

О Б З О Р Ы АСТРОНОМИЯ, АСТРОФИЗИКА И КОСМОЛОГИЯ

Общая модель образования небесных тел от начальной конденсации газопылевых частиц до формирования «зародышей» планет

Т. Р. Абдульмянов^a

*Казанский государственный энергетический университет, кафедра инженерной кибернетики.
Россия, 420066, Казань, ул. Красносельская, д. 51.*

Поступила в редакцию 11.03.2019, после доработки 23.04.2019, принята к публикации 29.04.2019.

В настоящей работе анализируются основные идеи формирования небесных тел в аккреционных и протопланетных дисках. Рассматриваются механизмы радиальной и орбитальной миграции небесных тел. Согласно результатам моделирования движения малых тел Солнечной системы формирование малых тел и рост их размеров и масс происходит в устойчивых точках либрации орбитальных резонансов. Появление единственного «зародыша» в протопланетных кольцах объясняется результатом действия механизма орбитального резонанса 1/1. При помощи модели волновых возмущений пылевых оболочек протозвезд и модели орбитального резонанса построена общая модель формирования и роста «зародышей» планет для дисков, имеющих массы менее $0.1M_S$.

Ключевые слова: протопланетный диск, протопланетные кольца, орбитальный резонанс, центры либрации.

УДК: 52-5. PACS: 96.12.Bc.

ВВЕДЕНИЕ

Газопылевые диски вокруг молодых звезд впервые были обнаружены в 1984 г. при помощи спутниковых наблюдений в инфракрасном диапазоне (IRAS). Результаты этих и более поздних наблюдений показывают, что крупномасштабные структуры газопылевых дисков подразделяются на отдельные группы: некоторые диски имеют зоны низкой плотности круговой формы (круговые люки) [19, 20]. Некоторые другие имеют спиралевидную структуру или содержат пустоты определенных форм [16, 23, 35, 38, 50, 58]. Появление круговых люков объясняется тем, что такие пустоты появляются как зона формирования и роста планетезималей. Возникновение локальных пустот (холлов) объясняется [40] гравитационным влиянием формирующихся больших планет. Газопылевые диски вокруг звезд TW Нуа, HD 163296, HD 16 9142, HD 97048 [23, 24, 52, 57] имеют кольцеобразную фрагментацию. Формирование такой структуры дисков объясняется устойчивостью равновесия газопылевых оболочек протозвезд [9]. Газопылевые диски вокруг звезд MWC 758, HD 100453, HD 135344B [23, 24, 41] имеют спиралевидную структуру. Появление таких структур у дисков может быть следствием изменения условия устойчивости и смены режима равновесия оболочки на режим сжатия протозвезды.

В 2008 г. астрофизики института Макса Планка обнаружили в окрестности звезды TW Гидры b пылевую диск с формирующейся планетой. В 2013 г. изображение этого пылевого диска было получено при помощи космического телескопа «Хаббл». Анализ результатов наблюдений газопылевых дисков показывает [21, 32–34, 53], что для интерпретации этих наблюдений необходимы математические модели процессов, происходящих в газопылевых дисках.

Динамика газопылевых сгущений (клампы) в массивных дисках, имеющих массу более $0.2M_S$, исследована в работе [55]. Показано, что на интервалах времени порядка 10^3 лет газовые клампы на звезду не падают и из них могут формироваться планеты как типа планет земной группы, так и подобные планетам-гигантам. В статьях [42, 47] исследована возможность радиальной миграции зародышей планет в «дебрис-дисках». Механизм формирования самих «дебрис-дисков» и тел метровых, десятиметровых размеров к настоящему времени до конца не выяснен [11].

В статьях [44–46] рассматривается возможность миграции зародышей планет земной группы из зоны планет-гигантов на ранней стадии эволюции Солнечной системы. В статье [22] показано, что в зоне планет земной группы условие локальной гравитационной неустойчивости не выполняется.

Результаты моделирования [9] показывают, что на расстоянии от 5 а. е. до 50 а. е. от центра протозвезды находится зона плохой обусловленности численного интегрирования уравнений газовой динамики. В таком случае моделирование эволюции газопылевых дисков с массой менее $0.2M_S$ может быть выполнено только при помощи численно-аналитических методов.

К настоящему времени найдены решения многих задач классической планетной космогонии. Однако до сегодняшнего дня не определены соответствия между стадиями эволюции протопланетных дисков и известными стадиями эволюции Солнца. Неизвестно также, росли ли планетезимали от пылинок с размерами 10^{-5} см до десятикилометровых тел путем слипания при взаимных столкновениях или на определенной стадии они прошли через стадию джинсовской неустойчивости в пылевом субдиске [11, 18].

^a E-mail: abdulmyanov.tagir@yandex.ru

В настоящей работе рассматривается механизм формирования тел и роста их масс в дисках имеющих массы менее $0.2M_S$. В таких дисках на процесс формирования тел существенное влияние оказывает механизм волновых возмущений плотности газопылевой оболочки протозвезды и механизм орбитального резонанса [1, 2, 4–9]. Появление «зародышей» планет в протопланетных дисках может быть результатом действия механизма орбитального резонанса 1/1 [4], что подтверждается данными наблюдений астероидов вблизи орбиты Юпитера и вблизи орбит других планет Солнечной системы. Согласно модели, рассматриваемой в настоящей работе, центрами начального формирования тел и роста масс этих тел являются устойчивые точки либрации орбитальных резонансов.

1. МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ЯДРА ПРОТОЗВЕЗДЫ: УСЛОВИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ ОБОЛОЧКИ ПРОТОЗВЕЗДЫ

Рассмотрим газопылевое облако, масса которого равна массе Солнца M_S , с соотношением газа — 99% и пыли — 1%. Такое облако будет гравитационно неустойчивым [56], если будет иметь радиус $2 \cdot 10^6 R_S$, среднюю плотность $\rho_0 = 10^{-19}$ г/см³, температуру $T = 15$ К и будет сжиматься. За время сжатия (свободное падение) $t_{ff} = 0.2$ млн лет радиус облака уменьшится в 100 раз. Выберем прямоугольную систему координат (x, y, z) , вращающуюся с невозмущенной (кеплеровой) угловой скоростью Ω так, чтобы ось z совпадала с осью вращения облака. Начало координат в центре протозвездного облака. Вращающееся облако представим как объединение тонких осесимметричных дисков, в которых движение межзвездного газа и пыли происходит без внутреннего трения (начальный этап формирования протозвезд). Пылевая оболочка протозвезды будет находиться в состоянии газодинамического равновесия, если скорость $\mathbf{V} = v_x \mathbf{e}_x + v_y \mathbf{e}_y$ движения ее частиц, плотность ρ , давление p и потенциальная функция Φ будут представлять собой решение известных уравнений гидродинамики [11, 51]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \text{grad } \rho = -\rho \text{div } \mathbf{V}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \cdot \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla \Phi - 2(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}) + \Omega^2(x \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y), \quad (2)$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad (3)$$

и если будут выполнены следующие условия:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0.$$

В уравнении (2) через \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y обозначены векторы единичной длины, направленные вдоль оси x и y . Обозначим через ρ_0 , p_0 , Φ_0 , \mathbf{V}_0 — равновесное решение системы (1)–(3), а через ρ_1 , p_1 , Φ_1 , \mathbf{V}_1 — малые возмущения равновесного решения. Подставляя $\rho = \rho_0 + \rho_1$, $p = p_0 + p_1$, $\Phi = \Phi_0 + \Phi_1$, $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1$

в уравнения (1)–(3) и учитывая, что ρ_0 , p_0 , Φ_0 , \mathbf{V}_0 — решение системы (1)–(3), с точностью до величин второго порядка получим следующие уравнения для малых возмущений [51]:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \mathbf{V}_0 \nabla \rho_1 + \rho_1 \nabla \mathbf{V}_0 = -\mathbf{V}_1 \nabla \rho_0 - \rho_0 \nabla \mathbf{V}_1, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 \nabla) \cdot \mathbf{V}_1 + (\mathbf{V}_1 \nabla) \cdot \mathbf{V}_0 = \\ = -\frac{1}{\rho_0 + \rho_1} \nabla(p_0 + p_1) + \frac{1}{\rho_0} \nabla p_0 - \\ - \nabla \Phi_1 - 2(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_1), \\ \nabla^2 \Phi_1 = 4\pi G \rho_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Из уравнения (2) следует, что равновесие возможно только в том случае, когда ρ_0 , p_0 , Φ_0 являются решением следующего уравнения:

$$-\frac{1}{\rho_0} \nabla p_0 - \nabla \Phi_0 + \Omega^2(x \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y) = 0.$$

Вычисляя дивергенцию правой и левой части этого уравнения и учитывая уравнение Пуассона (3), получим окончательный вид уравнения газодинамического равновесия пылевой оболочки протозвезды:

$$\nabla^2 \Phi_0 = -\nabla \left(\frac{1}{\rho_0} \nabla p_0 \right) + 2\Omega^2 = 4\pi G \rho_0. \quad (7)$$

Для межзвездного газа выполняется уравнение состояния идеального газа: $p = (k/\mu)\rho T$. Откуда получим $(k/\mu)T = p_0/\rho_0$. Учитывая, что во вращающейся системе координат невозмущенная скорость \mathbf{V}_0 равна нулю, вместо уравнений (4)–(6) получим следующие уравнения:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\mathbf{V}_1 \nabla \rho_0 - \rho_0 \nabla \mathbf{V}_1, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{V}_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0 + \rho_1} \nabla(p_0 + p_1) + \frac{1}{\rho_0} \nabla p_0 - \\ - \nabla \Phi_1 - 2(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_1), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\nabla^2 \Phi_1 = 4\pi G \rho_1. \quad (10)$$

