

Применение метода Монте-Карло для моделирования отражения и пропускания солнечной радиации древесной растительностью

Д. В. Гандилян,^{1, а} Н. Т. Левашова,^{2, б} А. В. Ольчев³

¹ *Институт проблем механики имени А. Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН).
Россия, 119526, Москва, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1.*

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,

² *физический факультет, кафедра математики.*

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

³ *географический факультет, кафедра метеорологии и климатологии.
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1.*

Поступила в редакцию 21.09.2020, после доработки 01.11.2020, принята к публикации 03.11.2020.

Основанная на методах Монте-Карло трехмерная модель радиационного переноса разработана для описания отражения и рассеяния солнечной радиации внутри неоднородного растительного покрова. Растительный покров рассматривается в модели как совокупность деревьев со сходной пространственной структурой, моделируемой с помощью фрактальной геометрии. Архитектура отдельного дерева описывается с использованием данных о его высоте, количестве и длине ветвей разных порядков, углах наклона ветвей и количестве листьев.

Для получения распределения радиационного поля в растительности в модели рассчитывался вклад каждого модельного «фотона» с учетом его взаимодействия и возможного многократного переотражения элементами растительности и поверхностью почвы исходя из закона Ламберта. Возможные направления распространения фотона определялись согласно квадратурным формулам типа Гаусса—Маркова 9 порядка. Результаты численных экспериментов для случая отдельно стоящего дерева показали способность модели адекватно описать пространственную неоднородность полей отраженной и пропущенной прямой солнечной радиации.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, солнечная радиация, фрактальная геометрия, древесная растительность, многократное переотражение.

УДК: 51-76, 519.6, 551.521.31. PACS: 02.90.+р.

ВВЕДЕНИЕ

Солнечная радиация является основным источником энергии для большинства процессов и явлений, протекающих на земной поверхности и в атмосфере. Она влияет на жизнедеятельность растений и животных, определяет тепловой, водный и углеродный баланс земной поверхности, воздействуя тем самым на климатические и погодные условия разных районов земного шара [1, 2]. Регулируя процессы газообмена диоксидом углерода и водяным паром между растениями и атмосферой, солнечная радиация влияет не только на рост и развитие растительных сообществ, но также и на концентрацию парниковых газов в атмосфере [3–6].

Задаче исследования процессов взаимодействия солнечной радиации и растительного покрова на протяжении последних десятилетий было посвящено множество теоретических (модельных) и экспериментальных исследований [7–19]. Экспериментальные исследования большей частью были направлены на изучение пространственно-временной изменчивости спектральных отражательных свойств земной поверхности, а также на анализ поглощения и пропускания солнечной радиации растительным покровом [13, 15–17, 19–22]. Моделирование процесса переноса солнечной радиации в растительном покрове до недавнего времени шло по нескольким основным направлениям, среди которых в качестве основных можно выделить развитие: геометрических моделей, моделей переноса радиации в однород-

ной мутной среде, гибридных моделей, моделей трассировки лучей (ray tracing) и компьютерной графики [23, 24]. Описание структуры растительного покрова в радиационных моделях проводится с разной степенью детализации, начиная от наиболее простых, рассматривающих растительность как горизонтально однородную мутную среду (1D), до более сложных, детально учитывающих пространственную неоднородность распределения элементов растительности (3D) [10, 16]. Наиболее широкое распространение в современных моделях получила предложенная Ю. К. Россом [8] концепция, рассматривающая растительный покров в виде горизонтально однородной анизотропной мутной пластинчатой среды, и позволившая применить для описания процесса переноса классические уравнения переноса коротковолнового излучения в мутной среде [9, 25]. Это, с одной стороны, значительно упрощает модельные алгоритмы, а с другой — вносит определенную погрешность, связанную с идеализацией структуры растительности. Элементы растительности (листья, ветви, стволы деревьев) в реальности распределены внутри растительного покрова крайне неравномерно. Они имеют разную форму, пространственную ориентацию и спектральные оптические свойства, формируя достаточно неоднородное поле отраженной и рассеянной радиации. Дополнительные сложности в численное моделирование может привнести и сложный рельеф местности, а также изменчивость соотношения прямой и рассеянной радиации в падающем потоке. Очевидно, что для описания радиационных полей для подобной неоднородной поверхности с мозаичной растительностью применение

^а E-mail: david.ghandilyan@mail.ru

^б E-mail: natasha@wanaku.net

более сложных 3D-моделей будет способствовать более точному воссозданию полей радиации как внутри полога растительности, так и над ним. С другой стороны, также очевидно, что учет абсолютно всех характеристик исследуемого растительного покрова может сильно перегрузить модель, значительно увеличив время компьютерного счета. Чтобы этого избежать, в моделях при описании структуры растительности и радиационного переноса до недавнего времени использовались некоторые допущения и упрощения, способствующие оптимизации модельных расчетов. Как показывают результаты проведенных многочисленных экспериментов по сравнению существующих модельных подходов разной степени сложности, модельные подходы, основанные, в частности, на представлении растительности в виде однородной анизотропной мутной среды, позволяют достаточно адекватно описать усредненные по площади восходящие (отраженные) и нисходящие радиационные потоки [12, 16, 26]. При этом точность расчетов растет пропорционально увеличению степени однородности растительного покрова. В качестве альтернативного подхода для описания радиационного режима неоднородного растительного покрова в ряде исследований было предложено использование статистических подходов, основанных на методе Монте-Карло [26, 27]. Они позволяют в более явном виде описать не только перенос радиации в пространственно-неоднородной среде, но также и многократное рассеяние радиации отдельными элементами растений (листья, ветки) внутри растительного покрова. Очевидно, что для достижения максимальной точности расчета радиационных потоков подобным моделям требуется и достаточно подробное и репрезентативное описание архитектуры растительного покрова.

