спаривания. Простейшим, но достаточно эффективным способом описания такого набора уровней в случае двух тождественных внешних нуклонов в состоянии с одночастичным моментом j является использование в качестве остаточного взаимодействия δ -сил [33]:

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -V_T \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2),$$

где индекс T обозначает суммарный изоспин пары нуклонов.

На рис. 10 представлена схема уровней мультиплетта основного состояния двух нуклонов в состоянии $j = 7/2$ при единичной амплитуде взаимодействия. На схеме отображен дополнительный вклад в энергию связи, возникающий за счет введения остаточного притягивающего взаимодействия. Жирным выделены состояния с суммарным изоспином $T = 1$ и четными значениями полного момента J , соответствующие спариванию тождественных нуклонов. В случае спаривания нейтрона и протона в мультиплетте добавятся еще состояния с нечетным значением J , соответствующие $T = 0$. Приведенные на рис. 10 расчеты выполнены для одинаковой амплитуды взаимодействия в изоскалярном или изовекторном каналах: $V_0 = V_1 = 1$. Мультиплеты основного состояния для трех

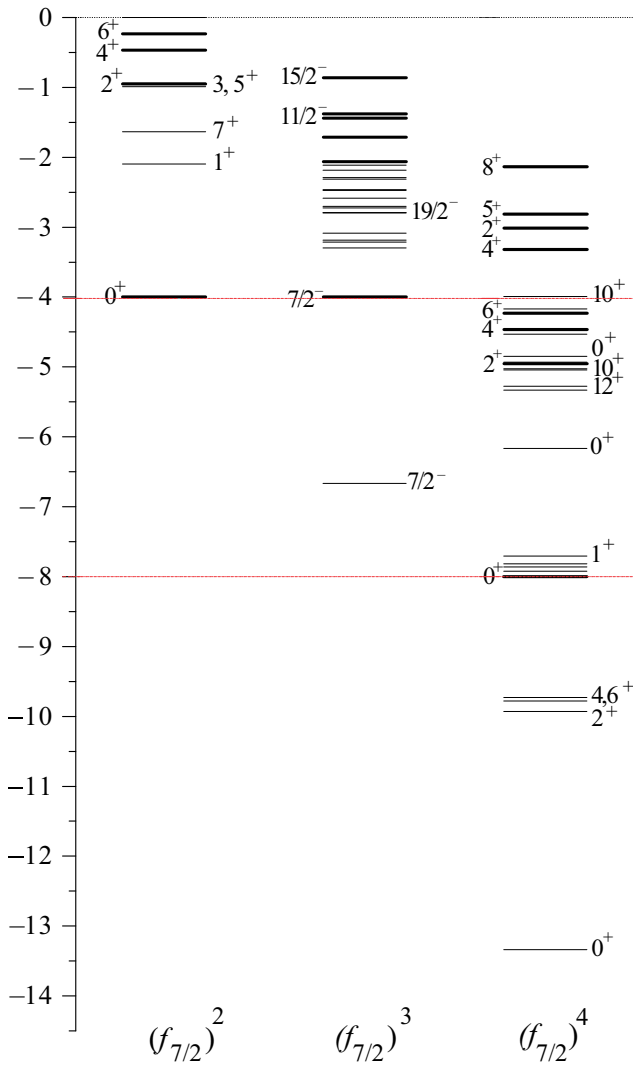


Рис. 10. Схематическое положение возбужденных состояний для двух, трех и четырех нуклонов в состоянии $1f_{7/2}$ в приближении δ -сил с единичной амплитудой взаимодействия при всех значениях изоспина. Жирным выделены уровни, соответствующие спариванию тождественных нуклонов ($T = 1$ для $(1f_{7/2})^2$, $T = 3/2$ для $(1f_{7/2})^3$ и $T = 2$ для $(1f_{7/2})^4$)

и четырех нуклонов в состоянии $j = 7/2$ рассчитаны в схеме сеньорити с использованием генеалогических коэффициентов из работы [34].

Важно отметить, что включение в рассмотрение состояний с $T = 0$ приводит не только к существенному увеличению числа состояний, но и к изменению величины расщепления мультиплета. В табл. 3 приведены наборы возможных значений J для различных значений сеньорити v (число неспаренных нуклонов), приведенного изоспина t (изоспин неспаренных нуклонов) и суммарного изоспина T [35]. Видно, что если в случае двух нуклонов мультиплет состояний нейтрона и протона увеличивается в два раза по сравнению с набором состояний для тождественных частиц (к 4 состояниям с изоспином $T = 1$ добавляется 4 состояния с изоспином $T = 0$), то в случае 4 нуклонов число состояний увеличивается в 9 раз. Необходимо отметить наличие большого числа состояний с нечетным значением полного момента J в мультиплете, в то время как в экспериментальном спектре таких состояний с нечетным значением J положительной четности