Вблизи устойчивого положения равновесия малым изменениям координат будут соответствовать малые изменения плотности. Тогда выражение $\mathbf{V}_1 \nabla \rho_0$ в уравнении (8) будет величиной второго порядка малости. Кроме того, с точностью до величин второго порядка получим

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho_0 + \rho_1} \nabla(p_0 + p_1) + \frac{1}{\rho_0} \nabla p_0 = \\ = -\frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_0} + \dots \right) \nabla(p_0 + p_1) + \frac{1}{\rho_0} \nabla p_0 \approx -\frac{1}{\rho_0} \nabla p_1. \end{aligned}$$

В результате вместо уравнения (9) получим следующее:

$$\frac{\partial \mathbf{V}_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p_1 - \nabla \Phi_1 - 2(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_1). \quad (11)$$

Вычисляя дивергенцию правой и левой части равенства (11), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \mathbf{V}_1) &= -\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \rho_1}{\rho_0} = \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \nabla^2 p_1 - 4\pi G \rho_1 - 2 \operatorname{div}(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_1). \end{aligned} \quad (12)$$

В равновесии пылевая оболочка протозвезды будет находиться до тех пор, пока не произойдет уменьшение ее температуры за счет инфракрасного излучения. При уменьшении температуры равновесие оболочки нарушается и происходит сжатие протозвезды, в течение которого температура пылевого слоя существенно не изменяется. Поэтому предположим, что в равновесии пылевая оболочка будет находиться при постоянной температуре. В этом случае давление будет пропорциональным плотности: $p_1 = c^2 \rho_1$, где c — скорость звука для газа (водород). Подставляя это выражение для плотности p_1 в уравнение (12), получим уравнение для возмущений плотности пылевой оболочки:

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \rho_1 + 4\pi G \rho_0 \rho_1 + 2\rho_0 \operatorname{div}(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_1). \quad (13)$$

Рассмотрим сначала уравнение (13) без учета вращения протозвездного облака:

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \rho_1 + 4\pi G \rho_0 \rho_1, \quad (14)$$

затем найдем решение уравнения (13), учитывающее вращение протозвездного облака.

1.1. Волновые возмущения плотности оболочки протозвезды

Уравнение (14) является линейным дифференциальным уравнением. Тогда его аналитическое решение можно найти при помощи метода разделения переменных. В цилиндрической системе координат $x = r \cos(\varphi)$, $y = r \sin(\varphi)$, $z = z$ уравнение (14) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} &= c^2 \left(\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial z^2} \right) + \\ &+ 4\pi G \rho_0 \rho_1. \end{aligned} \quad (15)$$

Согласно методу разделения переменных решение $\rho_1(r, \varphi, z, t)$ будем искать в виде произведения двух новых искомым функций T и V : $\rho_1(r, \varphi, z, t) = T(t) \times V(r, \varphi, z)$. Подставляя это выражение для функции ρ_1 в уравнение (15), получим следующее уравнение для функций T и V :

$$\begin{aligned} \frac{V}{c^2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} &= \left(T \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + T \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + T \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + T \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) + \\ &+ 4\pi G \rho_0 T V / c^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнение (16) можно заменить равносильной ему системой из двух более простых уравнений. Для этого необходимо правую и левую части уравнения (16) разделить на произведение функций V и T :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2 T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} &= \left(\frac{1}{V} \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{V r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{V r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{V} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) + \\ &+ 4\pi G \rho_0 / c^2 = -\lambda^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Левая часть уравнения (17) является функцией только переменной t , а правая — зависит только от r , φ и z . В этом случае как правая, так и левая

части равенства (17) будут равны одной и той же константе. Обозначим эту константу через $-\lambda^2$. В результате вместо уравнения (17) получим следующие два уравнения:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + A^2 \lambda^2 T = 0, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{V} \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{V r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{V r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{V} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) + \\ + 4\pi G \rho_0 / c^2 = -\lambda^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Уравнение (18) имеет простое решение. Поэтому рассмотрим только уравнение (19). Решение уравнения (19) будем искать также методом разделения переменных, представив искомую функцию V в виде произведения функций W и Z : $V(r, \varphi, z) = W(r, \varphi) \cdot Z(z)$. Подставляя это выражение для функции V в уравнение (19), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \left(Z \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{Z}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{Z}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} + W \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right) = \\ = -[4\pi G \rho_0 / c^2 + \lambda^2] W \cdot Z. \end{aligned} \quad (20)$$

Разделяя переменные W и Z , вместо уравнения (20) получим следующие два уравнения:

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} - \gamma^2 Z = 0, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} + [4\pi G \rho_0 / c^2 + \lambda^2 + \gamma^2] W = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Уравнение (21) имеет простое решение. Для решения уравнения (22) также воспользуемся методом разделения переменных. Представим функцию W в виде произведения двух новых функций: $W = R(r) \cdot S(\varphi)$. Подставляя это выражение для функции W в уравнение (22), получим:

$$\begin{aligned} S \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{S}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{R}{r^2} \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} + [4\pi G \rho_0 / c^2 + \lambda^2 + \gamma^2] R \cdot S = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

После разделения переменных R , S вместо уравнения (23) получим следующие два уравнения:

$$\frac{d^2 S}{d\varphi^2} + \nu^2 S = 0, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left[\{4\pi G \rho_0 / c^2 + \lambda^2 + \gamma^2\} - \frac{\nu^2}{r^2} \right] R = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Уравнение (24) имеет простое решение, а уравнение (25) можно представить в виде уравнения Бесселя. Обозначим через x выражение $[4\pi G \rho_0 / c^2 + \lambda^2 + \gamma^2]^{1/2} r$. Тогда уравнение (25) примет классическую форму уравнения Бесселя:

$$\frac{d^2 R}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dR}{dx} + \left(1 - \frac{\nu^2}{x^2} \right) R = 0. \quad (26)$$

Частными решениями уравнения (26) являются функции Бесселя порядка ν :

$$R(x) = J_\nu(x) = J_\nu(r \sqrt{4\pi G \rho_0 / c^2 + \lambda^2 + \gamma^2}).$$

Величину константы λ определим так, чтобы выполнялось граничное условие $\rho_1(R_0, \varphi, z, t) = 0$:

$$R_0 \sqrt{4\pi G \rho_0 / c^2 + \lambda^2 + \gamma^2} = \lambda_{k\nu}.$$

Откуда получим константу λ :

$$\lambda^2 = \lambda_{k\nu}^2 / R_0^2 - 4\pi G \rho_0 / c^2 - \gamma^2.$$

Согласно решению уравнения (18) равновесие пылевой оболочки будет устойчивым, если будет выполнено следующее условие:

$$\lambda_{k\nu}^2 / R_0^2 - 4\pi G \rho_0 / c^2 - \gamma^2 \geq 0. \quad (27)$$

Произвольная константа γ в уравнении (21) равна: $\gamma = [1/(z_1 - z_0)] \cdot \ln\{\rho(z_0)/\rho(z_1)\}$, где z_0, z_1 — начальный и конечный радиусы протозвездного облака, а константа ν в уравнении (25) является порядком функции Бесселя. Учитывая это, для случая устойчивого равновесия получим следующие частные решения уравнения (15):

$$\rho_1(r, \varphi, z, t) = T_{k\nu}(t) \cdot R_{k\nu}(r) \cdot S_\nu(\varphi) \cdot Z_\gamma(z),$$

где $T_{k\nu}(t) = a_{k\nu} \cos(c\lambda t) + b_{k\nu} \sin(c\lambda t)$, $Z_\gamma(z) = \rho(z_1) \times \exp(-\gamma z)$, $S_\nu(\varphi) = \cos(\nu\varphi + \varphi_0)$, $R_{k\nu}(r) = J_\nu(r)$, J_ν — функция Бесселя порядка ν . Коэффициенты $a_{k\nu}, b_{k\nu}$ определяются при помощи начальных условий краевой задачи. Уравнение (15) является линейным, поэтому сумма полученных частных решений также будет решением уравнения (15). Эта сумма будет общим решением уравнения (15):

$$\begin{aligned} \rho_1(r, \varphi, z, t) = \\ = \rho(z_1) \exp(-\gamma z) \sum_{\nu=0}^{\infty} S_\nu(\varphi) \sum_{k=0}^{\infty} T_{k\nu}(t) R_{k\nu}(r). \end{aligned} \quad (28)$$

Если условие (27) не будет выполняться, то равновесие будет неустойчивым:

$$\lambda^2 = 4\pi G \rho_0 / c^2 - \lambda_{k\nu}^2 / R_0^2 + \gamma^2 > 0. \quad (29)$$

В этом случае в общем решении (28) функция $T_{k\nu}(t)$ будет другой:

$$T_{k\nu}(t) = a_{k\nu} \cdot \exp[c\lambda t] + b_{k\nu} \cdot \exp[-c\lambda t].$$

Начальные и граничные условия краевой задачи для волнового уравнения (15) выбираются исходя из величины начальной плотности $\rho(z_0) = \rho_0 = 10^{-19}$ г/см³ протозвездного облака. Практически нулевая начальная плотность $\rho(z_0)$ дает основание для выбора модели краевой задачи с нулевыми начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned} \rho_1(r, z_0, 0) = \frac{\rho(z_0)}{n+1} \sum_{k=0}^n J_0(\lambda_k r / R_0), \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t}(r, z_0, 0) = 0, \\ |\rho_1(0, z, t)| < \infty, \quad \rho_1(R_0, z, t) = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

В случае почти нулевой начальной плотности и однородности протозвездного облака индекс ν в функции $S_\nu(\varphi)$ будет равен нулю. Учитывая начальные и граничные условия (30), получим, что коэффициенты a_k