В рамках данного исследования для описания переноса солнечной радиации внутри пространственно-неоднородного растительного покрова была разработана трехмерная модель переноса солнечной радиации основанная на методе Монте-Карло. Для описания пространственной структуры растительности была разработана трехмерная модель дерева с использованием методов фрактальной геометрии.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО

Метод Монте-Карло — это метод моделирования случайных величин и процессов для вычисления характеристик их распределений. Процесс переноса излучения в неоднородных средах моделируется как случайная марковская цепь столкновений модельных частиц света, «фотонов» с препятствиями, и главной целью метода Монте-Карло является нахождение среднестатистических характеристик этого процесса. Основным достоинством метода по сравнению с другими численными методами решения задач переноса является возможность его использования в случае сложных геометрий и неоднородных сред. Сам алгоритм при этом меняется незначительно, и принципиальным ограничением остается лишь компьютерное время, необходимое для получения требуемой точности.

Основной алгоритм расчета полей солнечной радиации внутри растительного покрова с использованием метода Монте-Карло может быть представлен в виде ряда последовательных операций, включающих:

1. Построение модели растительного покрова.
2. Выбор начальной точки траектории. Для прямой радиации она определяется текущим положением солнца над горизонтом.
3. Выбор направления полета и «веса» фотона. В случае прямой солнечной радиации «вес» фотона $W = 1$, а направление полета задается двумя угловыми координатами (θ_0, ϕ_0) , причем $\cos \theta_0 < 0$.
4. Определение типа взаимодействия (определение длины свободного пробега фотона). В данном алгоритме это осуществляется путем нахождения точки пересечения траектории фотона с листом, стеблем/веткой или с поверхностью почвы. Следует отметить, что увеличение количества элементов растительного покрова обычно приводит к увеличению затрат машинного времени.
5. Выбор пути (направления), в котором фотон будет распространяться после взаимодействия с элементом растительности. На этом же шаге определяется и тип взаимодействия — пропускание или отражение. При этом «вес» фотона умножается на коэффициент отражения (пропускания) элемента растительного покрова или почвы.
6. Выход из внутреннего цикла. Внутренний цикл — это траектория одного фотона. Он включает в себя процедуры 4 (с учетом вылета) — 6. Моделирование каждой траектории движения фотона продолжается до его вылета из растительного покрова или поглощения элементами растительности. После этого начинается расчет новой траектории.
7. Выход из внешнего цикла. Осуществляется после прохождения через среду всех фотонов.

2. МОДЕЛЬ АРХИТЕКТУРЫ ДЕРЕВА/РАСТИТЕЛЬНОГО ПОКРОВА

Для воссоздания пространственной структуры растительного покрова была построена фрактальная модель дерева, основанная на использовании принципа самоподобия (рис. 1). Модель самоподобного дерева строилась посредством последовательного применения правила ветвления с помощью математического пакета *Wolfram Mathematica*. На первом шаге в алгоритме задаются координаты дерева, длина ствола и первых основных ветвей, количество первых ветвей, а также зенитный и азимутальный углы наклона ветвей первого порядка. Для изменения пространственной ориентации ветвей использовалась функция поворота *RotationMatrix[]*. При построении фрактальной структуры увеличение выбиралось равным величине, обратной «золотому сечению» ϕ ($\phi = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.61803$). Для моделирования ветвления дерева использовалась функция *NestList[f, x, n]*, возвращающая список значений функции f (в нашем случае f — функция поворота и масштабирования ветвей) к заданному аргументу x (x — список заданных параметров) n раз.

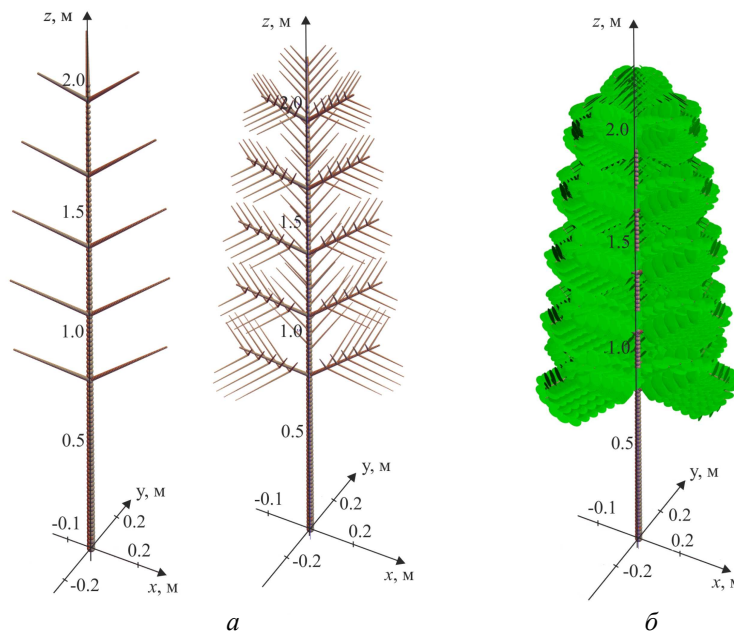


Рис. 1. Последовательные этапы построения фрактальной модели дерева: модель стволовой части дерева и ветвей (а), фрактальная модель дерева с листьями (б)