Табл. 3. Классификация состояний n нуклонов в состоянии $j = 7/2$ в зависимости от значения сеньорити v (число неспаренных нуклонов), приведенного изоспина t (изоспин неспаренных нуклонов) и суммарного изоспина T [35]

| n | T | (v, t) | Возможные значения J |
|-----|---------------|--------------------|---|
| 2 | 0 | (2, 0) | 1, 3, 5, 7 |
| | 1 | (0, 0) | 0 |
| | 1 | (2, 1) | 2, 4, 6 |
| 3 | $\frac{1}{2}$ | $(1, \frac{1}{2})$ | $\frac{7}{2}$ |
| | $\frac{1}{2}$ | $(3, \frac{1}{2})$ | $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, (\frac{5}{2})^2, (\frac{7}{2})^2, (\frac{9}{2})^2, (\frac{11}{2})^2, (\frac{13}{2})^2, \frac{15}{2}, \frac{17}{2}, \frac{19}{2}$ |
| | $\frac{3}{2}$ | $(1, \frac{1}{2})$ | $\frac{7}{2}$ |
| | $\frac{3}{2}$ | $(3, \frac{3}{2})$ | $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}, \frac{15}{2}$ |
| 4 | 0 | (0, 0) | 0 |
| | 0 | (2, 1) | 2, 4, 6 |
| | 0 | (4, 0) | $0^2, 2^3, 3^2, 4^4, 5^2, 6^4, 7^2, 8^3, 9, 10^2, 12$ |
| | 1 | (2, 0) | 1, 3, 5, 7 |
| | 1 | (2, 1) | 2, 4, 6 |
| | 1 | (4, 1) | $1^2, 2^2, 3^4, 4^3, 5^4, 6^3, 7^3, 8^2, 9^2, 10, 11$ |
| | 2 | (0, 0) | 0 |
| | 2 | (2, 1) | 2, 4, 6 |
| | 2 | (4, 2) | 2, 4, 5, 8 |

наблюдается очень мало. Отметим, что взаимное расположение таких уровней с различным изоспином обсуждается в работе [36].

Мультиплет основного состояния тождественных нуклонов с сеньорити $v = 2$ включает уровни с $J = 0, 2, \dots, 2j - 1$. Величину его расщепления Δ_{nn} (или Δ_{pp}) мы определяем как удвоенное значение четно-нечетного эффекта массовой поверхности, рассчитанное с использованием экспериментальных значений масс соседних ядер [1, 37]. Значения энергии связи взяты из компиляции [38]. Данный подход в сочетании с использованием δ -взаимодействия показывает хорошие результаты в ядрах, имеющих пару и более тождественных нуклонов (дырок) сверх заполненного магического остова [39–41].

Рассмотрим сначала вариант спаривания тождественных нуклонов. Величины энергий спаривания протонов Δ_{pp} и нейтронов Δ_{nn} в ^{44}Ti , рассчитанные по формулам для четно-нечетного эффекта из работы [42], очень близки: $\Delta_{nn} = 5.30$ МэВ и $\Delta_{pp} = 5.25$ МэВ. На рис. 11 приведен мультиплет состояний тождественных частиц с сеньорити 2 и 4, рассчитанный в приближении δ -сил (SDI — surface delta interaction) с учетом энергии спаривания нуклонов $\Delta = 5.25$ МэВ. Видно, что энергия уровня 6^+ , определяющая расщепление части мультиплета с сеньорити $v = 2$, соответствует положению возбужденного состояния $6^+_{3/2}$ ($E^* = 4.803$ МэВ). Однако следует заметить, что данный уровень является третьим состоянием со спином б. Также на рис. 11 видно, что уровень 8^+ с $v = 4$ также может быть сопоставлен экспериментальному состоянию $8^+_{3/2}$ ($E^* = 7.458$ МэВ).

Учет спаривания нейтрона и протона приводит к значительному усложнению мультиплета. На рис. 11 справа приведен пример расчета структуры мультиплета состояний нетождественных нуклонов в состоянии $(f_{7/2})^4$ с использованием модифицированного

δ -взаимодействия (MSDI – modified surface delta interaction), позволяющего учесть различие между изовекторным ($T = 1$) и изоскалярным ($T = 0$) каналами остаточного взаимодействия [43]:

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -V_T \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + B(\tau_1 \tau_2), \quad (3)$$

где V_1, V_0 и B – константы взаимодействия.

