

## ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

## Об измерении отношения гравитационной массы электрона к его инертной массе

М. Г. Гапочка,<sup>1</sup> И. П. Денисова,<sup>2, а</sup> А. Ф. Королев,<sup>1</sup> Н. Н. Кошелев,<sup>1</sup> Э. Т. Эйниев<sup>2</sup><sup>1</sup> Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра фотоники и физики микроволн. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.<sup>2</sup> Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), кафедра компьютерной математики. Россия, 125993, Москва, Волоколамское ш., д. 4.

Поступила в редакцию 19.01.2019, после доработки 04.02.2019, принята к публикации 05.02.2019.

Рассмотрено движение электрона в эксперименте типа эксперимента Уиттеборна и Фейрбенка. Показано, что лишь при использовании слабoreлятивистских или релятивистских электронов гравитационная сила, действующая на электрон, не компенсируется силой Барнхилла—Шиффа, а ускорение, приобретаемое этим электроном в гравитационном поле Земли, оказывается пропорциональным отношению его пассивной гравитационной массы к массе инертной. Поэтому для измерения этого отношения необходимо проводить опыты с релятивистскими или слабoreлятивистскими электронами.

**Ключевые слова:** функция действия, электрон, гравитационная масса, гравитационное поле Земли.  
**УДК:** 53.043. **PACS:** 04.20.Cv.

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение различных взаимодействий элементарных частиц представляет собой одну из важнейших задач теоретической и экспериментальной физики. Электрослабые и сильные взаимодействия частиц в настоящее время более или менее хорошо изучены. Кульминацией такого изучения является предсказание и недавнее открытие бозона Хиггса [1]. Однако гравитационное взаимодействие элементарных частиц исследовано очень слабо.

Как известно, прямых экспериментов по изучению гравитационных свойств элементарных частиц к настоящему времени выполнено очень мало: это в основном эксперименты по измерению времени свободного падения медленных электронов [2] и нейтронов [3] в гравитационном поле Земли, эксперименты по изучению влияния этого поля на квантовую интерференцию нейтронов [4, 5], а также эксперименты [6] по изучению гравитационных свойств  $^{85}\text{Rb}$ – $^{87}\text{Rb}$ . К этим экспериментам следует добавить измерение предсказанного еще Эйнштейном [7] угла отклонения фотонов в гравитационном поле Солнца, а также результаты [8, 9] сравнения времени запаздывания фотонов в гравитационном поле нашей Галактики относительно нейтрино, возникших при взрыве Сверхновой SN1987A, и весь перечень выполненных гравитационных экспериментов будет практически исчерпан.

В научной литературе были предложения по проведению и других экспериментов по исследованию гравитационных свойств фотонов: предлагалось проверить в астрофизических условиях зависимость их скорости<sup>1</sup> от поляризации [18], спектрального диапазона [19] и от взаимодействия со скалярным фоном [20], а в земных условиях — от вращательной

асимметрии [21]. Обсуждались также эксперименты по изучению гравитационных свойств нейтрино [22, 23]; однако все они пока не проведены.

Таким образом, гравитационных экспериментов с элементарными частицами к настоящему времени выполнено очень мало. Поэтому давайте рассмотрим имеющиеся возможности для проведения экспериментов по исследованию гравитационных свойств электронов.

Из-за эффекта Барнхилла—Шиффа [24] гравитационные эксперименты с нерелятивистскими электронами занимают особое место среди экспериментов с другими заряженными частицами. Эти эксперименты в основном проводились в вакуумной области, которая была окружена проводящей оболочкой. В стенках этой оболочки из-за действия гравитационной силы свободные электроны перераспределялись, создавая внутри нее однородное электрическое поле (поле Барнхилла—Шиффа [24]) порядка  $mg/e_0 = 5.6 \cdot 10^{-11}$  В/м, где  $g = \gamma M/R^2$  — гравитационное ускорение макроскопической нейтральной материи на поверхности Земли и  $e_0$  — абсолютное значение электрического заряда электрона.

Такое же электрическое поле из-за непрерывности касательной составляющей вектора **E** на границах раздела сред существует и в вакуумной области, окруженной проводящей оболочкой. Поэтому суммарная сила, действующая в вакуумной области на нерелятивистски движущийся электрон, должна быть равной нулю, так как внутри вакуумной области гравитационная сила, действующая на электрон, полностью компенсируется электрической силой, вызванной перераспределением свободных электронов в стенке оболочки под действием того же внешнего гравитационного поля.

