

## ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

## Магноны и краевые моды в цепочках несферических магнитных частиц

А. М. Пикалов,<sup>1,2</sup> А. В. Дорофеенко<sup>3,а</sup><sup>1</sup> Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра магнетизма.

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

<sup>2</sup> ИРЭ имени В. А. Котельникова РАН.

Россия, 125009, Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7.

<sup>3</sup> ИТПЭ РАН. Россия, 125412, Москва, ул. Ижорская, 13.

Поступила в редакцию 01.11.2020, после доработки 20.11.2020, принята к публикации 09.12.2020.

Изучены спиновые волны в цепочках магнитных частиц в форме вытянутых эллипсоидов, намагниченных вдоль оси цепочки. Построена дисперсия таких волн, аналитически найдены границы зоны распространения магнонов в цепочке. Показано, что на границах цепочки возникают краевые моды, причем их существование обусловлено наличием статических полей рассеяния, которые ослабевают вблизи концов цепочки.

**Ключевые слова:** спиновые волны, магноны, цепочки частиц.

УДК: 537.6. PACS: 85.70.–w.

## ВВЕДЕНИЕ

В плазмонике и магнонике много внимания уделяется созданию волноводов для эффективной передачи сигналов на малых масштабах. Одной из возможных конфигураций являются цепочки частиц. При этом если в плазмонике исследование цепочек ведется больше 20 лет [1] и к настоящему времени было рассмотрено множество конфигураций (рассматривались цепочки шариков [2], эллипсоидов [3, 4], кубиков [5], стержней [6], разомкнутых колец [7, 8], круглых отверстий [9], частиц-сэндвичей [10], организация частиц в суперячейки [11] и т. д.), то в магнонике волноводы подобного типа представлены гораздо скромнее. На сегодняшний день существуют работы по микромагнитному моделированию [12–15], а также экспериментальному изучению [14, 16] спиновых волн в цепочках магнитных частиц, однако аналитические модели были построены только для одиночной [17, 18] и двойной [19] цепочек сферических частиц. Они могут быть использованы для определения дисперсионных характеристик спиновых волн и нахождения собственных мод.

Данная работа посвящена углубленному изучению спиновых волн, возникающих в цепочке магнитных частиц. Получены аналитические выражения для параметров зонной структуры и изучено влияние несферичности частиц. Изучаются краевые моды в цепочке; показано, что они существуют лишь при учете неоднородностей статического магнитного поля, обусловленных эффектом края цепочки (ранее краевые моды изучались при помощи микромагнитного моделирования [15]).

### 1. МОДЕЛЬ СПИНОВОЙ ВОЛНЫ В ЦЕПОЧКЕ МАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ

Рассмотрим цепочку магнитных частиц, имеющих форму эллипсоидов с полуосями  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , с периодом  $d$ . Цепочка помещена во внешнее продольно

направленное магнитное поле  $H_0$ , величина которого достаточно велика, чтобы все частицы оказались намагничены до насыщения. При воздействии на цепочку слабых переменных магнитных полей магнитные моменты частиц прецессируют вокруг равновесного направления, создавая спиновую волну. Таким образом намагниченности материала  $M$ , магнитные моменты  $m$  и внутренние магнитные поля  $H_{\text{int}}$  каждой частицы имеют статическую и динамическую компоненты, причем  $|M^{\text{dyn}}| \ll |M^{\text{stat}}|$ ,  $|m^{\text{dyn}}| \ll |m^{\text{stat}}|$ ,  $|H_{\text{loc}}^{\text{dyn}}| \ll |H_{\text{loc}}^{\text{stat}}|$ .

Статическое магнитное поле, возникающее внутри каждой частицы, состоит из внешнего поля, поля, создаваемого остальными частицами, и поля размагничивания:

$$H_{\text{int},n}^{\text{stat}} = H_0 + \sum_{l \neq n} \hat{G}_{nl} m_l^{\text{stat}} - \hat{N} M_n^{\text{stat}}. \quad (1)$$

Здесь  $\hat{G}_{nl}$  — тензор, характеризующий диполь-дипольное взаимодействие между частицами с номерами  $n$  и  $l$ . При выбранной геометрии его компоненты равны

$$\hat{G}_{nl} = \frac{1}{|n-l|^3 d^3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

