ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ. ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

Генерация гармоник в оптических вихревых полях

А. В. Андреев,[1, а] О. А. Шутова,[1, б] С. Ю. Стремоухов[1, 2, в]

[1] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет*
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 62.
[2] *НИЦ «Курчатовский институт». Россия, 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1.*

Поступила в редакцию 23.07.2021, после доработки 06.08.2021, принята к публикации 06.08.2021.

В работе исследовалось взаимодействие тонкой среды газа неона, локализованной в фокальной области слабо- и острофокусированного гауссова, радиального и азимутального полей. Распределение полей в фокальной плоскости описывалось с помощью теории Ричардса—Вольфа с учетом наличия трех пространственных компонент поля в решении. Генерируемые гармоники исследовались с точки зрения интенсивности и состояния поляризации, описываемого в рамках формализма трехмерных параметров Стокса, в зависимости от расстояния от фокальной плоскости до детектора, а также в плоскости, перпендикулярной оптической оси. Исследовалась эффективность генерации гармоник в разных пространственных модах, а также топология пространственного распределения отдельных гармоник в плоскости перпендикулярной оптической оси.

Ключевые слова: генерация высоких гармоник, структурированный свет, векторные пучки, поляризация высоких гармоник.
УДК: 535.13, 535.14. PACS: 42.25.Ja, 42.65.-k, 42.65.Ky.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время фокус научных исследований явления генерации гармоник высокого порядка в газовых средах, взаимодействующих с интенсивным фемтосекундным лазерным полем, смещается с поиска методов повышения эффективности генерации такого излучения к развитию методов управления их поляризационным состоянием (генерации эллиптически поляризованных гармоник, оптических вихрей, т. е. гармоник, несущих ненулевой орбитальный момент) [1]. Актуальность такого излучения не в последнюю очередь обусловлена спектральной локализацией некоторых гармоник в области так называемого «водяного окна», области прозрачности множества биологических объектов, в исследовании которых она является золотой серединой между инвазивным высокочастотным излучением и поглощающимся и рассеивающимся низкочастотным [2].

Даже в случае взаимодействия среды с одночастотным острофокусированным лазерным полем в фокальной плоскости падающее поле представляет собой сложный объект, имеющий компоненты поля в трех декартовых направлениях, амплитудные и фазовые свойства которого принципиально неоднородны как вдоль оптической оси, так и в фокальной и любой другой поперечной плоскости [14]. Сформулированная и разрабатываемая в нашей группе непертурбативная теория является уникальным инструментом описания такого взаимодействия, т. к. основана на использовании точных решений краевой задачи «об атоме в поле» [3–5, 10].

Благодаря использованию точных решений краевой задачи «об атоме в поле» разрабатываемая теория является векторной, т. е. позволяет описывать особенности отклика одиночного атома на воздействие многокомпонентного произвольно поляризованного излучения. Так, в частности, нами было показано, что при определенных взаимных направлениях углового момента атома и направления плоскости поляризации лазерного излучения фотоэмиссионный отклик атома содержит продольную компоненту [8, 9]; кроме того, в двухчастотных лазерных полях спектр отклика содержит в себе терагерцовое излучение [11]; при воздействии двухчастотных ортогонально поляризованных полей на атомарные системы генерируются эллиптически поляризованные гармоники высокого порядка [6, 12], а динамика населенности как подуровней основного состояния атома, соответствующая различным значениям проекции орбитального момента атома [7], так и возбужденных уровней атома [13] оказывает существенное влияние на поляризационные характеристики генерируемого излучения.

При переходе к описанию отклика протяженной газовой среды важным оказывается учет особенностей описания фокусировки излучения, т. к. симметрия падающего поля оказывает существенное влияние на характеристики генерируемого спектра. Строго описание параметров лазерного излучения может быть произведено в рамках векторной теории фокусировки Ричардса—Вольфа [14] (или теории фокусировки Дебая [15], приводящей к схожим результатам) для векторного поля в фокальной плоскости острофокусированного пучка.

В настоящее время появился ряд экспериментальных работ [16–24], в которых исследовался вопрос о взаимодействии атома с негауссовыми модами поля. В этом случае сказанное выше об острофокусированном гауссовом пучке становится актуальным в еще большей степени, т. к. если в гауссовом пучке продольная компонента поля существенно меньше по

[а] E-mail: av_andreev@phys.msu.ru
[б] E-mail: oa.shoutova@physics.msu.ru
[в] E-mail: sustrem@gmail.com

величине, чем поперечная, то в негауссовых модах они становятся величинами одного порядка [14]. При этом использование негауссовых мод, в случае достижения в них высокой интенсивности поля, представляет собой широчайший спектр возможностей управления поляризационными свойствами гармоник. Важнейшим результатом представленных работ является возникновение асимметрии распределения гармоник на детекторе, особенно сильно проявляющееся в поляризационно разрешенных измерениях [16].

Циркулярно- и эллиптически-поляризованный свет, который может быть представлен как сумма двух линейно-поляризованных плоских волн, обладает спиновым угловым моментом, что было предсказано еще Пойнтингом в 1909 г и экспериментально доказано в 1936 г. [28, 29]. Однако в конце 20-го века Алленом было показано, что свет может также обладать орбитальным угловым моментом, такой свет характеризуется наличием продольной компоненты и винтовым волновым фронтом [30–33], в этом случае электромагнитное излучение называют оптическими вихрями или структурированным светом. Фундаментальные свойства этого излучения следуют из решения системы уравнений Максвелла в цилиндрической геометрии. Их пространственный профиль может быть выражен через бессель–гауссовы, лагерр–гауссовы или эрмито–гауссовы функции в зависимости от граничных условий. А волновые векторы, в отличие от плоской волны, где волновой вектор ориентирован вдоль направления распространения, лежат на поверхности конуса. Интерес к исследованию процесса взаимодействия структурированного света с веществом сильно возрос в связи с расширением экспериментальных возможностей по созданию структурированного света высокой интенсивности, например с помощью спиральных волновых пластин, аксиконов или более высоких пространственных мод резонатора лазера.

Процесс генерации гармоник в структурированном свете стал активно исследоваться теоретически и экспериментально [17, 21–23, 27, 30]. Задача является весьма востребованной, т. к. получение высоких гармоник, несущих орбитальный угловой момент, позволяет решать множество прикладных задач. Первое направление — это оптическое манипулирование микрообъектами, в том числе захват в ловушки. Второе важное направление — в системах передачи информации, т. к. наличие дополнительной степени свободы такого света позволяет передавать большие объемы данных в то же время в том же канале. В-третьих, особенности фокусировки такого света позволяют использовать его в микроскопии сверхразрешения, для селективной микроскопии сверхвысокого разрешения и т.п. Еще одно направление связано с генерацией запутанных состояний для квантовой теории информации. Однако все эти приложения ограничены тем, что оптический вихрь очень быстро распадается при распространении в среде. Поиску оптимальных условий сейчас посвящаются многочисленные работы, в том числе перечисленные выше [17–19]. Интерес представляет также фундаментальная задача о взаимодействии такого света с веществом, т. к. очевидным образом меняются базовые законы, такие, например, как правила отбора.