Так как такая компенсация происходит при любом значении отношения гравитационной массы электрона к его инертной массе (даже если бы это отношение было бы равно нулю — при отсутствии гравитационного воздействия на электроны или являлось отрицательным — при гравитационном

<sup>а</sup> E-mail: kaf.pmitet.mai@yandex.ru<sup>1</sup> Однако при измерении скорости движения фотонов в астрофизических условиях следует учесть, что в слабом межгалактическом магнитном поле из-за QED-поправок [10] фотоны испытывают нелинейно-электродинамическое воздействие даже в вакууме (подробнее о влиянии внешних электромагнитных полей на движение фотонов в вакууме см., например, [11–17]).

отталкивании [25]), то этот эксперимент оказывается нечувствительным ни к величине гравитационной массы электрона, ни к ее знаку. Поэтому эксперименты с нерелятивистскими электронами, как справедливо отмечено в работах [26, 27], не позволяют ничего сказать о гравитационной массе электрона.

Наиболее известным гравитационным экспериментом с нерелятивистскими электронами является эксперимент Witteborn, W. M. Fairbank [2]. Этот эксперимент показал, что вертикальная составляющая суммарной силы, действующей на нерелятивистский электрон, падающий вдоль оси вертикальной проводящей трубки, меньше  $0.09\,mg$ .

Гравитационная сила, действующая на электрон, как показано в работе [28], не компенсируется силой Барнхилла—Шиффа, если электрон является релятивистским или слаборелятивистским. Расчет эксперимента с таким электроном, проведенный в работе [28], применим не для всех моделей теории гравитации, так как с самого начала предполагал, что инертная масса электрона равна его пассивной гравитационной массе. Однако в настоящее время существуют и активно обсуждаются и другие жизнеспособные теории гравитации [29–32], согласно которым пассивная гравитационная масса электрически заряженной частицы может быть не равной ее инертной массе. Поэтому проведем расчет движения слаборелятивистского электрона в рамках таких теорий и выясним, можно ли измерить отношение  $m_g/m_i$ , предсказываемое такими теориями.

Функцию действия для точечной частицы с зарядом  $Q$  в биметрических теориях гравитации, типа теории Розена [29], можно записать в виде

$$S = -m_1 c \int ds - m_2 c \int \varphi_{ik} u^i dx^k - \frac{Q}{c} \int A_i dx^i, \quad (1)$$

где  $ds = \sqrt{g_{ik} dx^i dx^k}$  — интервал,  $u^i = dx^i/ds$  — четырехвектор скорости, а симметричный тензор  $\varphi_{ik}$  является разностью между метрическим тензором псевдориманова пространства-времени  $g_{ik}$  и метрическим тензором фонового псевдоевклидова пространства-времени  $\gamma_{ik}$ :  $\varphi_{ik} = g_{ik} - \gamma_{ik}$ .

Функция действия (1) позволяет исследовать закон движения пробных частиц не только в биметрических теориях гравитации, но и в некоторых других теориях. В частности, при  $m_2 = 0$  получаем хорошо известную [33] функцию действия общей теории относительности.

Четырехмерное уравнение движения точечной частицы, получаемое из функции действия (1), будет иметь вид

$$\begin{aligned} m_1 c \left\{ \frac{du_l}{ds} - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} u^i u^k \right\} + \\ + m_2 c \left\{ 2 \frac{d}{ds} (\varphi_{il} u^i) - \frac{\partial \varphi_{ik}}{\partial x^l} u^i u^k - \frac{d}{ds} (\varphi_{ik} u^i u^k u_l) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \varphi_{ik} u^i u^k \frac{\partial g_{nm}}{\partial x^l} u^n u^m \right\} = \frac{Q}{c} F_{lk} u^k, \quad (2) \end{aligned}$$

где  $F_{lk}$  — тензор электромагнитного поля.

Как показано в работе [28], сила радиационного трения

$$F_{\text{rad}}^i = \frac{2e^2}{3} \left\{ \frac{D^2 u^i}{Ds^2} - u^i u_k \frac{D^2 u^k}{Ds^2} \right\},$$

действующая на электрон, в слаборелятивистском приближении мала по сравнению с остальными слагаемыми и ею можно пренебречь.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предположим, как и в работе [28], что вакуумная камера, окруженная проводящей оболочкой, расположена на поверхности Земли. Поместим начало декартовой системы координат в центр этой камеры и направим ось  $z$  вертикально вверх. Создадим с помощью соленоида в вакуумной области постоянное и однородное магнитное поле, направленное вдоль ее оси  $z$ :  $\mathbf{B} = \{0, 0, B_0\}$ . В этой области будет существовать и постоянное электрическое поле  $\mathbf{E} = \{0, 0, -mg/e_0\}$  Барнхилла—Шиффа. Рассмотрим движение электрона в вакуумной области под малым углом  $\alpha \ll 1$  к горизонтальной плоскости. При решении поставленной задачи будем использовать следующие начальные условия: при  $t = 0$  зададим начальное положение электрона  $x = x(0)$ ,  $y = y(0)$ ,  $z = z(0)$  и его начальную скорость  $v_x = v_{(0)x}$ ,  $v_y = v_{(0)y}$ ,  $v_z = v_{(0)z}$ .

