

ФИЗИКА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

Асимптотически оптимальный алгоритм для поиска и оценки моды Шлихтера по долговременным деформационным данным

М. П. Виноградов, В. К. Милюков,^a А. П. Миронов, А. В. Мясников
 Государственный астрономический институт имени П. К. Штернберга (ГАИШ МГУ),
 Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова.
 Россия, 119234, Москва, Университетский пр-т, д. 13.

Поступила в редакцию 06.09.2018, после доработки 18.10.2018, принята к публикации 22.10.2018.

Мода Шлихтера (${}_1S_1$) является самой длиннопериодной модой собственных колебаний Земли. Период этой моды зависит от разницы в плотности между внешним жидким и внутренним твердым ядром, что делает ее обнаружение очень важным для уточнения моделей Земли. Несмотря на многочисленные попытки обнаружения моды с использованием сети сверхпроводящих гравиметров, на данный момент подтвержденные экспериментальные данные о наблюдении моды Шлихтера отсутствуют, что связано с ее незначительной амплитудой на поверхности.

В работе предлагается использовать для обнаружения моды Шлихтера данные лазерного интерферометра-деформографа Баксанской станции ГАИШ МГУ (Северный Кавказ) с длиной измерительного плеча 75 м. Для этого разработан асимптотически-оптимальный алгоритм для анализа данных с учетом их статистических свойств, выполнено моделирование обработки на искусственных данных для оценки величины возможного наблюдаемого эффекта и показателей обнаружения.

Ключевые слова: собственные колебания Земли, мода Шлихтера, деформация, моделирование, асимптотически оптимальный алгоритм.

УДК: 550.344.33. PACS: 91.30.Fn.

ВВЕДЕНИЕ

Мода Шлихтера (${}_1S_1$) является самой длиннопериодной в спектре собственных колебаний Земли (СКЗ) [1]. Эта мода, о существовании которой впервые было указано Шлихтером [2], образуется во время перемещения твердого внутреннего ядра Земли относительно жидкого внешнего ядра и мантии. Восстанавливающей силой при колебаниях ядра является отрицательная плавучесть твердого внутреннего ядра, поэтому период моды непосредственно зависит от разницы в плотности между внутренним и внешним ядром [3]. Указанная особенность делает определение периода моды Шлихтера очень важным для понимания структуры ядра.

Основные модели строения Земли и их модификации предполагают, что период моды Шлихтера находится в диапазоне от 3 до 8 ч, а добротность составляет от 2 до 5 тыс. единиц. Из-за вращения Земли мода должна наблюдаться в виде триплета [3].

В настоящее время нет точного понимания возможных механизмов возбуждения моды Шлихтера. Одним из наиболее вероятных сценариев возбуждения являются катастрофические землетрясения, однако также рассматриваются альтернативные варианты — поверхностное атмосферное давление, столкновение с метеороидами, поток давления через границы ядра [4].

Первые серьезные попытки обнаружения моды Шлихтера после землетрясений были начаты в конце 90-х гг. XX в. с развитием сети Global Geodynamic Project (GGP), объединяющей станции со сверхпроводящими гравиметрами [5]. Однако даже после катастрофических землетрясений (с магнитудой около 9) предполагаемый эффект столь мал, что находится на пределе чувствительности самых совершенных гравиметров сети, запущенных в эксплуатацию в последние годы.

В большинстве наблюдений [6–11] мода Шлихтера не была обнаружена. В части работ [12–16] были сделаны выводы о возможном наличии возбуждения, однако полученные оценки не обладали высокой достоверностью. Во многом данная неопределенность связана с недостаточной чувствительностью используемых приборов и с отсутствием точной информации о механизмах возбуждения и затухания моды. На данный момент подтвержденные экспериментальные данные о наблюдении моды Шлихтера отсутствуют.

В данной работе рассматривается возможность применения для поиска моды Шлихтера Баксанского лазерного интерферометра-деформографа ГАИШ МГУ [17]. Данный прибор успешно применялся авторами статьи для определения большого числа сфероидальных и тороидальных СКЗ, возбуждаемых крупными землетрясениями [18, 19].

Целью работы является разработка асимптотически оптимального алгоритма, учитывающего свойства реально наблюдаемого на Баксанском деформографе сейсмического шума, для последующего поиска моды Шлихтера по многолетним деформационным данным.

