Критическое поведение слабонеупорядоченных систем с диполь-дипольным взаимодействием

С. В. Белим[1, 2, a]

[1] *Омский государственный технический университет. Россия, 644050, Омск, пр. Мира, д. 11.*
[2] *Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ). Россия, 644080, Омск, пр. Мира, д. 5.*

Поступила в редакцию 19.03.2020, после доработки 20.04.2020, принята к публикации 24.04.2020.

В рамках теоретико-полевого подхода исследовано критическое поведение слабо неупорядоченных спиновых систем с замороженными точечными примесями, описываемых моделью Гейзенберга с дополнительным диполь-дипольным взаимодействием. Расчеты выполнены в двухпетлевом приближении в трехмерном пространстве с использованием метода суммирования асимптотических рядов Паде—Бореля. Показано, что существует пороговое значение интенсивности диполь-дипольного взаимодействия, выше которого влияние точечных замороженных примесей становиться существенным. Получены зависимости критических индексов от относительной интенсивности диполь-дипольного взаимодействия при ее малых значениях.

Ключевые слова: фазовые переходы, критические явления, диполь-дипольное взаимодействие.
УДК: 537.621.3. PACS: 68.35.Rh.

ВВЕДЕНИЕ

Влияние диполь-дипольного взаимодействия на критическое поведение ферромагнитных систем вблизи точки Кюри было доказано экспериментально для различных систем с трехмерным параметром порядка [1–6]. Во всех этих работах исследовались однородные системы. При этом для всех подобных систем был выявлен новый класс универсальности критического поведения. Теоретико-полевое описание критического поведения для однородных систем с диполь-дипольным взаимодействием было выполнено в рамках ε-разложения в работах [7, 8] и непосредственно в трехмерном пространстве в статье [9]. Как показали теоретические расчеты, критические индексы однородной системы изменяются с ростом интенсивности диполь-дипольного взаимодействия монотонно от значений модели Гейзенберга до некоторого асимптотического значения, близкого к предсказаниям теории среднего поля. Как хорошо известно, влияние замороженных примесей существенно для систем с критическим индексом теплоемкости $\alpha > 0$. Для обычной модели Гейзенберга замороженные примеси не оказывают влияния на критическое поведение. В статье [9] показано, что с ростом интенсивности диполь-дипольного взаимодействия кривая зависимости индекса теплоемкости пересекает ось абсцисс и критический индекс α становится положительным. Отсюда следует, что можно ожидать влияния замороженных примесей на критическое поведение модели Гейзенберга с диполь-дипольным взаимодействием, начиная при интенсивности диполь-дипольного взаимодействия выше некоторого порогового значения. Экспериментально примесные системы с диполь-дипольным взаимодействием были исследованы в работах [10–12]. Для них также были получены критические индексы, отличные от предсказываемых моделью Гейзенберга. Этот факт свидетельствует о влиянии замороженного беспорядка на критическое поведение систем с трехмерным параметром порядка, что не характерно для систем без диполь-дипольного взаимодействия. Причем в первых двух статьях описан эффект уменьшения критических индексов по сравнению с моделью Гейзенберга, характерное также и для однородных систем. Тогда как в третьей статье критические индексы превышают соответствующие значения модели Гейзенберга, что не может быть объяснено в рамках описания однородных систем. В данной статье проведено теоретико-полевое описание критического поведения систем с диполь-дипольным взаимодействием непосредственно в трехмерном пространстве.

[a] E-mail: sbelim@mail.ru

1. ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ

Гамильтониан трехмерной системы с диполь-дипольным взаимодействием и замороженными точечными примесями может быть записан в следующем виде:

$$H = \frac{1}{2}\int d^3r\Big[\big((\tau_0+\Delta\tau(x)) + \nabla^2\big)\delta^{\alpha\beta} + \\ + w_0\frac{r^2\delta^{\alpha\beta}+x^\alpha x^\beta}{r^5}\Big]S_0^\alpha S_0^\beta + \\ + u_0\int d^3r F^{\alpha\beta\gamma\delta}S_0^\alpha S_0^\beta S_0^\gamma S_0^\delta.$$