В нашей работе на основе точных решений для фокусировки гауссова и эрмито-гауссова излучения исследован вопрос о генерации гармоник в тонкой разреженной среде, локализованной в фокальной плоскости лазерного излучения, находящегося в различных пространственных модах, что позволяет исследовать влияние амплитудно-фазовых особенностей падающего поля на процесс генерации гармоник. Особое внимание уделено пониманию топологических свойств фокального пятна и, как следствие, распределения гармоник на детекторе, имеет ли оно максимум в центре или имеет тороидальную форму с провалом на оптической оси.

1. НЕПЕРТУРБАТИВНАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТОМА С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

В работе используется непертурбативная теория взаимодействия атома с электромагнитным полем [3–5], в которой в качестве базиса функций для решения нестационарного уравнения Шредингера используются собственные волновые функции краевой задачи «об атоме в поле», имеющие вид:

$$\psi_N\left(\mathbf{r},t\right) = u_N\left(\mathbf{r}\right)\exp\left(i\frac{q}{\hbar c}\mathbf{A}\left(t\right)\mathbf{r}\right). \quad (1)$$

Отметим, что квантовое число N краевой задачи свободного атома является совокупностью трех квантовых чисел $N = \{n, l, m\}$: главного квантового числа n, углового момента l и его проекции m. Симметрия состояний краевой задачи «об атоме в поле» отличается от симметрии состояний свободного атома, поскольку угловой момент $\mathbf{l}$ не отвечает теперь сохраняющейся величине. Действительно, сферически симметричные волновые функции ns состояний свободного атома принимают теперь вид

$$\psi_{ns}\left(\mathbf{r},t\right) = 4\pi u_{ns}\left(r\right)\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l} i^l j_l\left(\frac{qA\left(t\right)r}{\hbar c}\right)\times \times Y^*_{lm}\left(\frac{\mathbf{A}}{A}\right)Y_{lm}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right), \quad (2)$$

т. е. являются бесконечной суперпозицией шаровых функций со всеми возможными l. Однако, учитывая вид выражения (1), можно сохранить для задачи «об атоме в поле» терминологию квантовых чисел задачи о свободном атоме, подразумевая, что энергия состояния с волновой функцией ψ_n совпадает с энергией E_n свободного атома, а волновая функция ψ_n преобразуется в u_n при непрерывном преобразовании $|\mathbf{A}| \to 0$.

Оператор перехода между базисами $\widehat{V}$ имеет вид

$$\widehat{V} = \exp\left(-i\frac{q}{\hbar c}\mathbf{A}\left(t\right)\mathbf{r}\right). \quad (3)$$

Он учитывает многоквантовость процесса произвольной степени, т. к. представляет собой экспоненту, содержащую поле, а значит, учитывая степенное представление экспоненты, поле в произвольной степени, т. е. $E_0^n e^{n\omega_0 t}$, где n пробегает значения от 0 до ∞.

Эффективность использования базиса аксиально-симметричных волновых функций (1) состоит в следующем. Волновые функции (1) являются точными решениями краевой задачи для гамильтониана, поэтому

$$\int \psi_n^* H \psi_m dV = E_n \delta_{nm},$$

где E_n — собственное значение краевой задачи «об атоме в поле». Следовательно, при расчете матричных элементов от правой части нестационарного уравнения Шредингера не требуется привлечения каких-либо предположений относительно величины отношения E_0/E_{at}. С другой стороны,

$$\int u_n^* H u_m dV = \sum_p V_{np}^{-1}(t) E_p V_{pm}(t), \tag{4}$$

т. е. матричные элементы гамильтониана полной задачи об «об атоме в поле» являются в общем случае бесконечными суммами собственных значений гамильтониана краевой задачи свободного атома H_0. Введем понятие составного матричного элемента

$$M_{nm} = \sum_p V_{np}^{-1}(t) E_p V_{pm}(t). \tag{5}$$

Как видно, количество существенных слагаемых в правой части (4) определяется видом матричных элементов $V_{nm}(t)$. Было показано, что зависимость матричных элементов $V_{nm}(t)$ от отношения $\frac{E_0}{E_{at}}$ определяется в аналитическом виде [5]. Это дает строгий математический критерий отбора числа существенных слагаемых в правой части (4) при любых заданных значениях параметров лазерного импульса (амплитуды, несущей частоты, длительности).

Отклик атома в лазерных полях субатомной напряженности может быть описан с помощью одноуровневой модели атома неона ($n = 2, l = 1$)[7], в рамках которой будет учтено движение населенности по подуровням основного состояния ($2p$), отвечающим различным значениям проекции орбитального квантового числа (m). В такой модели система уравнений для амплитуд населенностей подуровней состоит из трех уравнений:

$$i\hbar \frac{da_{21m}}{dt} = \sum_{m'=-1}^{1} \langle 21m| M |21m'\rangle a_{21m'}, \tag{6}$$

где $m = -1, 0, 1$.

Вместе с тем при расчете составного матричного элемента учитывается вклад возбужденных дискретных уровней атома. Такая модель, кажущаяся простой на первый взгляд, позволяет исследовать совершенно новые эффекты, которые возникают при варьировании геометрии поля относительно конфигурационной системы атома, а векторная структура поля отлична от плоской волны.

Матричные элементы $\langle nlm| M |nlm\rangle$ определяют эффективную энергию подуровней с различными значениями проекции углового момента (m). В присутствии внешнего электромагнитного поля матричные элементы $\langle nlm| M |nlm\rangle$, т. е. эффективная энергия состояний, зависят от времени [7]. Естественно предположить, что это приводит к перераспределению населенности подуровней с различными значениями проекции углового момента m.

Как было показано на наших работах ранее [7], диагональные составные элементы с $m = \pm 1$ достигают минимума энергии при $\theta = 0$ и $\theta = \pi$, т. е. когда угловой момент направлен либо по, либо против направления лазерного поля. Диагональные матричные элементы $m = 0$ имеют минимум при $\theta = \pi/2$, т. е. когда угловой момент атома перпендикулярен направлению вектора поляризации лазерного поля. Такое поведение диагональных матричных элементов свидетельствует о том, что в многоатомной системе, взаимодействующей с внешним полем, в результате столкновительной релаксации будет возникать преимущественное направление поляризации атомов.