1. ДЕФОРМАЦИОННЫЕ ДАННЫЕ

Баксанская станция ГАИШ МГУ (Северный Кавказ, координаты $43^{\circ}16'$ с. ш. и $42^{\circ}41'$ в. д.) оснащена лазерным интерферометром-деформографом с длиной измерительного плеча 75 м и инструментальной разрешающей способностью к измерению деформаций $3 \cdot 10^{-13}$ [17]. Ориентация главного измерительного плеча относительно направления на север составляет $150^{\circ}37'$.

В штатном режиме деформограф производит мониторинг коровых деформаций по пяти частотным каналам.

^a E-mail: vmilyukov@yandex.ru

Непрерывная запись деформаций осуществляется с 2004 г., что позволяет использовать для поиска моды Шлихтера данные длительностью почти 14 лет. Распределение данных близко к гауссовскому, однако характеризуется так называемыми «тяжелыми хвостами», связанными с наличием импульсных помех.

2. АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ

Обнаружение моды Шлихтера в деформационных данных является типичной задачей обнаружения слабого сигнала на фоне помех.

Представим исследуемый деформационный сигнал в виде аддитивной смеси полезного сигнала (моды Шлихтера) и сейсмического шума:

$$y_i = \lambda \cdot S_i + \xi_i, \quad (1)$$

где S_i — деформация, вызываемая модой Шлихтера; $\lambda = 1$ в случае наличия моды Шлихтера и $\lambda = 0$ в случае ее отсутствия; ξ — деформационный сигнал в отсутствие моды Шлихтера (сейсмический шум); i — номер отсчета данных от 1 до N .

Так как существуют различные модели источников возбуждения моды, в том числе предполагающие ее постоянное возбуждение [4], в качестве основной гипотезы для проверки в данной работе была выбрана следующая: полезный сигнал, обусловленный триплетом Шлихтера, представляет собой три синусоиды с одинаковыми амплитудами и фазами. Частоты синусоид связаны между собой и однозначно вычисляются через известные параметры расщепления триплета и фиксированное значение вырожденной частоты. Тогда деформацию, обусловленную модой Шлихтера, можно представить как

$$S_i = S_0 \sum_{m=-1,0,1} \sin(2\pi f(1+a+bm+cm^2) \cdot i\tau), \quad (2)$$

где S_0 — амплитуда моды, $a = 15.306 \cdot 10^{-3}$, $b = 98.380 \cdot 10^{-3}$ и $c = -0.554 \cdot 10^{-3}$ — параметры расщепления в соответствии моделью 1066А, f — вырожденная (нерасщепленная) частота моды, m — угловой номер синглета, τ — время (интервал) дискретизации деформационных данных.

Описанная задача является задачей обнаружения детерминированного когерентного сигнала на фоне шума. Наличие априорной информации о структуре сигнала (фиксированных параметрах расщепления) позволяет упростить алгоритм, ограничив количество неизвестных параметров одним — вырожденной частотой Шлихтера f . Этот параметр является неслучайным и постоянным.

Решение задачи будем искать методом максимального правдоподобия. Оптимальный обнаружитель должен формировать отношение правдоподобия [20]

$$\Lambda = \frac{\prod_{i=1}^N p_{\xi}(y_i - S_i)}{\prod_{i=1}^N p_{\xi}(y_i)}, \quad (3)$$

где p_{ξ} — плотность вероятности шума. Будем предполагать, что сейсмический шум является *негауссовым*.

Перейдем от отношения правдоподобия к его логарифму:

$$Z \equiv \ln \Lambda = \sum_{i=1}^N [\ln p_{\xi}(y_i - S_i) - \ln p_{\xi}(y_i)]. \quad (4)$$

Величина Z называется *достаточной* статистикой, т.к. является функцией наблюдаемой случайной величины, позволяющей найти оптимальное решающее правило. Так как предполагается, что амплитуда шума значительно превышает амплитуду сигнала, воспользуемся разложением первого слагаемого под знаком суммы в (4) в степенной ряд Тейлора [21]:

$$\ln p_{\xi}(y_i - S_i) = \ln p_{\xi}(y_i) + \sum_{k=1}^{\infty} S_i^k \frac{(-1)^k}{k!} \frac{d^k}{dy_i^k} \ln p_{\xi}(y_i). \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4) и вводя обозначение

$$f_k(y_i) = \frac{(-1)^k}{k!} \frac{d^k}{dy_i^k} \ln p_{\xi}(y_i), \quad (6)$$

можно получить следующее выражение для достаточной статистики

$$Z = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{\infty} f_k(y_i) S_i^k. \quad (7)$$

