

СТАТЬИ ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Модификация эффективного нуклон–нуклонного взаимодействия типа Юкавы для ускорения расчетов действительной части оптического потенциала

М. В. Чушнякова,¹ И. И. Гончар,² О. М. Сухарева,^{1,а} Н. А. Хмырова²

¹ Омский государственный технический университет, кафедра «Физика».
Россия, 644050, Омск, пр. Мира, д. 11.

² Омский государственный университет путей сообщения, кафедра «Физика и химия».
Россия, 644046, Омск, пр. Маркса, д. 35.

Поступила в редакцию 05.03.2021, после доработки 07.04.2021, принята к публикации 28.04.2021.

Детально разработана модификация эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия типа Юкавы для ускорения расчета реальной части оптического потенциала взаимодействия легких сферических ядер-снарядов с тяжелыми деформированными ядрами-мишенями. Расчет этого ядро-ядерного потенциала проводится с помощью модели двойной свертки. Модификация состоит в замене стандартной обменной части NN-сил с конечным радиусом взаимодействия на обменную часть с нулевым радиусом взаимодействия при существенно увеличенной амплитуде. Показано, что кулоновские барьеры, вычисленные в обоих подходах для одиннадцати реакций, не имеют значимых различий, причем модифицированное значение амплитуды не зависит от реакции. Предложенная модификация позволяет ускорить расчеты примерно в 100 раз, при этом погрешность по высоте барьера составляет не более 0.15%.

Ключевые слова: модель двойной свертки, эффективное NN-взаимодействие типа Юкавы, кулоновский барьер.

УДК: 539.172.17. PACS: 24.10.Ht.

ВВЕДЕНИЕ

Оптическая модель многие годы служит одним из успешных подходов к описанию столкновений тяжелых ионов [1–3]. Вычисления реальной части оптического потенциала часто основываются на эффективных нуклон-нуклонных силах (NN-силах) [4]. Такие вычисления обычно делаются методом двойной свертки (МДС) [5–9].

В нерелятивистском приближении чаще всего используются три варианта NN-сил. Это силы Мигдала [7, 10, 11], имеющие нулевой радиус взаимодействия, и две разновидности сил типа Юкавы: МЗУ силы Рида (Reid) [12, 13] и МЗУ парижские (Paris) силы [14, 15]. Последние два варианта использовались для вычисления потенциала сильного ядро-ядерного взаимодействия (СиЯВ) при расчете сечений захвата тяжелых ионов в орбитальное движение в работе [16], а сравнение сил Мигдала с парижскими силами в том же контексте было проведено в [17]. В настоящей работе мы обсуждаем только МЗУ парижские NN-силы.

Энергия СиЯВ (U_n) в этом подходе состоит из двух частей, прямой U_{nD} и обменной U_{nE} :

$$U_n(\mathbf{R}) = U_{nD}(\mathbf{R}) + U_{nE}(\mathbf{R}). \quad (1)$$

Все слагаемые в формуле (1) являются функциями вектора \mathbf{R} , соединяющего центры масс сталкивающихся ядер.

Энергия прямого ядро-ядерного взаимодействия U_{nD} вычисляется по формуле

$$U_{nD}(\mathbf{R}) = \int d\mathbf{r}_P \int d\mathbf{r}_T \rho_{AP}(\mathbf{r}_P) v_D(s) \rho_{AT}(\mathbf{r}_T), \quad (2)$$

где \mathbf{r}_P и \mathbf{r}_T — радиусы-векторы взаимодействующих точек ядра-снаряда и ядра-мишени; расстояние между этими точками определяется вектором $\mathbf{s} = \mathbf{r}_T - \mathbf{r}_P = \mathbf{R}$. Все эти векторы показаны на рис. 1.

В формуле (2) ρ_{AP} и ρ_{AT} представляют собой нуклонные плотности ядра-снаряда и ядра-мишени. Эти плотности мы считаем не зависящими от времени (так называемое приближение замороженных плотностей). Это приближение хорошо работает, пока плотности двух ядер не перекрываются настолько, что суммарная плотность в области перекрытия приближается к плотности насыщения 0.16 фм^{-3} (см., например, [16]). Прямое эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие $v_D(s)$ содержит два сла-

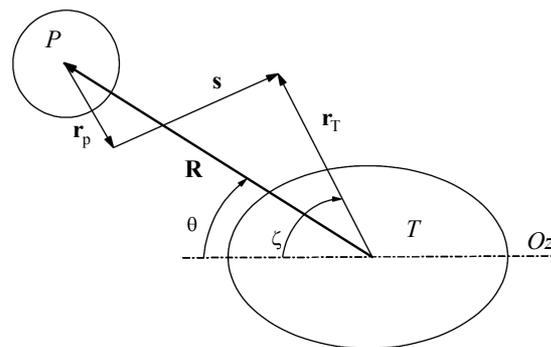


Рис. 1. Система координат, используемая в методе двойной свертки. \mathbf{R} — вектор, соединяющий центры ядра-снаряда (P) и ядра-мишени (T), \mathbf{r}_P и \mathbf{r}_T — радиусы-векторы взаимодействующих точек ядра-снаряда и ядра-мишени; \mathbf{s} — вектор, соединяющий эти точки; θ — угол налета; ζ — полярный угол ядра-мишени