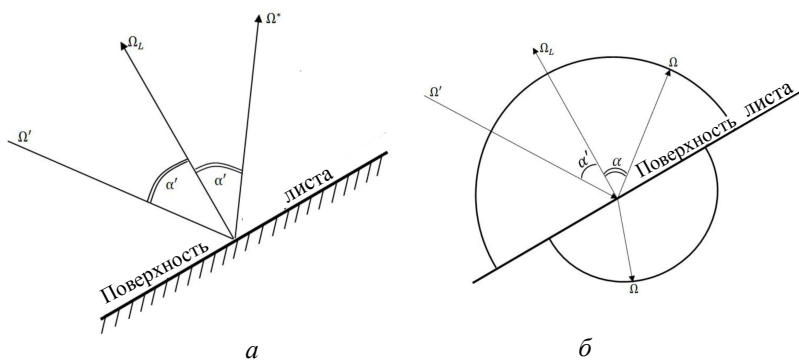


Рис. 2. Зеркальная составляющая отражения (а) и диффузная составляющая рассеяния (б) листовой поверхностью

Каждая ветка дерева строилась из последовательной комбинации сферических элементов. Листья расположены равномерно по всем веткам дерева второго порядка, что приводит к увеличению их количества при приближении к внешнему краю кроны. Для листьев задавались параметры, характеризующие зенитный и азимутальный углы наклона, а также координаты точки крепления листьев к ветвям. Форма листьев задавалась в виде эллипса с длиной d_{L1} и шириной d_{L2} .

3. ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТОВ РАСТИТЕЛЬНОГО ПОКРОВА И ПОЧВЫ

Для характеристики оптических свойств элементов растительности использовались следующие допущения (рис. 2):

- пропускание листьев — изотропное со спектральным коэффициентом пропускания t_{LD} ;
- отражение листьев состоит из двух компонент — диффузной составляющей, заданной спектральным коэффициентом диффузного отражения r_{LD} и зеркальной составляющей r_{LS} , зависящей от угла между падающим на поверхность листа лучом

и нормалью листа, а также от показателя преломления верхнего воскового слоя листа n и параметра k , характеризующего размеры ворсинок на поверхности листа [28, 29].

В связи с тем, что верхний слой эпидермиса листа покрыт слоем воска, при отражении возникает зеркальная составляющая (F_r — доля радиации, отраженная зеркально от поверхности листа), которая определяется по формуле Френеля:

$$F_r(\alpha', n) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin^2(\alpha' - \theta_s)}{\sin^2(\alpha' + \theta_s)} + \frac{\text{tg}^2(\alpha' - \theta_s)}{\text{tg}^2(\alpha' + \theta_s)} \right), \quad (1)$$

где $\alpha' = \arccos(|\Omega' \cdot \Omega_L|)$, $\alpha = \arccos(|\Omega \cdot \Omega_L|)$, $\theta_s = \arcsin(\frac{\sin \alpha'}{n})$. Ω' , Ω и Ω_L — единичные векторы, задающие соответственно направления падающего луча, отраженного луча и нормали к поверхности листа (рис. 2, а). Отметим, что в предельном случае $\alpha' = 0$ (т.е. в случае падения солнечного луча по нормали) формула (1) не работает и тогда

$$F_r(0, n) = \left(\frac{(n-1)}{(n+1)} \right)^2. \quad (2)$$

Зеркальное отражение в направлениях, близких к направлению вдоль поверхности листьев, ослаблено наличием ворсинок. Для его учета используется формула [28]

$$K(\alpha', k) = \exp\left(\frac{-2k \operatorname{tg} \alpha'}{\pi}\right), \quad (3)$$

где параметр k определяет высоту ворсинок. Считаем, что стебли/ветки достаточно толстые и не пропускают радиацию, а их оптические свойства определяются спектральным коэффициентом отражения r_{st} . Отражение от стебля/ветки моделируется как отражение от ламбертовой поверхности, определяемой плоскостью, касательной к поверхности стебля/ветки в точке попадания фотона (см. рис. 2, б). Аналогично в данной модели отражение от почвы происходит по закону Ламберта, где ее спектральная яркость r_{soil} задается из эмпирических данных.

Поступление прямой солнечной радиации на растительный покров плотностью P в направлении Ω_0 задается зенитным углом θ_0 и азимутальным углом ϕ_0 .