Введем две системы координат с совпадающим началом координат: (1) связанную с конфигурационным пространством атома (где усредненное значение орбитального момента $\langle \mathbf{l} \rangle$ ориентировано вдоль z); (2) лабораторную, в которой опишем падающее поле. Свяжем эти две системы посредством углов Эйлера [7]. Если динамика эволюции амплитуд $a_m(t)$ различна для разных m, происходит поляризация состояния атома. Характер эволюции решений уравнения зависит от свойств матричных элементов $M_{mm'}$. Выше мы уже обсудили некоторые свойства диагональных матричных элементов. Используя определение составных матричных элементов, несложно показать, что выполняются следующие соотношения:

$$\sum_{m=0,1} M_{m,m-1} = \sum_{m=0,1} M_{m-1,m} = 0.$$

Таким образом, суммарная скорость переходов с $\Delta m = 1$ вверх ($m = -1 \Rightarrow m = 1$) и вниз ($m = 1 \Rightarrow m = -1$) равна нулю. Однако ненулевые значения имеют скорости прямых переходов ($m = \pm 1 \Rightarrow m = \mp 1$) вверх и вниз с $\Delta m = 2$.

Для того чтобы рассчитать фотоэмиссионный спектр отклика атома, вместе с решением системы уравнений (6) необходимо рассчитать ток атомного отклика, который определяется выражением

$$\mathbf{J}(t) = \sum_{m_1 m_2} a_{21m_1}^*(t)\, a_{21m_2}(t) \langle 21m_1|\mathbf{j}|21m_2\rangle, \tag{7}$$

где $a_{21m}(t)$ — амплитуды населенности атомных уровней, определяющиеся решением системы уравнений (6). Матричные элементы атомного тока имеют вид

$$\mathbf{j}_{m_1 m_2} = i \sum_{pq} \omega_{pq} V_{21m_1 p}^{-1}(t)\, \mathbf{d}_{pq} V_{q21m_2}(t), \tag{8}$$

где $\mathbf{d}_{pq}$ — матричные элементы дипольного момента и $\omega_{pq} = (E_p - E_q)/\hbar$. Аналитический вид матричных элементов оператора V и в целом атомного тока $j_{m_1 m_2}$, рассчитанных для произвольной поляризации лазерного поля, представлен в [5].

Анализ вкладов диагональных и недиагональных элементов матрицы (8) представлен в [6], где показано, что диагональные элементы с $\Delta m = 0$ всегда поляризованы так же, как и падающее поле. В случае переходов с $\Delta m = \pm 1$ поляризация отклика отличается от поляризации падающего поля только в случае неравномерного заселения подуровней с разными m, а переходы с $m = \pm 2$ всегда имеют поляризацию, отличную от поляризации падающего поля.

2. РЕШЕНИЯ РИЧАРДСА–ВОЛЬФА И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ К ЗАДАЧЕ О ГЕНЕРАЦИИ ГАРМОНИК АТОМАРНОЙ СРЕДОЙ

Оптическая система, для которой мы производим моделирование, выглядит следующим образом [14]. Падающие лучи отражаются вспомогательной сферой. Важно отметить, что вспомогательная сфера преобразовывает цилиндрическую систему координат (падающий свет) в сферическую (сфокусированный пучок). Преломленный свет на вспомогательной сфере удобнее всего рассчитывать, раскладывая падающий на s- и p-поляризации. Выражения для них выглядят следующим образом:

$$\mathbf{E}_{inc}^{(s)} = [\mathbf{E}_{inc} \cdot \mathbf{n}_\phi]\mathbf{n}_\phi, \qquad \mathbf{E}_{inc}^{(p)} = [\mathbf{E}_{inc} \cdot \mathbf{n}_\rho]\mathbf{n}_\theta.$$

Поля двух разных поляризаций преломляются отдельно, поэтому полное преломленное электрическое поле имеет следующий вид:

$$\mathbf{E}_\infty = [t^s[\mathbf{E}_{inc} \cdot \mathbf{n}_\phi]\mathbf{n}_\phi + t^p[\mathbf{E}_{inc} \cdot \mathbf{n}_\rho]\mathbf{n}_\theta] \sqrt{\frac{n_1}{n_2}}(\cos\theta)^{1/2}.$$

Векторы $\mathbf{n}_\rho, \mathbf{n}_\phi, n_\theta$ можно выразить через декартову систему координат, поэтому векторную запись преломленного поля можно написать в этих координатах:

$$\mathbf{E}_\infty(\theta, \phi) =$$
$$t^s(\theta)\left(\mathbf{E}_{inc}(\theta,\ \phi)\cdot\begin{bmatrix}-\sin\theta\\ \cos\phi\\ 0\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}-\sin\phi\\ \cos\phi\\ 0\end{bmatrix}\sqrt{\frac{n_1}{n_2}}(\cos\theta)^{1/2}+$$
$$+t^p(\theta)\left(\mathbf{E}_{inc}(\theta,\ \phi)\cdot\begin{bmatrix}\cos\phi\\ \sin\phi\\ 0\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}\cos\phi\cos\theta\\ \sin\phi\cos\theta\\ -\sin\theta\end{bmatrix}\sqrt{\frac{n_1}{n_2}}(\cos\theta)^{1/2},$$

Перепишем выражение для поля в дальней зоне для линзы с «антибликовым» покрытием $\mathbf{E}_{inc} = E_{inc}\mathbf{n}_x$; $t_\theta^s = t_\theta^p = 1$:

$$\mathbf{E}_\infty(\theta, \phi) = E_\infty(\theta, \phi)[\cos\phi\mathbf{n}_\theta - \sin\phi\mathbf{n}_\phi]\sqrt{\frac{n_1}{n_2}} =$$
$$= E_\infty(\theta, \phi) \times \frac{1}{2}\begin{bmatrix}(1+\cos\theta) - (1-\cos\theta)\cos 2\phi\\ -(1-\cos\theta)\sin 2\phi\\ -2\cos\theta\sin\phi\end{bmatrix} \times$$
$$\times \sqrt{\frac{n_1}{n_2}}(\cos\theta)^{1/2},$$

Далее запишем профиль амплитуды падающего поля. Первые три эрмитовые моды:

HG_{00}:

$$E_0 \exp^{\frac{-(x_\infty^2+y_\infty^2)}{w_0^2}} = E_0 \exp^{\frac{-f^2\sin^2\theta}{w_0^2}};$$

HG_{10}:

$$E_0\frac{2x_\infty}{w_0}\exp^{\frac{-(x_\infty^2+y_\infty^2)}{w_0^2}} = \frac{2E_0 f}{w_0}\sin\theta\cos\phi\exp^{\frac{-f^2\sin^2\theta}{w_0^2}};$$

HG_{01}:

$$E_0\frac{2y_\infty}{w_0}\exp^{\frac{-(x_\infty^2+y_\infty^2)}{w_0^2}} = \frac{2E_0 f}{w_0}\sin\theta\sin\phi\exp^{\frac{-f^2\sin^2\theta}{w_0^2}};$$