Оптимальный обнаружитель сравнивает достаточную статистику Z с порогом решения h , зависящего от применяемого критерия различения гипотез [20]. Если $Z > h$, то принимается решение о присутствии полезного сигнала в данных, если нет — то о его отсутствии. Величина порога определяется в соответствии с выбранным критерием оптимальности. В случае использования критерия Неймана–Пирсона порог будет определяться задаваемой вероятностью ложной тревоги F_{α} .

Хорошо известно [20], что если помеха является белым гауссовским шумом, то оптимальный обнаружитель представляет собой согласованный фильтр:

$$Z = \sum_{i=1}^N y_i S_i. \quad (8)$$

Структура обнаружителя не меняется, если гауссовский шум не является белым [20]. В этом случае достаточно выполнить так называемое «обеление» сигнала. Обеление выполняется отдельным линейным фильтром с амплитудно-частотной характеристикой $|K(i\omega)| = \text{Const} / \sqrt{G(\omega)}$, где $G(\omega)$ — спектральная плотность шума. Обеляющий фильтр осуществляет декорреляцию помехи, обеспечивая на выходе статистическую независимость выборок сигнала, что позволяет получить точное решение для отношения правдоподобия.

Сравнение (8) с (7) показывает, что для оптимального обнаружения при негауссовской помехе также можно использовать согласованный фильтр, однако до его применения сигнал должен пройти через бесконечное число безынерционных нелинейных преобразователей (БНП) $f_k(y_i)$, определяемых через плотность вероятности шума p_{ξ} формулой (6). Так как полезный

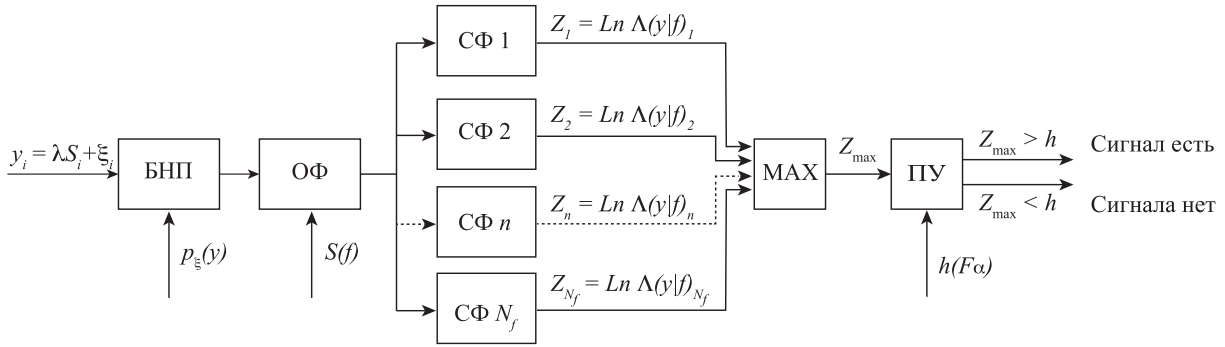


Рис. 1. Структурная схема асимптотически оптимального обнаружителя для поиска моды Шлихтера в негауссовом шуме. OF — obeying фильтр, CF — согласованный фильтр, MAX — выбор максимального значения, ПУ — пороговое устройство

сигнал много меньше амплитуды помехи (ожидаемое отношение сигнал/шум для моды Шлихтера составляет не более 10^{-2} [22]), то в качестве первого приближения можно ограничиться только одним членом ряда. В этом случае структура БНП будет определяться уравнением

$$f_1(y_i) = -\frac{d}{dy_i} \ln p_\xi(y_i) = -\frac{p'_\xi(y_i)}{p_\xi(y_i)}. \quad (9)$$

Легко показать, что в случае гауссовской помехи соотношение (9) будет линейным. Так как для слабых сигналов обнаружитель с БНП при увеличении объема выборки в пределе обеспечивает такое же значение вероятности правильного обнаружения, что и обнаружитель для гауссовского шума, то соответствующий ему алгоритм является асимптотически оптимальным.