На рис. 11 представлены все уровни с сеньорити $v = 2$, для $v = 4$ указаны все состояния с $T = 2$ и некоторые состояния с $T = 1$ и $T = 0$. Расчеты выполнены с учетом энергии np -спаривания

$$\begin{aligned} \Delta_{np} &= S_{np}(22, 22) - (S_n(22, 21) + S_p(21, 22)) = \\ &= 4.16 \text{ МэВ}, \end{aligned}$$

где $S(N, Z)$ – энергии отделения нуклона (пары нуклонов) от ядра (N, Z). При этом было принято $V_0 = V_1$ и использовано значение $B = 0.25$, выбранное нами для описания мультиплета основного состояния изотопа скандия ${}^{42}_{21}\text{Sc}_{21}$. Ядро ${}^{42}\text{Sc}$ может быть в первом приближении представлено как одна np -пара сверх дважды магического остова ${}^{40}\text{Ca}$. В его спектре возбужденных состояний можно выделить набор уровней, возникающий благодаря взаимодействию внешних нейтрона и протона и протестировать на нем остаточное взаимодействие для внешних нуклонов в состоянии $j = 7/2$ [44]. На рис. 10 на примере спектра для конфигурации $(f_{7/2})^2$ видно, что в случае $V_0 = V_1$ группа уровней с нечетным значением J ($T = 0$) находится в верхней части спектра, в то время как в спектре ${}^{42}\text{Sc}$ энергии возбужденных состояний с $J^\pi = 1^+, 3^+, 5^+$ и 7^+ не превышают 1.5 МэВ ($E^*(5^+) = 1.510$ МэВ [45]) при расщеплении мультиплета около 3 МэВ ($\Delta_{np}({}^{42}\text{Sc}) = 3.19$ МэВ). Использование зависимости парного взаимодействия в форме (3) с $B = 0.25$ позволяет привести на качественном уровне взаимное расположение нечетных и четных уровней для $(f_{7/2})^2$ в соответствие с экспериментальным спектром ${}^{42}\text{Sc}$. Соответственно данное значение было использовано далее для расчетов спектра состояний конфигурации $(f_{7/2})^4$.

Как уже упоминалось выше, мультиплет основного состояния конфигурации четырех нетождественных нуклонов включает в себя большое число состояний. Особый интерес представляют уровни с $J^\pi = 0^+$, а также уровни с большими значениями спина. Важно отметить, что в экспериментальном спектре на данном этапе идентифицировано не так много состояний с изоспином $T = 1$ [4]: это состояние $J^\pi = 1^+$ ($E^* = 7.216$ МэВ) и группа уровней $2^+, 4^+, 6^+$ вблизи него, а также состояние $J^\pi = 2^+$ ($E^* = 9, 227$ МэВ). Первой группе состояний в расчетном спектре соответствуют состояния $T = 1$ и $v = 2$, уровню 2^+ при 9.2 МэВ может быть поставлено в соответствие одно из состояний $T = 1$ и $v = 4$ при энергии 9.69 МэВ. Группа состояний с $T = 2$ в расчетном спектре лежит достаточно высоко, в диапазоне от 8.5 до 15 МэВ, где идентификация экспериментальных результатов существенно затруднена. В экспериментальном спектре значение $T = 2$ приписано только состоянию 0^+ ($E^* = 9.338$ МэВ), являющемуся изобар-аналогом основного состояния ${}^{44}\text{Ca}$ [46]. В расчетном спектре данное состояние лежит несколько ниже, при 8.6 МэВ.