здесь введен диафрагмальный радиус $f\sin\theta_{max}$ и фактор перекрытия $f_0 = \frac{w_0}{f\sin\theta_{max}}$, задающий остроту фокусировки ($f_0 - 0.1$ — слабая фокусировка, практически совпадающая со скалярным параксиальным решением, $f_0 = 1$ — острая фокусиорвка с выраженной продольной компонентой поля). Используя интегральное представления для функции Бесселя типа Зоммерфельда

$$\int_0^{2\pi}\cos n\phi\exp^{\imath x\cos(\phi-\varphi)}\,d\phi = 2\pi(\imath^n)J_n(x)\cos n\phi, \tag{9}$$

$$\int_0^{2\pi}\sin n\phi\exp^{\imath x\cos(\phi-\varphi)}\,d\phi = 2\pi(\imath^n)J_n(x)\sin n\phi, \tag{10}$$

можно записать решения. Интегралы описаны в Приложении. Используя их, можно записать решения для фокальных полей для случаев различных падающих на фокусирующую систему пространственных мод $\mathbf{E}(\rho, \theta, z) =$:

HG_{00}-мода:

$$\frac{\imath kf}{2}\sqrt{\frac{n_1}{n_2}}E_0 e^{-\imath kf}\begin{bmatrix}I_{00} + I_{02}\cos 2\phi\\ I_{02}\sin 2\phi\\ -2\imath I_{01}\cos\phi\end{bmatrix}(\cos\theta)^{1/2};$$

HG_{10}-мода:

$$\frac{\imath kf^2}{2w_0}\sqrt{\frac{n_1}{n_2}}E_0 e^{-\imath kf}\begin{bmatrix}\imath I_{11}\cos\phi + \imath I_{14}\cos 3\phi\\ -\imath I_{12}\sin\phi + \imath I_{14}\sin 3\phi\\ 2I_{10} + 2I_{13}\cos 2\phi\end{bmatrix}(\cos\theta)^{1/2};$$

HG_{01}-мода:

$$\frac{\imath kf^2}{2w_0}\sqrt{\frac{n_1}{n_2}}E_0 e^{-\imath kf}\begin{bmatrix}\imath(I_{11} + 2I_{12})\sin\phi + \imath I_{14}\sin 3\phi\\ -\imath I_{12}\cos\phi - \imath I_{14}\cos 3\phi\\ 2I_{13}\sin 2\phi\end{bmatrix}\times$$
$$\times(\cos\theta)^{1/2}.$$

Весьма интересными с точки зрения пространстенных свойств являются так называемые радиально- и азимутально-поляризованные моды, которые для теоретических исследований могут быть представлены как сумма двух ортогональных эрмито-гауссовых мод HG_{01} и HG_{10}, а в эксперименте получены с помощью аксиконов или спиральных волновых пластин или внутри лазерного резонатора. Данные моды также называют тороидальными, т. к. распределение x-компоненты в них (основной поперечной) имеет провал на оптической оси и представляет собой форму тора (doughnut-shape). Ниже приведены выражения для азимутально (AP) и радиально (RP) поляризованных тороидальных мод. Математически они выглядят как сумма эрмито–гауссовых мод: радиально–поляризованная тороидальная мода:

$$RP = HG_{10}\mathbf{n}_x + HG_{10}\mathbf{n}_y; \tag{11}$$

азимутально–поляризованная тороидальная мода:

$$AP = -HG_{01}\mathbf{n}_x + HG_{01}\mathbf{n}_y. \tag{12}$$

Векторная запись радиально- и азимутально–поляризованного поля в декартовой системе координат выглядит следующим образом. RP:

$$\mathbf{E} = -\frac{\imath E_0}{\pi}\int\limits_0^{\alpha}\int\limits_0^{2\pi} g(\theta,\phi)\begin{bmatrix}\cos\theta\cos\phi\\ \cos\theta\sin\phi\\ \sin\theta\end{bmatrix} d\theta d\phi.$$

Если бы мы записывали данную моду в цилиндрической системе координат, то она бы имела только две ненулевые компоненты: $E_z \neq 0, E_\rho \neq 0, E_\phi = 0$.

AP:

$$\mathbf{E} = -\frac{\imath E_0}{\pi}\int\limits_0^{\alpha}\int\limits_0^{2\pi} g(\theta,\phi)\begin{bmatrix}-\sin\phi\\ \cos\phi\\ 0\end{bmatrix} d\theta d\phi.$$

Азимутальная мода в цилиндрической системе координат имеет только одну компоненту $E_z = 0, E_\rho = 0, E_\phi \neq 0$, в декартовых, как следствие — две.

В результате радиально–поляризованная тороидальная мода имеет вид:

$$\mathbf{E}(\rho,\varphi,z) = \frac{\imath k\ f^2}{2w_0}\sqrt{\frac{n_1}{n_2}}E_0 e^{-\imath k\ f}\begin{bmatrix}\imath(I_{11}-I_{12})\cos\varphi\\ \imath(I_{11}-I_{12})\sin\varphi\\ -4I_{10}\end{bmatrix},$$

а азимутально–поляризованная тороидальная мода имеет следующий вид:

$$\mathbf{E}(\rho,\varphi,z) = \frac{\imath k\ f^2}{2w_0}\sqrt{\frac{n_1}{n_2}}E_0 e^{-\imath k\ f}\begin{bmatrix}\imath(I_{11}+3I_{12})\sin\varphi\\ -\imath(I_{11}+3I_{12})\cos\varphi\\ 0\end{bmatrix}.$$

Важно отметить отсутствие продольного поля у азимутальной компоненты, а также наличие фазового сдвига (множитель $\imath$) между компонентами в поперечном и продольном направлении в радиальной и гауссовой модах.

В дальнейшем при расчете выражения (7) ключевую роль играет скалярное произведение между радиусом-вектором, заданным в конфигурационном пространстве атома, и компонентами векторного потенциала полей, входящего в оператор перехода (3). Распределения амплитуд полей в решении Ричардса—Вольфа представлены в Приложении. На сетке ρ и ϕ в каждом узле система уравнений (6), необходимая для расчета выражения (7), расчитывалась для данных значений амплитуды и фазы поля. Изначальные амплитуды вероятности населенностей подуровней считались равными. Временной профиль задавался гауссовой формой с длиной волны 800 нм и длительностью 30 фс.

3. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ТОКОВ ВДОЛЬ ОСИ И В ПЛОСКОСТИ ДЕТЕКТОРА

Схема численного эксперимента, для которой мы рассчитываем отклик тонкой атомарной среды, представлена на рис. 1. Левая плоскость ($z = 0$) является фокальной плоскостью, а правая — плоскостью детектора. Каждый атом находится на произвольном расстоянии от оптической оси и, следовательно, взаимодействует с уникальным для координат данного атома (ρ_i, ϕ_i) цилиндрической системы координат с началом в точке 0, с электромагнитным полем, имеющим амплитудно-фазовые свойства, задаваемые решениями Ричардса–Вольфа [14].