Задачу обнаружения можно совместить с задачей оценивания частоты моды Шлихтера, если сделать оптимальный приемник многоканальным. Для этого диапазон возможных значений частоты f разбивается на N_f интервалов с заданной дискретизацией df и для каждого канала строится свой согласованный фильтр. Значение f_n , при котором достигается максимальное значение достаточной статистики Z_n , принимается за оценку частоты и сравнивается с порогом h .

Итоговая структурная схема асимптотически оптимального обнаружителя для поиска моды Шлихтера на фоне негауссовских помех с независимыми значениями приведена на рис. 1.

Конкретизируем теперь вид БНП для обработки данных Баксанского деформографа. Для этого необходимо, в соответствии с (9), определить плотность распределения сейсмического шума и ее производную. Получить аналитическое выражение в явном виде можно, если аппроксимировать эмпирическую плотность вероятности известным распределением. На рис. 2 под номером 1 показана эмпирическая кумулятивная функция распределения сейсмического шума, наблюдаемого на Баксанском лазерном деформографе, а также подобранная по методу наименьших квадратов наиболее близкая функции нормального распределения (3). Хорошо видно отличие сейсмического шума от гауссовского. Это подтверждается значениями центральных моментов распределения: коэффициент асимметрии близок к нулю (т.е. плотность вероятности близка к симметричной), однако коэффициент эксцесса достаточно велик (от 3 до 5). Данный факт говорит о наличии у распределения так называемых «тяжелых хвостов», связанных, как правило, с присутствием интенсивных импульсных помех.

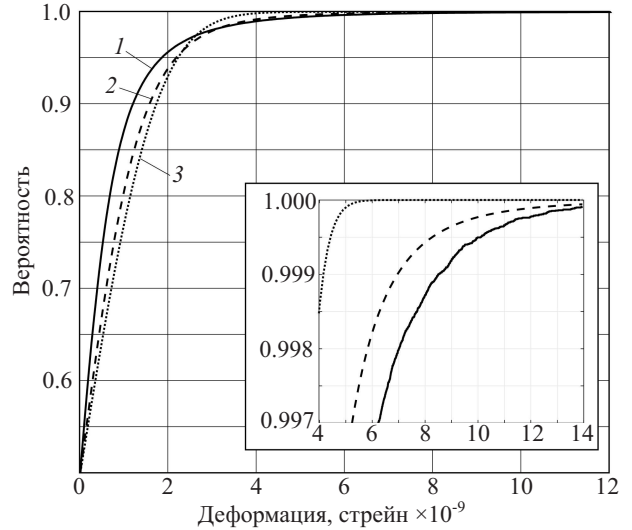


Рис. 2. Кумулятивная плотность вероятности шума: эмпирическая (1) и соответствующие ей плотности вероятности распределения Стьюдента (2) и нормального распределения (3). На врезке показано поведение данных функций при больших значениях деформации («на хвостах» распределения)

В силу указанных выше особенностей (симметричность и «тяжелые хвосты») предлагается в качестве модели распределения использовать нестандартизированное распределение Стьюдента [23]:

$$p(y|\mu, \sigma, n) = \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2}) \sigma \sqrt{\pi n}} \left(1 + \frac{1}{n} \left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right)^2\right)^{-\frac{n+1}{2}}, \quad (10)$$

где $\Gamma(\cdot)$ означает гамма-функцию, μ, σ, n — соответственно коэффициенты сдвига, масштаба и формы. Результат аппроксимации методом наименьших квадратов также представлен на рис. 2 (кривая 2). Видно, что, по сравнению с гауссовским, нестандартизированное распределение Стьюдента ближе к эмпирической функции при малых значениях амплитуд (до $2 \cdot 10^{-9}$) и практически совпадает с ней в области больших амплитуд (свыше $3 \cdot 10^{-9}$), то есть на ее «хвостах».

Метод наименьших квадратов дает следующие параметры распределения:

$$\sigma = 1.03 \cdot 10^{-9}, \quad \mu = 2.58 \cdot 10^{-14}, \quad n = 4.27. \quad (11)$$

Эти параметры, полученные по реальным деформационным данным, в дальнейшем используются для построения математической модели шума в компьютерном эксперименте.