будут равны $a_k = A = \rho(z_0) \cdot \exp(\gamma z_0) / [\rho(z_1) \cdot (n+1)]$, $b_k = 0$. В этом случае решение краевой задачи будет следующее:

$$\begin{aligned} \rho_1(r, z, t) = \rho(z_1) \exp(-\gamma z) \cdot A \times \\ \times \sum_{k=0}^n \cdot \cos\left(tc \sqrt{(\lambda_k / R_0)^2 - 4\pi G \rho_0 / c^2 - \gamma^2}\right) \times \\ \times J_0(\lambda_k r / R_0). \end{aligned} \quad (31)$$

Рассмотрим теперь решение волнового уравнения (13) с учетом вращения протозвезды ($\Omega \neq 0$). Дивергенцию векторного произведения $\Omega \times \mathbf{V}$ можно вычислить по следующей формуле [14]:

$$\operatorname{div}(\Omega \times \mathbf{V}) = \mathbf{V} \cdot \operatorname{rot} \Omega - \Omega \cdot \operatorname{rot} \mathbf{V}, \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{V} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_R}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\nu}{\partial z} \right) \mathbf{e}_r + \left(\frac{\partial V_R}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \mathbf{e}_\varphi + \\ + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rV_\nu)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial V_\nu}{\partial \phi} \right) \mathbf{e}_z, \end{aligned}$$

$$\operatorname{rot} \Omega = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{GM}{r^5}} \mathbf{e}_\varphi, \quad \Omega = \left(0, 0, \sqrt{\frac{GM}{r^3}} \right),$$

$$\mathbf{V} = (V_R, V_\nu, 0), \quad V_R = \frac{h}{p} e \cdot \sin v, \quad V_\nu = \frac{h}{R},$$

$$p = a(1 - e^2), \quad h = \sqrt{GMp}, \quad R = p/(1 + e \cdot \cos v),$$

a, e — большая полуось и эксцентриситет кеплеровской орбиты, $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$ — векторы единичной длины по направлениям r, z и по направлению касательной к орбите. Радиус-вектор R эллиптической орбиты и полярный радиус r будут совпадать только при $e = 0$. Также будут отличаться полярный угол φ и истинная аномалия эллиптической орбиты v . Вычисляя частные производные и подставляя в формулу дивергенции (32), получим:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\Omega \times \mathbf{V}) = \frac{3}{2} \frac{GM \cdot (1 + e \cdot \cos v)}{\sqrt{a(1 - e^2)} r^{5/2}} \approx \\ \approx \frac{3}{2} \frac{GM \cdot (1 + e \cdot \cos v)}{\sqrt{(1 - e^2)} r^3} = f(r, v). \end{aligned}$$

Решение с учетом вращения облака будем искать в виде суммы общего решения $\rho_1(r, z, t)$ уравнения (14) и частного решения $\rho_d(r, t)$ уравнения (13). Для этого функции $f(r, v)$ и $\rho_d(r, t)$ разложим в ряд Фурье по функциям Бесселя $J_0(\lambda_k r / R_0)$:

$$\bar{f}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(r, v) dv = \sum_{k=0}^n g_k J_0(\lambda_k r / R_0),$$

$$\rho_d(r, t) = \sum_{k=0}^n d_k(t) J_0(\lambda_k r / R_0),$$

$$g_0 = \frac{1}{\pi [\lambda_0 J_1(\lambda_0)]^2} \int_{z_1}^{R_0} \int_0^{2\pi} f(r, v) \cdot r \cdot J_0(\lambda_0 r / R_0) dv dr,$$

$$g_k = \frac{1}{\pi [\lambda_k J_1(\lambda_k)]^2} \int_{z_1}^{R_0} \int_0^{2\pi} f(r, v) \cdot r \cdot J_0^2(\lambda_k r / R_0) dv dr, \quad k > 0.$$

Подставляя функцию $\rho_1(r, z, t) + \rho_d(r, t)$ в уравнение (13) и учитывая, что ρ_1 является решением уравнения (14), для нахождения функций $d_k(t)$ получим следующие дифференциальные уравнения второго порядка:

$$\frac{d^2 d_k(t)}{dt^2} = \left[4\pi G \rho_0 - c^2 \left(\frac{\lambda_k}{R_0} \right)^2 \right] d_k(t) + 2\rho_0 g_k. \quad (33)$$

Частными решениями уравнений (33) являются следующие функции:

$$d_k(t) = A_k \cos(\beta^{1/2} t) + 2\rho_0 g_k / \beta, \\ \beta = (c\lambda_k / R_0)^2 - 4\pi G \rho_0,$$

где $c_k = -\rho(z_0) / [(n+1)(1+2\rho_0 g_k / \beta)]$. Следовательно, решение уравнения (13), учитывающего вращение протозвездного облака, будет иметь следующий вид:

$$\rho_1(r, z, t) + \rho_d(r, t) = \rho(z_1) \exp(-\gamma z) \cdot A \times \\ \times \sum_{k=0}^n \cos \left(t c \sqrt{(\lambda_k / R_0)^2 - 4\pi G \rho_0 / c^2 - \gamma^2} \right) \times \\ \times J_0(\lambda_k r / R_0) + \sum_{k=0}^n d_k(t) J_0(\lambda_k r / R_0). \quad (34)$$

Коэффициенты c_k определяются из условия $\rho_1(r, R_0, 0) + \rho_d(r, 0) = 0$ краевой задачи для уравнения (13).

Рассмотрим графики функций $\rho_1(r, z, t)$, $\rho_d(r, t)$ и выясним влияние вращения протозвездного облака на плотность газопылевой оболочки протозвезды. На рис. 1, *a* изображены графики функций $\rho_1(r, R_0, 0)$ и $\rho_d(r, 0)$ для параметра $R_0 = 5$ а.е. Согласно рис. 1, *a* максимумы (минимумы) плотности ρ_1 расположены на расстояниях $2 \cdot R_0$, кратных значению параметра $R_0 = 5$ а.е. Такая особенность расположения максимумов характерна для любых значений параметра R_0 и связана со свойствами бесселевых функций. В зонах максимальной плотности ρ_1 пылевые частицы будут накапливаться быстрее, чем в окружающих их зонах. Аккумуляция пылевых частиц будет ускорять их оседание на экваториальную плоскость. При оседании этих частиц на экваториальную плоскость особенности в распределении частиц пылевой оболочки протозвезды будут проявляться также и на экваториальной плоскости протозвездного облака. На рис. 1, *б* представлены графики функций $\rho_1(r, R_0, 0)$ и $\rho_d(r, 0)$ для значения параметра $R_0 = 0.18$ а.е.

Сравнивая эти графики (рис. 1), заметим, что вариации плотности $\rho_d(r, 0)$ составляют около 2% от вариаций $\rho_1(r, R_0, 0)$ для $R_0 = 5$ а.е. (рис. 1, *a*), а для $R_0 = 0.18$ а.е. — 120% (рис. 1, *б*). Для значения параметра $R_0 = 1.45$ а.е. — 6%.

Таким образом, при больших радиусах R_0 ядра протозвезды вращение протозвездного облака не оказывает существенного влияния на плотность $\rho_1(r, R_0, 0)$. При $R_0 = 0.18$ а.е. величина $\rho_d(r, 0)$ намного превосходит величину плотности $\rho_1(r, R_0, 0)$. Однако это влияние не будет распространяться на вариации плотности $\rho_1(r, R_0, 0)$, на расположение максимумов плотности и на перемещение волн плотности (при $t \neq 0$).

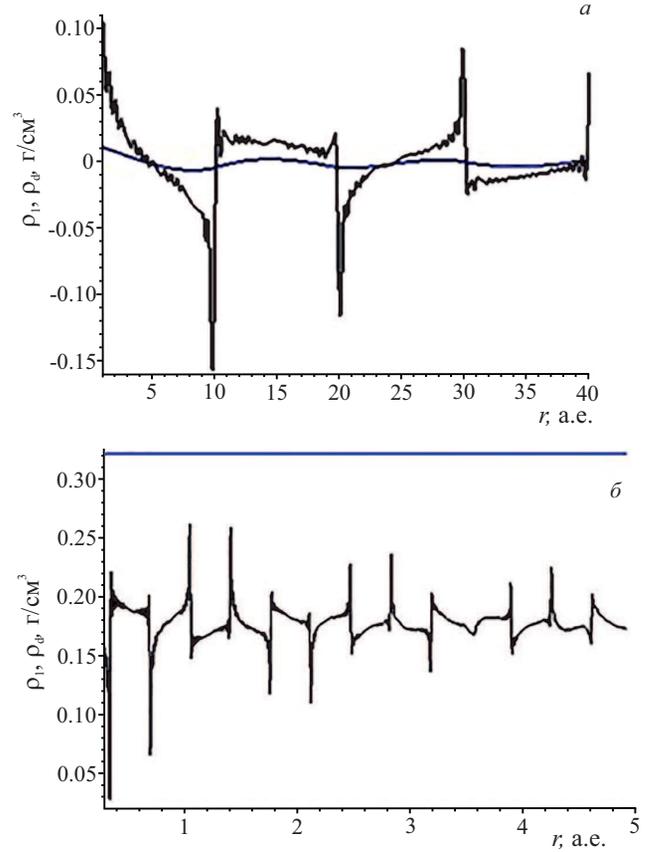


Рис. 1. Профили плотности $\rho_1(r, \varphi, R_0, t) + \rho_d(r, v, t)$ для значений параметра R_0 : *a* — для $R_0 = 5$ а.е. на интервале $1 \leq r \leq 40$ а.е.; *б* — для $R_0 = 0.18$ а.е. на интервале $1 \leq r \leq 5$ а.е. ($e = 0.3$)