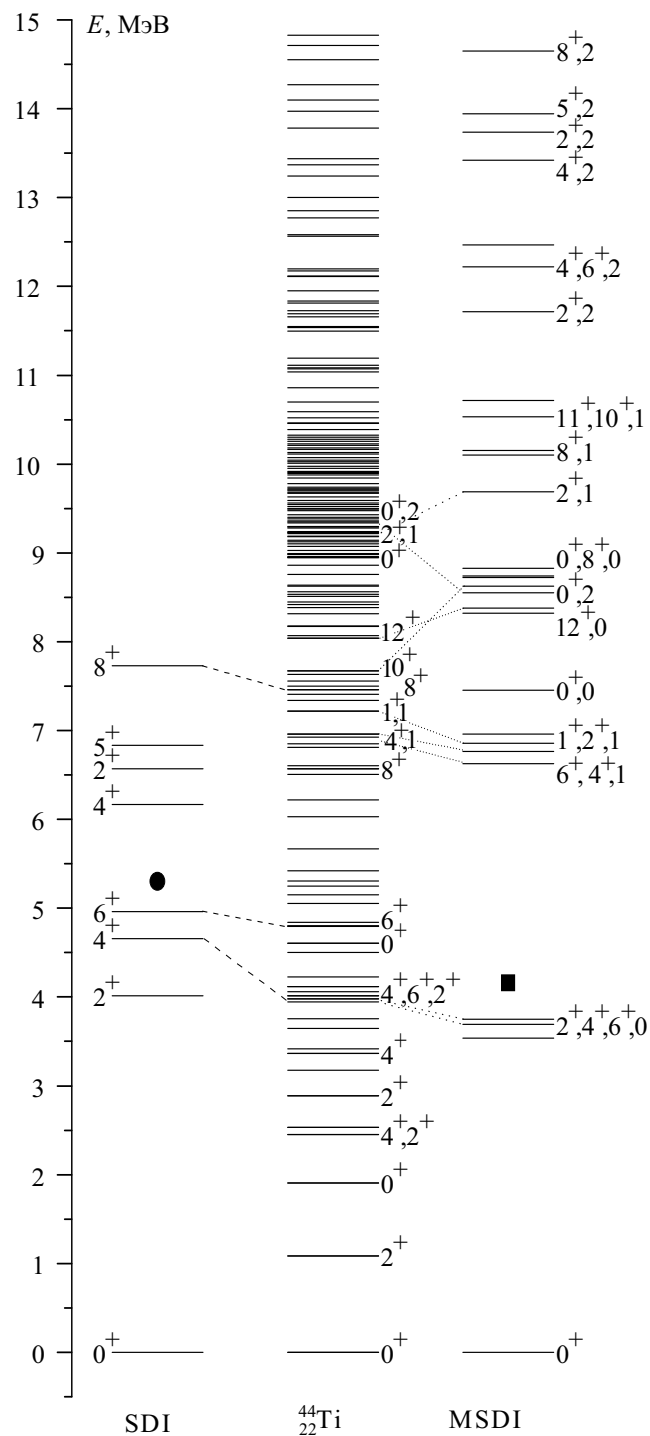


Рис. 11. Экспериментальный спектр возбужденных состояний ${}^{44}\text{Ti}$ [4] (в центре). Слева – спектр возбужденных состояний сеньорити 2 и 4 в приближении SDI для тождественных нуклонов с учетом энергии спаривания $\Delta_{nn} \approx \Delta_{pp} \approx 5.25$ МэВ (кругок). Справа – расчеты в приближении MSDI с учетом оценки спаривания нейтрона и протона $\Delta_{np} \approx 4.16$ МэВ (квадрат)

Наиболее низколежащими как в расчетном, так и в экспериментальном спектре, являются состояния с $T = 0$. Состояния с сеньорити $v = 2$ имеют только четные значения спина $J^\pi = 2^+, 4^+, 6^+$ и образуют компактную группу в области энергии 3.6 МэВ. В экспериментальном спектре пара состояний $J^\pi = 4^+, 6^+$ находится при энергии 4.0 МэВ, а также имеется

несколько состояний с $J^\pi = 2^+$ при более низких энергиях. Группа расчетных состояний с $\nu = 4$ лежит в области выше 7.5 МэВ и включает большое число состояний как с четными, так и нечетными значениями спина. Максимальное значение спина в мультиплете $J^\pi = 12^+$. Следует отметить хорошее соответствие между расчетным значением и экспериментальным значением $E^*(12^+) = 8.04$ МэВ. Однако приближение MSDI не позволяет воспроизвести порядок уровней: расчетные значения энергии возбуждения состояний с $J^\pi = 10^+$, в отличие от экспериментальной ситуации, лежат выше состояния 12^+ . Также сложно проследить возможное соответствие между остальными уровнями группы мультиплета с $T = 0, \nu = 4$ и экспериментальным спектром возбужденных состояний.

Подводя итог, можно заметить, что модель описания структуры ^{44}Ti как четырех нуклонов в состоянии $(f_{7/2})^4$ сверх замкнутого остова в групповом подходе является, возможно, избыточной, поскольку предсказывает значительное число состояний с нечетными значениями момента J , не наблюдаемыми в эксперименте. К тому же недостаток состояний с четными значениями J и несоответствие положения рассчитанных значений экспериментальным при малых значениях J говорит о необходимости включения в рассмотрение смешивания конфигураций. Тем не менее интересным остается тот факт, что столь упрощенный подход на основе δ -взаимодействия с использованием оценки энергии np -спаривания из разностей масс ядер позволяет оценить положение состояния с $J^\pi = 12^+$, а также определить положение групп состояний с значениями изоспина $T = 1$ и $T = 2$ с точностью от 4 до 8%.