^а E-mail: suhareva_om@mail.ru

Таблица 1. Параметры эффективного МЗУ парижского взаимодействия (см. формулы (3), (7), (8))

Параметр	Значение
$G_{D1}, \text{МэВ}$	11062
$G_{D2}, \text{МэВ}$	-2537.5
$G_{E\text{f}1}, \text{МэВ}$	-1524.25
$G_{E\text{f}2}, \text{МэВ}$	-518.75
$G_{E\text{f}3}, \text{МэВ}$	-7.847
$G_{E\delta 0}, \text{МэВ} \cdot \text{фм}^3$	-592
$r_{v1}, \text{фм}$	0.25
$r_{v2}, \text{фм}$	0.40
$r_{v3}, \text{фм}$	1.414

гаемых типа Юкавы:

$$v_D(s) = \sum_{i=1}^2 G_{Di} \frac{\exp(-s/r_{vi})}{s/r_{vi}}. \quad (3)$$

Параметры формулы (3) представлены в табл. 1.

Обменная часть энергии СиЯВ, $U_{\text{нЕ}}$, имеет вид:

$$U_{\text{нЕ}}(\mathbf{R}) = \int d\mathbf{r}_P \int d\mathbf{r}_T \hat{\rho}_{AP}(\mathbf{r}_P; \mathbf{r}_P + \mathbf{s}) v_E(s) \times \\ \times \hat{\rho}_{AT}(\mathbf{r}_T; \mathbf{r}_T - \mathbf{s}) \exp(i \mathbf{k}_{\text{rel}} \mathbf{s} m_n/m_R). \quad (4)$$

В формуле (4) $\hat{\rho}_{AP}$ и $\hat{\rho}_{AT}$ — недиагональные элементы матрицы плотности для ядра-снаряда и ядра-мишени, m_n — масса нуклона, а m_R — приведенная масса сталкивающихся ядер. Волновой вектор \mathbf{k}_{rel} направлен вдоль \mathbf{R} , а его модуль вычисляется по формуле

$$k_{\text{rel}}(\mathbf{R}) = \sqrt{2m_R[E_{\text{с.м.}} - U_{\text{н}}(\mathbf{R}) - U_{\text{C}}(\mathbf{R})]}/\hbar. \quad (5)$$

В формуле (5) $E_{\text{с.м.}}$ представляет собой энергию столкновения, а $U_{\text{C}}(\mathbf{R})$ есть кулоновская энергия. Полная эффективная энергия взаимодействия сталкивающихся ядер $U(\mathbf{R})$ включает в себя энергию СиЯВ $U_{\text{н}}(\mathbf{R})$, кулоновскую энергию $U_{\text{C}}(\mathbf{R})$, а также центробежную (вращательную) энергию $U_{\text{rot}}(\mathbf{R})$:

$$U(\mathbf{R}) = U_{\text{н}}(\mathbf{R}) + U_{\text{C}}(\mathbf{R}) + U_{\text{rot}}(\mathbf{R}). \quad (6)$$

Обменная часть эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия $v_E(s)$ в литературе используется в двух вариантах: с нулевым и конечным (ненулевым) радиусами взаимодействия (см. детали в [16]). Будем далее использовать для сил с конечным радиусом обозначение $i\text{NN}$ -силы, а для сил с нулевым радиусом — δNN -силы. Более простой вариант с нулевым радиусом взаимодействия имеет вид:

$$v_{E\delta}(s) = G_{E\delta} \delta(\mathbf{s}). \quad (7)$$

В настоящей работе мы будем варьировать амплитуду силы $G_{E\delta}$ относительно оригинального значения этой амплитуды $G_{E\delta 0}$ из работы [14]. В случае $i\text{NN}$ -сил обменная часть похожа на прямую, но содержит три слагаемых:

$$v_{E\text{f}}(s) = \sum_{i=1}^3 G_{E\text{f}i} \frac{\exp(-s/r_{vi})}{s/r_{vi}}. \quad (8)$$

Вычисление интегралов в формулах (2) и особенно (4) возможно только с помощью сложных компьютерных кодов [6, 18–20]. При использовании δNN -сил сложный интеграл (4) существенно упрощается и вычисляется с помощью преобразования Фурье, как и интеграл (2). Такие вычисления требуют порядка 0.1 мс^1 для одного значения межцентрового расстояния. При расчетах с $i\text{NN}$ -силами то же вычисление занимает 10 мс, т.е. в 100 раз дольше. Для практических целей нахождения высоты и кривизны барьера требуется произвести вычисления примерно для 500 значений R . В случае, когда одно из сталкивающихся ядер деформировано, требуется для каждого значения R произвести вычисления примерно для 50 значений угла θ между осью симметрии деформированного ядра и \mathbf{R} (рис. 1). Таким образом, более реалистичные вычисления с конечным радиусом обменного взаимодействия становятся чрезвычайно затратными в отношении требуемого компьютерного времени.