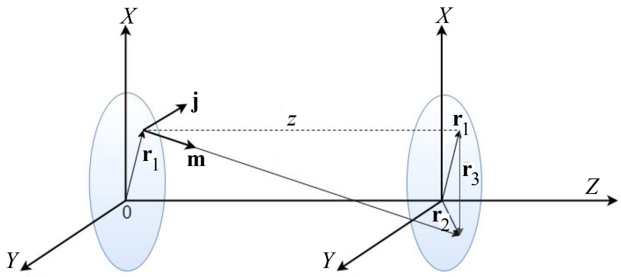


Рис. 1. Схема численного эксперимента

С помощью рассчитанных населенностей можно получить ток отклика атома. Расчет системы уравнений для населенностей подуровней и соответствующих токов производится на сетке (ρ_i, ϕ_i) с общим количеством узлов более 1400, на которые впоследствии случайным образом располагаются атомы. После получения токов отклика с помощью дискретного преобразования Фурье производится расчет и анализ спектров этих токов, то есть определяется вклад каждой из гармоник в суммарный атомарный отклик.

В плоскости детектора мы рассчитываем все три проекции фотоэмиссионного тока атомного отклика:

$$\mathbf{J}|_{z=0} = \{j_x, j_y, j_z\}. \tag{13}$$

Вектор $\mathbf{m}$, вдоль которого мы будем рассматривать ток от атома, имеет вид (см. рис.1):

$$\mathbf{m} = \frac{1}{\rho}\{r_3 cos(\phi_2-\phi_1), r_3 sin(\phi_2-\phi_1), z_0\}, \tag{14}$$

$$\rho^2 = z_0^2 + r_3^2. \tag{15}$$

Величину r_3, задающую расстояние между проекцией положения атомарного излучателя с фокальной плоскости на плоскость детектора (r_1) и радиусом-вектором точки, в которой мы будем исследовать ток отклика (r_2), можно очевидным образом записать:

$$r_3^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2cos(\phi_2-\phi_1). \tag{16}$$

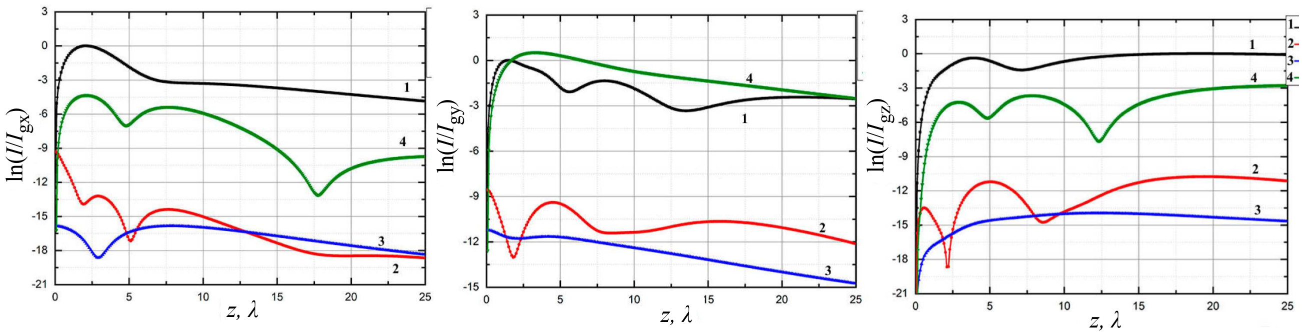


Рис. 2. Интенсивность 3-й гармоники для острофокусированного гауссова (ОГ), радиального (РАД), азимутального (АЗ) и слабосфокусированного гауссова (СГ) излучений в зависимости от расстояния до фокальной плоскости. Представлены в логарифмическом масштабе и нормированы на величину гауссова острофокусированного поля в соответствующем направлении поляризационного вклада: *а* — поляризация в направлении x, *б* — в направлении y, *в* — вдоль оптической оси

Здесь ϕ_1 — это угол проекции положения атомарного источника в полярных координатах, ϕ_2 — угол радиуса-вектора точки, в которой мы будем исследовать ток отклика в тех же координатах.

Следовательно, для скалярного произведения получим:

$$(\mathbf{J},\mathbf{m})|_{z=0} = \frac{1}{\rho}(j_x r_3 cos(\phi_2-\phi_1)+ \\ + j_y r_3 sin(\phi_2-\phi_1) + j_z z_0). \quad (17)$$

В плоскости детектора $z = z_0$ сигнал n-й гармоники будет иметь следующий вид:

$$(\mathbf{J},\mathbf{m})|_{z=z_0} = \frac{(\mathbf{J},\mathbf{m})|_{z=0}}{\rho} e^{i\frac{2\pi n\rho}{\lambda_0}}. \quad (18)$$

Здесь n — номер распространяющейся гармоники, а λ_0 — длина волны исходного излучения.

Таким образом, формула для токов суммарного поля отклика имеет следующий вид:

$$\mathbf{J}|_{z=z_0} = \frac{1}{\rho^3}(j_x r_3 cos(\phi_2-\phi_1)+j_y r_3 sin(\phi_2-\phi_1)+j_z z_0) \\ times \\ \times e^{i\frac{2\pi n\rho}{\lambda_0}}\,(r_3 cos(\phi_2-\phi_1)\mathbf{e_x} + r_3 sin(\phi_2-\phi_1)\mathbf{e_y} + z_0\mathbf{e_z}), \quad (19)$$

где r_3 задается выражением (16), вычисляемым для каждого источника, дающего вклад в интерференционную картину, по всей плоскости детектора.

4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГАРМОНИК ВДОЛЬ ОПТИЧЕСКОЙ ОСИ И В ПЛОСКОСТИ ДЕТЕКТОРА

В Приложении показаны усредненные за время действия импульса (при длине волны 800 нм, длительности импульса 30 фс и гауссовом временном профиле) квадраты амплитуд населенностей подуровней с различными m, в предположении, что атомарная конфигурационная системы координат и лабораторная, в которой задаются поля, сопадают (углы Эйлера равны нулю). Из рисунков видно не только влияние пространственной моды поля на карты населенностей, но и существенное влияние остроты фокусировки. Отметим, что усредненные по времени величины представлены на рисунках для репрезентативных целей, в расчетах токов используются полученные в процессе решения системы (6) зависимости этих величин от времени. Затем производится расчет токов по формуле (7) и анализ спектров этих токов.

Сравнение зависимости отклика интенсивности 3-й гармоники в зависимости от расстояния от локальной плоскости до детектора на оптической оси представлено на рис. 2. Компоненты, поляризованные в трех декартовых направлениях: вдоль оптической оси (продольное поле) и в двух перпендикулярных ей направлениях, представлены отдельно аналогично изображенным в Приложении решениям Ричардса–Вольфа.