где  $\hat{N}$  — тензор размагничивания, который для эллипсоидальной частицы имеет вид

$$\hat{N} = \frac{4\pi}{ab + bc + ac} \begin{pmatrix} bc & 0 & 0 \\ 0 & ac & 0 \\ 0 & 0 & ab \end{pmatrix}.$$

Аналогичное выражение имеет место для динамической компоненты внутреннего магнитного поля:

$$H_{\text{int},n}^{\text{dyn}} = \sum_{l \neq n} \hat{G}_{nl} m_l^{\text{dyn}} - \hat{N} M_n^{\text{dyn}}. \quad (2)$$

<sup>а</sup> E-mail: adorofenko@itae.ru

Сразу отметим, что в это выражение мы не включаем внешнее переменное поле, поскольку далее сосредоточимся на поиске собственных решений цепочки.

Динамические компоненты намагниченности и внутреннего поля отдельной частицы связаны тензором магнитной восприимчивости, который в данном случае имеет вид тензора Полдера [20]:

$$\mathbf{M}_n^{\text{dyn}} = \hat{\chi}_n \mathbf{H}_{\text{int},n}^{\text{dyn}}, \quad (3)$$

$$\hat{\chi}_n = \begin{pmatrix} \chi_1 & -i\chi_2 & 0 \\ i\chi_2 & \chi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $\chi_1 = \frac{\omega_0\omega_1}{\omega_0^2 - \omega^2}$ ,  $\chi_2 = \frac{\omega\omega_1}{\omega_0^2 - \omega^2}$ ,  $\omega_0 = \gamma H_{\text{int},n}^{\text{stat}} - i\alpha\omega$ ,  $\omega_1 = \gamma M_0$ . Связь намагниченности и магнитного момента дается известным соотношением

$$\mathbf{m}_n^{\text{dyn}} = \frac{4\pi}{3} abc \mathbf{M}_n^{\text{dyn}}. \quad (5)$$

В качестве материала мы предполагаем ЖИГ в силу его рекордно низкого затухания. Ориентируясь на лучшие экспериментальные результаты, полученные для этого материала [21, 22], мы принимаем следующие значения параметров: намагниченность насыщения  $4\pi M_s = 1760$  Гс, гиромангнитное отношение  $\gamma = 2.8$  МГц/Э и константа Гильберта  $\alpha = 5 \times 10^{-5}$ .

Объединяя уравнения (2)–(5), получаем уравнение, связывающее колебания магнитных моментов разных частиц:

$$\hat{t}^{-1} \mathbf{m}_n^{\text{dyn}} = \sum_{l \neq n} \hat{G}_{nl} \mathbf{m}_l^{\text{dyn}}, \quad (6)$$

где

$$\hat{t} = \frac{4\pi}{3} abc \left( \hat{\chi}_n^{-1} + \hat{N} \right)^{-1}.$$

Рассматривая собственные решения уравнения (6) в виде бегущих волн  $\mathbf{m}_n^{\text{dyn}} = \mathbf{m}_0^{\text{dyn}} e^{ikn}$ , мы приходим к следующему уравнению:

$$\left( \hat{t}^{-1} - \sum_{l \neq 0} \hat{G}_{0l} e^{ikl} \right) \mathbf{m}_0^{\text{dyn}} = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7), в свою очередь, имеет решения тогда, когда равен нулю определитель матрицы:

$$\det \left( \hat{t}^{-1} - \sum_{l \neq 0} \hat{G}_{0l} e^{ikl} \right) = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) представляет собой дисперсионное уравнение спиновых волн в бесконечной цепочке магнитных частиц.

## 2. ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ МОД ЦЕПочки

Типичный вид решения дисперсионного уравнения (8) представлен на рис. 1. Вблизи резонансной частоты одиночной частицы образуется довольно узкая разрешенная зона. Легко показать, что форма