Здесь S_0^α — компонента α флуктуаций параметра порядка ($1 \leqslant \alpha \leqslant n$), роль которого для ферромагнитных систем играет намагниченность, $\tau_0 \sim |T-T_c|$, T_c — критическая температура, $\Delta\tau(x)$ — случайное поле примесей типа случайной температуры, u_0 — положительная константа, w_0 — относительная интенсивность диполь-дипольного взаимодействия по сравнению с обменным взаимодействием, $F = 1/3(\delta^{\alpha\beta}\delta^{\gamma\delta}+\delta^{\alpha\beta}\delta^{\gamma\delta}+\delta^{\alpha\beta}\delta^{\gamma\delta})$. В первом слагаемом гамильтониана выполняется свертка тензора из пространственных координат с тензором из координат параметра порядка $x^\alpha x^\beta S_0^\alpha S_0^\beta$, из чего можно сделать вывод, что вектор компонентов спина должен иметь такую же размерность, как и пространство ($n = D$).

Далее необходимо перейти в пространство волновых векторов с помощью преобразования Фурье. При этом возникает трудность, связанная с расходимостью интеграла при преобразовании слагаемого, отвечающего за диполь-дипольное взаимодействие:

$$K = \int_0^\infty \frac{1}{r} \exp(-iqr) dr.$$

Это расходимость устраняется с помощью переопределения параметров гамильтониана:

$$g_0 = K \cdot w_0, \; r_0 = \tau_0 + K \cdot w_0.$$

В результате гамильтониан будет иметь вид:

$$H = \frac{1}{2} \int d^D q \Big[(r_0 + \Delta\tau_q + q^2)\delta^{\alpha\beta} + \\ + g_0 \frac{q^\alpha q^\beta}{q^2} \Big] S_0^\alpha(\mathbf{q}) S_0^\beta(-\mathbf{q}) + u_0 \iiiint d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 \times \\ \times F^{\alpha\beta\gamma\delta} S_0^\alpha(\mathbf{q}_1) S_0^\beta(\mathbf{q}_2) S_0^\gamma(\mathbf{q}_3) S_0^\delta(-\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3).$$

В рамках теоретико-полевого подхода выполняется ренормгрупповое преобразование величины r_0, устраняющее расходимости. Интенсивность диполь-дипольного взаимодействия в конечных выражениях присутствует только в виде выражения $g = g_0/r_0$, что также приводит к конечным значениям.

При малой концентрации примесей распределение случайного поля $\Delta\tau_q$ можно считать гауссовым:

$$P[\Delta\tau_q] = A \exp\left(-\frac{1}{v_0} \int \Delta\tau_q^2 d^D q\right).$$

Здесь A — нормировочная константа, v_0 — положительная константа, пропорциональная концентрации примесей.

После усреднения по полю примесей гамильтониан системы примет вид:

$$H = \frac{1}{2} \int d^D q \left[(r_0 + q^2)\delta^{\alpha\beta} + + g_0 \frac{q^\alpha q^\beta}{q^2} \right] S_0^\alpha(\mathbf{q}) S_0^\beta(-\mathbf{q}) + \\ + u_0 \iiiint d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 \times \\ \times F^{\alpha\beta\gamma\delta} S_0^\alpha(\mathbf{q}_1) S_0^\beta(\mathbf{q}_2) S_0^\gamma(\mathbf{q}_3) S_0^\delta(-\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3) - \\ - \frac{v_0}{2} \iiiint d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 \times \\ \times \delta^{\alpha\beta}\delta^{\gamma\delta} S_0^\alpha(\mathbf{q}_1) S_0^\beta(\mathbf{q}_2) S_0^\gamma(\mathbf{q}_3) S_0^\delta(-\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3).$$

Вследствие присутствия диполь-дипольных сил флуктуации поля параметра порядка становиться анизотропными. Введем проективные операторы для продольной составляющей $P_L^{\alpha\beta}$ вдоль волнового вектора $\mathbf{q}$ и поперечной составляющей $P_T^{\alpha\beta}$:

$$P_L^{\alpha\beta} = \frac{q^\alpha q^\beta}{q^2}, P_T^{\alpha\beta} = \delta^{\alpha\beta} - \frac{q^\alpha q^\beta}{q^2}.$$