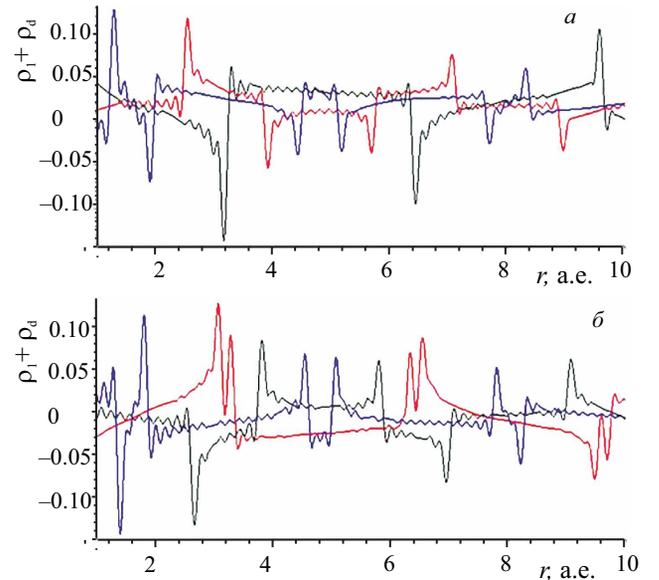


Рис. 2. Профили плотности $\rho_1(r, \varphi, R_0, t) + \rho_d(r, v, t)$ для значения параметра $R_0 = 1.45$ а.е.: *a* — для $t = 0; 1.5; 3$; *б* — для $t = 4.5; 6; 7.5$ (рад)

На рис. 2 изображены профили плотности $\rho_1(r, \varphi, R_0, t) + \rho_d(r, v, t)$ пылевой оболочки для значений параметров $R_0 = 1.45$ а.е., для значений $t = 0; 1.5; 3$ (рис. 2, *a*) и для значений $t = 4.5; 6; 7.5$ (рис. 2, *б*), $v = \pi/2$, $\varphi = 0$. Профили плотности $\rho_1(r, \varphi, R_0, t) + \rho_d(r, v, t)$, изображенные на рис. 2, показывают квазипериодическое движение плотностных волн для значения параметра $R_0 = 1.45$ а.е.

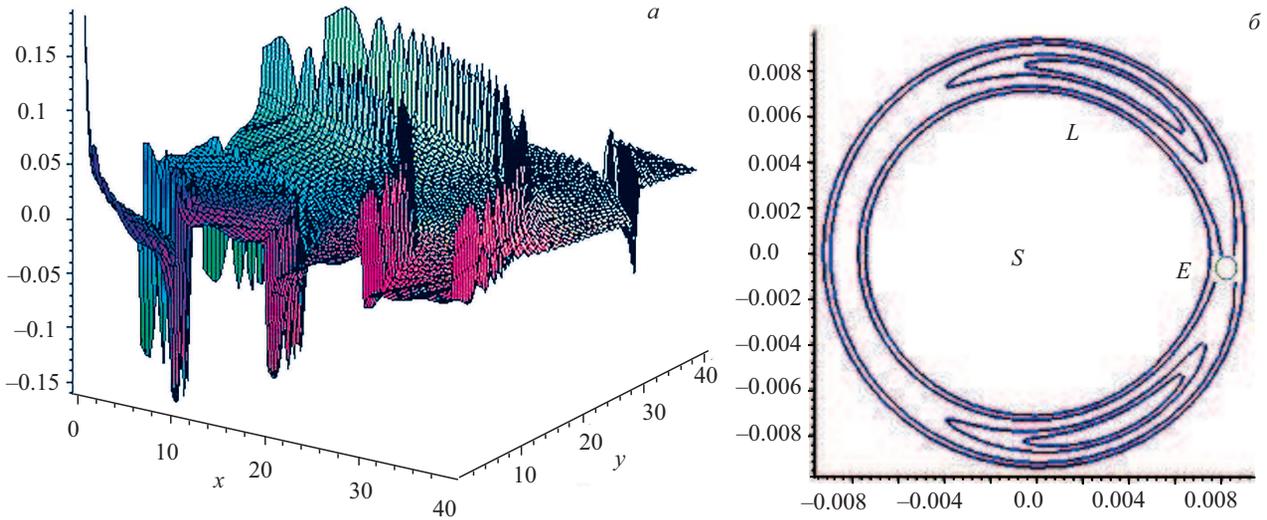


Рис. 3. Плотность дисков и орбиты миграции частиц и малых тел: *a* — 3D-график плотности $\rho_1(r, R_0, 0) + \rho_d(r, 0)$ для параметра $R_0 = 5$ а. е. и полярных расстояний $0.18 \leq r \leq 40$ (а. е.); *b* — либрационные орбиты малых небесных тел вблизи орбитального резонанса 1/1 для резонансных параметров $\alpha^2 = 0.6; 0.8; 1.7; 2.2$ и наклонов орбит $i = 25^\circ$, $r^* = r - 0.817$ (проекции на плоскость орбиты зародыша планеты)

Скорость бегущей волны, согласно решению (34), приближенно равна $c\lambda_k/R_0 = \lambda_k/(R_0)^{11/8}$, где $c = 1/(R_0)^{3/8}$. Тогда период возвращения бегущей волны для параметра R_0 будет приближенно равен $2\pi(R_0)^{11/8}/\lambda_1 = 4.36$ рад. Принимая скорость звука равным $c = 1286$ м/с (для водорода), получим оценку периода времени возвращения бегущей волны в исходное положение: $P = 115.36/\lambda_k$ лет. Наименьший период имеет волна для наибольшего значения λ_k ($2 < \lambda_k < 20$). Следовательно, для периода P бегущей волны получим следующую оценку: $5 < P < 60$ лет.

На рис. 3, *a* представлены 3D-профили плотности $\rho_1(r, \varphi, R_0, t) + \rho_d(r, v, t)$, вычисленные для $t = 0$, $R_0 = 5$ а. е. Полярная плоскость (r, φ) преобразована в декартову плоскость (x, y) , $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$, $0.5 \leq x \leq 40$, $0.5 \leq y \leq 40$ (а. е.), $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

1.2. Условие устойчивости равновесия оболочек протозвезд и границы зоны гравитационной неустойчивости

В общем решении (31) предполагалось, что движение частиц газопылевой оболочки протозвезд происходит без внутреннего трения. Однако такое предположение справедливо только для газовой составляющей оболочки. В газопылевой части оболочки, особенно в экваториальном диске протозвезды, уже будет влиять кинематическая вязкость. Для учета влияния кинематической вязкости необходимо уравнение (2) заменить уравнением Навье–Стокса [62]:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P - \nabla\Phi - 2(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}) + \Omega^2(xe_x + ye_y) + \nu \left[\nabla^2 \mathbf{V} + \frac{1}{3}\nabla(\text{div } \mathbf{V}) \right],$$

где ν — кинематическая вязкость. Динамика газопылевых частиц экваториальных дисков (аккреционных дисков, «дебрис-дисков», протопланетных дисков) в настоящее время исследуется при помощи численного интегрирования уравнений газовой динамики [33, 37, 39, 49].

В работе Снытникова [55] численными методами исследована динамика газопылевых сгущений (клампы) для дисков массы более $0.2M_s$. Показано, что формирующиеся клампы мигрируют в радиальном направлении к ядру протозвезды по сложным орбитам. Было обнаружено также, что на интервалах интегрирования порядка 10^3 лет клампы не аккрецируют на ядро протозвезды. Однако не выяснена причина, по которой клампы не будут аккрецировать на более длительных интервалах интегрирования.

В статьях Морбидели [42] и Несворного [47] исследована возможность радиальной миграции зародышей планет в «дебрис-дисках». Механизм образования самих «дебрис-дисков», как и тел метровых и десятиметровых размеров, к настоящему времени не выяснен [11]. Следовательно, полученная в этих статьях миграция зародышей планет имеет гипотетический характер,

В статьях Наякшина [44–46] рассматривалась возможность миграции зародышей планет земной группы из зоны планет-гигантов. В зоне планет земной группы условие локальной гравитационной неустойчивости не выполняется [22]. На основании этого предположено, что зародыши планет земной группы могли мигрировать из зоны планет-гигантов. В монографии [54] было показано выполнение условия гравитационной неустойчивости в зоне планет-гигантов.

В работе [9] показано, что газопылевые оболочки и их экваториальные диски неустойчивы для всех масс протозвездного облака только на расстояниях более 50 а. е. от центра протозвезды. На расстояниях от 5 а. е. до 50 а. е. почти все экваториальные диски, за исключением сверхмассивных, могут быть как гравитационно неустойчивыми, так и устойчивыми. Эта зона расположена близко к границе устойчивости [9]. В этом случае задача численного интегрирования уравнений газовой динамики становится плохо обусловленной задачей.

Локальная гравитационная неустойчивость в дисках малой массы ($< 0.2M_s$) может наступить в ре-

зультате действия волновых механизмов. Плотностные волны, согласно решению (34) краевой задачи для волнового уравнения (13), могут обеспечить локальное выполнение условия гравитационной неустойчивости в результате фрагментации экваториальных дисков на протопланетные кольца [9]. Механизм плотностных волн является вторичным по отношению к механизму гравитационного сжатия протозвездного облака, так как является следствием аккреции межзвездного газа и газовых уплотнений на ядро протозвезды. Эти два механизма действуют независимо друг от друга, несмотря на то, что они взаимосвязаны. Признаком, по которому можно определить завершение или временную остановку процесса аккреции, является выполнение условия гравитационной устойчивости (27).

Интервал полярных расстояний, меньших 5 а.е., находится (за исключением сверхмассивных межзвездных газовых облаков) в зоне устойчивости [9]. Согласно статьям [44–46] на таких расстояниях невозможно формирование зародышей планет и зародыши должны мигрировать из внешней зоны. Однако радиальная миграция по какой-то причине должна быть остановлена. Причиной прекращения радиальной миграции может быть установление устойчивого равновесия и завершение процесса аккреции или временная его остановка (разд. 1.1). Согласно решению (34) в зоне устойчивости экваториального диска формирование зародышей планет возможно за счет действия механизма плотностных волн и кольцевой фрагментации этой зоны. Следовательно, зародыши планет земной группы могли не мигрировать из зоны планет-гигантов, а могли формироваться в зоне планет земной группы. В этом состоит отличие выводов Някшина от выводов, полученных в настоящей работе.