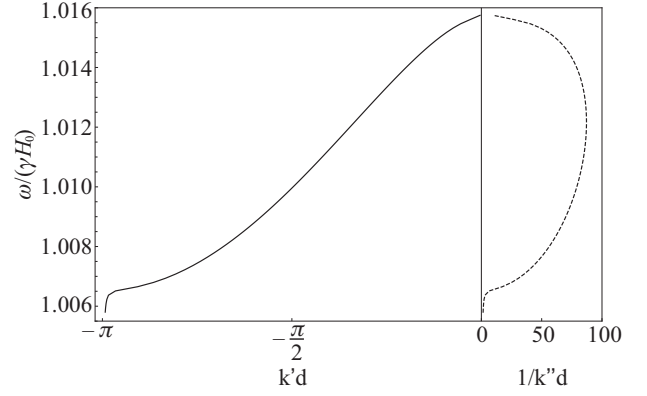


Рис. 1. Дисперсионная кривая (сплошная линия) и длина пробега магнона, нормированная на период цепочки ( $1/k''d$  — пунктирная кривая)

дисперсионной кривой не зависит, с точностью до сжатия/растяжения и сдвига вдоль оси частот, от длины полуосей  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Таким образом, вид дисперсионного соотношения может быть охарактеризован с использованием двух параметров: ширины разрешенной зоны и ее положения относительно нуля. Рассмотрим, как эти параметры зависят от формы частиц.

Шириной разрешенной зоны мы будем называть разницу между частотами ее верхней и нижней границ; в свою очередь, границами зоны мы будем считать такие значения частоты, при которых волновое число равняется 0 или  $\pi$  в отсутствие потерь ( $\alpha = 0$ ). Эти частоты равны:

$$\omega_{\text{up}} = \sqrt{(\omega_0 + N_{xx}\omega_1 + A_1\omega_1)(\omega_0 + N_{yy}\omega_1 + A_1\omega_1)},$$

$$\omega_{\text{down}} = \sqrt{(\omega_0 + N_{xx}\omega_1 + A_2\omega_1)(\omega_0 + N_{yy}\omega_1 + A_2\omega_1)},$$

где

$$A_1 = \frac{8abc\pi}{3d^3} \zeta(3), \quad A_2 = -2 \frac{abc\pi}{d^3} \zeta(3).$$

Можно видеть, что эти частоты располагаются по обе стороны от собственной частоты одиночного эллипсоида [23]:

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{(\omega_0 + N_{xx}\omega_1)(\omega_0 + N_{yy}\omega_1)}. \quad (9)$$

Как видно из рис. 2, при использованных параметрах зависимость ширины зоны  $\Delta\omega$  от длины каждой эллипсоида

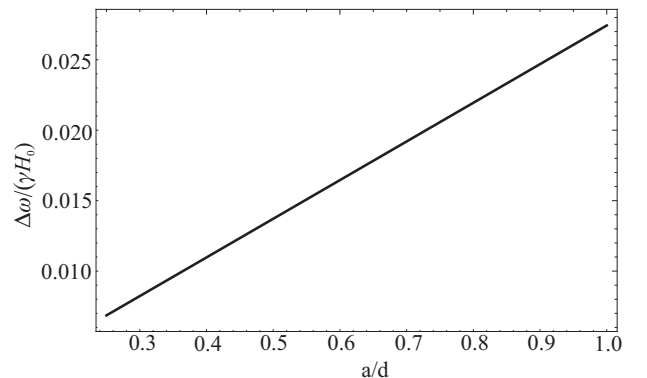


Рис. 2. Зависимость ширины зоны от длины полуоси эллипсоида

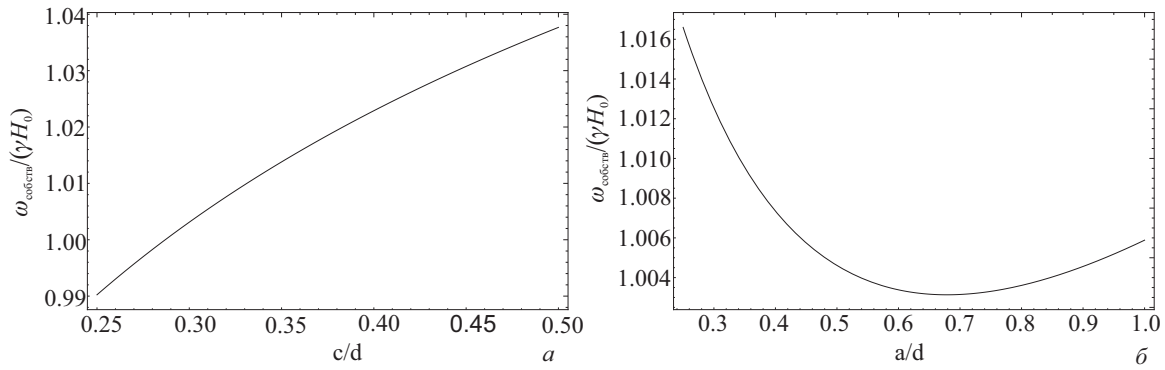


Рис. 3. Зависимость положения зоны от длины продольной (а) и поперечной (б) полуосей эллипсоида