4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВЫБРАННОЙ МОДЕЛИ

Определим индикатрису рассеяния листа как $\gamma_L(\Omega_L, \Omega' \rightarrow \Omega)$. По своему физическому смыслу индикатриса рассеяния — это плотность вероятности отражения фотона от рассеивающего объекта под определенным углом. Она состоит из двух частей: диффузной и зеркальной, т. е.

$$\begin{aligned} \gamma_L(\Omega_L, \Omega' \rightarrow \Omega) &= \\ &= \gamma_{LD}(\Omega_L, \Omega' \rightarrow \Omega) + \gamma_{LS}(\Omega_L, \Omega' \rightarrow \Omega). \end{aligned}$$

Индикатриса рассеяния γ_L нормируется по всему диапазону телесных углов на единицу:

$$\int_{4\pi} \gamma_L(\Omega_L, \Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega = 1. \quad (4)$$

4.1. Расчет зеркальной составляющей

Для проведения модельных расчетов зададим дискретную сетку направлений Ω_i $i = 1, \dots, M$, в которых может распространяться отраженный луч, согласно квадратурным формулам типа Гаусса—Маркова [30]. В настоящей работе использовались квадратурные формулы 9 порядка, в этом случае $M = 38$.

Оценить вклад зеркальной составляющей в поле отраженной радиации при помощи прямого моделирования не представляется возможным, поскольку вероятность того, что фотон зеркально отразится в одном из дискретно заданных направлений, крайне мала. В связи с этим будем использовать метод учета зеркальной составляющей отражения, предложенный Россом и Маршаком [31, 32].

Введем коэффициенты a_i , $i = 1, \dots, M$:

$$a_i(\alpha') = \begin{cases} \sigma_i, & \Omega' \cdot \Omega_L < 0, \\ 0, & \Omega' \cdot \Omega_L > 0, \end{cases} \quad (5)$$

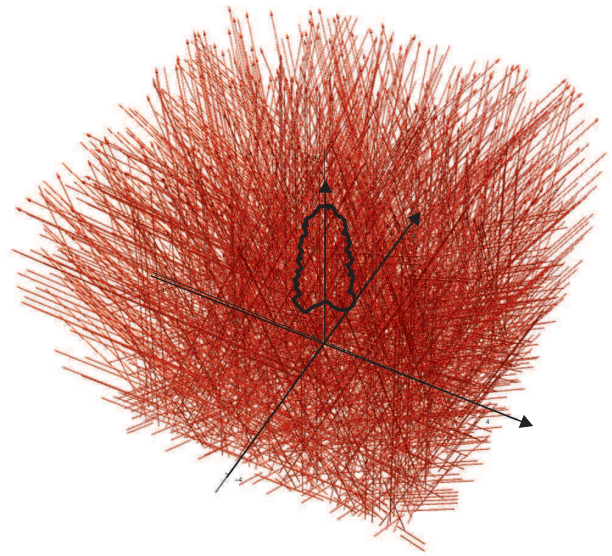


Рис. 3. Распределение направлений распространения лучей после первого взаимодействия

где векторы Ω' и Ω_L соответственно задают направления падающего луча и нормали к поверхности листа, $\alpha' = \arccos(|\Omega' \cdot \Omega_L|)$, а для параметров σ_i справедливо соотношение $\sum_{i=1}^M \sigma_i = 1$. В настоящей работе в качестве коэффициентов σ_i были выбраны удвоенные значения весов квадратурных формул.

Заметим, что условие $\Omega' \cdot \Omega_L < 0$ является условием попадания фотона на верхнюю поверхность листа, в противном случае рассеяние идет вниз и вклад зеркальной составляющей отсутствует.

Проанализировав N случайных процессов (т. е. после зеркального отражения N лучей), получаем средний вклад зеркальной составляющей излучения в направлении Ω_i :

$$F_i = \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^M F_r(\alpha', n) K(\alpha', k) a_i(\alpha') W_j(x_l), \quad i = 1, \dots, L. \quad (6)$$

Здесь x_l для каждого j обозначает марковскую траекторию j -го луча после l взаимодействий с элементами растительности или почвой (см. рис. 3), а «вес» фотона при столкновении $W_j(x_l)$ вычисляется по формуле

$$W_j(x_1) = 1, \quad W_j(x_l) = (1 - \kappa) W_j(x_{l-1}), \quad l = 2, 3, \dots,$$

где $\kappa = 1 - t_{LD} - r_{LD}$ — коэффициент поглощения. На практике, чтобы в (6) не суммировать «малые веса» во внутренней сумме, проводится обрыв траектории при $\max\{l\} = 4$.

Отметим, что при столкновении с почвой и стеблем величина $F_r = 0$.