При использовании проективных операторов гамильтониана системы записывается в виде:

$$H = \frac{1}{2} \int d^D q \Big[(r_0 + q^2) P_T^{\alpha\beta} + (r_0 + g_0 + q^2) P_L^{\alpha\beta} \Big] \times \\ \times S_0^\alpha(\mathbf{q}) S_0^\beta(-\mathbf{q}) + u_0 \iiiint d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 \times \\ \times F^{\alpha\beta\gamma\delta} S_0^\alpha(\mathbf{q}_1) S_0^\beta(\mathbf{q}_2) S_0^\gamma(\mathbf{q}_3) S_0^\delta(-\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3) - \\ - \frac{v_0}{2} \iiiint d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 \delta^{\alpha\beta}\delta^{\gamma\delta} \times \\ \times S_0^\alpha(\mathbf{q}_1) S_0^\beta(\mathbf{q}_2) S_0^\gamma(\mathbf{q}_3) S_0^\delta(-\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3).$$

Свободный пропагатор системы может быть записан в следующем виде:

$$G_0^{\alpha\beta}(r_0, g_0, \mathbf{q}) = G_0^L(r_0, g_0, \mathbf{q}) P_L^{\alpha\beta} + G_0^T(r_0, \mathbf{q}) P_T^{\alpha\beta}, \\ G_0^L(r_0, g_0, \mathbf{q}) = \frac{1}{r_0 + g_0 + q^2}, \; G_0^T(r_0, \mathbf{q}) = \frac{1}{r_0 + q^2}.$$

При проведении вычислений удобней использовать другое представление свободного пропагатора:

$$G_0^{\alpha\beta}(r_0, \mathbf{q}) = G_0^T(r_0, \mathbf{q})\delta^{\alpha\beta} - G_0^{LT}(r_0, \mathbf{q}) P_L^{\alpha\beta}, \\ G_0^{LT}(r_0, \mathbf{q}) = G_0^T(r_0, \mathbf{q}) - G_0^L(r_0, g_0, \mathbf{q}), \\ G_0^{LT}(r_0, \mathbf{q}) = \frac{r u_0}{(r_0 + g_0 + q^2)(r_0 + q^2)}.$$

2. ТЕОРЕТИКО-ПОЛЕВОЕ ОПИСАНИЕ

Выполним ренормгрупповое преобразование:

$$u_0 = b^{4-D} u Z_u, r_0 = b^2 r Z_r, v_0 = b^{4-D} v Z_v, \\ S_0^\alpha(\mathbf{q}) = Z^{1/2} S^\alpha(\mathbf{q}).$$

Масштабный параметр b вводится для обезразмеривания величин.

В силу анизотропии, вносимой диполь-дипольным взаимодействием, вершинные функции будут зависеть от координат. Фейнмановские диаграммы для вершинных функций будут иметь такой же внешний вид, как и для обычной модели Гейзенберга. Однако аналитические выражения будут существенно отличаться из-за общего вида пропагатора и анизотропии системы.

Как хорошо известно, для примесных систем необходимо проводить вычисления как минимум в двухпетлевом приближении. Результаты, получаемые в однопетлевом приближении, становятся неадекватными при учете слагаемых более высокого порядка. Поэтому ряды для вершинных функций вычислялись в двухпетлевом приближении. Интенсивность диполь-дипольного взаимодействия считалась малой, поэтому значения интегралов находилось в виде рядов по параметру $g = g_0/r$ с точностью до g^2.

Запишем уравнение Каллана—Симанзика для вершинных функций:

$$\left[b\frac{\partial}{\partial b} + \beta_u \frac{\partial}{\partial u} + \beta_v \frac{\partial}{\partial v} - \gamma_\varphi \frac{m}{2} b \frac{\partial \ln Z_\varphi}{\partial b} - \gamma_r r \frac{\partial}{\partial r} \right] \times \\ \times \Gamma^{(m)\alpha\beta}(\mathbf{q}; r, u, b) = 0.$$

В этом уравнении введены функции

$$\beta_u = b\frac{\partial u}{\partial b}, \quad \beta_v = b\frac{\partial v}{\partial b}, \quad \gamma_r = b\frac{\partial r}{\partial b}, \quad \gamma_\varphi = b\frac{\partial S_q}{\partial b},$$

определяющие поведение системы в критической области.