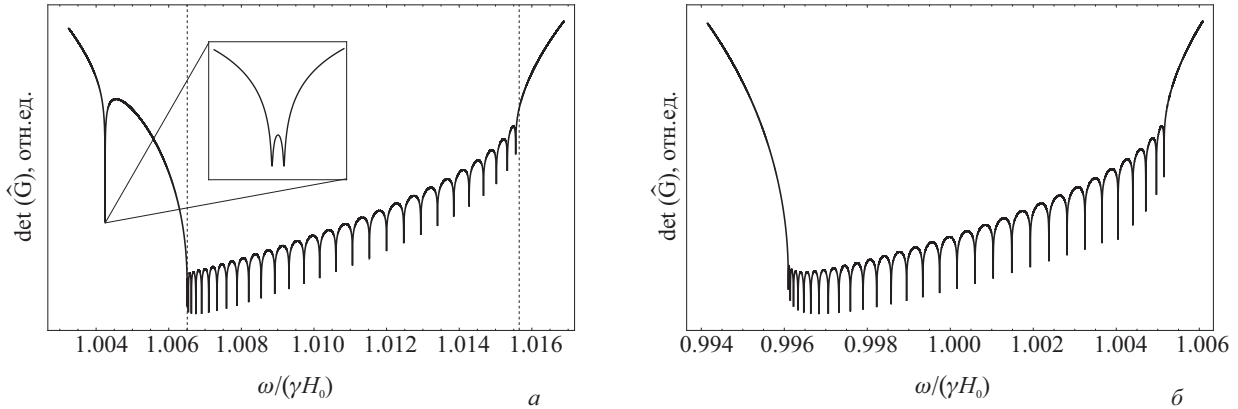


Рис. 4. Зависимость  $\det(\hat{G})$  от частоты (в логарифмическом масштабе) при вычислении с учетом (а) и без учета (б) полей рассеяния, т.е. зависимости статического магнитного поля от соседних частиц. Локальные минимумы соответствуют собственным частотам. Пунктирные вертикальные прямые обозначают границы зоны  $\omega_{\text{down}}$  и  $\omega_{\text{up}}$

из полуосей оказывается квазилинейной (и в точности линейной при условии  $N_{xx} = N_{yy}$ , то есть когда частицы являются эллипсоидами вращения). Таким образом, практически можно сказать, что ширина разрешенной зоны прямо пропорциональна объему отдельной частицы и обратно пропорциональна кубу периода цепочки.

Как мы упоминали выше, разрешенная зона формируется в окрестности резонансной частоты отдельной частицы  $\omega_{\text{res}}$ , поэтому мы будем использовать ее для определения положения разрешенной зоны относительно нуля. Как видно из выражений (1) и (9), существуют два фактора, за счет которых изменение формы частицы влияет на положение разрешенной зоны: размагничивающее поле самой частицы и поля рассеяния от соседних частиц. В первом случае увеличение продольной либо уменьшение поперечных полуосей частицы приводит к уменьшению продольной и увеличению поперечных компонент размагничивающего тензора, что ослабляет размагничивающее поле и увеличивает резонансную частоту. Во втором случае увеличение объема соседних частиц приводит также к увеличению их дипольного момента и усилению создаваемых ими полей рассеяния, что также увеличивает резонансную частоту. Таким образом, при изменении длины продольной полуоси частиц оба эффекта оказываются сонаправленными, а при изменении длин поперечных полуосей они оказываются противоположенными. В последнем случае имеет место экстремум собственной частоты (рис. 3).

### 3. КРАЕВЫЕ МОДЫ

Поля рассеяния, которые ослабевают вблизи концов цепочки, приводят к образованию краевых магнитных мод.