4.2. Расчет диффузной составляющей

Введем вспомогательные коэффициенты $Q_{i,j}(x_l)$ по формуле

$$Q_{i,j}(x_l) = p_i(x_l) W_j(x_l), \quad i = 1, \dots, L, \quad j = 1, \dots, N, \quad l = 1, 2, \dots, \quad (7)$$

где вероятность того, что после столкновения фотон отправится в телесный угол $\Delta\Omega_i$, $i = 1, \dots, L$ равна

$$p_i(x_i) = \begin{cases} \int_{\Delta\Omega_i} \gamma_D(\Omega_L, \Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega, \\ \text{если фотон из точки } x_i \\ \text{вылетит в телесный угол } \Delta\Omega_i; \\ 0 \text{ в обратном случае,} \end{cases} \quad (8)$$

а индикатриса рассеяния имеет вид [31]

$$\begin{aligned} \gamma_D(\Omega_L, \Omega' \rightarrow \Omega) &= \gamma_{LD}(\Omega_L, \Omega' \rightarrow \Omega) = \\ &= \begin{cases} \frac{r_{LD}}{\pi} |\Omega \cdot \Omega_L|, & (\Omega' \cdot \Omega_L)(\Omega \cdot \Omega_L) < 0, \\ \frac{t_{LD}}{\pi} |\Omega \cdot \Omega_L|, & (\Omega' \cdot \Omega_L)(\Omega \cdot \Omega_L) > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

В случае столкновения фотона с почвой выражение для индикатрисы рассеяния может быть записано как

$$\gamma_D(\Omega_L, \Omega' \rightarrow \Omega) = \frac{r_{\text{soil}}}{\pi} (\Omega \cdot \Omega_{\text{soil}}), \quad \Omega_{\text{soil}} = (0, 0), \quad (10)$$

а в случае столкновения со стеблем/веткой как

$$\gamma_D(\Omega_L, \Omega' \rightarrow \Omega) = \frac{r_{\text{st}}}{\pi} (\Omega \cdot \Omega_{\text{st}}), \quad \Omega_{\text{st}} = (\theta_{\text{st}}, \phi_{\text{st}}), \quad (11)$$

где Ω_{soil} , Ω_{st} — направление нормали к почве, стеблю/ветке.

По своему смыслу величина $Q_{i,j}(x_i)$ означает вклад j -го фотона, испытавшего x_i взаимодействий в поток излучения в направлении телесного угла $\Delta\Omega_i$. Оценка интенсивности потока радиации в этот телесный угол вычисляется как сумма от N лучей:

$$I_i = \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^L Q_{i,j}(x_l), \quad i = 1, \dots, L. \quad (12)$$

4.3. Расчет коэффициента спектральной яркости (или двунаправленный коэффициент отражения)

Коэффициент спектральной яркости (или двунаправленный коэффициент отражения) — параметр, определяющий, отражение света от непрозрачной поверхности при заданных направлениях наблюдения и условиях освещения. Элементами для определения данного коэффициента являются: направление падающего света Ω' и направление света после столкновения с поверхностью Ω , которые определены относительно нормали к поверхности (в данной модели это либо Ω_L , либо Ω_{soil} , либо Ω_{st}) (см. рис. 2). Выражение для коэффициента спектральной яркости в общем виде имеет вид [33]

$$R(\Omega', \Omega) = \pi f(\Omega', \Omega), \quad f(\Omega', \Omega) = \frac{dI(\Omega)}{dE(\Omega')}. \quad (13)$$

Функция $f(\Omega', \Omega)$ (измеряется в $[\text{ср}^{-1}]$) — это отношение плотности излучения $dI(\Omega)$, отраженного вдоль направления Ω ($\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{ср})$) к плотности падающего потока $dE(\Omega')$ с направлением Ω' ($\text{Вт}/\text{м}^2$).

С учетом (6), (12) средняя оценка коэффициента спектральной яркости может быть рассчитана по формуле

$$R_i = \frac{\pi(I_i + F_i)}{N \Delta\Omega_i \cos \theta_i}, \quad i = 1, \dots, L. \quad (14)$$

5. ВХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ РАСТИТЕЛЬНОГО ПОКРОВА И ПОЧВЫ

Для проведения численных экспериментов был выбран набор ключевых параметров, характеризующих структуру растительности и оптические свойства элементов растительности и почвы. Учитывая зависимость оптических свойств элементов растительности (r_{LD} , t_{LD} , r_{soil} , r_{st}) от длины волны, будем проводить расчеты с использованием их средних значений для всего видимого солнечного спектра 0.38–0.76 мкм. В ходе численных экспериментов использовались следующие значения параметров, характеризующих структуру и оптические свойства растительности и почвы: $d_T = 2.5$ м — высота дерева; $d_{L1} = 0.07$ м — длина эллиптического листа; $d_{L2} = 0.05$ м — ширина эллиптического листа; $r_{LD} = 0.08$ — коэффициент диффузного отражения листа; $t_{LD} = 0.07$ — коэффициент пропускания листа; $r_{\text{soil}} = 0.02$ — коэффициент отражения почвы; $r_{\text{st}} = 0.04$ — коэффициент отражения стебля/ветки; $n = 1.5$ — показатель преломления листа; $k = 0.0$ — высота ворсинок листа.

Для описания структуры приходящей солнечной радиации в первом приближении предположим, что она состоит исключительно из прямой солнечной радиации с плотностью потока $P = 500$ Вт/м², направление которого известно: $\Omega_0 = (\theta_0, \phi_0) = (25^\circ, 0^\circ)$. Число падающих лучей задавалось равным $N = 1600$.

Все вычисления проводились в математическом пакете *Wolfram Mathematica*.