Таким образом, в экваториальных дисках малой массы ($< 0.2M_s$), согласно модели (34), зародыши планет могут формироваться в условиях устойчивости газопылевых оболочек протозвезд. Учитывая, что экваториальный диск является частью газопылевой оболочки протозвезды, нетрудно заметить противоположность локальной неустойчивости экваториальных дисков и устойчивости оболочки протозвезды. Однако волновой механизм и механизм гравитационного сжатия протозвездного облака действуют независимо друг от друга. Следовательно, такая противоположность не является противоречивой. В дальнейшем будем исходить из предположения о кольцевой фрагментации оболочек протозвезд и их экваториальных дисков. Для выбора модели формирования малых тел в экваториальных дисках далее предварительно рассматриваются результаты наблюдений и исследований динамики малых тел Солнечной системы [1, 2, 15, 28–31, 43].

2. РЕЗОНАНСНАЯ МОДЕЛЬ ОРБИТАЛЬНОЙ МИГРАЦИИ МАЛЫХ ТЕЛ

В статье [4] рассматривалась динамика малых тел Солнечной системы в модели плоской круговой ограниченной задачи трех тел (случай плоских экваториальных дисков). Для плоских экваториальных дисков была определена плотность распределения

газопылевых частиц в кольце, при достижении которого начинает действовать механизм орбитального резонанса и формирование зародыша планеты. Однако экваториальные диски протозвезд не являются плоскими. Орбиты частиц и орбиты малых тел в таких дисках будут иметь ненулевые наклоны. Это обстоятельство необходимо учитывать в соответствующей модели. Поэтому далее рассмотрим проблему формирования и динамики малых тел в пространственной модели ограниченной задачи трех тел.

Рассмотрим движение астероида под действием гравитационных сил со стороны Солнца и одной из больших планет. Массу астероида будем считать бесконечно малой по сравнению с массами больших планет. В качестве основной системы возьмем прямоугольную гелиоцентрическую систему координат, в которой орбита большой планеты является круговой. Основной плоскостью выбранной системы координат будем считать плоскость орбиты планеты. Единицей измерения масс тел — сумму масс Солнца и планеты, а единицей измерения длины — величину большой полуоси планеты. Предположим также, что единица времени выбрана так, что постоянная Гаусса равна единице. Движение астероида вблизи соизмеримости $(p + q)/p$ средних движений астероида и планеты означает выполнение условия: $|n - (p + q)n_1/p| \leq O(n_1\sqrt{m})$, где m — масса планеты в выбранной системе единиц, n и n_1 — средние движения астероида и планеты. Канонические уравнения круговой ограниченной задачи трех тел в системе координат, вращающейся с угловой скоростью n_1 , имеют следующий вид [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{dG}{dt} &= \frac{\partial F}{\partial \lambda'}, & \frac{d\Gamma}{dt} &= \frac{\partial F}{\partial l}, & \frac{d(H - G)}{dt} &= \frac{\partial F}{\partial h}, \\ \frac{dK}{dt} &= \frac{\partial F}{\partial k}, & \frac{d\lambda'}{dt} &= -\frac{\partial F}{\partial G}, & \frac{dl}{dt} &= -\frac{\partial F}{\partial \Gamma}, \\ \frac{dh}{dt} &= -\frac{\partial F}{\partial(H - G)}, & \frac{dk}{dt} &= -\frac{\partial F}{\partial K}, \\ F &= \frac{1}{2(G + \Gamma)^2} + n_1G - n_1K + mR, \\ R &= (1 + r^2 - 2r \cdot \cos N)^{-1/2} - r \cdot \cos N, \\ \cos N &= c \cdot \cos(\tau - \tau_1) + s \cdot \cos(\tau + \tau_1 - 2\Omega), \\ F &= F_0 + F_1 + F_2 + F_3 + O(me^4), \\ F_0 &= 1/[2(G + \Gamma)^2] + n_1G + mf_0(\lambda'), \\ f_0(\lambda') &= (1 + r_0^2 - 2r_0c \cos \lambda')^{-1/2} - r_0A \cos \lambda', \\ L &= \sqrt{a}, \quad G = L\sqrt{1 - e^2}, \quad \Gamma = L - G, \\ H &= G \cdot \cos(i), \quad K = \int \frac{\partial F}{\partial k} dt, \\ c &= \cos^2(i/2), \quad i \leq 40^\circ, \end{aligned} \quad (35)$$

где $a, e, i, l, g, \tau, \lambda, \Omega$ — большая полуось, эксцентриситет, угол наклона орбиты, средняя аномалия, аргумент перигелия, истинная и средняя долгота астероида, восходящий узел, λ_1, τ_1 — средняя и истинная долгота планеты, r_0 — величина полярного радиуса r в центре либрационных движений астероида, $\lambda' = \lambda - \lambda_1, k = n_1t + k_0$. Предположим, что наибольшая величина эксцентриситета не будет превосходить 0.3. Тогда составляющие $F_0, F_1 + F_2, F_3$

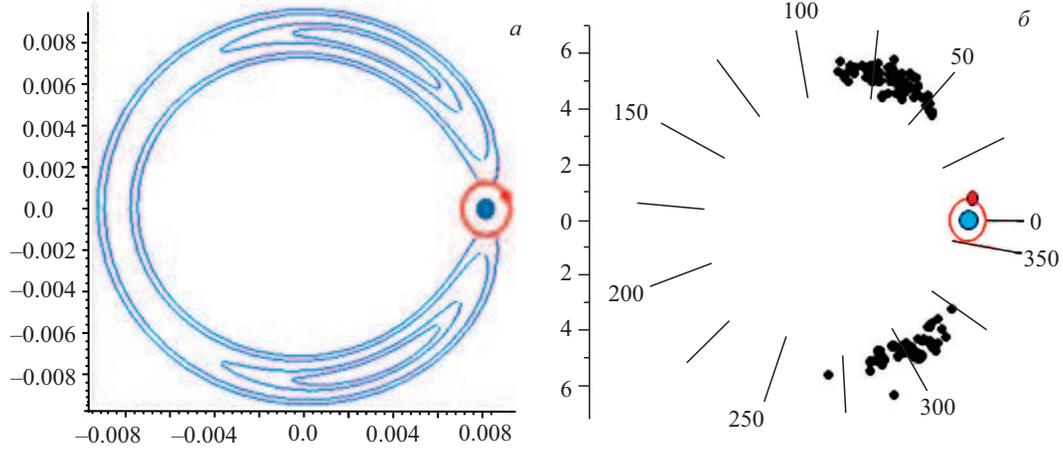


Рис. 4. Либрационные орбиты малых тел вблизи резонанса 1/1 для значений параметра $\alpha^2 = 0.6; 0.8; 1.7; 2.2$: а — для наклона орбиты $i = 25^\circ$ в полярных координатах (r^*, λ') , $r^* = r - 0.817$ (проекция орбит на плоскость орбиты планеты); б — распределение наиболее крупных нумерованных «греков» и «троянцев» (резонанс 1/1) в полярной системе координат

гамильтониана F будут величинами порядка m , $m^{3/2}$, m^2 соответственно. Для того, чтобы найти решение системы канонических уравнений (35) при помощи методов теории возмущений, необходимо сначала найти решение задачи для промежуточного гамильтониана F_0 . Гамильтониан F системы уравнений (35) является функцией канонических переменных $\{G, \Gamma, H - G, K; \lambda', l, h, k\}$. Для определения значения G_0 канонической переменной G в центре либрации необходимо ввести систему координат, вращающуюся с угловой скоростью $(p + q)n_1/p$, и вычислить частную производную F_0 [1, 2]:

$$\frac{\partial F_0}{\partial G} = -(G + \Gamma)^{-3} + \frac{p + q}{p} n_1.$$

Приравняв к нулю эту частную производную и решая полученное уравнение относительно G , найдем G_0 :

$$G_0 = \left(\frac{p}{(p + q)n_1} \right)^{1/3} - \Gamma_0, \quad r_0 = G_0^2 + O(m). \quad (36)$$

Угловые координаты центров либрации определяются как точки экстремумов усредненной функции $f_0(\lambda')$ [2]. Решение системы канонических уравнений (19) для промежуточного гамильтониана F_0 имеет следующий вид [1, 28–31]:

$$\begin{aligned} G &= G_0 + G_0^2 \rho_1 + 2G_0^3 \rho_1^2 / 3 + \dots, \\ \rho_1 &= -1/3 \sqrt{6m} [\alpha^2 - f_0(\lambda')]^{1/2} \operatorname{sgn}(d\lambda'/dt), \\ t - t_1 &= \frac{1}{\sqrt{6m} G_0^2} \int_{\lambda'_1}^{\lambda'} \frac{d\lambda'}{[\alpha^2 - f_0(\lambda')]^{1/2}} - \frac{4}{9} G_0^3 (\lambda' - \lambda'_1), \\ \xi &= \sqrt{2\Gamma} \cos(l + l_0), \quad \eta = \sqrt{2\Gamma} \sin(l + l_0), \\ H - G &= \text{const}, \quad K = \text{const}, \\ h &= -n_1 t + h_0, \quad k = n_1 t + k_0, \end{aligned} \quad (37)$$

где λ'_1 — значение переменной $\lambda' = \lambda - \lambda_1 = \lambda^* + q\lambda_1/p$ на границе либрации, $\lambda^* = \lambda - (p + q)\lambda_1/p$, t_1 — момент прохождения границы либрации, α^2 — резонансный параметр, l_0 — начальное значение средней аномалии астероида.