Дифференцируя (10) и подставляя в (9), получаем формулу для расчета БНП:

$$f_1(y_i) = \frac{(n+1) \left(\frac{y_i - \mu}{\sigma} \right)}{n + \left(\frac{y_i - \mu}{\sigma} \right)^2}. \quad (12)$$

Форма БНП для реальных деформационных данных показана на рис. 3. Формула (12) и ее визуализация на рис. 3 представляют основной результат данной работы.

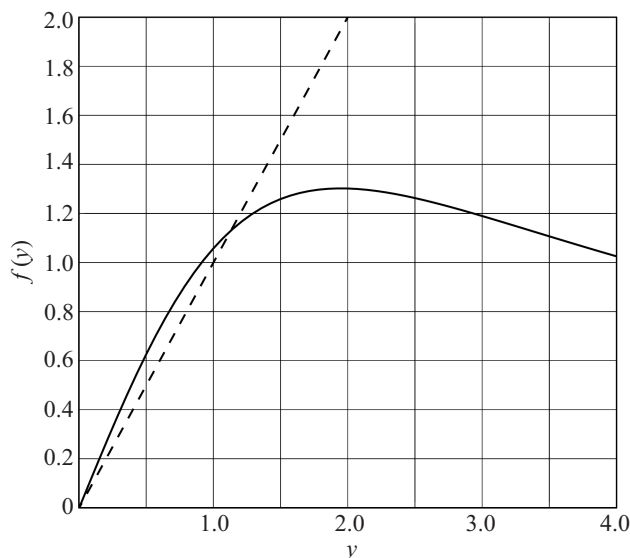


Рис. 3. Вид БНП для сейсмического шума (сплошная кривая). Пунктиром показана линейная функция в случае, если бы шум имел гауссовское распределение

Из рис. 3 видно, что оптимальная обработка сигнала в случае негауссовских шумов значительно отличается от обычного согласованного фильтра за счет существенно нелинейной формы входного преобразователя. При формировании достаточной статистики преобразователь незначительно увеличивает малые значения, в которых отношение сигнал/шум максимально, и эффективно подавляет большие амплитуды, связанные с импульсной помехой. Поэтому можно ожидать, что вид достаточной статистики и ее максимумы также будут значительно отличаться от аналогичных результатов, полученных в предположении гауссовости шума. Чтобы убедиться в этом, нами был проведен компьютерный эксперимент.

3. ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА НА МОДЕЛЬНЫХ ДАННЫХ. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ БНП

Алгоритм апробирован на модельных данных в компьютерном эксперименте. При моделировании данных нам априорно известны все исходные характеристики анализируемого сигнала (наличие или отсутствие шума, амплитудные и частотные характеристики сигнала и шума), что делает возможным детальное изучение особенностей применяемого алгоритма, а также эмпирический расчет параметров качества обнаружения и их проверка с исходными данными.

Для численного эксперимента использовались данные с временем дискретизации $\tau = 1800$ с, общая длительность деформационного ряда составляла 10 лет (т. е. число дискретных отсчетов N составляет 175 200).

Полезный сигнал генерировался по формуле (2) с амплитудой S_0 в диапазоне $(2-20) \cdot 10^{-11}$. Шум моделировался при помощи последовательности случайных чисел n_i , распределенных по нестандартизованному распределению Стюдента с параметрами, указанными в (11), значение его стандартного отклонения по всему интервалу составило $1.4 \cdot 10^{-9}$. Таким образом, значение сигнал/шум в компьютерном эксперименте составляло от 10^{-2} до 10^{-4} .

Дискретизация для возможных значений частоты Шлихтера была выбрана опытным путем на уровне 10^{-9} Гц, таким образом, общее количество интервалов N_f в диапазоне периодов от 3 до 7.8 ч составило 55 000. На рис. 4,а приводится зависимость достаточной статистики от оценки вырожденной частоты f для двух вариантов обработки: а) обычным согласованным фильтром (в предположении гауссовости шума) и б) предложенным в работе асимптотически оптимальным алгоритмом с БНП. Статистика строилась по 208-суточному интервалу наблюдений, отношение сигнал/шум для этого интервала составляло $1.2 \cdot 10^{-3}$.

Полезный сигнал виден в обоих случаях обработки; ему соответствует локальный максимум Z -статистики на частоте $5.144 \cdot 10^{-5}$ Гц, показанный на рис. 4,а стрелкой (1). Однако в случае линейного преобразователя статистика имеет несколько сравнимых локальных максимумов на разных частотах, причем наибольшее значение статистика достигает при частоте $6.854 \cdot 10^{-5}$ Гц (показана стрелкой (2)), которая ошибочно может быть принята за частоту полезного сигнала.