6. ПРИМЕР РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОПУСКАНИЯ ПРЯМОЙ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ ОТДЕЛЬНО СТОЯЩИМ ДЕРЕВОМ

Исходя из определения коэффициента спектральной яркости коэффициент отражения в каждой точке пространства рассчитывался как $\sum_{i, \Omega_i \in 2\pi^+} R_i$, где суммирование проводилось только по направлениям, относящимся к верхней полусфере. Коэффициент пропускания рассчитывается как отношение интенсивности суммарного (по всем направлениям в нижней полусфере) потока радиации в данной точке к интенсивности излучения, приходящего на верхнюю границу растительности в соответствующем спектральном диапазоне.

На основании проведенных расчетов отражения и пропускания прямой солнечной радиации отдельно стоящим молодым деревом была показана значительная изменчивость поля отраженной и пропущенной радиации в видимом спектральном диапазоне (рис. 4). Коэффициент отражения солнечной радиации изменялся от 0.02 на открытых участках (за счет

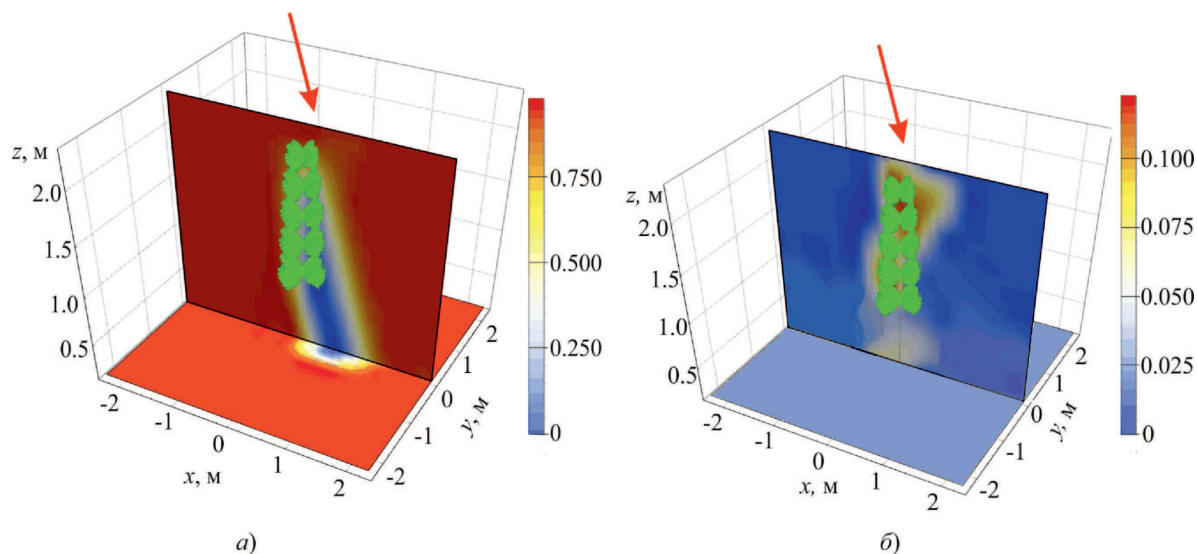


Рис. 4. Распределение коэффициента (а) пропускания, (б) отражения в разрезе плоскостью $y = 0$. Красные стрелки указывают направление падающих солнечных лучей

низкого отражения от темной почвы) до 0.12 над кроной дерева, что было связано главным образом со значительным обратным рассеянием и многократным переотражением солнечных лучей листьями и ветвями дерева. Выявленная неоднородность поля отражения достаточно хорошо соответствует результатам существующих модельных экспериментов, имитирующих поля отраженной радиации от неоднородного растительного покрова [11, 18, 19, 34], а также экспериментальным данным [35]. Отличительной особенностью поля отраженной радиации (рис. 4, б) является смоделированный максимум отраженной радиации в направлении солнечного диска, называемый в научной литературе эффектом «горячего пятна» (hot spot). Данный эффект достаточно подробно описан в многочисленных теоретических и экспериментальных исследованиях, посвященных радиационному режиму растительного покрова [24, 36], и подробно моделируется лишь очень ограниченным числом радиационных моделей. Он возникает за счет максимального вклада освещенных прямыми солнечными лучами частей листьев растений в отраженный радиационный поток в направлении на солнце. По мере увеличения угла между направлением на солнце и направлением отражения лучей, величина отраженного потока постепенно снижается из-за уменьшения вклада в отраженный поток освещенных элементов растительного покрова и соответствующего увеличения вклада затененных элементов растительности и почвы [36].

Изменение коэффициента пропускания солнечной радиации в кроне исследуемого дерева определялось главным образом оптической длиной пути солнечных лучей внутри кроны и их многократным переотражением на листьях и ветках дерева. У поверхности почвы оно варьировало от 1 на открытых незатененных участках до 0.04 — под кроной дерева. Низкие значения коэффициентов пропускания радиации в подкромном пространстве определялись главным образом значительной плотностью фитомассы исследуемого дерева, приводящей к высокому поглощению и отражению приходящей прямой солнечной радиации.