## 2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СЛАБОРЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ И ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЯХ

Так как в рассматриваемом случае электрон предполагается слаборелятивистским и отношение  $v^2/c^2 \sim 0.1$  значительно превышает гравитационный потенциал на поверхности Земли  $U \sim 10^{-9}$ , то метрический тензор  $g_{ik}$  для построения уравнений движения необходимо записать с той же точностью, что и для уравнений движения фотона. Тогда отличные от нуля компоненты тензора  $\varphi_{ik} = g_{ik} - \gamma_{ik}$  с требуемой точностью [34] должны иметь вид

$$\varphi_{00} = -2U, \quad \varphi_{\alpha\beta} = -2\gamma\delta_{\alpha\beta}U, \quad (3)$$

где  $\gamma$  — постньютоновский параметр, который в общей теории относительности Эйнштейна равен единице,  $\delta_{\alpha\beta}$  — символ Кронекера.

Тогда четырехмерные уравнения движения слаборелятивистского электрона (2) примут вид

$$\begin{aligned} m_1 c \frac{d}{ds} \left[ (1 - 2U) u^0 \right] + 2m_2 c \left\{ \frac{d}{ds} \left[ (1 - 2U) U \times \right. \right. \\ \left. \left. \times [(u^0)^2 + \gamma \mathbf{u}^2] u^0 \right] - 2 \frac{d}{ds} (U u^0) \right\} = \frac{Q}{c} F_{0k} u^k, \\ m_1 c \left\{ [(u^0)^2 + \gamma \mathbf{u}^2] \frac{\partial U}{\partial x^\alpha} - \frac{d}{ds} \left[ (1 + 2\gamma U) u^\alpha \right] \right\} + \\ + m_2 c \left\{ 2[(u^0)^2 + \gamma \mathbf{u}^2] (1 + U) \frac{\partial U}{\partial x^\alpha} - 4\gamma \frac{d}{ds} [U u^\alpha] + \right. \\ \left. + 2 \frac{d}{ds} [U [(u^0)^2 + \gamma \mathbf{u}^2] u^\alpha] \right\} = \frac{Q}{c} F_{\alpha k} u^k. \quad (4) \end{aligned}$$

Гравитационное поле Земли на ее поверхности с требуемой точностью можно считать сферически симметричным. Поэтому гравитационный потенциал Земли при  $R \geq R_{\oplus}$  будет иметь вид  $U = GM/(c^2 \sqrt{x^2 + y^2 + (z + R_{\oplus})^2})$ , где  $G$  — гравитационная постоянная,  $M$  — масса Земли,  $R_{\oplus}$  — ее радиус.

В отсутствие гравитационного поля выражения (4) переходят в уравнения движения релятивистского электрона в постоянном магнитном поле. Как известно, решение этой системы уравнений описывает движение электрона по спирали, имеющей постоянные шаг и радиус. Наличие в уравнениях (4) слабого гравитационного потенциала Земли  $U \sim 10^{-9}$ , который в нашей задаче играет роль малого параметра, приведет к небольшому отклонению движения электрона от движения по спирали. Поэтому и решать уравнения (4) мы будем методом последовательных приближений:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0(t) + \mathbf{r}_1(t), \quad (5)$$

где  $\mathbf{r}_0(t)$  — закон движения электрона под действием одной только магнитной части силы Лоренца, а  $\mathbf{r}_1(t)$  — поправки к этому движению, вызываемые воздействием на электрон гравитационного поля Земли и электрического поля Барнхилла—Шиффа.