Чтобы найти собственные моды конечной цепочки, запишем уравнение вида (6) для каждой из частиц цепочки. Получим систему уравнений вида

$$\hat{G}\mathbf{m}^{\text{dyn}} = 0,$$

где  $\mathbf{m}^{\text{dyn}}$  — столбец, образованный компонентами всех векторов  $\mathbf{m}_n^{\text{dyn}}$ , а  $\hat{G}$  — матрица, имеющая вид

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} \hat{t}_1^{-1} & -\hat{G}_{12} & \cdots & -\hat{G}_{1n} \\ -\hat{G}_{21} & \hat{t}_2^{-1} & \cdots & -\hat{G}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\hat{G}_{n1} & -\hat{G}_{n2} & \cdots & \hat{t}_n^{-1} \end{pmatrix}.$$

Обратим внимание, что, в отличие от случая бесконечной цепочки, данная система не обладает трансляционной инвариантностью. В частности, вблизи края цепочки меняется магнитное поле, действующее на каждую частицу со стороны остальных частиц, поэтому тензоры  $\hat{t}_n^{-1}$  для всех частиц различны. Как и в случае уравнения (7), условием наличия решений является равенство нулю определителя:

$$\det(\hat{G}) = 0. \quad (10)$$

Решение уравнения (10) дает набор собственных частот, характеризующих данную цепочку. Для примера рассмотрим цепочку, состоящую из 30 сферических частиц радиуса  $a$ , период которой равен  $d = 3a$ . Эта цепочка имеет 30 (по числу входящих в нее частиц) собственных частот, 28 из которых распределены в полосе от  $\omega_{up}$  до  $\omega_{down}$  — они соответствуют модам, принадлежащим разрешенной зоне цепочки. Другие две частоты расположены ниже (рис. 4, а); это частоты, соответствующие граничным возбуждениям. Взаимодействие двух краевых мод, существующих на концах цепочки, создает симметричную и антисимметричную краевые моды и расщепляет собственную частоту (см. вставку на рис. 4, а).

Причина образования краевых мод заключается в том, что частицы, расположенные ближе к концам цепочки, находятся в более слабом магнитном поле, чем остальные частицы, поскольку они окружены меньшим количеством соседних частиц. В этом легко убедиться, решив аналогичную задачу без учета статических полей рассеяния (см. рис. 4, б). В этом случае все собственные частоты лежат в пределах разрешенной зоны.

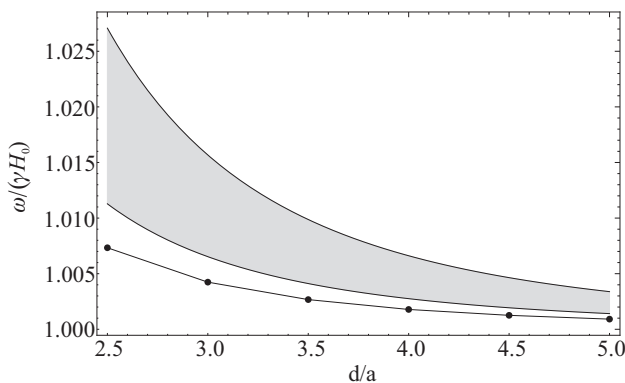


Рис. 5. Зависимость положения разрешенной зоны (затемненная область) и частоты краевой моды (точки) от периода цепочки

Важность полей рассеяния для существования граничной моды иллюстрируется следующим примером. При увеличении периода цепочки разрешенная зона стремится к частоте ферромагнитного резонанса одиночной частицы  $\omega/(\gamma H_0) = 1$  (рис. 5). При этом статические поля рассеяния также ослабевают и краевая мода практически сливается с разрешенной зоной, приближаясь к ее границе.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы рассмотрели факторы, влияющие на спектральные характеристики спиновых волн в цепочке магнитных частиц эллипсоидальной формы: ширину разрешенной зоны и ее положение относительно нуля. Показано, что ширину разрешенной зоны можно считать прямо пропорциональной объему частицы (и обратно пропорциональной кубу периода цепочки). Положение же разрешенной зоны задается резонансной частотой одиночной частицы и определяется двумя факторами: полем размагничивания частицы и полями рассеяния соседних частиц.

Оба они, в свою очередь, зависят от соотношения полуосей эллипсоидальной частицы.