Чтобы ускорить вычисления сечений захвата в реакциях с деформированными ядрами, в работе [21] было предложено имитировать эффект конечного радиуса с помощью увеличения модуля амплитуды δNN -сил. Такая модификация была проведена только для одной реакции $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$, а затем это модифицированное значение $G_{E\delta}$ было использовано для нахождения характеристик барьеров еще шести реакций. В работе [21] представлены также рассчитанные распределения барьеров, однако сравнение высот барьеров с экспериментальными данными не проводилось.

Целью настоящей работы является дальнейшая разработка идеи, предложенной в статье [21]: мы хотим выяснить, правомерно ли модифицированное значение $G_{E\delta}$, полученное для одной реакции, использовать для других реакций. Кроме того, мы ставим целью провести систематическое сравнение рассчитанных высот барьеров с экспериментальными данными. Числовые значения параметров в формулах (3), (7), (8), соответствующие парижским силам, представлены в табл. 1.

В настоящей работе мы не учитываем плотностную зависимость NN -сил, которая обсуждалась во многих статьях [5, 16, 22, 23]. Дело в том, что в литературе MЗУ NN -силы с плотностной зависимостью рассматриваются только для столкновений двух сферических ядер. Учет этой зависимости в случае, когда одно ядро деформировано — дело будущего. В компьютерном коде DFMDEF [20], которым мы пользуемся в настоящей работе, опция NN -сил с плотностной зависимостью отсутствует.

1. НУКЛОННЫЕ ПЛОТНОСТИ

В настоящей работе нуклонные плотности, входящие в формулу (2), мы аппроксимируем трехпараметрической функцией Ферми (3рF-формула):

$$\rho_{\text{F}}(r) = \rho_{\text{CF}} \frac{1 - w_{\text{F}} r^2 / R_{\text{F}}^2}{1 + \exp[(r - R_{\text{F}}) / a_{\text{F}}]}. \quad (9)$$

¹ Абсолютное значение времени, разумеется, несколько варьируется в зависимости от используемого компьютера.

Таблица 2. Анализируемые реакции и высоты кулоновских барьеров: вычисленные по приближенной формуле (13) B_Z ; рассчитанные с помощью МДС в приближении сферических ядер с i NN-силами B_{fs} и δ NN-силами $B_{\delta s}$; экспериментальные значения B_{exp} с соответствующими ссылками. $G_{E\delta s}$ — оптимальные значения амплитуды δ NN-сил, с которыми получены значения $B_{\delta s}$

	Реакция	B_Z ,	B_{fs} , МэВ	$G_{E\delta s}$, МэВ·фм ³	$B_{\delta s}$, МэВ	B_{exp} , МэВ	источник B_{exp}
R1	$^{20}\text{Ne}+^{50}\text{Cr}$	37.51	32.85	-832	32.85		
R2	$^{20}\text{Ne}+^{59}\text{Co}$	40.86	35.94	-832	35.94		
R3	$^{27}\text{Al}+^{74}\text{Ge}$	57.79	53.66	-842	53.64	55.2	[28]
R4	$^{16}\text{O}+^{154}\text{Sm}$	62.94	61.04	-842	61.04	59.35	[27]
R5	$^{16}\text{O}+^{186}\text{W}$	71.95	70.02	-842	70.00	68.87	[27]
R6	$^{40}\text{Ar}+^{74}\text{Ge}$	75.61	71.54	-832	71.55		
R7	$^{16}\text{O}+^{238}\text{U}$	84.43	82.68	-827	82.65	85	[29]
R8	$^{19}\text{F}+^{232}\text{Th}$	91.91	90.12	-822	90.13	89.30	[27]
R9	$^{26}\text{Mg}+^{197}\text{Au}$	107.96	108.46	-812	108.46		
R10	$^{27}\text{Al}+^{197}\text{Au}$	116.46	117.87	-812	117.86		
R11	$^{26}\text{Mg}+^{238}\text{U}$	120.53	120.36	-807	120.35	123	[29]

В формуле (9) величина R_F имеет смысл радиуса половинной плотности, a_F — это диффузность. Значение ρ_{CF} находится из условия нормировки. Заметим, что двухпараметрическая формула Ферми, часто встречающаяся в литературе, есть та же ЗрФ-формула с $w_F = 0$. Согласно обзору [24] ЗрФ-формула используется во многих экспериментальных работах для аппроксимации зарядовой плотности в сферических и деформированных ядрах (в последнем случае она отражает плотность заряда, усредненную по полярному углу ζ).

Однако энергия взаимодействия сталкивающихся ядер существенно зависит от того, под каким углом налетает ядро-снаряд (угол θ на рис. 1; для краткости будем называть этот угол углом налетания). Поэтому при вычислении этой энергии приходится использовать явную зависимость нуклонной плотности от ζ . Как будет видно ниже из табл. 4, для всех деформированных ядер-мишеней $w_F = 0$. Тогда

$$\rho_F(r, \zeta) = \rho_{CF} \{1 + \exp[(r - R_F f(\zeta))/a_F]\}^{-1}, \quad (10)$$

$$f(\zeta) = \lambda^{-1} (1 + \beta_2 Y_{20}(\zeta) + \beta_4 Y_{40}(\zeta)). \quad (11)$$

В формуле (11) Y_{20} , Y_{40} — сферические функции [25], β_2 и β_4 — параметры квадрупольной и гексадекапольной деформации, взятые из работы [26]. Параметр λ отвечает за сохранение числа нуклонов.

В настоящей работе для плотностей протонов, нейтронов и заряда используются одни и те же ЗрФ-формулы. Параметр R_F при этом не меняется, а диффузности протонной a_{Fp} и нейтронной a_{Fn} плотностей связаны с зарядовой диффузностью a_{Fq} из [24] формулой из [21]:

$$a_{Fp} = a_{Fn} = \sqrt{a_{Fq}^2 - \frac{5}{7\pi^2} \left(0.76 - 0.11 \frac{N}{Z}\right)}. \quad (12)$$

В формуле (12) 0.76 фм^2 и -0.11 фм^2 представляют собой средние квадраты зарядовых радиусов протона и нейтрона соответственно [4].

2. ВЫБОР ЯДЕР И РЕАКЦИЙ

Ядра и реакции для настоящей работы выбирались из следующих соображений. Во-первых, мы

по возможности рассматриваем реакции, в которых одно ядро существенно меньшей массы имеет сферическую форму, а другое (большой массы) деформировано. Будем для краткости называть первое снарядом, а второе мишенью, хотя в экспериментах иногда ситуация обратная. Во-вторых, для расчетов взяты только те ядра, для которых в обзоре [24] имеются экспериментальные зарядовые плотности, аппроксимированные трехпараметрической функцией Ферми. В-третьих, реакции подбирались таким образом, чтобы приближенная высота кулоновского барьера

$$B_Z = \frac{Z_P Z_T}{A_P^{1/3} + A_T^{1/3}} \quad (13)$$

не превосходила 120 МэВ. Дело в том, что при больших значениях B_Z можно ожидать, что перекрытие плотностей сталкивающихся ядер станет достаточно заметным, и наше приближение замороженных плотностей перестанет работать. Наконец, мы стараемся рассматривать только те реакции, для которых имеются экспериментальные данные о высоте барьера и сечениях захвата (слияния).

Информация о реакциях, для которых проводились расчеты, приведена в табл. 2, а о ядрах-реактантах — в табл. 3 и 4. Мы постарались, чтобы среди ядер-мишеней были ядра с квадрупольными и гексадекапольными деформациями обоих знаков. Соответствующие формы ядер иллюстрируются рис. 2.

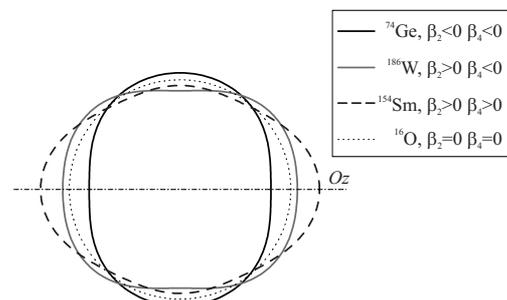


Рис. 2. Сравнительные формы ядер с разными параметрами квадрупольной и гексадекапольной деформации

Таблица 3. Параметры зарядовой плотности для ядер-снарядов (см. формулу (9)) [24]

	^{16}O	^{19}F	^{20}Ne	^{26}Mg	^{27}Al	^{40}Ar
R_F , фм	2.608	2.590	2.805	3.050	3.070	3.530
a_F , фм	0.513	0.564	0.571	0.523	0.519	0.542
w_F	-0.051	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Настоящая работа во многом близка к работе [21]. Основные отличия состоят в следующем. Во-первых, существенно расширен круг изученных реакций (семь в [21]; одиннадцать в настоящей работе, см. табл. 2). Исключены из рассмотрения реакции с ^{168}Er и ^{12}C , для которых в обзоре [24] отсутствуют аппроксимации зарядовых плотностей $3rF$ -формулой. В настоящей работе аппроксимация расчета с конечным радиусом произведена для всех одиннадцати реакций (в [21] только для одной). Более подробное описание деталей расчетов может быть найдено в работах [20, 21].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Высота барьера без учета деформации

В данном разделе в качестве первого шага на пути к поставленной цели мы представляем результаты расчётов высот кулоновских барьеров с использованием формулы 6 без учёта деформаций (рис. 3). Соответствующие величины снабжены индексом 's'. Высоту такого барьера, вычисленную в рамках МДС с i NN-силами, обозначим B_{fs} , а с δ NN-силами — $B_{\delta s}$. Значения $B_{\delta s}$ получены вариацией амплитуды обменных сил $G_{E\delta s}$. Оптимальные значения этих амплитуд, при которых получены наиболее близкие к единице отношения $B_{\delta s}/B_{fs}$, приведены в табл. 2 и показаны на рис. 3, а. Горизонтальная линия — усредненное по всем реакциям значение амплитуды $\langle G_{E\delta s} \rangle = -827 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^3$.

Отличие $B_{\delta s}$ от B_{fs} удобно характеризовать относительной разностью

$$\psi_{\delta f}(B_Z) = \frac{B_{\delta s}}{B_{fs}} - 1, \quad (14)$$

которая показана на рис. 3, б. Круги с погрешностями соответствуют оптимальным значениям $G_{E\delta s}$, показанным на рис. 3, а. Треугольники и квадраты, соединенные линиями, отвечают фиксированным значениям $G_{E\delta s} = -812 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^3$ и $-842 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^3$ соответственно, а ромбы отвечают $\langle G_{E\delta s} \rangle$. Из этих расчетов мы делаем следующий вывод: использование значения $\langle G_{E\delta s} \rangle = -827 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^3$ для любой реакции с $40 < B_Z/\text{МэВ} < 120$ приведет к барьеру, высота которого будет отличаться от вычисленной с i NN-силами не более чем на 0.15%.

Численная погрешность, с которой мы находим высоту барьера, составляет около 0.02% (она показана на рис. 3, б в виде «усов»). Вариация $G_{E\delta s}$, которая приводит к такому изменению высоты барьера, составляет примерно $5 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^3$ (она показана в виде «усов» на рис. 3, а).

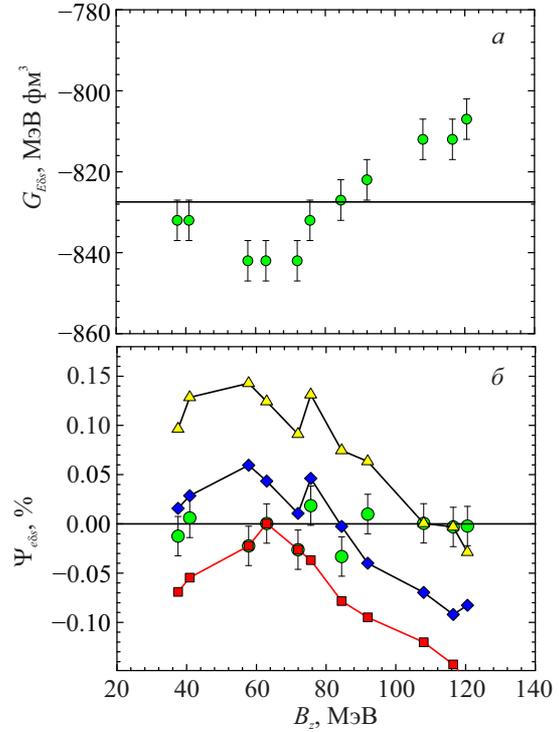


Рис. 3. В зависимости от приближенной высоты кулоновского барьера B_Z показаны: а) зеленые круги — оптимальное значение амплитуды обменных сил $G_{E\delta s}$, приводящее к наиболее близкому к единице отношению высот кулоновских барьеров $B_{\delta s}/B_{fs}$, вычисленных без учета деформации; горизонтальная линия — усредненное по всем реакциям значение амплитуды $\langle G_{E\delta s} \rangle = -827 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^3$. б) отклонение $B_{\delta s}/B_{fs}$ от единицы (см. формулу (14)). Символы, соединенные линиями, отвечают фиксированным значениям амплитуды: желтые треугольники — $G_{E\delta s} = -812 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^3$, красные квадраты — $G_{E\delta s} = -842 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^3$, синие ромбы — $\langle G_{E\delta s} \rangle = -827 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^3$. Круги с погрешностями соответствуют оптимальным значениям $G_{E\delta s}$, показанным на панели а

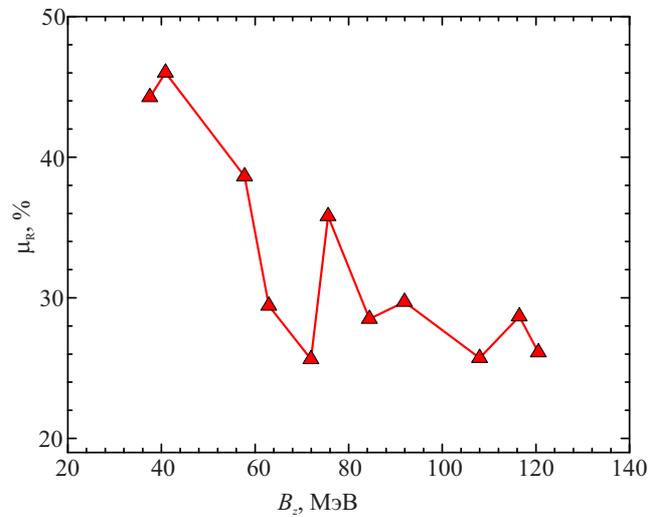


Рис. 4. Зависимость относительной разности μ_R (см. формулу (15)) от приближенной высоты кулоновского барьера B_Z

Обоснованность использования модели двойной свертки с замороженными плотностями иллюстри-

Таблица 4. Параметры деформации [26] и зарядовой плотности [24] для ядер-мишеней (см. формулу (10)). Для всех этих ядер $w_F = 0$

	⁵⁰ Cr	⁵⁹ Co	⁷⁴ Ge	¹⁵⁴ Sm	¹⁸⁶ W	¹⁹⁷ Au	²³² Th	²³⁸ U
β_2	+0.194	+0.118	-0.237	+0.270	+0.221	-0.125	+0.205	+0.236
β_4	+0.038	+0.005	-0.036	+0.105	-0.095	-0.017	+0.103	+0.098
R_F , фм	3.979	4.080	4.450	5.939	6.580	5.380	6.792	6.805
a_F , фм	0.520	0.569	0.58	0.522	0.480	0.535	0.571	0.605

руется рис. 4. На нем представлена относительная разность

$$\mu_R(B_Z) = \frac{R_{Bfs}}{R_{FP} + R_{FT}} - 1, \quad (15)$$

которая показывает, насколько отношение радиуса барьера R_{Bfs} , полученного в расчетах с fNN-силами, превосходит сумму радиусов половинной нуклонной плотности снаряда и мишени $R_{FP} + R_{FT}$. Видно, что во всех исследованных реакциях R_{Bfs} как минимум на 25% превосходит $R_{FP} + R_{FT}$.

3.2. Высота барьера с учетом деформаций

Перейдем теперь к обсуждению основного результата нашей работы: сравнению высот барьеров с учетом деформации ядра-мишени. Результаты таких расчетов для всех реакций из табл. 2 представлены на рис. 5 в виде относительной разности

$$\xi_{\theta\theta}(\theta) = \frac{B_\delta(\theta)}{B_f(\theta)} - 1. \quad (16)$$

Здесь $B_\delta(\theta)$ — высота барьера, рассчитанная с δ NN-силами и $G_{E\delta} = -827$ МэВ·фм³, для данного значения угла налета; $B_f(\theta)$ — высота барьера, рассчитанная с fNN-силами, для данного угла налета. Для всех без исключения рассмотренных реакций оказывается, что временемкий и сложный расчет с конечным радиусом обменного взаимодействия можно с успехом заменить быстрым и более простым расчетом с нулевым радиусом и модифицированной амплитудой $G_{E\delta} = -827$ МэВ·фм³. Это значение было получено варьированием $G_{E\delta}$

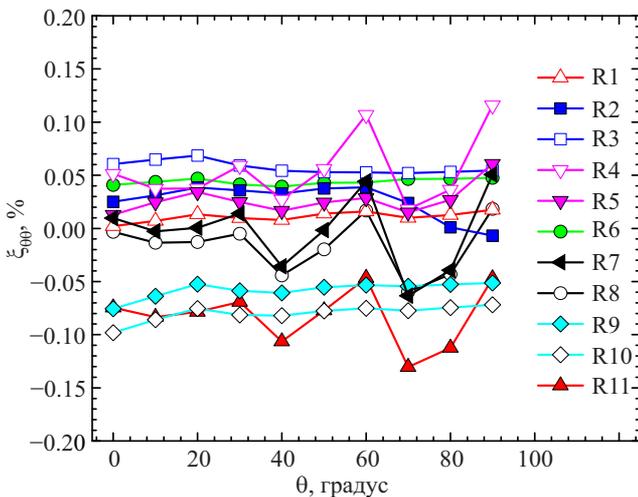


Рис. 5. Зависимость относительной разности $\xi_{\theta\theta}$ (см. формулу (16)) от угла налета θ для одиннадцати реакций из табл. 2

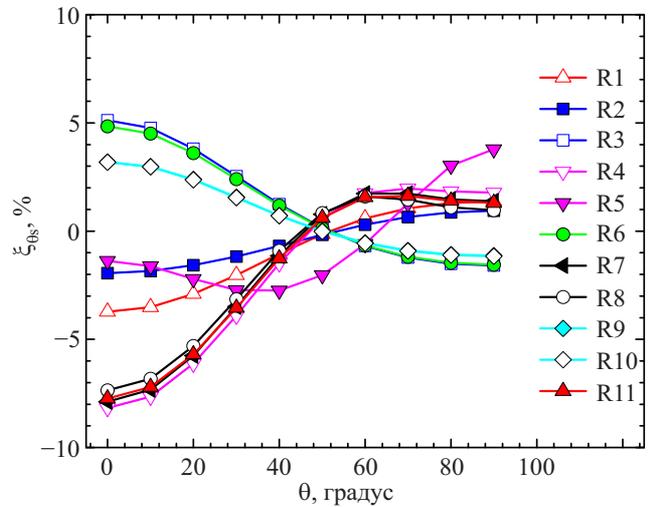


Рис. 6. Зависимость относительной разности $\xi_{\theta s}$ (см. формулу (17)) от угла налета θ для одиннадцати реакций из табл. 2

без учета деформации ядра-мишени в предыдущем разделе. Однако на рис. 5 мы видим, что и при учете формы мишени это значение позволяет добиться высокой степени согласия: погрешность, с которой $B_f(\theta)$ аппроксимируется величиной $B_\delta(\theta)$, выходит за пределы 0.1% лишь для пяти точек из 110.