В то же время на статистике, полученной с использованием БНП, максимальное значение достигается при частоте, точно совпадающей с соответствующей частотой искусственного полезного сигнала.

Для определения статистической значимости наблюдаемых на рис. 4,а пиков можно воспользоваться связью величины порогового значения h и вероятности ложной тревоги F_α . Для критерия Неймана–Пирсона она определяется формулой [20]

$$F_\alpha = \int_h^\infty p(\ln \Lambda | 0) d\Lambda,$$

где $p(\ln \Lambda | 0)$ — плотность вероятности шума в отсутствие полезного сигнала на выходе приемника. Для оценки F_α использовались эмпирические функции распределения вероятности моделируемого шума в отсутствие полезного сигнала на выходе обоих рассматриваемых приемников (гауссовского и негауссовского) (см. рис. 4,б). Смещение кривой вероятности приемника с БНП в сторону меньших значений порогов относительно «гауссовской» кривой отражает подавление им больших амплитуд шума. Обозначенным на рис. 4,а максимумам соответствуют вероятности ложной тревоги 0.850 для гауссовского приемника и 0.003 для приемника с БНП. Таким образом, учет негауссовости шума позволяет значительно (более чем на 2 порядка в рассматриваемом примере) уменьшить вероятность ложной тревоги при принятии решения о наличии полезного сигнала.

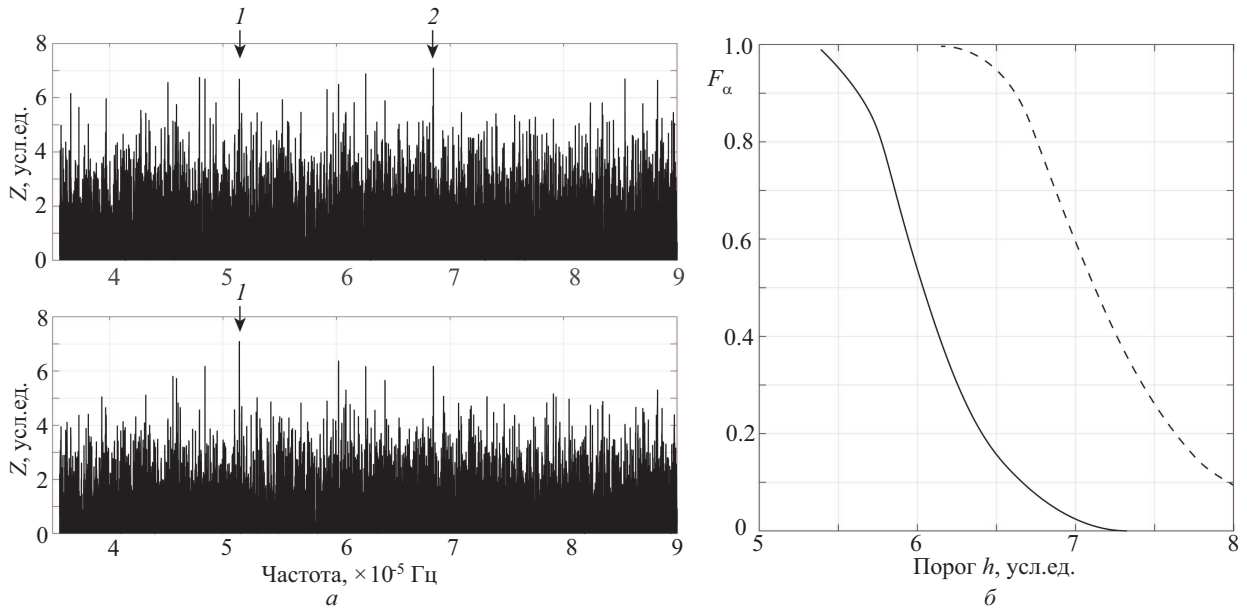


Рис. 4. *a* — Пример достаточной статистики после обработки синтетических данных. Вверху — в предположении гауссовости шума (согласованная фильтрация), внизу — с использованием БНП. Стрелками обозначено значение частоты полезного сигнала (1) и максимум для гауссовской статистики (2); *b* — зависимость вероятности ложной тревоги от порога h для гауссовского приемника (пунктир) и приемника с БНП (сплошная линия)