4. ЯДРО ^{44}Ti В ОБОЛОЧЕЧНОЙ МОДЕЛИ: СМЕШИВАНИЕ КОНФИГУРАЦИЙ И СРАВНЕНИЕ С КЛАСТЕРНОЙ КАРТИНОЙ

В простейшем варианте ^{44}Ti представляет собой 4 нуклона в $1f_{7/2}$ -состоянии и инертный остов ^{40}Ca . Однако, поскольку одночастичный уровень лежит ненамного ниже, чем $2p$ - и $1f_{5/2}$ -уровни, логично включить в рассмотрение и такие конфигурации. Очевидно, что таким образом могут быть получены только состояния ^{44}Ti положительной четности. Как уже было видно, максимальный полный момент таких состояний $J = 12$ (четыре нуклона в $1f$ -состоянии с максимальными проекциями дают $L = 12$ и не могут вследствие принципа Паули иметь суммарный спин, отличный от нуля), как и для главной полосы кластерных состояний.

На рис. 12 представлены результаты [6] оболочечных расчетов спектра ^{44}Ti . Показаны спектры, полученные с учетом лишь $(1f_{7/2})^4$ -конфигураций, а также спектры, рассчитанные с учетом $2p$ - и $1f_{7/2}$ -состояний. Видно, что, хотя некоторые уровни заметно сдвигаются при расширении базиса, в целом такое расширение не приводит к кардинальным изменениям спектра. Во многих случаях наблюдается неплохое согласие с экспериментом, хотя экспериментальный спектр богаче. Описание состояний отрицательной четности требует учета либо следующей (*sdg*) оболочки, либо возбуждений остова.

В плане предыдущего обсуждения интересно, что энергии уровней полосы с $N_\alpha = 12$ (в терминах предыдущего раздела) хорошо описываются оболочечной

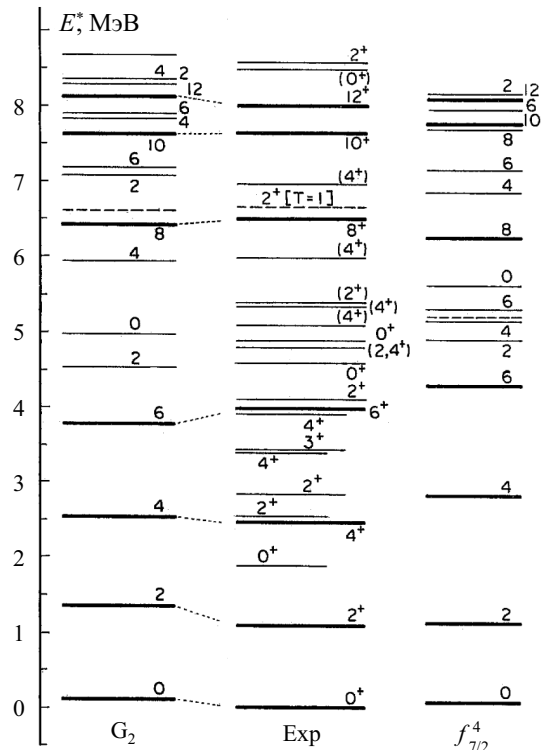


Рис. 12. Сравнение результатов расчетов спектра ^{44}Ti в оболочечной модели (справа — расчет с учетом только $1f_{7/2}$ -состояний, слева — с включением $2p_{3/2}$ -, $2p_{1/2}$ - и $1f_{5/2}$ -состояний) с экспериментом. Экспериментальные уровни показаны выборочно

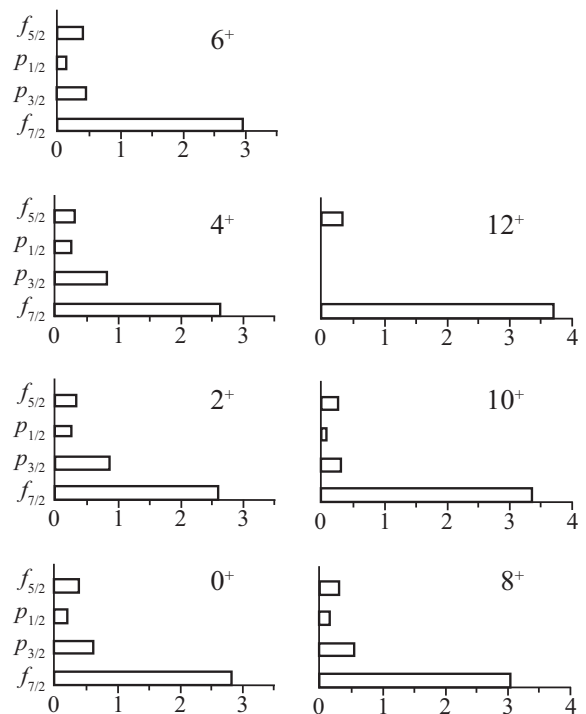


Рис. 13. Числа заполнения одночастичных состояний из оболочечного расчета работы [48]

моделью, даже если ограничиться $(1f_{7/2})^4$ -конфигурациями. Таким образом, соответствие рассчитанных и экспериментальных энергий не является доказательством того, что состояние имеет простую структуру.

На рис. 13 показаны средние числа заполнения состояний $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $2p_{1/2}$ и $1f_{5/2}$ для уровней той же полосы [6]. Видно, что состояние $1f_{7/2}$ во всех

Табл. 4. Веса оболочечной и кластерной конфигураций в гибридной модели [48]

| $N_\alpha = 12$ | | | $N_\alpha = 13$ | | | $N_\alpha = 14$ | | | $N_\alpha = 15$ | | |
|-----------------|-------|--------|-----------------|-------|--------|-----------------|-------|--------|-----------------|-------|--------|
| J^π | Обол. | Класт. | J^π | Обол. | Класт. | J^π | Обол. | Класт. | J^π | Обол. | Класт. |
| 0^+ | 82% | 18% | 1^- | 69% | 31% | 0^+ | 44% | 56% | 1^- | 40% | 60% |
| 2^+ | 83% | 17% | 3^- | 73% | 27% | 2^+ | 47% | 53% | 3^- | 44% | 56% |
| 4^+ | 85% | 15% | 5^- | 78% | 22% | 4^+ | 48% | 52% | 5^- | 58% | 42% |
| 6^+ | 88% | 12% | 7^- | 85% | 15% | | | | | | |
| 8^+ | 93% | 7% | 9^- | 91% | 9% | | | | | | |
| 10^+ | 97% | 3% | | | | | | | | | |
| 12^+ | 99.6% | 0.4% | | | | | | | | | |

случаях дает наибольший вклад, хотя вклад остальных состояний нельзя считать пренебрежимо малым.

Качество описания приведенных вероятностей переходов (последняя колонка в табл. 2) примерно такое же, как и в кластерной модели. Однако спектроскопические факторы α -частиц в оболочечных расчетах занижаются, что указывает на важность кластерных степеней свободы.

Учитывались в оболочечных расчетах и более сложные конфигурации, например «6 частиц — 2 дырки» и «8 частиц — 4 дырки» [47].

Что означает почти одинаково успешное описание свойств одних и тех же уровней в кластерном и оболочечном подходах? Выше уже отмечалось, что такие конфигурации не ортогональны друг другу. Во многом это два различных описания одних и тех же физических структур. С этой точки зрения интересна работа [48]. Здесь была разработана так называемая гибридная модель, в которой учитывались как оболочечные, так и кластерные конфигурации. При этом, например, для $N_\alpha = 12$ считалось, что оболочечные состояния адекватно описывают кластеризацию, к таким оболочечным состояниям, как описаны выше, добавлялись кластерные конфигурации с $N_\alpha = 14$ (в оболочечной модели они соответствовали двум нуклонам в *sdg*-оболочке), 16, 18... В качестве базиса оболочечной модели был выбран нильссоновский деформированный базис. Было получено, что параметр деформации уменьшается с ростом J , что, по-видимому, соответствует антистретч-эффекту. Для состояний отрицательной четности учитывались состояния с одним нуклоном в *sdg*-оболочке ($N_\alpha = 13$), а кластерные конфигурации соответствовали $N_\alpha = 15, 17...$

Вероятности (веса) оболочечной и кластерной конфигураций, полученные в этой работе, представлены в табл. 4. Результаты не надо понимать так, что полный вес кластерной конфигурации, например, в основном состоянии составляет лишь 18%. Считается, что оболочечная волновая функция включает в себя простейшую (с $N_\alpha = 12$) кластерную компоненту. Здесь 82% — вес конфигурации, которая может рассматриваться и как оболочечная, и как кластерная. Оставшиеся 18% — вклад конфигурации, которая не описывается оболочечной моделью, если последняя ограничена лишь $2p1f$ -оболочкой.

Приведенные в табл. 4 результаты в значительной степени аналогичны результатам, полученным в чисто кластерной модели и показанным на рис. 3 (12^+ — почти чистое состояние с $N_\alpha = 12, 0^+$ — наиболее сильно смешанное) и представляют собой переформулировку тех же выводов на другом языке, что подчеркивает взаимосвязь кластерной и оболочечной картин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели ряд подходов, применявшихся для описания возбужденных состояний ядра ^{44}Ti . По-видимому, у большинства ядерщиков при упоминании этого ядра в первую очередь возникнет простая картина: 4 нуклона в $1f_{7/2}$ -состоянии в поле дважды магического остова ^{40}Ca . Далее, вероятно, различные специалисты предложат различные усложнения этой картины: учет спаривания внешних нуклонов, смешивания с $2p$ - и $1f_{5/2}$ -состояниями, кластерных и молекулярных степеней свободы, деформации ядра и вращательного движения, возбуждений остова и других явлений, влияющих на ядерные спектры. Важно отметить, что все они окажутся в значительной степени правы, но ни один из этих подходов не даст полного описания свойств уровней ^{44}Ti . Более того, результаты, полученные в таких, казалось бы, совершенно различных подходах, будут, как мы видели выше, во многом схожи между собой. Это отражает тот факт, что любая модель, применяемая к квантовой системе десятков или сотен частиц, является существенным упрощением реальной динамики, но именно посредством таких моделей мы понимаем, какие степени свободы являются наиболее существенными в том или ином случае, и оказываемся в состоянии разобраться, хотя бы частично, в огромном количестве на первый взгляд совершенно хаотично расположенных ядерных уровней. Пример такого анализа ядерного спектра с точки зрения нескольких различных описаний и представлен в настоящей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бор О., Моттельсон Б.* // Структура атомного ядра. Т. 1. М.: Мир, 1971. (*Bohr A., Mottelson B. R.* // Nuclear structure. 1. W. A. Benjamin, Inc. New York, Amsterdam, 1969.)
2. National Data Center. Brookhaven. Evaluated Structure Data File (<http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>).
3. База данных «Центр фотоядерных экспериментов НИИЯФ МГУ» (cdfe.sinp.msu.ru).
4. *Chen J., Singh B., Cameron J. A.* // Nucl. Dat. Sheets. 2011. **112**. P. 2357.
5. *Неудачин В. Г., Смирнов Ю. Ф.* // Нуклонные ассоциации в легких ядрах. М.: Наука, 1969.
6. *Motoba T., Itonaga K.* // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1979. **65**. P. 136.
7. *Wada T., Horiuchi H.* // Phys. Rev. C. 1988. **38**. P. 2063.
8. *Kimura M., Horiuchi H.* // Nucl. Phys. A. 2006. **767**. P. 58.
9. *Michel F., Ohkubo S., Reidemeister G.* // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1998. **132**. P. 7.
10. *Agneli I., Marinova K. P.* // At. Dat. Nucl. Dat. Tab. 2013. **99**. P. 69.
11. *Neudatchin V. G., Kukulkin V. I., Korotkikh V. L., Korennoy V. P.* // Phys. Lett. B. 1971. **34**. P. 581.