Интересно обсудить зависимость высоты барьера от угла налета, хотя она и не имеет прямого отношения к задаче настоящей работы. Эта зависимость представлена на рис. 6 в виде относительной разности

$$\xi_{\theta s}(\theta) = \frac{B_\delta(\theta)}{B_{fs}} - 1. \quad (17)$$

Мы видим, что значения $B_\delta(\theta)/B_{fs}$ варьируются примерно на 10%, причем знак и амплитуда этой вариации зависят от реакции. Далее, на этом рисунке четко выделяются две группы кривых. Первую группу образуют кривые, соответствующие реакциям с ураном, торием и самарием (R4, R7, R8, R11). Эти ядра-мишени имеют большие положительные квадрупольные и гексадекапольные деформации (см. табл. 4). Соответствующие четыре кривые на рисунке с трудом различимы. У этих ядер-мишеней для линий постоянной плотности на полюсе расстояние до центра заметно больше, чем на экваторе, поэтому высота барьера для полюса минимальна.

Вторую группу образуют реакции с мишенями, имеющими ярко выраженную отрицательную квадрупольную деформацию, R3, R6, R9, R10, причем кривые для реакций с золотом (R9 и R10) полностью совпадают. У ядер-мишеней в этих реакциях на по-

люсе расстояние до центра меньше, чем на экваторе, поэтому высота барьера для полюса максимальна.

Из оставшихся трех реакций наибольший интерес, пожалуй, представляет реакция $R5 \text{ } ^{16}\text{O} + ^{186}\text{W}$. Из табл. 4 видно, что ядро вольфрама-186 имеет значительную положительную квадрупольную деформацию и заметную отрицательную гексадекапольную деформацию, что и приводит к замысловатой зависимости $\xi_{\theta_s}(\theta)$.

В заключение остановимся кратко на сравнении высот барьеров, полученных в наших расчетах, с экспериментальными значениями. Это сравнение приведено в табл. 2. На уровне 2–3% рассчитанные высоты барьеров согласуются с экспериментальными. Однако к этому согласию следует относиться осторожно, так как экспериментальную высоту барьера извлекают из экспериментальных сечений захвата с помощью той или иной модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе [21] при вычислении энергии сильного ядро-ядерного взаимодействия U_n было предложено для расчета ее обменной части U_{nE} вместо МЗУ парижских NN-сил с конечным радиусом взаимодействия (fNN-силы) использовать NN-силы с нулевым радиусом (δ NN-силы) и модифицированной амплитудой $G_{E\delta}$. Эта модификация давала для высоты кулоновского барьера B_δ значение, очень близкое к получаемому при использовании обменной части с конечным радиусом, однако не требовала таких же больших затрат компьютерного времени. В работе [21] модифицированное значение амплитуды, полученное для единственной реакции $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$, было использовано еще для шести реакций.

В настоящем исследовании эта идея разработана более детально. Проведены расчеты кулоновских барьеров для одиннадцати реакций со сферическими ядрами-снарядами и деформированными ядрами-мишенями. При этом для нуклонных плотностей использованы экспериментальные $3r_F$ -формулы [24]. Вначале эти расчеты проведены без учета деформации ядер-мишеней и найдены оптимальные значения $G_{E\delta_s}$, при которых высота барьера наиболее близка к найденной при использовании fNN-сил. Обнаружено, что значение амплитуды $G_{E\delta_s}$ для всех рассмотренных реакций лежит в узком (3%) диапазоне вблизи среднего значения $-827 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^3$, причем высота барьера слабо чувствительна к изменению $G_{E\delta_s}$ в этом диапазоне (около 0.3%).

Во второй части работы проведены расчеты барьеров с учетом деформаций ядер-мишеней. Показано, что отличие между барьерами, вычисленными с использованием fNN-сил и δ NN-сил с универсальной модифицированной амплитудой $-827 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^3$, составляет менее 0.15% во всем диапазоне углов налета. Это позволяет с уверенностью использовать NN-силы с нулевым радиусом и модифицированной амплитудой для значительной экономии времени расчетов практически без потери точности.