Подставим выражения (3) и (5) в уравнения (4) и разложим их в ряды по степеням малого параметра. Учитывая, что в нулевом приближении по гравитационному полю  $\mathbf{E}_{BS} = 0$ , получим:

$$\begin{aligned} m_1 c \frac{du^0}{ds} &= 0, \\ m_1 c \frac{d(u^0 v^\alpha)}{ds} &= \frac{Q}{c} F_{\alpha k} u^k. \end{aligned}$$

Решение этих уравнений с учетом начальных условий имеет вид

$$\begin{aligned} u^0 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \text{const}, \\ z(t) &= z(0) + v_{(0)z} t, \\ x(t) &= x(0) + R \cos(\Omega t + \varphi_0), \\ y(t) &= y(0) + R \sin(\Omega t + \varphi_0), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\beta = v/c$ ,

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{QB\sqrt{1 - \beta^2}}{m_1 c}, \quad R = \sqrt{v_{(0)x}^2 + v_{(0)y}^2}, \\ \varphi_0 &= \arctg\left(\frac{v_{(0)x}}{v_{(0)y}}\right). \end{aligned}$$

В следующем приближении, линейном по гравитационному потенциалу (и его градиенту), нас интересует только закон движения электрона вдоль оси  $z$ . В этом приближении  $|\mathbf{E}_{BS}| = (m_1 + 2m_2)g/e_0$ , поэтому из уравнений (4) следует, что

$$\frac{d^2 z_1(t)}{dt^2} = -\gamma \beta^2 (m_1 + 2m_2)g.$$

Решая это уравнение с учетом начальных условий, будем иметь:

$$z_1(t) = -\frac{(m_1 + 2m_2)}{2m_1} \gamma \beta^2 g t^2. \quad (7)$$

Из этого соотношения следует, что в рассмотренной биметрической теории гравитации масса  $m_1$  является инертной массой, а сумма  $(m_1 + 2m_2)$  — пассивной гравитационной массой. Из выражений (6) и (7) следует, что в нерелятивистском случае (при  $\beta \ll 1$ ) электрон должен двигаться вдоль оси  $z$  равномерно и в биметрических теориях гравитации.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ показал, что и в биметрических теориях гравитации опыты с медленными электронами ( $\beta \ll 1$ ), из-за компенсации гравитационной силы силой Барнхилла—Шиффа, не позволяют исследовать гравитационные свойства электронов: внутри вакуумной области, окруженной проводящей оболочкой, электроны будут двигаться вертикально вверх с постоянной скоростью, независимо от того, действует ли на них со стороны гравитационного поля Земли сила притяжения, сила отталкивания или сила, равная нулю.

И только при использовании слабoreлятивистских электронов их движение в вертикальном направлении становится равнозамедленным с ускорением, линейно зависящим от отношения гравитационной массы электрона к его инертной массе. Поэтому, проводя опыты со слабoreлятивистскими электронами и измеряя приобретаемое ими ускорение в вертикальном направлении, можно измерить это отношение.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Aad G. et al. // Phys. Rev. D. 2012. **86**. 032003.
2. Witteborn F. C., Fairbank W. M. // Phys. Rev. Lett. 1967. **19**. P. 1049.
3. Dabbs J. W. T. et al. // Phys. Rev. B. 1965. **139**. P. 756.
4. Overhauser A. W., Colella R. // Phys. Rev. Lett. **33**. 1974. P. 1237.
5. Colella R., Overhauser A. W., Werner S. A. // Phys. Rev. Lett. 1975. **34**. P. 1742.
6. Daniels J. M., Ni Wei-Tou. // Modern Phys. Lett. A. 1991. **06**. P. 659.
7. Эйнштейн А. // Собрание научных трудов. **1**. М.: Наука, 1965.
8. Longo M. J. // Phys. Rev. Lett. 1988. **60**. P. 173.
9. Krauss L. M., Tremaine S. // Phys. Rev. Lett. 1988. **60**. P. 176.
10. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
11. Денисов В. И., Денисова И. П., Свертилов С. И. // Теоретическая и математическая физика. 2003. **135**. С. 322. (Denisov V. I., Denisova I. P., Svertilov S. I. // Theor. Math. Phys. 2003. **135**. P. 720.)
12. Denisov V. I., Sokolov V. A., Vasili'ev M. I. // Physical Review D. 2014. **90**. 023011.
13. Denisov V. I., Dolgaya E. E., Sokolov V. A., Denisova I. P. // Phys. Rev. D. 2017. **96**. 036008.
14. Denisov V. I., Sokolov V. A., Svertilov S. I. // Journal of Cosmology, Astroparticle Physics. 2017. **09**. P. 004.
15. Denisov V. I., Dolgaya E. E., Sokolov V. A. // Journal of High Energy Physics. 2017. **5**. P. 105.
16. Васильев М. И., Денисов В. И., Козарь А. В., Томази-Вшивцева П. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2017. № 6. С. 24. (Vasili'ev M. I., Denisov V. I., Kozar A. V., Tomasi-Vshivtseva P. A. // Moscow Univ. Phys. Bull. 2017. **72**. N 6. P. 513.)
17. Васильев М. И., Гапочка М. Г., Денисова И. П., Кечкин О. В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2018.