12. *Buck B., Friedrich H., Wheatley C.* // Nucl. Phys. A. 1977. **275**. P. 246.
13. *Yataya T., Katori K., Fujiwara M. et al.* // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1998. **132**. P. 73.
14. *Sakuda T., Ohkubo S.* // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1998. **132**. P. 103.
15. *Вильдермут К., Тан Я.* // Единая теория ядра. М.: Мир, 1980. (*Wildermuth K., Tang Y.C.* // A unified theory of the nucleus. Vieweg, Braunschweig, 1977.)
16. *Buck B., Merchant A. C., Perez S. M.* // Phys. Rev. 1995. **C51**. P. 559.
17. *Horiuchi H., Ikeda K.* // Prog. Theor. Phys. 1968. **40**. P. 277.
18. *Chiba Y., Kimura M., Taniguchi Y.* // Phys. Rev. C. 2016. **93**. 034319.
19. *O'Leary C. D., Bentley M. A., Brown B. A. et al.* // Phys. Rev. C. 2000. **61**. 064314.
20. *Roshanbakht N., Shojaei M. R.* // Commun. Theor. Phys. 2018. **70**. P. 67.
21. *Yamada T., Ohkubo S.* // Z. Phys. A. 1994. **349**. P. 363.
22. *Ohkubo S., Hirabayashi Y., Sakuda T.* // Phys. Rev. C. 1998. **57**. P. 2760.
23. *Astier A., Petkov P., Porquet M.-G. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2010. **104**. 042701.
24. *Suzuki Y., Ohkubo S.* // Phys. Rev. C. 2010. **82**. 041303.
25. *Sakuda T., Ohkubo S.* // Z. Phys. A. 1994. **349**. P. 361.
26. *Mohr P.* // Eur. Phys. J. A. 2007. **31**. P. 23.
27. *Mohr P.* // Eur. Phys. J. A. 2017. **53**. P. 209.
28. *Simpson J. J., Dixon W. R., Storey R. S.* // Phys. Rev. Lett. 1973. **31**. P. 946.
29. *Inakura T., Mizutori S., Yamagami M., Matsuyanagi K.* // Nucl. Phys. A. 2002. **710**. P. 261.
30. *Heyde K., Wood J. L.* // Rev. Mod. Phys. 2011. **83**. P. 1467.
31. *Rowe D. J., Wood J. L.* // J. Phys. G. 2018. **45**. 06LT01.
32. *Ha E., Cheoun M. K., Sagawa H., So W. Y.* // Phys. Rev. C. 2018. **97**. 064322.
33. *Mayer M. G.* // Phys. Rev. 1949. **75**. P. 1969.
34. *Hubbard L. B.* // Nucl. Data Tabl. A. 1979. **9**. P. 85.
35. *Towner I. S.* // At. Dat. Nucl. Dat. Tabl. 1997. **67**. P. 71.
36. *Kingan A., Zamick L.* // Phys. Rev. C. 2018. **97**. 014501.
37. *Ишханов Б. С., Степанов М. Е., Третьякова Т. Ю.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2014. № 1. С. 3. (*Ishkhanov B. S., Stepanov M. E., Tretyakova T. Yu.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2014. **69**, N 1. P. 1.)
38. *Wang M., Audi G., Kondev F. G. et al.* // Chin. Phys. C. 2017. **41**. 030003.
39. *Имашева Л. Т., Ишханов Б. С., Степанов М. Е., Третьякова Т. Ю.* // Изв. РАН сер. физ. 2015. **79**. С. 564. (*Imasheva L. T., Ishkhanov B. S., Stepanov M. E., Tretyakova T. Yu.* // Bull. of RAS: Phys. 2015. **79**. P. 521.)
40. *Имашева Л. Т., Ишханов Б. С., Сидоров С. В. и др.* // Изв. РАН сер. физ. 2016. **80**. С. 347. (*Imasheva L. T., Ishkhanov B. S., Sidorov S. V. et al.* // Bull. of RAS: Phys. 2016. **79**. P. 313.)
41. *Имашева Л. Т., Ишханов Б. С., Сидоров С. В. и др.* // Физика элем. част. и ат. ядра (ЭЧАЯ). 2017. **48**. С. 828. (*Imasheva L. T., Ishkhanov B. S., Sidorov S. V. et al.* // Phys. of Part. and Nucl. 2017. **48**. P. 889.)
42. *Madland D. G., Nix J. R.* // Nucl. Phys. A. 1988. **476**. P. 1.
43. *Brussaard P. J., Glaudemans P. W. M.* // Shell-model applications in nuclear spectroscopy. North-Holland Publishing Company, Netherlands. 1977.
44. *Ишханов Б. С., Сидоров С. В., Третьякова Т. Ю.* // Уч. зап. физ. фак. МГУ. 2018. № 3. 1810201.
45. *Chen J., Singh B.* // Nucl. Dat. Sheets. 2016. **135**. P. 1.
46. *Rapaport J., Ball J. B., Auble R. L. et al.* // Phys. Rev. C. 1972. **5**. P. 453.
47. *Zheng D. C., Berdichevsky D., Zamick L.* // Phys. Rev. C. 1988. **38**. P. 437.
48. *Itonaga K.* // Prog. Theor. Phys. 1981. **66**. P. 2103.

The Diversity of Nuclear Degrees of Freedom in the ^{44}Ti Nucleus

S. S. Belyshev¹, B. S. Ishkhanov^{1,2}, D. E. Lanskoj^{1,a}, T. Yu. Tretyakova^{2,b}

¹Department of Physics, Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

²Scobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Moscow State University, Moscow 119191, Russia.

E-mail: ^alanskoy@sinp.msu.ru, ^btretyakova@sinp.msu.ru.

A review of the theoretical studies of the ^{44}Ti nuclear spectrum is given. In this example the diversity of nuclear degrees of freedom in complex nuclei and coexistence of excitation of different nature are demonstrated. The main attention is paid to the cluster model $^{40}\text{Ca}+\alpha$ and the shell model. In the latter case the calculation result and the detailed analysis of the role of nucleon pairing are presented. Similarities and differences in the spectra obtained in these approaches are considered. Rotational states and states of the molecular type are also briefly discussed. It is shown that many properties of the spectrum can be reasonably described in various models, which, therefore, are not completely independent and express the same physical phenomena in some cases.

Keywords: nuclear energy levels, shell model, cluster model, nucleon pairing, ^{44}Ti .

PACS: 21.60.-n, 23.20.Lv, 27.40.+z.

Received 01 September 2018.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2019. **74**, No. 2. Pp. 100–114.

Сведения об авторах

1. Бельшев Сергей Сергеевич — ассистент кафедры; тел.: (495) 939-25-58, e-mail: belyshev@depni.sinp.msu.ru.
2. Ишханов Борис Саркисович — доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; тел.: (495) 939-50-95, e-mail: bsi@depni.sinp.msu.ru.
3. Ланской Дмитрий Евгеньевич — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-56-31, e-mail: lanskoy@sinp.msu.ru.
4. Третьякова Татьяна Юрьевна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-56-36, e-mail: tretyakova@sinp.msu.ru.