Наличие локальных провалов в отклике обусловлено интерференционными явлениями, построение адекватной модели, которая может диагностировать их положение в завсимости от плотности среды, очевидно, довольно важная задача. Также обращает на себя внимание тот факт, что, по сравнению с азимутальной и слабосфокусированной гауссовой, более эффективными (т. е. позволяющими генерировать более интенсивное излучение) оказываются острофокусированная гауссова и радиальная моды. Этот результат интуитивно вполне понятен и обусловлен тем, что азимутальную и слабосфокусированную гауссову моду характеризует отсутствие продольного поля в решении Ричардса–Вольфа (в случае слабосфокусированного гауссова его величина на несколько порядков меньше поперечного в этой моде).

Большой интерес представляет исследование топологии интерференционной картины в плоскости детектора в зависимости от декартова направления поляризационной компоненты. Известно, что в радиальной моде продольное поле имеет форму круглого пятна, а поперечное является тороидальным. При этом в гауссовой острофокусированной моде наоборот: продольное поле тороидально. Отражает ли пространственный профиль гармоник данную закономерность вызывающего их генерацию поля можно проследить, исследовав распределение интерференционной картины фотоэмиссионных откликов отдельных атомарных объектов.

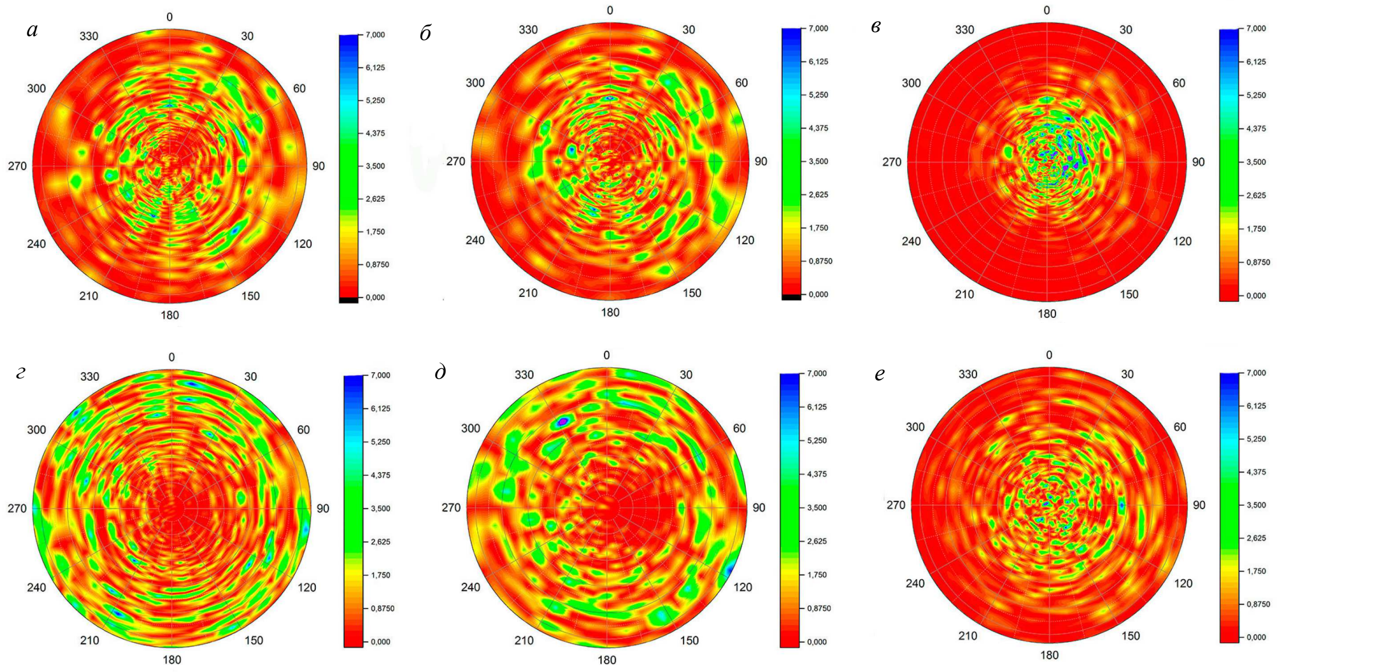


Рис. 3. Распределение на детекторе нормированной на усредненную по всей поверхности расчета в данном декартовом направлении поляризации 3-й гармоники, генерируемой радиально поляризованным излучением. Радиус распределения составляет 40λ, т. е. 32 мкм. Верхний ряд — на расстоянии 60λ от фокальной плоскости, нижний ряд — на расстоянии 120λ: *а,г* — поляризация в направлении x, *б,д* — в направлении y, *в,е* — вдоль оптической оси

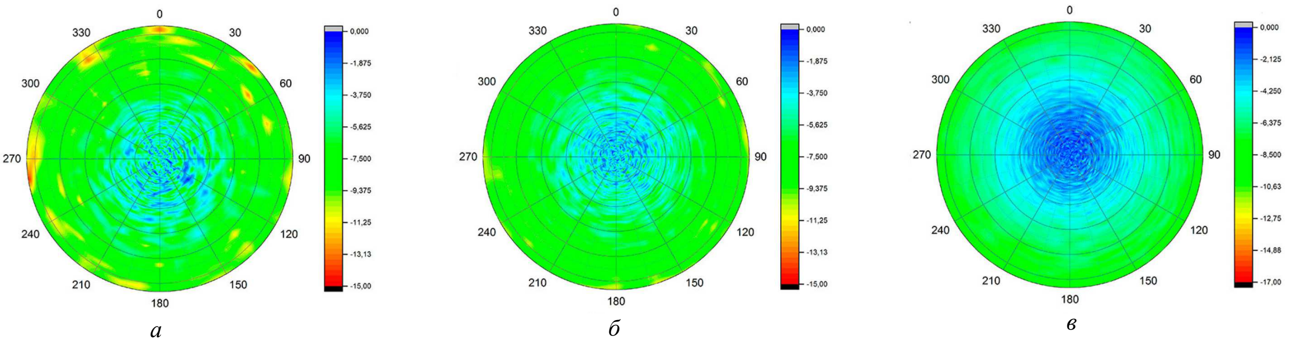


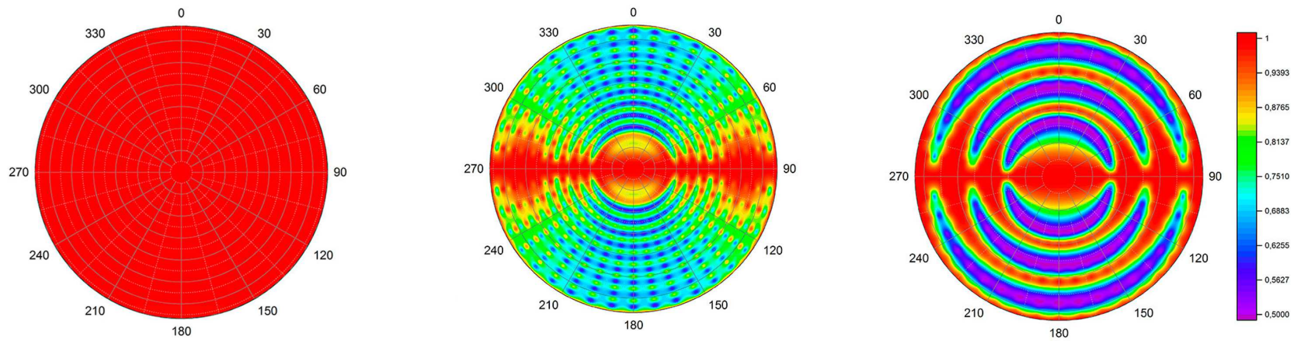
Рис. 4. Распределение на детекторе 3-й, 5-й, 7-й гармоник для остросфокусиованного гауссова излучения на расстоянии 60λ от фокальной плоскости, поляризация в направлении x нормирована на продольную компоненту для данной гармоники: *а* — 3-я, *б* — 5-я, *в* — 7-я. Радиус распределения составляет 40λ, т. е. 32 мкм. Распределения представлены в логарифмическом масштабе

Распределение третьей гармоники в плоскости детектора для радиальной моды представлено на рис. 3. Из рисунка видно, что тороидальная форма поперечных полей и форма пятна продольного поля сохраняется для интерференционной картины излучения третьей гармоники.

Распределение 3-й, 5-й и 7-й гармоник гауссового остросфокусированного света изображено на рис. 4. Интересно, что области, где поперечная и продольная пространственные компоненты поляризации гармоник имеют сопоставимую величину, расширяются с номером гармоники, что указывает на то, что нелинейность более высокого порядка более чувствительна к усложнению пространственно-временных свойств распределения лазерного поля.

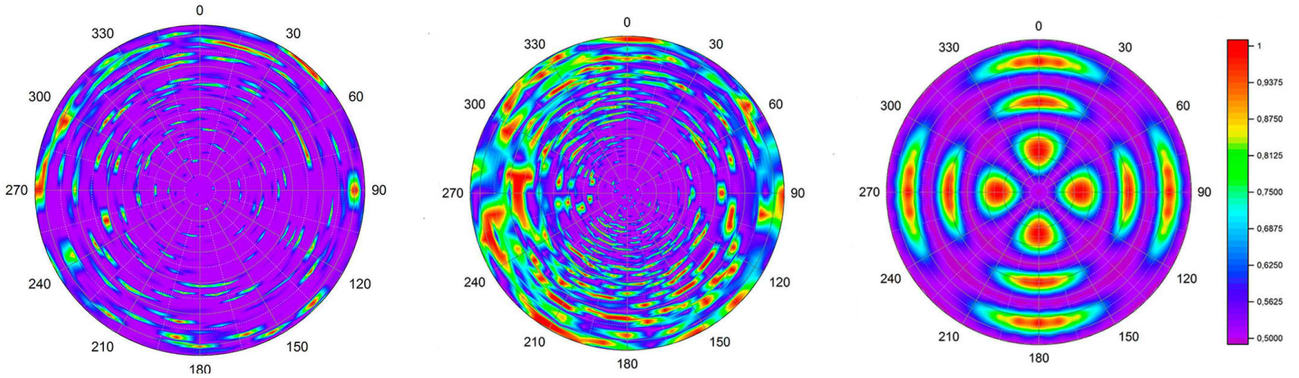
5. ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ ГАРМОНИК С ПОМОЩЬЮ ФОРМАЛИЗМА ТРЕХМЕРНЫХ ПАРАМЕТРОВ СТОКСА

Для описания состояния поляризации полей, имеющих три декартовы компоненты, в ряде работ обобщается формализм двумерных параметров Стокса на трехмерный случай [25, 26]. Для введения матрицы когерентности, которая согласовывалась бы с двумерным случаем при занулении третьей компоненты, вводятся следующие 9 параметров:



а *б* *в*

Рис. 5. Параметр P в случае: a — слабосфокусированного гауссовского распределения ($f_0 = 0.1$), *б* — средней остроты фокусировки ($f_0 = 0.5$), *в* — остросфокусированного гауссовского распределения ($f_0 = 1$). Радиус правой картинки в три раза меньше, чем средней в силу уменьшения радиуса перетяжки при более острой фокусировке. Также для средней и левой



а *б* *в*

Рис. 6. Параметр P для третьей гармоники сгенерированной остросфокусированным радиальным полем ($f_0 = 1$) a — на расстоянии (120λ), *б* — на расстоянии (60λ), *в* — для исходного решения Ричардса–Вольфа. Радиус распределения составляет 40λ, т. е. 32 мкм

$$
\begin{aligned}
\lambda_0 &= E_{0x}^2 + E_{0y}^2 + E_{0z}^2,\\
\lambda_1 &= 3E_{0x}E_{0y}\cos\delta,\\
\lambda_2 &= 3E_{0x}E_{0y}\sin\delta,\\
\lambda_3 &= \frac{3}{2}(E_{0x}^2 - E_{0y}^2),\\
\lambda_4 &= 3E_{0x}E_{0z}\cos\delta',\\
\lambda_5 &= 3E_{0x}E_{0z}\sin\delta',\\
\lambda_6 &= 3E_{0y}E_{0z}\cos(\delta'-\delta),\\
\lambda_7 &= 3E_{0y}E_{0z}\sin(\delta'-\delta),\\
\lambda_8 &= \frac{\sqrt{3}}{2}(E_{0x}^2 + E_{0y}^2 - 2E_{0z}^2),
\end{aligned}
$$

где были введены обозначения для относительной фазовой задержки компонент поля в трех декартовых направлениях относительно друг друга $\delta = \phi_y - \phi_x$ и $\delta' = \phi_z - \phi_x$. Тогда матрица когерентности приобретает вид:

$$
C_3 = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} \lambda_0 + \lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8 & \lambda_1 - \imath\lambda_3 & \lambda_4 - \imath\lambda_5 \\ \lambda_1 + \imath\lambda_2 & \lambda_0 - \lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8 & \lambda_6 - \imath\lambda_7 \\ \lambda_4 + \imath\lambda_5 & \lambda_6 + \imath\lambda_7 & \lambda_0 - \frac{2}{\sqrt{3}}\lambda_8 \end{bmatrix}.
$$

Для дальнейшей характеризации поля в ряде теоретических работ предлагаются различные параметры, которые описывают структурированное электромагнитное излучение с точки зрения его пространственных и поляризационных свойств. Так, в работе [26] предлагается ввести безразмерную степень поляризации поля по формуле

$$
P^2 = \frac{3}{2}\left[\frac{tr(C_3^2)}{(tr(C_3))^2} - \frac{1}{3}\right]. \tag{20}
$$

В работе [25] вводится эллиптичность для эллипсоида поляризации:

$$
L = \frac{\sqrt{\lambda_0^2 - \frac{4}{9}(\lambda_2^2 + \lambda_5^2 + \lambda_7^2)}}{\lambda_0}, \tag{21}
$$

которая принимает значение 1 для чисто линейной поляризации и 0 — для круговой поляризации.