На рис. 4, а представлены либрационные орбиты резонанса 1/1 для значений резонансного параметра $\alpha^2 = 0.6; 0.8; 1.7; 2.2$ и наклона орбиты $i = 25^\circ$

в полярных координатах (r^*, λ') , $e = 0.2$, $r^* = r - 0.817$. Полярный радиус r определяется по формуле $r = \rho^2 + 2G_0\rho + G_0^2$, $\rho = G - G_0$, каноническая переменная G — при помощи решения (37). На рис. 4, б показано распределение наиболее крупных нумерованных астероидов резонанса 1/1 («троянцы» и «греки» Юпитера), которые сконцентрированы в окрестности двух устойчивых точек Лагранжа: $L_4 (G_0, \pi/3)$ и $L_5 (G_0, 5\pi/3)$. При помощи решения (37) канонических уравнений получим формулу для оценки ширины резонансной зоны:

$$\Delta = G_{\max}^2 - G_0^2 = \sqrt{\frac{8m}{3}} G_0^{-1} \alpha_c + O(m),$$

$$\alpha_c^2 = \alpha_{\max}^2 - \alpha_{\min}^2.$$

По этой формуле можно определить ширину резонансной зоны, за пределами которой расположена внешняя часть зоны резонанса и внешняя часть протопланетного кольца.

Согласно результатам современных наблюдений (рис. 4, б), вблизи устойчивых точек Лагранжа L_4 и L_5 располагаются десятки тысяч астероидов больших и малых размеров. При появлении пылевых частиц в таких точках произойдет их аккумуляция. По этой причине еще на ранних этапах эволюции протопланетного диска в таких точках могли формироваться малые тела до метровых и больших размеров. Если это так, то по какой причине не происходит дальнейшая интеграция «троянцев» и «греков» и вместо этих групп астероидов не образуются два больших астероида? По какой причине останавливается процесс роста масс тел? Для того, чтобы найти ответы на эти вопросы, рассмотрим более детально либрационные орбиты малых тел и пылевых частиц внутри резонансной зоны. Сравнивая либрационные орбиты, изображенные на рис. 4, а, заметим, что с увеличением резонансного параметра α^2 и наклона орбиты i малые тела и пылевые частицы будут приближаться к той точке гравитационной системы Солнце—астероид—планета, в которой располагается планета. Однако в решении (37) резонансный параметр α^2 является константой. Увеличение этого параметра может происходить только под влиянием

внешних механизмов. Таким механизмом может быть механизм роста масс малых тел. Оседание пылевых частиц на экваториальную плоскость протозвезды приведет к росту масс малых тел. В результате этого кеплеровы орбиты малых тел будут преобразованы в орбиты с вращающимися перигелиями [3]. Такое изменение орбит малых тел приводит к орбитальной миграции малых тел и их аккреции на зародыш планеты. Увеличение массы зародыша планеты приводит, согласно интегралу «энергии» (38), к росту величины постоянной «энергии» или резонансного параметра α^2 . Следовательно, практически весь приток пылевых частиц из оболочки протозвезды в экваториальную плоскость будет обеспечивать формирование и рост массы малых тел, их миграцию по либрационным орбитам (рис. 4, а). Рост массы «тройнецов» и «греков» останавливается с окончанием притока пыли в зону резонанса 1/1. В это же время завершается и рост массы самого зародыша планеты и зародыш становится планетой.

2.1. Механизм формирования малых тел в экваториальных дисках протозвезд

Аккреционные диски от протопланетных дисков отличаются прежде всего сравнительно большой скоростью аккреции газа на ядро протозвезды. Если скорость аккреции будет оставаться постоянной и сравнительно большой до завершения аккреции, то диск в этом случае будет аккреционным. Однако результаты моделирования [9] показывают, что аккреционными будут диски только при сжатии сверхмассивных газопылевых облаков, имеющих массу более $10^3 M_s$. К таким случаям относятся формирование спиральных галактик и эволюция тесных двойных звезд [59]. В остальных случаях скорость аккреции будет уменьшаться. Экваториальный диск будет аккреционным только до тех пор, пока радиус ядра протозвезды будет больше 50 а. е. С уменьшением радиуса ядра протозвезды (< 50 а. е.) скорость аккреции будет уменьшаться. При этом оболочка протозвезды будет находиться вблизи граничной зоны равновесия, где режим устойчивости может смениться на режим неустойчивости. Экваториальный диск в этой зоне становится протопланетным диском. На этом этапе в экваториальных дисках будут формироваться малые тела и «дебрис-диски». Так называемые «дебрис-диски» представляют собой ранний этап эволюции протопланетных дисков.

Формирование тел малых размеров и рост их масс в «дебрис-дисках» может происходить в устойчивых точках либрации орбитальных резонансов $(p+q)/p$ [4]. Кроме того, в разд. 2 было замечено, что либрационные орбиты малых тел с ростом их масс трансформируются в орбиты аккреции на зародыш планеты. Выясним возможные изменения этих орбит при помощи первых интегралов ограниченной задачи трех тел. Для этого рассмотрим интегралы канонических уравнений (35) для промежуточного гамильтониана F_0 [1]: $\Gamma = \text{const}$, $H - G = \text{const}$, $K = \text{const}$. Полный дифференциал усредненного гамильтониана F_0 будет равен нулю. Следовательно, вдоль решения системы канонических уравнений усредненный гамильтониан будет оставаться константой:

$$\bar{F}_0 = \frac{1}{2(G + \Gamma)^2} + \frac{p+q}{p} n_1 G + m \bar{f}(\lambda^*) = h, \quad (38)$$

$$\bar{f}(\lambda^*) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_0(\lambda - \lambda_1) dl, \quad \lambda^* = \lambda - \frac{p+q}{p} \lambda_1,$$

где h — константа интегрирования. Интеграл (38) называется интегралом энергии [30]. Значение резонансного параметра α^2 в решении (37) равно значению усредненной функции $f_0(\lambda')$ в точках поворота прямого к обратному либрационному движению [30]. Усреднение в (38) выполнено по схеме Моисеева [27]. Выбор такой схемы связан с выбором соответствующей порождающей орбиты.

В работе Пуанкаре [48] была отмечена важность выбора порождающих орбит при определении топологии либрационных орбит. Полная классификация кеплеровых орбит в системе координат, вращающейся с угловой скоростью n_1 , проведена в монографии [15]. Показано, что порождающие орбиты в этом случае замыкаются через q оборотов вокруг начала координат. В точной соизмеримости эти орбиты представляют собой окружности, а в остальных случаях — лепестковые розетки. Синодический период таких орбит равен $2\pi p/n_1$. При возмущенном движении малых тел вблизи соизмеримостей средних движений траектории их движения будут представлять собой раскачивающиеся розетки.

Однако в системе координат, вращающейся с угловой скоростью $[(p+q)/p]n_1$, эти же кеплеровы орбиты будут иными. В точной соизмеримости круговая орбита вырождается в точку. Все некруговые орбиты в этом случае замыкаются после одного оборота вокруг точки, в которую вырождается круговая орбита. Начало координат при этом остается во внешней стороне орбиты. Период таких орбит равен $2\pi p/[(p+q)n_1]$. При возмущенном движении малых тел вблизи соизмеримостей средних движений их траектории будут представлять собой орбиты либрационных движений гамильтоновой системы (35).

Полярный радиус r_0 центра либрации определяется в формуле (36). Для того, чтобы определить полярный угол точки равновесия канонической системы, необходимо вычислить производную усредненной функции $f_0(\lambda')$ и приравнять эту производную к нулю. Решая полученное уравнение, определим угловые координаты центров либрации. На рис. 5 представлены графики усредненной функции $f_0(\lambda')$ для соизмеримостей 1/1, 4/3, 3/2 (рис. 5, а) и соизмеримостей 2/1, 7/3, 3/1 (рис. 5, б). Для резонансов 1/1, 4/3, 3/2 (рис. 5, а) усредненные функции имеют два минимума и два максимума. В случае люковых резонансов 2/1 и 7/3 усредненные функции имеют три минимума и три максимума, а соизмеримость 3/1 — два минимума и два максимума (рис. 5, б). Либрационный тип движения будет вблизи всех устойчивых точек равновесия (минимумы) [2].

Сравнение результатов усреднения функции $f_0(\lambda')$ по схеме Моисеева, по схеме Фату и по времени показывает [10], что схема Моисеева является усреднением по наименьшему периоду, при котором либрационный тип движения будет для всех соизмеримостей. Увеличение периода усреднения сгла-

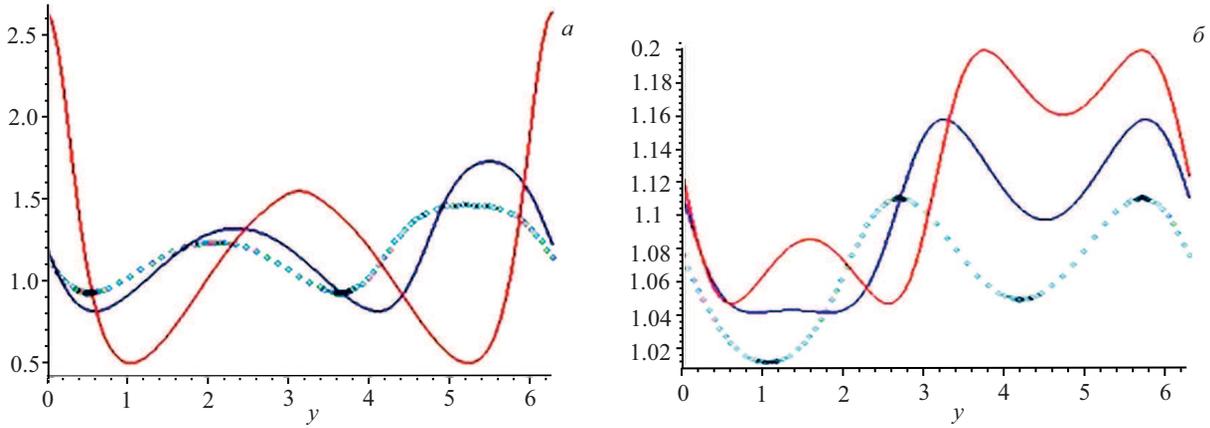


Рис. 5. Графики функции $f_0(\lambda')$, усредненной по схеме Моисеева: а — для соизмеримостей 1/1, 4/3, 3/2; б — для соизмеримостей 2/1, 7/3, 3/1

живает существующие особенности гамильтоновой системы [10]. Адекватность гамильтоновой системы, полученной при помощи усреднения по схеме Моисеева, можно проверить при помощи теоремы Боголюбова [13]. Несмотря на то, что теорема Боголюбова и ее ε -оценка справедливы только для стандартных систем, при учете особенностей резонансных систем [10] эту теорему можно применить и к системам, усредненным по порождающей траектории. В других обоснованиях схем усреднения, кроме теоремы Боголюбова, нет необходимости. Следовательно, классификацию либрационных орбит внутри каждого в отдельности взятого резонанса можно проводить при помощи классических методов теории возмущения [36, 43]. Общая классификация либрационных орбит, принадлежащих разным резонансам, возможна только при помощи методов теории дискретных структур.