Для удобства переопределим эффективные заряды:

$$u_1 = 44uJ_0, \quad u_2 = 16vJ_0J_0 = \int \frac{d^3q}{(1+q^2)} = \pi^2.$$

Выражения для β- и γ-функций для переопределенных зарядов в двухпетлевом приближении:

$$\beta_1 = -u_1\Big[1 - (1 - 0.166667g + 0.461111g^2)u_1 + \\ +(1.5 - 0.25g + 0.279167g^2)u_2 - \\ -(0.395245 - 0.4366185g + 0.1736650g^2)u_1^2 + \\ +(1.388430 - 1.115371g + 0.329397g^2)u_1u_2 - \\ -(0.857323 - 0.676294g + 0.203903g^2)u_2^2\Big],$$

$$\beta_2 = -u_2\Big[1 - (0.545454 - 0.090909g + \\ +0.181818g^2)u_1 + (1 - 0.166667g + 0.175g^2)u_2 - \\ -(0.140802 - 0.142363g + 0.033015g^2)u_1^2 + \\ +(0.841751 - 0.690832g + 0.199505g^2)u_1u_2 - \\ -(0.439815 - 0.352016g + 0.136447g^2)u_2^2\Big],$$

$$\gamma_r = (0.454545 - 0.075758g + 0.075758g^2)u_1 + \\ +(0.25 - 0.041667g + 0.041667g^2)u_2 - \\ -(0.159167 - 0.009351g + 0.087493g^2)u_1^2 + \\ +(0.140292 - 0.115139g + 0.033251g^2)u_1u_2 - \\ -(0.037037 - 0.031290g + 0.011504g^2)u_2^2.$$

$$\gamma_\varphi = (0.00306 - 0.000150g + 0.000140g^2)u_1^2 - \\ -(0.0336700 - 0.008120g + 0.009546g^2)u_1u_2 + \\ +(0.018519 - 0.004466g + 0.005251g^2)u_2^2.$$

Режим критического поведения системы определяется устойчивой неподвижной точкой ренормгруппового преобразования (u_1^*, u_2^*), которая может быть найдена из системы уравнений:

$$\beta_1(u_1^*, u_2^*) = 0, \beta_2(u_1^*, u_2^*) = 0.$$

Требование устойчивости фиксированной точки сводится к условию положительности действительной части собственных значений b_1 и b_2 матрицы

$$B_{ij} = \frac{\partial \beta_i(u_1^*, u_2^*)}{\partial u_j}, \ (i, j = 1, 2).$$

Выражения для β- и γ-функций были получены в виде асимптотических рядов. К этим рядам был применен методы суммирования Паде—Бореля. Прямое и обратное преобразования Бореля имело вид:

$$f(u_1, u_2) = \sum_{i,j} c_{ij} u_1^i u_2^j y^{i+j} = \int_0^\infty e^{-t} F(yt) dt,$$

$$F(u_1, u_2) = \sum_{i,j} \frac{c_{ij}}{(i+j)!} u_1^i u_2^j y^{i+j}.$$

В конечных выражениях выполнялась подстановка $y = 1$. В полученных выражениях сначала производилось суммирование рядов разложения коэффициентов по параметру g с аппроксимантом [1/1], а затем суммирование по параметрам u, v. При суммировании ряда для β-функции использовался аппроксимант Паде [2/1], для вычисления скейлинговой функций γ_r — аппроксимант [1/1]. Зависимость значений устойчивых фиксированных u^* и v^* точек от интенсивности диполь-дипольного взаимодействия g представлена на рисунке (*а*). Как и следовало из описания критического поведения однородных систем с диполь-дипольным взаимодействием, влияние замороженых примесей становится существенным при значении относительной интенсивности диполь-дипольного взаимодействия выше некоторого значения g_α. Расчеты показали, что $g_\alpha = 0.396$. Как видно из рисунка (*а*), при $g \leqslant g_\alpha$ устойчивой является фиксированная точка с $v^* = 0$, то есть замороженные примеси несущественны и критическое поведение системы совпадает с однородным аналогом. При $g > g_\alpha$ влияние примесей становится существенным ($v^* > 0$) и растет с увеличением параметра g.

Далее в двухпетлевом приближении были рассчитаны критические индексы. Поведение корелляционной функции в пространстве волновых векторов определяется индексом Фишера η (($G \sim k^{2+\eta}$)), который может быть вычислен на основе корелляционной функции φ:

$$\eta = \gamma_\varphi(u_1^*, u_2^*).$$

Рост радиуса корелляции в окрестности критической точки определяется индексом ν ($R_c \sim |T - T_c|^{-\nu}$), который может быть вычислен на основе скейлинговой функции γ_r:

$$\nu = (2 + \gamma_r(u_1^*, u_2^*))^{-1}.$$

Остальные критические индексы могут быть найдены из скейлинговых соотношений:

$$\alpha = 2 - 3\nu, \quad \beta = \frac{\nu}{2}(1 + \eta), \quad \gamma = \nu(2 - \eta).$$

Зависимости критических индексов α, β, γ, ν, η от интенсивности диполь-дипольного взаимодействия g представлены на рисунках (*б*–*е*). Из рисунков видно, что характер зависимости от параметра диполь-дипольного взаимодействия изменяется в точке g_α. Как следует из критерия Фишера, влияние замороженных примесей на однородные системы становится существенным при $\alpha = 0$. Это происходит при $g > g_\alpha$. Следует отметить, что при $g > g_\alpha$ критические индексы β, γ, ν, η начинают возрастать, тогда как индекс α убывать. Как было показано в статье [9], для однородных систем индексы β, γ, ν, η постоянно убывают, а индекс α — растет. При этом значения всех индексов стремятся к некоторому пределу, близкому к среднеполевым критическим индексам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, при малых значениях относительной интенсивности диполь-дипольного взаимодействия в слабо неупорядоченных системах наблюдается уменьшение критических индексов β, γ, ν, η