- № 5. С. 12 (*Vasili'ev M.I., Gapochka M.G., Denisova I.P., Kechkin O.V.* // *Moscow Univ. Phys. Bull.* 2018. **73**. P. 457.)
18. *Wu X-F.* et al. // *Phys. Rev. D.* 2017. **95**. 103004.
19. *Yang Y-P., Zhang B.* // *Phys. Rev. D.* 2016. **94**. 101501.
20. *Wong L.K., Davis A-C.* // *Phys. Rev. D.* 2017. **95**. 104010.
21. *Denisov V.I., Denisov M.I.* // *Phys. Rev. D.* 1999. **60**. 047301.
22. *Weber J.* Gravitational Measurements, fundamental metrology, constant. Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1988.
23. *Денисов В.И., Денисова И.П., Свертилов С.И.* // Теоретическая и математическая физика. 2004. **138**. С. 319. (*Denisov V.I., Denisova I.P., Svertilov S.I.* // *Theor. Math. Phys.* 2004. **138**. P. 142.)
24. *Schiff L.I., Barnhill M.V.* // *Phys. Rev.* 1966. **151**. P. 1067.
25. *Bondi H.* // *Rev. of Modern Phys.* 1957. **29**. P. 423.
26. *Darling T.W.* et al. // *Rev. of Modern Phys.* 1992. **64**. P. 237.
27. *Королев А.Ф., Кошелев Н.Н.* // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* 2018. № 2. С. 46. (*Korolev A.F., Koshelev N.N.* // *Moscow Univ. Phys. Bull.* 2018. **73**. P. 168.)
28. *Denisov V.I.* et al. // *Modern Phys. Lett. A.* 2018. **33**, N 33. 1850192.
29. *Rosen N.* // *Ann. Phys.* 1963. **22**. P. 1.
30. *Freund P.G., Maheshwari A., Schonberg E.* // *Astrophys. J.* 1969. **157**. P. 857.
31. *Грац Ю.В., Лаврентьев А.Б.* // *Изв. вузов. Физика.* 1994. **9**. С. 99.
32. *Babak S.V., Grishchuk L. P.* // *Phys. Rev D.* 1999. **61**. 024038.
33. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // *Теория поля.* М.: Наука, 1988.
34. *Уилл К.* // *Теория и эксперимент в гравитационной физике.* М.: Энергоатомиздат, 1985.

### On the Measurement of the Ratio of the Gravitational and Inertial Masses of an Electron

**M. G. Gapochka<sup>1</sup>, I. P. Denisova<sup>2,a</sup>, A. F. Korolev<sup>1</sup>, N. N. Koshelev<sup>1</sup>, E. T. Einiev<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Department of Photonic, Physics of Microwave, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia.*

<sup>2</sup>*Department of Computer Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University). Moscow 125993, Russia.*

E-mail: <sup>a</sup>*kaf.pmitet.mai@yandex.ru.*

The motion of an electron in an experiment similar to that of Witteborn—Fairbank is discussed. It is demonstrated that the gravitational force acting on an electron is not compensated by the Barnhill—Schiff force and the acceleration acquired by it in the gravitational field of the Earth is proportional to the ratio of its passive gravitational mass to the inertial mass only if this electron is weakly relativistic or relativistic. Therefore, experiments with relativistic or weakly relativistic electrons are needed in order to measure this ratio.

**Keywords:** action function, electron, gravitational mass, gravitational field of the Earth.

PACS: 04.20.Cv.

*Received 19 January 2019.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin.* 2019. **74**, No. 4. Pp. 337–340.

#### Сведения об авторах

1. Гапочка Михаил Германович — доктор биол. наук, доцент, зам. декана физического факультета; тел.: (495) 939-40-58, e-mail: [gapochka@physics.msu.ru](mailto:gapochka@physics.msu.ru).
2. Денисова Ирина Павловна — доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; тел.: (499) 141-95-62, e-mail: [kaf.pmitet.mai@yandex.ru](mailto:kaf.pmitet.mai@yandex.ru).
3. Королев Анатолий Федорович — канд. физ.-мат. наук, доцент, и. о. зав. кафедрой; тел.: (495) 939-42-09, e-mail: [korolev\\_phys@mail.ru](mailto:korolev_phys@mail.ru).
4. Кошелев Николай Николаевич — инженер; e-mail: [n.koshelev@mail.ru](mailto:n.koshelev@mail.ru).
5. Эйниев Эльчин Теюб оглы — доцент; тел.: (499) 141-95-62, e-mail: [kaf.pmitet.mai@yandex.ru](mailto:kaf.pmitet.mai@yandex.ru).