Подставляя в интеграл (38) выражение (36) для первой координаты G центра либрации, получим:

$$\bar{F}_0 = \frac{1}{2 \left([p/((p+q)n_1) - \Gamma_0]^{1/3} + \Gamma_0 \right)^2} + \frac{(p+q)}{p} n_1 \left(\left[\frac{p}{(p+q)n_1} \right]^{1/3} - \Gamma_0 \right) + 2m\alpha^2 = h. \quad (39)$$

Учитывая связь между гамильтонианами во вращающейся и неподвижной системах координат [31], получим следующее выражение, связывающее постоянную Якоби C с резонансным параметром α^2 для резонансов общего вида $(p+q)/p$:

$$C = 2\bar{F}_0 + m(1-m) = \frac{1}{\left([p/((p+q)n_1) - \Gamma_0]^{1/3} + \Gamma_0 \right)^2} + \frac{2(p+q)}{p} n_1 \left(\left[\frac{p}{(p+q)n_1} \right]^{1/3} - \Gamma_0 \right) + 2m\alpha^2 + m(1-m). \quad (40)$$

Выражение (38) интеграла энергии было получено для случая орбитального резонанса, то есть в предположении, что линия апсид и линия узлов возмущаемого тела являются неподвижными. В случае их

вращения для аргумента перицентра и долготы узла орбиты возмущаемого тела в линейном приближении получим: $\omega = \omega_0 t + c_1$ и $\Omega = \Omega_0 t + c_2$. Интеграл энергии (38) в этом случае будет иметь следующий вид:

$$\bar{F}_0 = \frac{1}{2(G+\Gamma)^2} + \frac{p+q}{p} (n_1 + \omega_0 + \Omega_0) G + m\bar{f}(\lambda^*) = h. \quad (41)$$

Существование интеграла энергии (41) показывает, что орбитальные и вековые резонансы представляют собой единый механизм эволюции орбит малых небесных тел. Выполнение условия векового или орбитального резонанса может играть стабилизирующую роль в движении малых тел, если движение этих тел происходит вблизи точек минимума усредненного гамильтониана (рис. 5). В таких точках может происходить формирование тел начиная с малых до метровых и километровых размеров. Вблизи неустойчивых точек либраций движение становится стохастичным. Однако влияние такой стохастичности ограничено величиной вариации констант в интегралах канонических уравнений (35). Величина этих констант будет медленно меняться по мере роста масс малых тел и массы m зародыша планеты. При малых возмущениях движения малых тел, эти тела будут совершать либрационные движения вблизи устойчивых точек либраций [2]. При больших возмущениях малые тела аккрецируют в зародыш планеты (резонанс 1/1) либо выходят из резонанса.

Таким образом, радиальная миграция тел в модели идеального резонанса может быть представлена в виде последовательности переходов малых тел из одних резонансов в другие. При этом аккреция малых тел на зародыш планеты будет происходить при значительно меньшей величине постоянной энергии h , чем при выходе из резонанса 1/1. Следовательно, рост массы зародышей планет начинается только после завершения радиальной миграции и завершения аккреции газа и малых тел на ядро протозвезды. В этом отношении кометы с большими эксцентриситетами орбит являются остаточными признаками завершения аккреции на ядро протозвезды, а астероиды резонанса 1/1 — признаками завершения аккреции малых тел на зародыш планеты.

2.2. Механизм формирования и роста зародышей планет

Если рост массы зародышей планет начинается только после завершения радиальной миграции малых тел и завершения аккреции газа и газовых уплотнений на ядро протозвезды, то возможны варианты эволюции протозвезды. Газодинамическое равновесие ядра и оболочки протозвезды может наступить только после ее вступления на главную последовательность. Тогда звезда может не иметь планетную систему. В этом случае экваториальный диск будет аккреционным и диск не эволюционирует в протопланетный. Если же равновесие наступит до вступления протозвезды на главную последовательность, то в условиях устойчивого равновесия будут формироваться зародыши планет и в целом планетная система. Состояние равновесия в газопылевой оболочке может наступить несколько раз. В этом случае будут формироваться различающиеся друг от друга планетные группы.

При выполнении условия устойчивого равновесия (27) в пылевой оболочке протозвезды будут формироваться плотностные волны. Вид этих волн представлен на рис. 3, а. Согласно рис. 3, а максимумы волн плотности имеют кольцеобразную форму. Вариация плотности (и давления) может быть причиной начала переходных процессов: конденсации, кристаллизации, коагуляции и др. Конденсирующие газопылевые частицы будут оседать на экваториальную плоскость вращения протозвезды, формируя протопланетные кольца.

Дальнейший процесс аккумуляции частиц пыли и газа будет происходить в экваториальных дисках. Процесс аккумуляции можно представить при помощи модели ограниченной задачи трех тел с двумя частицами малой массы (модель неупругих столкновений частиц) [3] или в более сложной модели метода крупных частиц [12]. При определенной плотности распределения частиц [4] в процессе формирования и роста тел будет действовать механизм орбитального резонанса (разд. 2.1). В случае большой скорости аккреции (аккреционные диски), орбиты частиц экваториального диска будут иметь большие эксцентриситеты. По таким орбитам будет обеспечиваться рост массы ядра протозвезды. При малой скорости аккреции (протопланетные диски) эксцентриситеты орбит частиц будут малы. Тогда частицы будут захвачены в орбитальные резонансы и будут участвовать в формировании и росте малых тел и зародышей планет в экваториальной плоскости.

Периодические перемещения максимумов плотности (рис. 3, а) могут формировать протопланетные кольца, расположенные на расстоянии d ($d = 2R_0$), $R_0 = 5$ а.е. (рис. 3, а) друг от друга. При гравитационном сжатии протозвезды радиус ядра R_0 будет уменьшаться. Тогда будет сокращаться и расстояние d между протопланетными кольцами. Согласно модели (34) волновой фрагментации пылевой оболочки протозвезды сначала будут формироваться протопланетные кольца планет более удаленных от центра протозвезды, а затем те, которые расположены ближе к ее центру. Приток частиц для быстрого роста зародышей всех планет может обеспечиваться

волновым механизмом (34) и быстрым оседанием частиц пылевой оболочки на экваториальную плоскость.

Согласно модели Сафронова [54] формирование и рост масс малых тел происходит в результате неупругих взаимных столкновений малых тел. Наибольшие из них, вследствие выпадения на них значительно более мелких тел, образовали зародыши планет. Предполагается, что зародыши двигались по круговым орбитам, расположенным в наиболее плотной центральной плоскости роя. Орбиты падающих на зародыши тел — это орбиты пересечения с круговыми орбитами зародышей. Вероятность столкновения с зародышами определяется по формуле $\pi r^2 / Q \sigma_0$ [54]. В отличие от модели Сафронова предположим, что падение тел на «зародыши» планет происходит не по случайным траекториям, а по регулярным орбитам резонанса 1/1 (рис. 3, б). В такой модели зародыши будут формироваться [4] на одной из вершин равностороннего треугольника SLE , где S — центр протозвезды, L — одна из двух треугольных точек Лагранжа L_4 и L_5 , E — зародыш. В соответствии с барометрической формулой [54] при отсутствии турбулентности твердые частицы за короткое время будут оседать на экваториальную плоскость, образуя в ней слой повышенной плотности. При критических значениях плотности диска будут возникать тела километровых размеров [54]. В статье [49] показано, что гравитационная неустойчивость протопланетного диска и появление «зародышей» возможна на расстоянии 30–100 а.е. от центра протопланетного диска. В газовых дисках с массой менее $0.1M_S$, согласно модели (34) фрагментации пылевых оболочек протозвезд, гравитационная неустойчивость наступает в результате кольцевой фрагментации диска и диссипации оболочки протозвезды.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Стандартная модель происхождения и эволюции Солнечной системы сформировался к настоящему времени в результате усилий многих исследователей: Сафронова [54], Витязева и Печерниковой [17, 18], Горькавого и Фридман [25] и многих других. Однако до настоящего времени не выяснен механизм формирования тел метровых, километровых размеров в дисках с массой менее $0.1M_S$ [11, 15].