Можно ожидать, что в случае рассеянной радиации коэффициенты пропускания радиации кроной дерева были бы более высокими [37–39]. При этом поле пропущенной кроной радиации было бы и более равномерным. Более высокое пропускание кроной исследуемого дерева могло бы также наблюдаться и при рассмотрении пропускания солнечной радиации в ближнем ИК-диапазоне прежде всего за счет более высоких значений коэффициентов отражения и пропускания листьев древесной растительности в этом спектральном диапазоне.

Очевидно, что более подробная проверка модели, включающая описание переноса как прямой, так и рассеянной солнечной радиации в разных спектральных диапазонах внутри неоднородного растительного покрова позволит более комплексно оценить преимущества и недостатки разработанной модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании фрактальной модели дерева и древостоя построена трехмерная модель радиационного режима неоднородного растительного покрова, использующая для описания переноса и взаимодействия солнечных лучей с элементами растительности методы Монте-Карло. Фрактальная модель дерева основана на принципе самоподобия и в качестве начальных условий использует данные о местоположении дерева на местности, длине ствола, высоте основания крепления кроны, длины и количества ветвей первого, второго и более высокого порядков, а также данных об углах наклона ветвей первого порядка. Учет реальной архитектуры деревьев, и различий в оптических свойствах отдельных элементов растения (ствола, ветвей и листьев) позволяет созданной радиационной модели описать в деталях поле отраженной и рассеянной радиации с учетом многократного рассеяния элементами растительности и почвы.

Для получения распределения радиационного поля в неоднородной среде в модели рассчитывался вклад каждого модельного «фотона» с учетом пропускания

и многократного переотражения исходя из закона Ламберта. При этом возможные направления распространения фотона определялись согласно квадратным формулам типа Гаусса—Маркова 9 порядка. Интегральный вклад зеркальной составляющей учитывался отдельно.

Рассчитанные поля отраженной и пропущенной прямой солнечной радиации для случая одиноко стоящего молодого дерева показали способность модели адекватно описать пространственную неоднородность радиационных полей на разных высотах над земной поверхностью внутри и над кроной дерева. Разработанная модель может быть использована для решения различных теоретических и прикладных физических и экологических задач, в том числе для описания поля рассеянной и отраженной солнечной радиации над и внутри полога растительности с неоднородной структурой, поглощения солнечной радиации элементами дерева в разных частях кроны и оценки пространственной изменчивости характеристик фотосинтеза листьев внутри полога растительности. Кроме того, полученные в ходе модельных экспериментов данные о коэффициентах отражения и пропускания отдельных деревьев и их групп могут быть использованы для получения модельных функций, с помощью которых можно проводить расчеты радиационных полей для неоднородных лесных массивов больших размеров. Применение сильно детализированных моделей, основанных в том числе на методах Монте-Карло, для обширных залесенных территорий сильно затруднено и более целесообразным видится применение менее ресурсоемких методов расчета потоков, основанных, в частности, на решении уравнений радиационного переноса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будыко М. И. // Климат и жизнь. Л., 1971.
2. Будыко М. И. // Изменения климата. Л., 1974.
3. Тооминг Х. Г. // Солнечная радиация и формирование урожая. Л., 1977.
4. Bonan G. B. // Science. 2008. **320**, N 5882. P. 1444.
5. Pan Y., Birdsey R. A., Fang J. et al. // Science. 2011. **333**, N 6045. P. 988.
6. Mitchard E. T. A. // Nature. 2018. **559**. P. 527.
7. Росс Ю., Нильсон Т. // ИФА АН ЭССР. 1963. **4**. С. 42.
8. Росс Ю. К. // Радиационный режим и архитектура растительного покрова. Л., 1975.
9. Росс Ю. К., Князихин Ю., Кууск А. и др. // Математическое моделирование переноса солнечной радиации в растительном покрове. Л., 1992.
10. Myneni R., Ross J., Asrar G. // Agric. For. Meteorol. 1989. **45**. P. 1.
11. Knyazikhin Yu., Miessen G., Panfjorov O., Gravenhorst G. // Agric. For. Meteorol. 1997. **88**. P. 215.
12. Pinty B., Widlowski J. L., Taberner M. et al. // Journal of Geophysical Research—Atmospheres. 2004. **109**. D06210.
13. Radler K., Olchev A., Panferov O. et al. // Open Geography Journal. 2010. **3**. P. 103.
14. Ibrom A. et al. // Tree Physiology. 2008. **28**. P. 499.
15. Olchev A., Radler K., Sogachev A. et al. // Ecological Modelling. 2009. **220**. P. 3046.
16. Widlowski J. L., Pinty B., Clerici M. et al. // Geophysical Research. 2011. **116**. P. G02019.
17. Olpenda A. S., Sterenczak K., Bedkowski K. // Remote Sensing. 2018. **10**, N 5. P. 694.
18. Levashova N. T., Mukhartova Yu. V. // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2017. **107**, P. 012101.
19. Levashova N., Lukyanenko D., Mukhartova Y., Olchev A. // Remote Sensing. 2018. **10**, N 10. P. 1661.
20. Выгодская Н. В., Горшкова И. И. Теория и эксперимент в дистанционных исследованиях растительности. Л., 1987.
21. Running S. W., Nemani R. R., Heinsch F. A. et al. // BioScience. 2004. **54**. N 6 P. 547.
22. Liang S., Wang J. // Advanced Remote Sensing: Terrestrial Information Extraction and Applications, Second Ed. Oxford, 2019.
23. Goel N. // Remote Sensing Reviews. 1988. **4**. P. 1.
24. Kuusk A. // Canopy radiative transfer modeling. In Comprehensive Remote Sensing. Liang, S., Ed. V. 3. Oxford, 2018. P. 9.
25. Knyazikhin Y., Marshak A. // Fundamental equations of radiative transfer in leaf canopies, and iterative methods of their solution. In Photon Vegetation Interactions. Applications in Optical Remote Sensing and Plant Ecology. Myneni, R., Ross, J., Eds. Berlin/Heidelberg, 1991. P. 9.
26. Widlowski J. L., Taberner M., Pinty B. et al. // Journal of Geophysical Research—Atmospheres. 2007. **112**. D09111.
27. Govaerts Y., Verstraete M. // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1998. **36**. P. 493.
28. Nilson T., Kuusk A. // Remote Sens. Environ. 1989. **27**. P. 157.
29. Vanderbilt V. C., Grant L. // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 1985. **23**. P. 722.
30. Лебедев В. И. // Ж. Вычисл. матем. и матем. физ. 1975. **4**, № 1. С. 48.
31. Росс Ю. К., Маршак А. Л. // Исслед. Земли из космоса. 1984. № 5. С. 58.
32. Ross J., Marshak A. Monte Carlo Methods. In Photon Vegetation Interactions. Applications in Optical Remote Sensing and Plant Ecology. Myneni, R., Ross, J., Eds. Berlin/Heidelberg, 1991. P. 441.
33. Welles J. M., Norman M. Photon Transport in Discontinuous Canopies: A Weighted Random Approach. In Photon-Vegetation Interactions: Applications. In Optical Remote Sensing and Plant Ecology. R. Myneni, J. Ross (Eds.) Berlin/Heidelberg, 1991. P. 389.
34. Antyufeev V. S., Marshak A. L. // Remote Sens. Environ. 1990. **31**. P. 183.
35. Immitzer M., Atzberger C., Koukal T. // Remote Sens. 2012. **4**. P. 2661.
36. Kuusk A. (1991). The hot spot effect in plant canopy reflectance. In Photon-Vegetation Interactions: Applications. In Optical Remote Sensing and Plant Ecology. R. Myneni, J. Ross (Eds.) Berlin/Heidelberg, 1991. P. 139.
37. Hardy J. et al. // Agricultural and Forest Meteorology. 2004. **126**, N 3–4. P. 257.
38. Knyazikhin Y., Marshak A., Myneni R. B. Three dimensional radiative transfer in vegetation canopies. In Three Dimensional Radiative Transfer in the Cloudy Atmosphere; A. Marshak, A. B. Davis (Eds.) Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2005. P. 617.
39. Promis A., Schindler D., Reif A., Cruz G. // International Journal of Biometeorology. 2009. **53**. P. 355.