Для более детального изучения эффективности работы БНП производилось тестирование для разных значений отношений сигнал/шум и на разных временах наблюдения. В ходе этого тестирования определялось значение амплитуды S_0 полезного сигнала, при котором достаточная статистика имела максимум на частоте, соответствующей полезному сигналу (этот случай соответствует правильному обнаружению с вероятностью 100%). Численные эксперименты были проведены в широком диапазоне длительностей смеси синтетического сигнала и шума от 10 сут до 10 лет. Для сравнения относительной эффективности алгоритма с БНП по сравнению с линейным алгоритмом использовалась величина $q = (S_0^g - S_0^{ng}) / S_0^g$, где ин-

дексы g и ng соответствуют значениям, полученным в предположении гауссовского и негауссовского шума соответственно. Результаты тестирования приведены на рис. 5.

Полученные данные подтверждают асимптотические свойства алгоритма с БНП: при значительном увеличении длительности наблюдений выигрыш от использования БНП стремится к нулю. Однако при использовании относительно коротких данных, например длительностью полгода, применение БНП позволяет снизить порог наблюдаемой амплитуды моды Шлихтера на 10%. Данное свойство алгоритма особенно важно при поиске моды Шлихтера после крупнейших землетрясений, его предполагается использовать при обработке реальных деформационных данных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан асимптотически оптимальный алгоритм обработки деформационных данных для обнаружения и оценки моды Шлихтера по данным Баксанского лазерного интерферометра-деформографа.

Включение в процедуру обработки нелинейного преобразователя, учитывающего негауссовское распределение сейсмического шума, позволяет повысить чувствительность алгоритма обнаружения моды Шлихтера до 25% в зависимости от длительности наблюдения, а также значительно снизить вероятность принятия ошибочного решения о наличии сигнала (уменьшить вероятность ложной тревоги).

Показано, что учет негауссовости сейсмического шума особенно важен при относительно коротких временах наблюдения (в пределах одного года), в частности в случае поиска моды Шлихтера после крупнейших землетрясений.

Проведенное тестирование на модельных данных в компьютерном эксперименте подтвердило эффективность предложенного алгоритма. Результаты компьютерного эксперимента показывают, что обнаружение

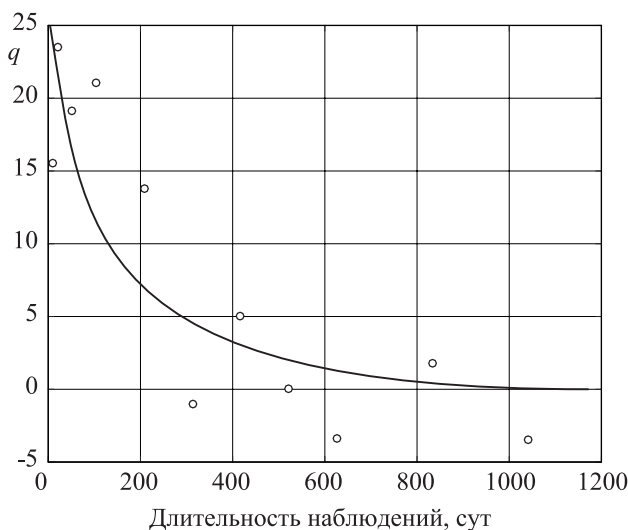


Рис. 5. Эффективность алгоритма с БНП по сравнению с обычным согласованным фильтром в зависимости от продолжительности наблюдения. Точками показаны результаты численного моделирования, сплошной линией — аппроксимация результатов