Отметим, что рассчитанные высоты барьеров на уровне 2–3% согласуются с экспериментальными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hodgson P. E. // *Rep. Prog. Phys.* 1971. **34**, N 2. P. 765.
2. Dickhoff W. H., Charity R. J. // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2019. **105**. P. 252.
3. Phan Nhut Huan, Nguyen Le Anh, Bui Minh Loc, Vidaña I. // *Phys. Rev. C.* 2021. **103**, N 2. P. 24601.
4. Satchler G. R., Love W. G. // *Phys. Rep.* 1979. **55**, N 3. P. 183.
5. Sinha B. // *Phys. Rev. Lett.* 1974. **33**, N 10. P. 600.
6. Satchler G. R. // *Nucl. Phys. A.* 1979. **329**, N 1. P. 233.
7. Adamian G. G., Antonenko N. V., Jolos R. V. et al. // *Int. J. Mod. Phys. E.* 1996. **5**, N 1. P. 191.
8. Rahmat M., Modarres M. // *Phys. Rev. C.* 2018. **97**, N 3. P. 34611.
9. Chushnyakova M. V., Gontchar I. I., Khmyrova N. A. // *J. Phys. G Nucl. Part. Phys.* 2021. **48**, N 1. P. 015101.
10. Migdal A. B. // *Theory of Finite Fermi Systems and Applications to Atomic Nuclei.* Interscience, New York, 1967.
11. Zagrebaev V., Karpov A., Aritomo Y. et al. // *Phys. Part. Nucl.* 2007. **38**. P. 469.
12. Bertsch G., Borysowicz J., McManus H., Love W. G. // *Nucl. Phys. A.* 1977. **284**, N 3. P. 399.
13. Ismail M., Ramadan K. A. // *J. Phys. G Nucl. Part. Phys.* 2000. **26**, N 10. P. 1621.
14. Anantaraman N., Toki H., Bertsch G. F. // *Nucl. Phys. A.* 1983. **398**, N 2. P. 269.
15. Chushnyakova M. V., Bhuyan M., Gontchar I. I., Khmyrova N. A. // *Nucl. Phys. A.* 2020. **994**. P. 121657.
16. Gontchar I. I., Hinde D. J., Dasgupta M., Newton J. O. // *Phys. Rev. C.* 2004. **69**, N 2. P. 024610.
17. Gontchar I. I., Chushnyakova M. V. // *Phys. At. Nucl.* 2016. **79**, N 4. P. 543.
18. Cook J. // *Comput. Phys. Commun.* 1982. **25**, N 2. P. 125.
19. Gontchar I. I., Chushnyakova M. V. // *Comput. Phys. Commun.* 2010. **181**, N 1. P. 168; Gontchar I. I., Chushnyakova M. V. // *Comput. Phys. Commun.* 2016. **206**. P. 97; Gontchar I. I., Chushnyakova M. V., Khmyrova N. A. // *Comput. Phys. Commun.* 2019. **242**. P. 153; Gontchar I. I., Chushnyakova M. V., Khmyrova N. A. // *Comput. Phys. Commun.* 2021. **259**. P. 107690.
20. Gontchar I. I., Chushnyakova M. V. // *Comput. Phys. Commun.* 2013. **184**, N 1. P. 172; Gontchar I. I., Chushnyakova M. V. // *Comput. Phys. Commun.* 2018. **222**. P. 414.
21. Gontchar I. I., Hinde D. J., Dasgupta M. et al. // *Phys. Rev. C.* 2006. **73**, N 3. P. 034610.
22. Kobos A. M., Brown B. A., Lindsay R., Satchler G. R. // *Nucl. Phys. A.* 1984. **425**, N 2. P. 205.
23. Khoa D. T., von Oertzen W. // *Phys. Lett. B.* 1993. **304**, N 1-2. P. 8.
24. De Vries H., De Jager C. W., De Vries C. // *At. Data Nucl. Data Tables.* 1987. **36**, N 3. P. 495.
25. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. // Теоретическая физика. Т. III. Квантовая механика. §28. М.: Наука, 1989.
26. Möller P., Sierk A. J., Ichikawa T., Sagawa H. // *At. Data Nucl. Data Tables.* 2016. **109–110**. P. 1.
27. Newton J. O., Butt R. D., Dasgupta M. et al. // *Phys. Rev. C.* 2004. **70**, N 2. P. 024605.
28. Aguilera E. F., Vega J. J., Kolata J. J. et al. // *Phys. Rev. C.* 1990. **41**, № 3. P. 910. Duchêne G., Romain P., Beck F. A. et al. // *Phys. Rev. C.* 1993. **47**, N 5. P. 2043.
29. Shen W. Q., Albinski J., Gobbi A. et al. // *Phys. Rev. C.* 1987. **36**, N 1. P. 115.

Modification of the Effective Yukawa-Type Nucleon–Nucleon Interaction for Accelerating Calculations of the Real Part of the Optical Potential**M. V. Chushnyakova¹, I. I. Gontchar², O. M. Sukhareva^{1,a}, N. A. Khmyrova²**¹*Department of Physics, Omsk State Technical University. Omsk 644050, Russia*²*Department of Physics and Chemistry, Omsk State Transport University. Omsk 644046, Russia**E-mail: ^asuhareva_om@mail.ru*

A modification of the effective Yukawa-type nucleon-nucleon interaction is developed in detail to accelerate the calculation of the real part of the optical potential of the interaction of light spherical projectile nuclei with heavy deformed target nuclei. This nucleus-nucleus potential is calculated using the double folding model. The modification consists of replacing the standard exchange part of NN-forces with a finite interaction radius by an exchange part with zero interaction radius and significantly increased amplitude. It is shown that the Coulomb barriers calculated in both approaches for 11 reactions have no significant differences, and the modified amplitude value does not depend on the reaction. The proposed modification allows speeding up the calculations by a factor of 100, while the error in the height of the barrier does not exceed 0.15%.

Keywords: double folding model, Yukawa type effective NN-interaction, Coulomb barrier.

PACS: 21.10.Ft.

Received 05 March 2021.

English version: *Moscow University Physics Bulletin. 2021. 76, No. 4. Pp. 202–208.*

Сведения об авторах

1. Чушнякова Мария Владимировна — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (3812) 65-22-92, e-mail: maria.chushnyakova@gmail.com.
2. Гончар Игорь Иванович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (3812) 31-53-68, e-mail: vigichar@hotmail.com.
3. Сухарева Ольга Михайловна — ст. преподаватель; тел.: (3812) 65-22-92, e-mail: suhareva_om@mail.ru.
4. Хмырова Наталья Анатольевна — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (3812) 31-53-68, e-mail: nata_ruban@mail.ru.