Application of Monte Carlo Method for Modeling Reflection and Transmission of Solar Radiation by the Forest Canopy

D. V. Gandilyan^{1,a}, N. T. Levashova^{2,b}, A. V. Olchev³

¹*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences (IPMech RAS), Moscow, 119526, Russia.*

²*Department of Mathematics, Faculty of Physics;*

³*Department of Meteorology and Climatology, Faculty of Geography, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*

E-mail: ^adavid.gandilyan@mail.ru, ^bnatasha@wanaku.net.

A Monte Carlo-based three-dimensional radiative transfer model has been developed to describe the reflection and scattering of solar radiation within a spatially heterogeneous plant canopy. In the model the plant canopy is considered as a group of trees with a similar spatial structure, modeled using fractal geometry. The architecture of an individual tree is described using its height, the number and length of branches of different orders, the angle of inclination of the branches, and the number of leaves. To describe the spatial patterns of solar radiation within a non uniform plant canopy, the contribution of each model “photon” is calculated in the model taking its interaction and possible multiple reflection on vegetation elements and the soil surface based on the Lambert’s law into account. Possible directions of photon propagation were determined according to the 9th order Gauss–Markov quadrature formulas. The results of numerical experiments for the case of the solar radiation interaction with an individual tree have shown that the model adequately describes the spatial heterogeneity of reflected and transmitted direct solar radiation.

Keywords: Monte Carlo method, solar radiation, fractal geometry, forest vegetation, multiple reflections.

PACS: 02.90.+p.

Received 21 September 2020.

English version: *Moscow University Physics Bulletin. 2020. 75, No. 6. Pp. 570–577.*

Сведения об авторах

1. Гандилян Давид Ваганович — аспирант, e-mail: david.gandilyan@mail.ru.

2. Левашова Наталия Тимуровна — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-10-33, e-mail: natasha@wanaku.net.

3. Ольчев Александр Валентинович — доктор биол. наук, профессор; тел.: (495) 939-29-42, e-mail: aoltche@yandex.ru.