моды Шлихтера по деформационным данным может быть осуществлено при отношении сигнал/шум до уровня 10^{-4} , где под сигналом подразумевается деформация, обусловленная наличием моды Шлихтера, регистрируемой на фоне сейсмического шума.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 16-05-00122 и № 19-05-00341.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dahlen F., Tromp J. // Theoretical Global Seismology. US, Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1998.
2. Slichter L. B. // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 1961. **47**, N 2. P. 186.
3. Busse F. H. // J. of Geophys. Res. 1974. **79**, N 5. P. 753.
4. Rosat S., Rogister Y. // Phys. Earth Planet. Inter., **190–191**. P. 25.
5. Crossley D., Hinderer J. // Journal of Geodynamics. 2009. **48**, N 3–5. P. 299.
6. Hinderer J., Crossley D., Jensen O. // Phys. Earth Planet. Int. 1995. **90**, N 3–4. P. 183.
7. Jensen O. G., Hinderer J., Crossley D. J. // Phys. Earth Planet. Int. 1995. **90**, N 3–4. P. 169.
8. Rosat S., Hinderer J., Crossley D. J. et al. // Phys. Earth Planet. Int. 2003. **140**, N 1–3. P. 183.
9. Rosat S., Rogister Y., Crossley D. et al. // Journal of Geodynamics. 2006. **41**, N 1–3. P. 296.
10. Rosat S. // IAG Symposia. 2007. **130**. P. 571.
11. Rosat S., Sailhac P., Gegout P. // Geophys. J. Int. 2007. **171**, N 1. P. 55.
12. Smylie D. E. // Science. 1992. **255**, N 5052. P. 1678.
13. Guo J. Y., Dierks O., Neumeier J. et al. // Geophys. J. Int. 2007. **168**, N 2. P. 507.
14. Shen W. B., Ding H. // J. of Earth Science. 2013. **24**, N 5. P. 725.
15. Ding H., Chao B. F. // J. of Geophys. Res.: Solid Earth. 2015. **120**, N 10. P. 7261.
16. Jiang Y., Xu J., Sun H. // J. of Earth Sci. 2013. **24**, N 5. P. 750.
17. Милоков В. К., Клячко Б. С., Мясников А. В. и др. // Приборы и техника эксперимента. 2005. № 6. С. 87. (Milyukov V. K., Klyachko B. S., Myasnikov A. V. et al. // Instruments and Experimental Techniques. 2005. **48**, N 6. P. 780.)
18. Милоков В. К. // Физика Земли. 2005. № 4. С. 16. (Milyukov V. K. // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2005. **41**, N 4. P. 267.)
19. Милоков В. К., Виноградов М. П., Миронов А. П. и др. // Физика Земли. 2015. № 2. С. 21. (Milyukov V. K., Vinogradov M. P., Mironov A. P. et al. // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2015. **51**, N 2. P. 176.)
20. Сосулин Ю. Г. // Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М., 1992.
21. Акимов П. С., Бакут П. А., Богданович В. А. и др. Теория обнаружения сигналов. М., 1984.
22. Milyukov V. K., Vinogradov M. P., Mironov A. P. et al. // Geophys. Res. Abst. 2018. **20**. EGU2018-3964.
23. Корн Г. А., Корн Т. М. // Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., 1974.

An Asymptotically Optimal Algorithm for the Search for and Evaluation of the Slichter Mode from Long-Term Strain Data

M. P. Vinogradov, V. K. Milyukov^a, A. P. Mironov, A. V. Myasnikov

Sternberg State Institute of Astronomy, Moscow State University. Moscow 119234, Russia.

E-mail: ^avmilyukov@yandex.ru.

The Slichter mode (${}_1S_1$) is the longest-period mode of Earth's free oscillations. The period of this mode depends on the difference between the densities of the outer liquid and inner solid cores, thus making its detection very important for the refinement of models of the Earth. Despite numerous attempts at detecting this mode with the use of a network of superconducting gravimeters, there currently is no confirmed experimental data on the observation of the Slichter mode due to its small amplitude on the surface. In this work, it is proposed to detect the Slichter mode using the data from the laser interferometer-strainmeter of the Sternberg State Astronomical Institute of the Moscow State University (Northern Caucasus) with a measuring arm length of 75 m. For this purpose, an asymptotically optimal algorithm was developed for the analysis of data with consideration for their statistical properties, and the processing of synthetic data was modeled to estimate the magnitude of the possible observed effect and the detection indicators.

Keywords: Earth's free oscillations, Slichter mode, deformation, modeling, asymptotically optimal algorithm.

PACS: 91.30.Fn.

Received 06 September 2018.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2019. **74**, No. 2. Pp. 205–211.

Сведения об авторах

1. Виноградов Михаил Петрович — вед. специалист.
2. Милоков Вадим Константинович — доктор физ.-мат. наук, зав. лабораторией; тел.: (495) 939-16-34. e-mail: vmilyukov@yandex.ru.
3. Миронов Алексей Павлович — науч. сотрудник; e-mail: almir@physics.msu.ru.
4. Мясников Андрей Владимирович — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник.