

АСТРОНОМИЯ, АСТРОФИЗИКА И КОСМОЛОГИЯ

Определение орбиты неизвестного сверхмалого космического аппарата на основе модели кругового возмущенного движения и измерений доплеровского сдвига частоты

А. А. Спиридонов,^а А. Г. Кезик, В. А. Саечников, В. А. Черный, Д. В. Ушаков^б
*Белорусский государственный университет, факультет радиофизики и компьютерных технологий,
кафедра физики и аэрокосмических технологий,
Республика Беларусь, 220030, Минск, пр. Независимости, д. 4.*

Поступила в редакцию 08.06.2020, после доработки 23.06.2020, принята к публикации 29.06.2020.

В работе исследовано определение орбиты неизвестного сверхмалого космического аппарата на основе доплеровских измерений частоты телеметрического сигнала. Прием и обработка радиосигналов телеметрии осуществлялись наземной станцией Белорусского государственного университета. В модели возмущенного кругового движения проведена обработка радиосигналов малого спутника и определены параметры его орбиты. На основе вероятностной оценки угла места и доплеровского сдвига частоты неизвестного сверхмалого космического аппарата по 10–20 измерениям определен набор орбитальных параметров для расчетного времени приема сигналов телеметрии. Для антенных систем спрогнозирована динамика изменения угла места, азимута и доплеровского сдвига частоты радиосигналов телеметрии для следующих пролетов неизвестного сверхмалого космического аппарата. Расчетные абсолютные погрешности прогноза угла места, азимута и доплеровского сдвига частоты не превышали 3°, 3° и 250 Гц соответственно, что достаточно для успешного приема телеметрии и ее декодирования. С помощью базы данных орбитальных параметров NORAD идентифицирован китайский наноспутник формата Cubesat (6U) LUOJIA-1 01 (№ 43485 в системе NORAD).

Ключевые слова: определение орбиты наноспутника, возмущенное круговое движение, наземная станция приема, радиосигналы телеметрии, доплеровский сдвиг, орбитальные параметры.

УДК: 521.32. PACS: 95.10.Eg.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время роль сверхмалых космических аппаратов (массой до 10 кг) в исследовании, освоении и использовании околоземного пространства постоянно возрастает [1–3]. Преимуществом сверхмалых космических аппаратов (СМКА) является их быстрота и дешевизна разработки за счет возможности использования коммерческих комплектующих, меньшего количества наземных испытаний, простоты исполнения и малой стоимости наземного сегмента управления и связи (чаще всего одна наземная станция приема и управления), возможности создавать группировки таких спутников для решения коммерческих и научных задач [4–7]. Поэтому многие университеты разрабатывают собственные СМКА в качестве учебных лабораторий для подготовки специалистов аэрокосмических специальностей, проведения научных экспериментов и демонстрации технологических возможностей [6–8].

Прогнозирование будущих положений СМКА имеет важное значение для решения задач по их управлению, слежению и проведения сеансов радиосвязи. Традиционно для выполнения этих прогнозов для одной наземной станции используется модель прогнозирования SGP4 [9, 10]. В модели SGP4 применяются усредненные орбитальные параметры в формате TLE (two-line elements — двухстрочный набор элементов) системы NORAD (North American Aerospace Defense Command — Коман-

дование воздушно-космической обороны Северной Америки) [10–12]. Как правило, TLE обновляются ежедневно и доступны бесплатно, но в долгосрочной перспективе или в случае военных конфликтов система NORAD имеет возможность отключить общий доступ к базе данных усредненных орбитальных параметров. Реже на борту малого космического аппарата для определения точных координат и скорости используют навигационный приемник [8].

Альтернативный способ получения начальных данных для моделей прогнозирования движения СМКА — определение орбиты на основе измерений характеристик радиосигналов телеметрической или командной радиолинии, что упрощает аппаратную реализацию и стоимость измерительной системы [13, 14]. Измеряемыми параметрами для бюджетной наземной станции приема (НСП) являются время и доплеровский сдвиг частоты принимаемого радиосигнала [15]. Чаще всего обработка измерений заключается в уточнении орбитальных параметров по известным начальным данным.

База данных усредненных орбитальных параметров в формате TLE содержит информацию по 44336 космическим объектам (по состоянию на 23 июня 2019 года) с размерами более 10 см в диаметре. В настоящее время запущено несколько десятков безлицензионных СМКА (незарегистрированных в международных организациях — Международном союзе электросвязи, МСЭ; особенно опасными являются космические аппараты с поперечным размером менее 10 см, к которым относятся пикоспутники и фемтоспутники (массой до 0.1 кг). Так, например,

^а E-mail: sansan@tut.by

^б E-mail: ushakovdv@bsu.by

Таблица 1. Эксцентриситет орбит космических объектов на низких орбитах

	Общее число	Число КО с $e < 0.01$	Число КО с $e < 0.005$
КО с 1990 г.	2296	2175 (94.7%)	2100 (91.5%)
КО с 1990 г.	1849	1757 (95.0%)	1695 (91.7%)
СМКА CubeSat	181	158 (87.3%)	149 (82.3%)

в январе 2018 г. на индийской ракете PSLV-XL были запущены четыре незарегистрированных пикоспутника SpaceBEE американской фирмы Swagm Technologies Inc. Единственный способ определять орбиты и отслеживать такие спутники — радиотехнические траекторные измерения по телеметрической или командной радиолнии.

Особенно остро стоит задача прогнозирования параметров орбиты в первые часы после запуска СМКА, когда в базе данных системы NORAD отсутствует какая-либо информация. Поэтому актуальной является задача начального определения орбитальных параметров СМКА по результатам радиотехнических траекторных измерений с целью дальнейшей его идентификации и каталогизации.

Анализ орбитальных параметров отслеживаемых космических объектов (КО) на низких орбитах (высота до 2000 км) по базе данных системы NORAD (на 1.01.2020 г.) показал, что подавляющее большинство КА (более 90%) движется по орбитам, близким к круговым. Примером СМКА могут служить нано- и пикоспутники, разработанные по стандарту CubeSat. Эти низкоорбитальные спутники (высота их орбиты менее 1000 км) имеют почти круговую орбиту (с малым значением эксцентриситета $e \ll 1$). В табл. 1 приведены значения эксцентриситетов орбит космических объектов на низких орбитах. Так, например, общее число КО на низких орбитах, запущенных с 1990 г., составляет 2296, в то время как число КО с эксцентриситетом орбиты, меньшим 0.005, — 2100 ($\sim 91.5\%$).

Аналитическая теория движения искусственных спутников с малыми эксцентриситетами изложена в работах [16–19]. В статье [20] изучалась возможность использования модели возмущенного кругового движения для спутников Юпитера.

В настоящей работе разработана методика определения орбиты неизвестного сверхмалого космического аппарата на основе модели кругового возмущенного движения и экспериментальных измерений доплеровского сдвига частоты.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Математическая модель движения СМКА по круговой орбите определяется следующими параметрами вектора состояния \mathbf{X} :

$$\mathbf{X} = (T, i, u, \Omega),$$

где i — наклонение орбиты к плоскости экватора, T — период обращения, u — аргумент широты и Ω — долгота восходящего узла в момент времени t .

Определение орбиты неизвестного СМКА проводилось университетской наземной станцией по N измерениям радиосигналов телеметрии на нескольких витках за период от 06.10.2019 до 9.10.2019 (UTC)

$$\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_k, \dots, Y_N), Y_k = (t_k, \Delta f_k),$$

где t_k — время приема, Δf_k — доплеровский сдвиг частоты принимаемых радиосигналов телеметрии.

Для расчетного момента времени $t_0 = 09:48:18$ 09.10.2019 г. (UTC) находился вектор состояния $\mathbf{X}_0 = (T_0, i_0, u_0, \Omega_0)$ СМКА, который наилучшим образом удовлетворяет результатам измерений по двум критериям:

- угол места СМКА над наземной станцией приема (НСП) в моменты времени измерений t_k должен быть положительным (СМКА относительно НСП должен находиться выше горизонта):

$$el_k = el(t_k) > 0; \quad (1)$$

- доплеровский сдвиг частоты $\Delta f_k^{\text{calc}} = \Delta f_k^{\text{calc}}(t_k)$ радиосигнала телеметрии, полученный в результате численного моделирования, в моменты времени измерений t_i должен отличаться от измеренного $\Delta f_k^{\text{exp}} = \Delta f_k^{\text{exp}}(t_k)$ меньше, чем на 300 Гц (здесь учитываем ошибку, связанную с нестабильностью частоты бортового передатчика СМКА):

$$|\Delta f_k^{\text{exp}} - \Delta f_k^{\text{calc}}| < 300. \quad (2)$$

По результатам обработки измерения определяют диапазоны изменения $\Delta \mathbf{X} = (\Delta T, \Delta i, \Delta u, \Delta \Omega)$ параметров вектора состояния \mathbf{X}_0 . Далее для каждого полученного вектора состояния \mathbf{X}_0 в моменты времени измерений t_k по модели возмущенного кругового движения рассчитываются угол места el_k СМКА над НСП и доплеровский сдвиг частоты Δf_k^{calc} радиосигнала телеметрии по следующему алгоритму.

1. В момент времени измерений t_k находим орбитальные параметры $T(t_k) = T_0$, $i(t_k) = i_0$, $\Omega(t_k)$ и $u(t_k)$. При расчетах в модели возмущенного кругового движения долготы восходящего узла $\Omega(t_k)$ и аргумента широты $u(t_k)$ учитывалась нецентральность поля силы тяготения Земли через основную вторую зональную гармоники в разложении для потенциала силы тяготения [20]:

$$\Omega(t_k) = \Omega_0 - \frac{3}{2} J_2 n \left(\frac{R_E}{R} \right)^2 \cos i (t_k - t_0),$$

$$u(t_k) = u_0 + \frac{3}{4} J_2 n \left(\frac{R_E}{R} \right)^2 (8 \cos^2 i - 2) (t_k - t_0).$$

Здесь $\mathbf{X}_0 = (T_0, i_0, u_0, \Omega_0)$ — параметры вектора состояния в момент времени t_0 , $R = (\mu T^2(t_k)/(4\pi^2))^{1/3}$ — радиус орбиты спутника, $R_E = 6378.137$ км — средний экваториальный радиус Земли, $n = 2\pi/T(t_k)$ — угловая скорость спутника (среднее движение), $J_2 = 0.0010826267$ — вторая зональная гармоника. Геометрия модели возмущенного кругового движения для определения орбиты показана на рис. 1.

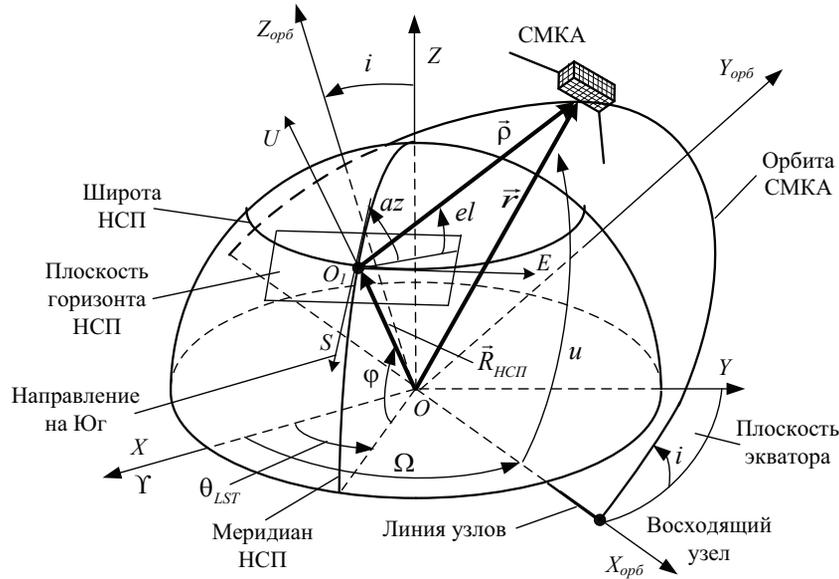


Рис. 1. Геометрия модели возмущенного кругового движения для определения орбиты

2. Находим координаты и проекции вектора скорости в орбитальной системе координат (СК) $OX_{орб}Y_{орб}Z_{орб}$:

$$\begin{pmatrix} X_{орб} \\ Y_{орб} \\ Z_{орб} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cos u \\ R \sin u \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} V_{xорб} \\ V_{yорб} \\ V_{zорб} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -v_1 \sin u \\ v_1 \cos u \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $v_1 = (\mu/R)^{1/2}$.

3. Для преобразования координат и скоростей из СК $OX_{орб}Y_{орб}Z_{орб}$ к геоцентрической инерциальной СК $OXYZ$ необходимо совершить 2 последовательных поворота на угол, противоположный наклонению орбиты i вокруг оси $OX_{орб}$ и на угол, противоположный долготе восходящего узла Ω вокруг оси $OZ_{орб}$:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = R_3(-\Omega) R_1(-i) \begin{pmatrix} X_{орб} \\ Y_{орб} \\ Z_{орб} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = R_3(-\Omega) R_1(-i) \begin{pmatrix} V_{xорб} \\ V_{yорб} \\ V_{zорб} \end{pmatrix}.$$

Матрицы поворота от СК $OX_{орб}Y_{орб}Z_{орб}$ в прямоугольную систему координат $OXYZ$ имеют вид:

$$R_1(-i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-i) & \sin(-i) \\ 0 & -\sin(-i) & \cos(-i) \end{pmatrix},$$

$$R_3(-\Omega) = \begin{pmatrix} \cos(-\Omega) & \sin(-\Omega) & 0 \\ -\sin(-\Omega) & \cos(-\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. По координатам наземной станции приема (широта $\varphi = 53^\circ 54' 27''$ СШ, долгота $\lambda = 27^\circ 33' 52''$ ВД, высота $H = 230$ м) в момент времени измерения t_k определяем радиус вектор положения $\mathbf{R}_{НСП}$ и вектор скорости $\mathbf{V}_{НСП}$ в геоцентрической инерциальной

системе координат:

$$\mathbf{R}_{НСП} = \begin{pmatrix} r_b \cos \theta_{LST} \\ r_b \sin \theta_{LST} \\ r_k \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V}_{НСП} = \omega_{\mathbf{E}} \times \mathbf{R}_{НСП},$$

где $\omega_{\mathbf{E}}$ — вектор угловой скорости вращения Земли, θ_{LST} — местное звездное время для НСП в момент времени t_k , r_b , r_k — проекции $\mathbf{R}_{НСП}$ на экваториальную плоскость и ось, перпендикулярную этой плоскости.

5. Определяем радиус вектор наклонной дальности ρ и скорость его изменения в системе координат $OXYZ$:

$$\rho_{XYZ} = \mathbf{R} - \mathbf{R}_{НСП}, \quad \frac{d\rho_{XYZ}}{dt} = \mathbf{V} - \mathbf{V}_{НСП}.$$

6. Находим вектор наклонной дальности ρ и проекции его скорости в топоцентрической прямоугольной СК O_1SEU :

$$\rho_{SEU} = R_2(90^\circ - \varphi) R_3(\theta_{LST}) \rho_{XYZ},$$

$$\frac{d\rho_{SEU}}{dt} = R_2(90^\circ - \varphi) R_3(\theta_{LST}) \frac{d\rho_{XYZ}}{dt},$$

где матрица поворота $R_2(\alpha)$ определяется как

$$R_2(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

7. Находим наклонную дальность ρ , угол места el и азимут az , а также скорости их изменения в момент времени t_k :

$$\rho = |\rho_{SEU}|, \quad el = \arcsin\left(\frac{U}{\rho}\right), \quad az = \arctg\left(-\frac{E}{S}\right),$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho_{SEU} \frac{d\rho_{SEU}}{dt}}{\rho}, \quad \frac{del}{dt} = \frac{\frac{dU}{dt} - \frac{d\rho}{dt} \sin el}{(S^2 + U^2)^{1/2}},$$

$$\frac{daz}{dt} = \frac{\frac{dS}{dt}E - \frac{dE}{dt}S}{(S^2 + U^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Здесь S , E , U — проекции вектора наклонной дальности ρ на оси координат системы O_1SEU .

8. Вычисляем доплеровский сдвиг частоты

$$\Delta f^{\text{calc}} = \frac{-\frac{d\rho}{dt}f_0}{c},$$

где c — скорость света в вакууме, f_0 — номинальная частота бортового приемопередатчика СМКА.

Вероятность успеха β_j данного набора орбитальных параметров $(T_0, i_0, u_0, \Omega_0)$ для момента времени $t_0 = 09:48:18$ 09.10.2019 г. (UTC) по оценке только расчетного угла места el ($j = 1$) и угла места и доплеровского сдвига частоты Δf^{calc} ($j = 2$) в момент приема радиосигнала телеметрии находилась согласно

$$\beta_j = \frac{N_j}{N_{\text{total}}} \cdot 100\%,$$

где N_j — количество расчетных точек, удовлетворяющих критерию (1) для $j = 1$ и (1), (2) для $j = 2$, $N_{\text{total}} = 10, 20$ — общее количество точек измерений, в которых проводилось численное моделирование для данного набора орбитальных параметров $(T_0, i_0, u_0, \Omega_0)$. Под вероятностью успеха $\beta_2 = 50\%$ подразумевается, что только в половине случаев из числа экспериментальных данных $N_2 = N_{\text{total}}/2$ выполняется условие (1) $el > 0$ и (2) $|\Delta f - \Delta f^{\text{calc}}| < 300$ Гц.

2. ПРИЕМ И ОБРАБОТКА РАДИОСИГНАЛОВ СМКА

Прием и обработка радиосигналов неизвестного СМКА осуществлялась наземной станцией приема (НСП) Белорусского государственного университета на нескольких витках за период от 06.10.2019 до 9.10.2019 (UTC). Аппаратная часть НСП состоит из: антенн, волновой канал с круговой поляризацией диапазона 435–438 МГц; системы приема на основе трансивера IC-9100; системы приема на основе модуля SDR приемника; поворотного устройства YAESU G-5500 с блоком управления; управляющего компьютера. Программная часть НСП включает: программное обеспечение (ПО) прогнозирования движения СМКА и характеристик радиосигналов; ПО моделирования и визуализации сценариев работы НСП и проведения экспресс-расчета стандартной навигационно-баллистической информации; ПО приема и обработки радиосигналов телеметрии. Система измерения и определения орбиты для университетской наземной станции состоит из GPS-приемника, модуля измерения частоты и времени приема радиосигналов на основе микроконтроллера (МК) обработки времени и двухканального цифрового осциллографа, ПО обработки измерений, ПО определения и уточнения орбит.

Система измерения и определения орбиты наземной станции приема может проводить измерения

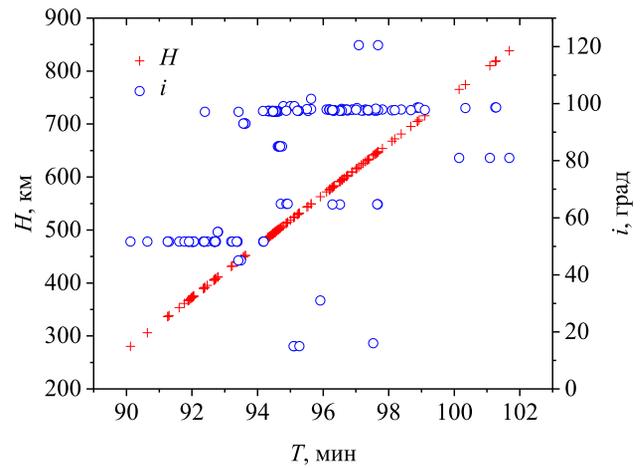


Рис. 2. Зависимости высоты орбиты H и наклона i спутников стандарта CubeSat от периода обращения T

орбиты спутника как с первоначально известными параметрами (режим слежения), так и с неизвестными параметрами (режим всенаправленного поиска). Для обработки измерений в режиме слежения в качестве начальных данных используют орбитальные элементы в формате TLE или собственной базы данных. ПО прогнозирования движения спутника по известным начальным параметрам орбит рассчитывает сеансы радиосвязи, предполагаемые параметры следящих систем поворотных устройств, частоты принимаемых радиосигналов. Основная решаемая задача — это проверка параметров орбиты спутника и их уточнение. В расчетах применяется метод дифференциальной коррекции орбитальных параметров по скорости изменения наклонной дальности между наземной станцией и спутником, рассчитанной по доплеровскому сдвигу частоты принимаемого радиосигнала.

При измерениях в режиме всенаправленного поиска решается задача начального определения его параметров орбиты спутника. Частота целевого спутника ищется в пределах радиолюбительского диапазона 435–445 МГц. Определяются отличительные признаки радиосигналов пакетов телеметрии (частота следования пакетов, наличие меток и т.д.). По результатам измерений на нескольких витках оценивается частота радиосигнала, период спутника, максимальная длительность пролета над наземной станцией, проводятся оценки допустимого предела ошибки измерений. Для обработки измерений на одном пролете спутника над наземной станцией используются алгоритмы определения вектора состояния на основе модели невозмущенного движения, а на нескольких пролетах — алгоритмы определения орбиты на основе простейших моделей возмущенного движения.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Общее число спутников CubeSat в базе данных NORAD ~ 180 . Для сужения диапазонов поиска параметров неизвестного спутника предварительно проведен анализ возможных орбитальных параметров спутников на основе усредненных орбитальных

Таблица 2. Диапазоны изменения орбитальных параметров с вероятностью успеха β_1 выше 50% на основе оценки только угла места неизвестного сверхмалого космического аппарата по $N = 10, 15, 20$ измерениям

Орбитальный параметр	$N = 10$	$N = 15$	$N = 20$
Период обращения T , с	5760–5880	5765–5880	5789–5880
Наклонение орбиты i , °	97.68–98.06	97.69–98.06	97.77–98.06
Аргумент широты u , °	100–130	100–130	100–130
Долгота восходящего узла орбиты Ω , °	340–20	340–20	340–20

Таблица 3. Диапазоны изменения орбитальных параметров с вероятностью успеха β_2 выше 50% на основе оценки угла места и доплеровского сдвига частоты неизвестного сверхмалого космического аппарата по $N = 10, 15, 20$ измерениям

Орбитальный параметр	$N = 10$	$N = 15$	$N = 20$
Период обращения T , с	5830–5874	5849–5860	5852–5859
Наклонение орбиты i , °	97.90–98.04	97.96–97.99	97.97–97.99
Аргумент широты u , °	103–124	112–119	114–118
Долгота восходящего узла орбиты Ω , °	346–6	356–4	357–3

параметров в формате TLE на 1.10.2019 г. Как показывают расчеты, на рис. 2 существуют два типа характерных орбит CubeSat. Первый тип орбит связан с нано- и пикоспутниками, запущенными с Международной космической станции (МКС). Они имеют наклонение орбиты около 51.6° , период обращения от 90 до 94 мин, высоту орбиты от 330 км до 430 км. Второй тип орбиты связан с нано- и пикосателлитами, запущенными на солнечно-синхронную орбиту попутным запуском совместно с основным спутником (обычно это низкоорбитальный спутник дистанционного зондирования). Они имеют наклонение орбиты от 98 до 99° , период обращения от 94 до 102 мин, высоту орбиты от 500 км до 800 км.

Наземная станция приема Белорусского государственного университета принимала и обрабатывала радиосигналы телеметрии неизвестного космического аппарата в диапазоне радилюбительских частот 435–445 МГц. Так как орбитальные параметры космического аппарата были неизвестны, невозможно было предсказать точные углы наведения антенных систем и доплеровский сдвиг частоты принимаемого радиосигнала телеметрии. Из-за низкой мощности радиосигнала пакеты телеметрии не могли быть декодированы.

При расчетах интервалы между радиосигналами Δt_2 на соседних витках составили 90, 96 (в основном) и 102 мин. Это позволило предположить, что данный неизвестный малый спутник относится к спутникам с орбитами второго типа. Для алгоритма определения задавались диапазоны изменения параметров круговой орбиты: периода обращения T : 94 — 102 мин с шагом 1 с, наклонения орбиты i : 97 – 99° с шагом 0.01° , аргумента широты u : 30° — 82° и 98° — 150° с шагом 1° , а также долготы восходящего узла орбиты Ω : 0 — 360° с шагом 1° .

В табл. 2 представлены диапазоны изменения орбитальных параметров для расчетного момента времени t_2 с вероятностью успеха β_1 выше 50% на основе анализа значений угла места неизвестного сверхмалого космического аппарата по $N_{\text{total}} = 10, 15, 20$ измерениям. Получено, что диапазоны изменения периода обращения T и наклонения орбиты i при увеличении числа измерений с $N_{\text{total}} = 10$ до 20 сокращаются на 24% с 120 до 91 с и с 0.38° до 0.29°

соответственно, в то время как диапазоны изменения аргумента широты u и долготы восходящего узла орбиты Ω остаются неизменными.

В табл. 3 представлены диапазоны изменения орбитальных параметров для расчетного момента времени t_2 с вероятностью успеха β_2 выше 50% на основе оценки угла места и доплеровского сдвига частоты неизвестного сверхмалого космического аппарата по $N_{\text{total}} = 10, 15$ и 20 измерениям. Получено, что диапазоны изменения периода обращения и наклонения орбиты i при увеличении числа измерений с $N_{\text{total}} = 10$ до 20 уменьшаются с 44 до 7 с (на 84%) и от 0.14° до 0.02° (на 86%) соответственно. В то время как диапазоны изменения аргумента широты u и долготы восходящего узла орбиты Ω при увеличении числа измерений с $N_{\text{total}} = 10$ до 20 уменьшаются с 21° до 4° (на 81%) и с 10° до 6° (на 40%) соответственно.

На рис. 3 представлена зависимость количества возможных наборов орбитальных параметров \mathbf{X} от вероятностей успеха данного набора орбитальных параметров β_1 и β_2 на основе данных измерений по 10 и 20 точкам. При анализе в расчетных точках только по значениям угла места $el > 0$ (рис. 3,а) существует 16106 ($N_{\text{total}} = 10$) и 20805 ($N_{\text{total}} = 20$) набора орбитальных параметров $N_{\mathbf{X}}$ с вероятностью успеха в интервале 50–60%. При 100% вероятности число возможных параметров орбиты составляет 5065 ($N_{\text{total}} = 10$) и 1099 ($N_{\text{total}} = 20$), что не позволяет однозначно его идентифицировать.

Анализ по двум параметрам (углу места el и доплеровскому сдвигу частоты Δf_{calc}) позволяет сократить число возможных векторов состояния \mathbf{X} на 2 порядка. Получено, что существует 187 ($N_{\text{total}} = 10$) и 42 ($N_{\text{total}} = 20$) набора орбитальных параметров $N_{\mathbf{X}}$ с вероятностью успеха в интервале 50–60% и по одному набор орбитальных параметров $\mathbf{X} = (5855, 97.98^\circ, 115^\circ, 360^\circ)$ и $(5855, 97.98^\circ, 115^\circ, 359^\circ)$ с вероятностью успеха $\beta_2 = 95\%$ и 100% соответственно. Таким образом, статистический анализ орбитальных параметров неизвестного сверхмалого космического аппарата на основе оценки угла места и доплеровского сдвига частоты позволяет однозначно определить орбиту.

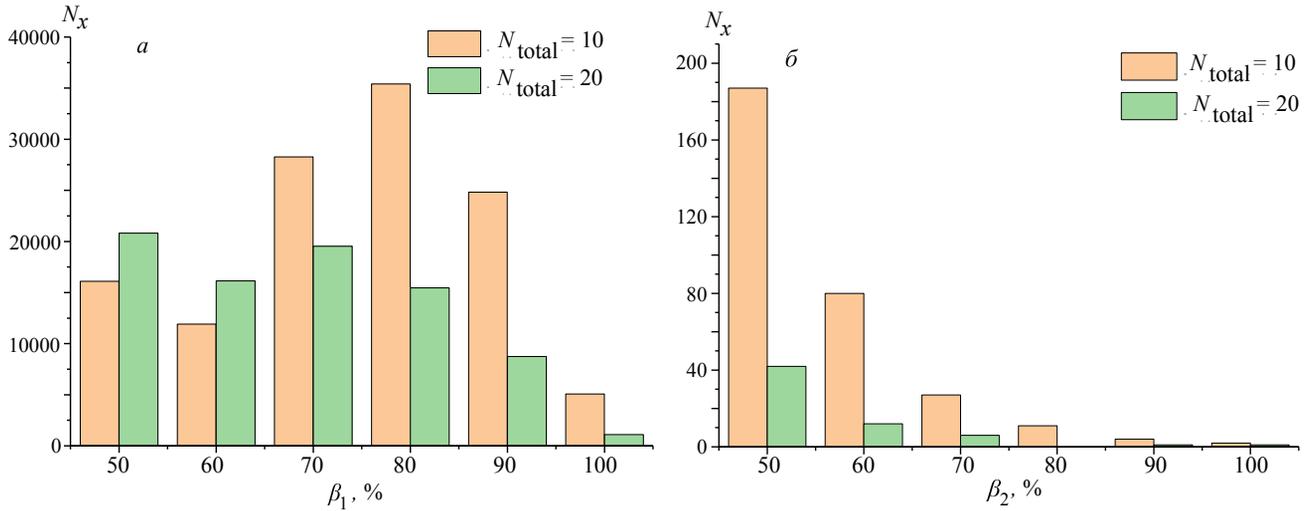


Рис. 3. Количество наборов вектора состояния N_x для данной вероятности успеха при анализе только по углу места β_1 (а) и углу места и доплеровскому сдвигу частоты β_2 (б) при различных значениях числа экспериментальных данных $N_{total} = 10$ и 20

По данному набору орбитальных параметров для расчетного момента времени $t_2 = 9:48:18$ 09.10.2019 г. (UTC) и модели кругового возмущенного движения были численно промоделированы угол места el , азимут az и доплеровский сдвиг частоты радиосигналов телеметрии Δf_{calc} на интервале от 0:0:0 до 23:59:59 10.10.2019 г. (UTC) следующих пролетов. На основе промоделированных данных был осуществлен успешный прием и декодирование пакетов телеметрии малого спутника LUOJIA-1 01 (№ 43485 в системе NORAD) на интервале пролета от 10:07:50 с до 10:20:50 10.10.2019 г. (UTC), что подтверждается хорошим совпадением расчетных доплеровских кривых и данных измерений НСП БГУ, как показано на рис. 4. Результаты были опубликованы на радилюбительском сайте DK3WN SatBlog.

На рис. 5 представлены результаты оценки точности прогнозирования угла места el , азимута az и доплеровского сдвига частоты радиосигналов телеметрии Δf_D на интервале успешного приема и декодирования пакетов телеметрии малого спутника LUOJIA-1 01 в модели возмущенного кругового

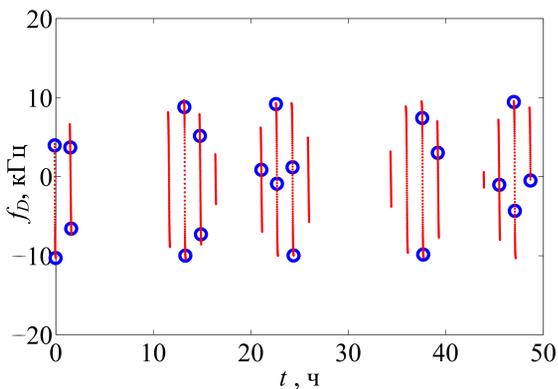


Рис. 4. Доплеровские кривые в модели возмущенного кругового движения в сравнении с экспериментальными измерениями университетской наземной радилюбительской станции (точки)

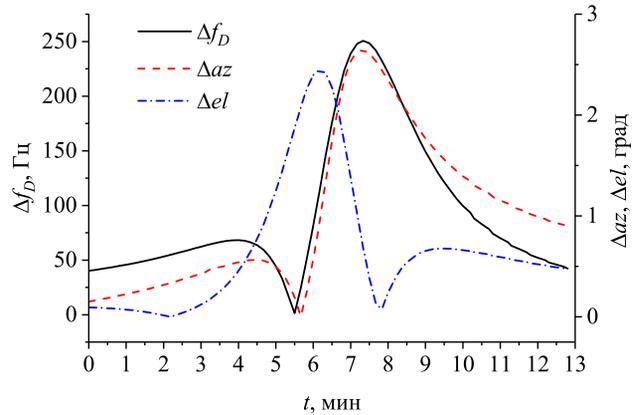


Рис. 5. Временные зависимости ошибок расчетов в модели возмущенного кругового движения в сравнении с моделью SGP 4 доплеровского сдвига частоты радиосигналов телеметрии Δf_D , азимута Δaz и угла места Δel на интервале успешного приема и декодирования пакетов телеметрии малого спутника LUOJIA-1 01

движения в сравнении с моделью SGP 4. Как видно из графиков, абсолютные ошибки прогнозирования угла места и азимута не превосходили 3° , а абсолютная ошибка прогнозирования доплеровского сдвига частоты радиосигналов телеметрии не превышала 250 Гц, что является достаточным для успешного приема радиосигналов телеметрии и их декодирования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе развит метод расчета орбиты спутника на основе модели кругового возмущенного движения и измерений доплеровского сдвига частоты. Разработана методика определения орбиты, учитывающая предварительный анализ возможных орбитальных параметров спутников на основе усредненных орбитальных параметров в формате TLE. Предложенный алгоритм расчета позволил идентифицировать китайский наноспутник формата CubeSat (6U) LUOJIA-1 01 (№ 43485 в системе NORAD), что подтверждается успешным приемом телеметрических

радиосигналов и их декодированием, а также хорошим соответствием расчетных и экспериментальных доплеровских кривых.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь «Информатика, космос и безопасность» (подпрограмма «Информатика и космические исследования»).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fortescue P., Stark J., Swinerd G. // *Spacecraft Systems Engineering*. Moscow, Alpina Publisher, 2017.
2. Nieto-Peroy C., Emami M.R. // *Appl. Sci.* 2019. **9**. P. 3110.
3. Zheng You // *Space Microsystems and Micro/nano Satellites*. National Defence Industry Press. Elsevier, 2018.
4. Bouwmeester J., Guo J. // *Acta Astronautica*. 2010. **67**, N 7,8. P. 854.
5. Vandyopadhyay S., Foust R., Subramanian G.P. et al. // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2016. **53**, N 3. P. 1.
6. Gill E., Sundaramoorthy P., Bouwmeester J. et al. // *Acta Astronautica*. 2013. **82**, N 1. P. 110.
7. Панасюк М.И., Подзолко М.В., Калегав В.В. и др. // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* 2018. № 6. С. 104. (Panasyuk M. I., Podzolko M. V., Kalegaev V. V. et al. // *Moscow Univ. Phys. Bull.* 2018. **73**, N 6. P. 687.)
8. Спиридонов А.А., Ушаков Д.В., Саечников В.А. // *Приборы и методы измерений*. 2019. **10**, № 4. С. 271.
9. Vallado D., Crawford P., Hujsak R., Kelso T. // *Revisiting space-track report № 3*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA 2006-6753, 2006.
10. Vallado D. // *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*, Microcosm Press, Hawthorne, 2013
11. Wang R., Liu J., Zhang Q. // *Advances in Space Research*. 2009. **43**, N 7. P. 1065.
12. Capderou M. // *Satellites Orbits and Missions*. Springer-Verlag. France, 2005.
13. Ali I., Bonanni P.G., Al-Dhahir N., Hershey J.E. // *Doppler applications in LEO satellite communication systems*. Berlin: Springer, 2006.
14. Rouzegar H., Nasirian M., Ghan-Barisabagh M. // *Wireless Pers Commun.* 2017. **96**, N 2. P. 2161.
15. Sakamoto Y., Yotsumoto K., Sameshima K. et al. // *Acta Astronautica*. 2008. **62**, N 2–3. P. 151.
16. Izsak I.G. // *Astronom. J.* 1961. **66**, N 3. P. 129.
17. Белецкий В.В. // *Искусственные спутники Земли*. 1962. N 13. С. 53.
18. Вашковьяк М.А. // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* 1964. № 3. С. 58.
19. Баркин Ю.В., Панкратов А.А. // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* 1978. **19**, № 1. С. 95. (Barkin Yu. V., Pankratov A. A. // *Moscow Univ. Phys. Bull.* 1978. **33**. N 1. P. 79.)
20. Емельянов Н.В. // *Астрономический вестник. Исследования солнечной системы*. 2015. **49**, № 5. С. 380.

Determination of the Orbit of an Unknown Ultra-Small Spacecraft Based on the Circular Perturbed Motion Model and Measurements of the Doppler Frequency Shift

A. A. Spiridonov^a, A. G. Kesik, V. A. Saechnikov, V. E. Cherny, D. V. Ushakov^b

Department of Physics and AeroSpace Technology, Faculty of Radiophysics and Computer Technology, Belarusian State University, Minsk 220030, Belarus.

E-mail: ^asansan@tut.by, ^bushakovdv@bsu.by.

In this work, the determination of the orbit of an unknown ultra-small spacecraft based on Doppler measurements of the telemetry signal frequency is studied. The reception and processing of telemetry radio signals was carried out by the ground station of the Belarusian State University. In the model of perturbed circular motion, the radio signals of a small satellite were processed and the parameters of its orbit were determined. Based on a probabilistic estimate of the elevation angle and Doppler frequency shift of an ultra-small spacecraft from 10–20 measurements, a set of orbital parameters is determined for the estimated time of receiving telemetry signals. For antenna systems, the dynamics of changes in the elevation angle, azimuth, and Doppler frequency shift of telemetry radio signals for the next flights of an unknown ultra-small spacecraft was predicted. The calculated absolute errors in predicting the elevation angle, azimuth, and Doppler frequency shift did not exceed 3°, 3° and 250 Hz, respectively, which is sufficient for successful telemetry reception and decoding. Using the NORAD database of orbital parameters, the Chinese nanosatellite LUOJIA-1 01 of the Cubesat (6U) format (number 43485 in the NORAD system) was identified.

Keywords: nanosatellite orbit determination, perturbed circular motion, ground station, telemetry signal, Doppler shift, orbital parameters.

PACS: 95.10.Eg.

Received 08 June 2020.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2020. **75**, No. 5. Pp. 488–495.

Сведения об авторах

1. Спиридонов Александр Александрович — ст. науч. сотрудник; тел.: (+375 17) 209-58-19, e-mail: spirid@bsu.by.
2. Кезик Алексей Геннадьевич — мл. науч. сотрудник; тел.: (+375 17) 209-58-19, e-mail: wiren469@gmail.com.
3. Саечников Владимир Алексеевич — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник, профессор; тел.: (+375 17) 209-58-33, e-mail: saetchnikov@bsu.by.
4. Черный Владимир Евгеньевич — ст. науч. сотрудник; тел.: (+375 17) 398-63-57, e-mail: chorny@bsu.by.
5. Ушаков Дмитрий Владимирович — канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник, доцент; тел.: (+375 17) 209-58-19, e-mail: ushakovdv@bsu.by.