Согласно модели (34) волновых возмущений плотности пылевых оболочек протозвезд, планетные системы начинают формироваться еще до вступления звезд на главную последовательность. Еще на ранней стадии формирования звезд происходит разделение пылевых оболочек протозвезд и их экваториальных дисков на кольцевые фрагменты. Выполнение условия устойчивости газодинамического равновесия в пылевой оболочке протозвезд является необходимым условием для аккумуляции газопылевых частиц и формирования тел в экваториальных дисках с массой менее $0.1M_S$. Достаточное условие для формирования тел метровых и километровых размеров в таких дисках — существование в протопланетных кольцах устойчивых точек гравитационного равновесия. Такими точками равновесия являются устойчивые точки либрации [4].

Механизм орбитального резонанса 1/1 дает объяснение причин появления зародышей планет и быстрого роста их масс. Эффективность действия такого механизма подтверждается результатами наблюдений астероидов троянской группы вблизи орбиты Юпитера.

Результаты наблюдений молодых звезд TW Нуа, HD 163296, HD 16 9142, HD 97048 [23, 24, 52, 57] показывают, что газопылевые диски вокруг этих звезд имеют кольцеобразную структуру. Такая структура может быть связана с устойчивостью пылевых оболочек этих звезд. Газопылевые диски звезд MWC 758, HD 100453, HD 135344В [23, 24] имеют спиралевидную структуру. Такая структура могла быть сформирована в результате нарушения устойчивости пылевых оболочек этих звезд.

Автор настоящей работы выражает благодарность академику АН РТ Н. А. Сахибуллину за замечания, касающиеся миграции «зародышей» планет, профессору СПбГУ К. В. Холшевникову за замечания, связанные с обоснованием методов усреднения, а также всем сотрудникам отдела небесной механики ГАИШ МГУ и кафедры астрономии и космической геодезии КФУ за участие в обсуждениях работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абдульмянов Т. Р., Загреддинов Р. В. // Кинем. и физ. неб. тел. 1994. **11**, № 4. С. 34.
2. Абдульмянов Т. Р. // Астрон. вестн. 2001. **35**, № 5. С. 449.
3. Абдульмянов Т. Р. // Вестник КГЭУ. 2011. № 2 (9). С. 64.
4. Абдульмянов Т. Р. // Вестн. Моск. Ун-та. Физ. Астрон. 2014. № 6. С. 115. (Abdul'myanov T. R. // Moscow Univ. Phys. Bull. 2014. **69**, N 6. P. 558.)
5. Abdul'myanov T. R. // In: Rep. of the Intern. Symp. «Lunar Explor. and Space Techn. Heritage»/ Kazan: Kazan federal university, 2016. P. 41.
6. Abdul'myanov T. R. // Abstracts EPSC2017 — 6, 17–27 Sep. Riga. Latvia. 2017.
7. Abdul'myanov T. R. // Abstracts PFE — 17, 25–27 Sep. Jena, Germany. 2017. P. 30.
8. Abdul'myanov T. R. // Abstracts EPSC2018 — 12, 16–21 Sep. Berlin. Germany. 2018.
9. Абдульмянов Т. Р. // Современная звездная астрономия 2018. 22–26 октября. Москва, ГАИШ МГУ. 2018. Т. 1. С. 68.
10. Абдульмянов Т. Р. // В сб. матер. Междун. науч. семинара «GRACOS-18», Казань: Казан. федер. университет, 2018. С. 103.
11. Armitage P. J. Lecture notes on the formation and early evolution of planetary systems. In: Astrophysics of Planet Formation. Cambridge University Press. 2010.
12. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М., 1982.
13. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., 1958.
14. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М., 1986.
15. Брюно А. Д. Ограниченная задача трех тел. М., 1990.
16. Wilner D. J., Holman M. J., Kuchner M. J., Ho P. T. P. // Astrophys. J. 2002. **569**. L115.
17. Витязев А. В., Печерникова Г. В., Сафронов В. С. Планеты земной группы: происхождение и ранняя эволюция. М., 1990.
18. Витязев А. В., Печерникова Г. В. // Активность звезд и Солнца. 17–18 декабря 2010. Москва, ГАИШ МГУ. 2010. **1**. С. 161.
19. Wolf S., Gueth F., Henning T. et al. // Astrophys. J. 2002. **566**, L97.
20. Wolf S., Hillenbrand L. A. // Astrophys. J. 2003. **596**. P. 603.
21. Wolf S. // Astrophys. Space Sci. 2008. **313**. P. 109.
22. Vorobyov E., Basu S. // Astrophys. J. 2006. **714**. P. 133.
23. Garufi, Meeus, Benisty et al. // Astron. and Astroph. 2017. **603**.
24. Garufi A. // Abstracts PFE-2017, Jena 25–27 Sep., Germany, 2017, 12
25. Горькавый Н. Н., Фридман А. М. Физика планетных колец. М., 1994.
26. Goto M., Usuda T., Dullemond C. P. et al. // Astrophys. J. 2006. **652**. P. 758.
27. Гребеников Е. А. Методы усреднения в прикладных задачах. М.: Наука, 1986.
28. Garfinkel B., Jupp A., Williams I. // Astron. J. 1971. **76**, № 2.
29. Garfinkel B. // Celest. mech. 1976. **13**, N 2.
30. Garfinkel B. // Astron. J. 1977. **82**, N 5. P. 368.
31. Garfinkel B. // Celest. mech. 1980. **22**. P. 267.
32. Goto M., Usuda T., Dullemond C. P. et al. // Astrophys. J. 2006. **652**. P. 758
33. Gräfe C., Wolf S., Guilloteau S. et al. // Astron. and Astroph. 2013. **553**. A69.
34. Greaves J. S., Mannings V., Holland W. S. // Icarus. 2000. **143**. P. 155.
35. Dent W. R. F., Walker H. J., Holland W. S., Greaves J. S. // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2000. **314**. P. 702.
36. Джакалья Г. Е. О. Методы теории возмущений для нелинейных систем. М., 1979.
37. Johansen A., Oishi J., Mac Low M.-M. et al. // Nature. 2007. **448**. P. 1022.
38. Calvet N., D'Alessio P., Hartmann L. et al. // Astrophys. J. 2002. **568**. 1008.
39. Klahr H., Rozyczka M., Dziourkevitch N. et al. // Planet Formation: Theory, Observations and Experiments. Cambridge University Press. 2006. P. 42
40. Kley W. // Mon. Not. R. Astron. Soc. 1999. **303**. P. 696.
41. Meru F. // Abstracts PFE-2017, 25–27 Sep., Jena, Germany. P. 19.
42. Morbidelli A., Raymond S. N. Challenges in Planet Formation. ArXiv: 1610.07202v2 [astro-ph.EP] 25 Okt 2016.
43. Мюррей К., Дермотт С. Динамика Солнечной системы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.
44. Nayakshin S. // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2010. **408**, L36.
45. Nayakshin S. // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2011. **413**, 1462.
46. Nayakshin S. // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2014. **441**, 1380.
47. Nesvorniy D. Dynamical Evolution of the Early Solar System. ArXiv: 1807.06647v1 [astro-ph.EP] 17 Jul 2018.
48. Пуанкаре А. Избранные труды. Т. 1. Новые методы небесной механики. М., 1971.
49. Rafikov R. R. // Astrophys. J., **621**, 2005, L69.
50. Rice W. K. M., Wood K., Armitage P. J. et al. // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2003. **342**. P. 79.
51. Рольфс К. Лекции по теории волн плотности. М., 1980.
52. Ruge J. P., Wolf S., Uribe A. L., Klahr H. H. // Astron. and Astroph. 2013. **549**. A97
53. Sauter J., Wolf S. // Astron. and Astroph. 2011. **527**. A27.
54. Сафронов В. С. Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. М., 1969.

55. Снытников В. Н., Стояновская О. П. // Земля на ранних этапах развития солнечной планетной системы. 28–30 ноября 2016. М., ГАИШ МГУ. 2017. С. 43.
56. Сурдин В. Г., Ламзин С. А. Протозвезды: где, как и из чего формируются звезды. М., 1992.
57. Facchini S. 2017, Abstracts PFE-2017, 25–27 Sep., Jena, Germany, 11.
58. Holland W. S., Greaves J. S., Dent W. R. F. et al. // *Astrophys. J.* 2003. **582**. P. 1143.
59. Shakura N. I., Sunyaev R. A. // *Ap. J.* 1973. **24**. 337.
60. Schegerer A. A., Wolf S., Ratzka Th., Leinert Ch. // *Astron. and Astroph.* 2008. P. 779.
61. Schegerer A. A., Wolf S. // *Astron. and Astroph.* 2010. **517**. A87.
62. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике. М.: Наука, 1965.

A General Model of Celestial Body Formation from Initial Condensation of Gas and Dust Particles to the «Embryos» of Planets

T. R. Abdulmyanov

Department of Engineering Cybernetics, Kazan State Power Engineering University, Krasnoselskaya st. 51. Kazan 420066, Russia.

E-mail: abdulmyanov.tagir@yandex.ru.

This paper analyzes the main ideas of the formation of celestial bodies in accretion and protoplanetary disks. Mechanisms of the radial and orbital migration of celestial bodies are considered. According to the results of modeling, the formation of small bodies of the Solar System and the growth in their size and mass occurs at stable libration points of orbital resonances. The appearance of a single embryo in protoplanetary rings is explained by the action of the 1/1 orbital resonance mechanism. Using a model of wave perturbations of the dust shells of protostars and a model of orbital resonance, a general model of the formation and growth of “embryos” of planets for disks with masses less than $0.1M_S$ was constructed.

Keywords: protoplanetary disk, protoplanetary rings, orbital resonance, libration centers.

PACS: 96.12.Bc

Received 11 March 2019.

English version: *Moscow University Physics Bulletin.* 2019. **74**, No. 4. Pp. 309–322.

Сведения об авторе

Абдульмянов Тагир Раисович — канд. физ.-мат. наук, профессор; тел.: (843) 562-43-36, e-mail: abdulmyanov.tagir@yandex.ru.