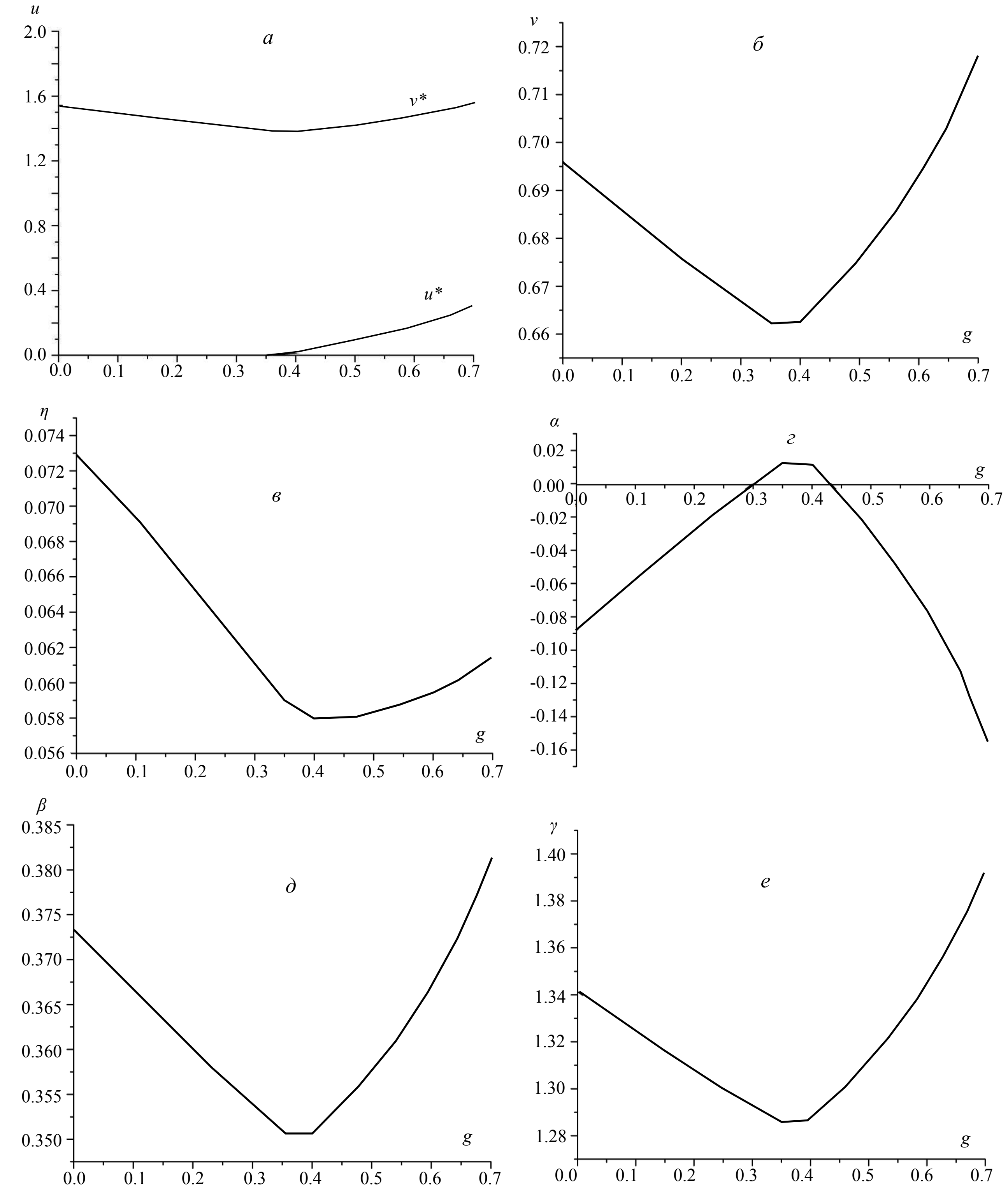

Рисунок. Зависимость значений устойчивых фиксированных точек и критических индексов от интенсивности диполь-дипольного взаимодействия g: *а* — фиксированные точки u^* и v^*, *б*— критический индекс ν, *в* — критический индекс η, *г* — критический индекс α, *д* — критический индекс β, *е* — критический индекс γ

так же, как и в однородных системах, что согласуется с результатами реальных экспериментов [10, 11]. С ростом интенсивности диполь-дипольного взаимодействия индексы начинают расти. Подобная зависимость наблюдалась экспериментально в работе [12] для Co_2TiGe, для которого индекс $\beta = 0.495$, то есть превышает значение для однородной модели Гейзенберга.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-07-00053).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tateiwa N., Haga Y. , Sakai H.* et al. // Phys. Rev. B. 2019. **100**. P. 064413.
2. *Tateiwa N., Haga Y., Yamamoto E.* // Phys. Rev. B. 2019. **99**. P. 094417.
3. *Kune J., Ku W., Warren P. E.* // J. Phys. Jap. 2005. **74**. P. 1408.
4. *Ben Jemaa F., Mahmood S. H., Ellouze M.* et al. // Journal of Materials Science: Materials in Electronics. 2015. **26**, N 7. P. 5381.

5. *Khelifi J., Tozri A., Dhahri E.* et al. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2014. **349**. P. 149.
6. *Khan N., Mandal P., Mydeen K.* et al. // Phys. Rev. B. 2012. **85**. P. 214419.
7. *Fisher M. E., Aharony A.* // Phys. Rev. Lett. 1973. **30**. P. 559.
8. *Aharony A., Fisher M. E.* // Phys. Rev. B. 1973. **8**. P. 3323.
9. *Белим С. В.* // ЖЭТФ. 2013. **143**, № 6. С. 1118. (*Belim S. V.* // JETP. 2013. **116**. P. 963.)
10. *Lago J., Rosseinsky M. J., Blundell S. J.* et al. // Phys. Rev. B. 2011. **83**. P. 104404.
11. *Semwal A., Kaul S. N.* // J. of Phys.: Condensed Matter. 2002. **14**, N 23. P. 5829.
12. *Roy S., Khan N., Singha R.* et al. // Phys. Rev. B. 2019. **99**. P. 214414.

The Critical Behavior of Disordered Systems with Dipole—Dipole Interactions

S. V. Belim[1,2]

[1]*Omsk State Technical University. Omsk 644050, Russia.*
[2]*Siberian State Automobile and Highway University. Omsk 644080, Russia.*
E-mail: sbelim@mail.ru.

Within the field-theory approach, the critical behavior of disordered spin systems with frozen point impurities and additional dipole–dipole interactions is investigated. The system is described by the Heisenberg model. The computation is performed in a two-loop approximation in three-dimensional space. The Pade—Borel method is used to sum asymptotic series. It is shown that a threshold value of the dipole—dipole interaction intensity exists such that the influence of point frozen impurities becomes important once the value exceeds this threshold. For small values of the dipole–dipole interaction intensity, the dependence of critical exponents on it is obtained.

Keywords: phase transition, critical phenomena, dipole—dipole interaction.
PACS: 68.35.Rh.
Received 19 March 2009.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2020. **75**, No. 4. Pp. 304–308.

Сведения об авторе

Белим Сергей Викторович — доктор физ.-мат. наук, профессор, профессор; тел.: (3812) 65-22-92, e-mail: sbelim@mail.ru.