Также мы показали, что неоднородность полей рассеяния приводит к образованию краевых мод — возбуждений в конечной цепочке магнитных частиц, существующих на концах цепочки и ослабевающих при удалении от них.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-32-90046), а также фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Quinten M., Leitner A., Krenn J.R., Aussenegg F.R. // Optics letters. 1998. **23**. P. 1331.
2. Koenderink A.F., Polman A. // Phys. Rev. B. 2006. **74**. 033402.
3. Hadad Y., Steinberg B.Z. // Phys. Rev. Lett. 2010. **105**. 233904.
4. Chubchev E., Dorofeenko A., Vinogradov A. // J. of Communications Technology and Electronics 2018. **63**. P. 850.
5. Chen H.-Y., He C.-L., Wang C.-Y. et al. // ACS nano. 2011. **5**. P. 8223.
6. Shen B., Huang Y., Duan X. et al. // Appl. Opt. 2012. **51**. P. 6376.
7. Li T., Ye R., Li C. et al. // Optics express. 2009. **17**. P. 11486.
8. Liu H., Genov D., Wu D. et al. // Phys. Rev. Lett. 2006. **97**. 243902.
9. Liu H., Li T., Wang Q. et al. // Phys. Rev. B. 2009. **79**. 024304.
10. Wang S., Li T., Liu H. et al. // Optics express. 2008. **16**. P. 3560.
11. Fu S.-M., Zhong Y.-K., Lin A. // J. of Appl. Phys. 2014. **116**. 183103.
12. Dvornik M., Kruglyak V. // Phys. Rev. B. 2011. **84**. 140405.
13. Osokin S., Sharaevskaya A., Safin A., Kalyabin D. // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2019. P. 012189.
14. Zivieri R., Montoncello F., Giovannini L. et al. // Phys. Rev. B. 2011. **83**. 054431.
15. Osokin S.A., Safin A., Nikitov S.A. // JETP Letters. 2019. **110**. P. 629.
16. Zivieri R., Montoncello F., Giovannini L. et al. // IEEE Transactions on Magnetics. 2011. **47**. 1563.
17. Osokin S., Safin A., Barabanenkov Y., Nikitov S. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2018. **465**. P. 519.
18. Pike N.A., Stroud D. // The European Physical Journal B. 2017. **90**. P. 59.
19. Pikalov A.M., Dorofeenko A.V., Granovsky A.B. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2020. **500**. 166351.
20. Zhang Y., Wang X., Yuan H. et al. // J. of Physics: Condensed Matter. 2017. **29**. 095806.
21. Chang H., Li P., Zhang W. et al. // IEEE Magnetics Letters. 2014. **5**. P. 1.
22. Hauser C., Richter T., Homonnay N. et al. // Sci. Rep. 2016. **6**. 20827.
23. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. ФИЗМАТЛИТ, 1994. (Gurevich A.G., Melkov G.A. Magnetization oscillations and waves. CRC press, 1996.)

## Magnons and Edge Modes in Chains of Nonspherical Magnetic Particles

A. M. Pikalov<sup>1,2</sup>, A. V. Dorofeenko<sup>3,a</sup>

<sup>1</sup>*Department of magnetism, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*

<sup>2</sup>*Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of Russian Academy of Science, Moscow 125009, Russia.*

<sup>3</sup>*Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics of Russian Academy of Science, Moscow 125412, Russia.*

E-mail: <sup>a</sup>[adorofeenko@itae.ru](mailto:adorofeenko@itae.ru).

Spin waves in chains of magnetic particles shaped as elongated ellipsoids magnetized along the chain axis have been studied. The dispersion relation of such waves were found and the edges of the magnonic transmittance band have been analytically derived. It is shown that edge modes appear at the ends of a chain, and their existence is caused by static stray fields attenuating at the ends of the chains.

*Keywords:* spin waves, magnons, chains of particles.

PACS: 85.70.-w.

*Received 01 November 2020.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2021. **76**, No. 1. Pp. 42–46.

### Сведения об авторах

1. Пикалов Антон Михайлович — аспирант.

2. Дорофеевко Александр Викторович — канд. физ.-мат. наук; e-mail: [adorofeenko@itae.ru](mailto:adorofeenko@itae.ru).