Для прояснения свойств данных параметров рассмотрим их для поля в соответствии с решением Ричардса–Вольфа в различных пространственных модах и при различной остроте фокусировки до взаимодействия со средой. Влияние остроты фокусировки гауссова излучения, а значит переход от скалярного к векторному решению, отчетливо влияет на распределение параметра P. Появление непараксиальных компонент при увеличении остроты фокусировки отслеживается этим параметром, как показано на рис. 5.

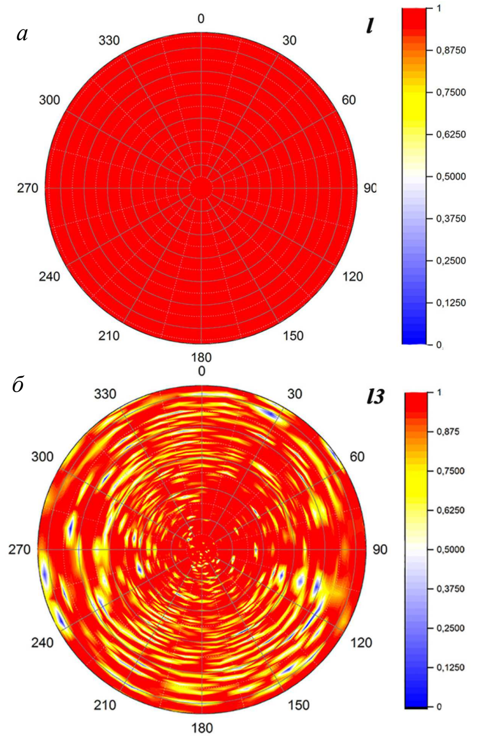


Рис. 7. Параметр L: *а* — для исходного решения Ричардса-Вольфа, *б* — для третьей гармоники сгенерированной острофокусированным радиальным полем на расстоянии (60λ). Радиус распределения составляет 40λ, т. е. 32 мкм

Исследование поля отклика третьей гармоники, генерируемой острофокусированным радиальным излучением с точки зрения характеризации параметром P, показало, что структура поля отклика в поперечной плоскости довольно сложная (см. рис. 6), свидетельствующая о наличии вихревой компоненты, если критерием наличия этой компоненты мы примем, в соответствии с работой [30], наличие продольной компоненты в поле отклика.

Параметр P показывает наличие оптической вихревой компоненты, при появлении продольной компоненты в поле его величина начинает отличаться от 1 в сторону уменьшения.

Характеризацию поля отлика с точки зрения эллиптичености параметром L также необходимо проводить, опираясь на это свойство у исходного поля. Так, даже для острофокусированного поля оно везде равно 1 (линейная поляризация) (см. рис. 7). Однако в поле отклика мы видим отчетливое присутствие отдельных островков эллиптичности для одночастотного поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе теоретически и численно рассмотрен процесс генерации гармоник тонкой атомарной средой газа неона, локализованной в фокальной плоскости. Падающее на среду поле описывается в рамках векторной теории фокусировки Ричардса—Вольфа [14] для случая одночастотной остро- ($f_0 = 1$) и слабофокусированной ($f_0 = 0.1$) гауссовой, острофокусированной радиальной и азимутальной пространственных мод с учетом наличия неоднородной поляризации в поперечной плоскости пучка и продольной компоненты поля. Представлены зависимости интенсивностей отдельных гармоник от расстояния до фокальной плоскости для различных мод, а также их пространственное распределение в перпендикулярной плоскости. На примере генерации 3-й гармоники показано, что острофокусированная гауссова и радиальная мода, имеющие в падающем поле существенные продольные компоненты, оказываются гораздо эффективнее с точки зрения интенсивности получаемого отклика, причем во всех трех декартовых направлениях поляризационных вкладов, чем азимутальная и слабофокусированная гауссова, которые таких компонент не имеют. Характеризация поляризационного состояния проводилась с помощью трехмерного формализма параметров Стокса, позволяющего установить наличие вихревой компоненты в поперечной плоскости. Несмотря на линейную поляризованность падающего поля, в случае радиального острофокусированного пучка мы видим островки эллиптичности в средней излучательной зоне, что связано усложнением структуры отклика благодаря вихревой компоненте в падающем поле, так что возникают области, где поля в трех направлениях могут сформировать эллипсоид поляризации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-02-40014).

Приложение А: Приложения

1. Иллюстрация решений Ричардса–Вольфа для различных мод поля

Ось z ориентируем в направлении распространения падающего света вдоль оси симметрии фокусирующей системы. Падающее на систему поле ориентировано вдоль оси x. На рис. П1 представлено решение Ричардса–Вольфа для модуля электрического поля основной гауссовой моды в случае острой и слабой фокусировки. На рис.П2 — для радиальной, на рис.П3 — для азимутальной моды.

2. Интегралы, входящие в решение Ричардса–Вольфа для поля в различных пространственных конфигурациях

В формулах для полей в фокусе линзы в соответствии с решением Ричардса–Вольфа [14] (аналогичные результаты могут быть получены в рамка векторной теории фокусировки Дебая [15]) введены обозначения для следующих интегралов:

$$I_{00} = \int_0^{\theta_{max}} f_w(\theta)(\cos\theta)^{1/2}\sin\theta(1+\cos\theta)\times \\ \times J_0(k\rho\sin\theta)\exp^{\imath k\ z\cos\theta}\,d\theta, \quad \text{(A1)}$$

$$I_{01} = \int_0^{\theta_{max}} f_w(\theta)(\cos\theta)^{1/2}\sin^2\theta\times \\ \times J_1(k\rho\sin\theta)\exp^{\imath k\ z\cos\theta}\,d\theta, \quad \text{(A2)}$$

$$I_{02} = \int_0^{\theta_{max}} f_w(\theta)(\cos\theta)^{1/2}\sin\theta(1-\cos\theta)\times \\ \times J_2(k\rho\sin\theta)\exp^{\imath k\ z\cos\theta}\,d\theta, \quad \text{(A3)}$$

$$I_{10} = \int_0^{\theta_{max}} f_w(\theta)(\cos\theta)^{1/2}\sin^3\theta\times \\ \times J_0(k\rho\sin\theta)\exp^{\imath k\ z\cos\theta}\,d\theta, \quad \text{(A4)}$$

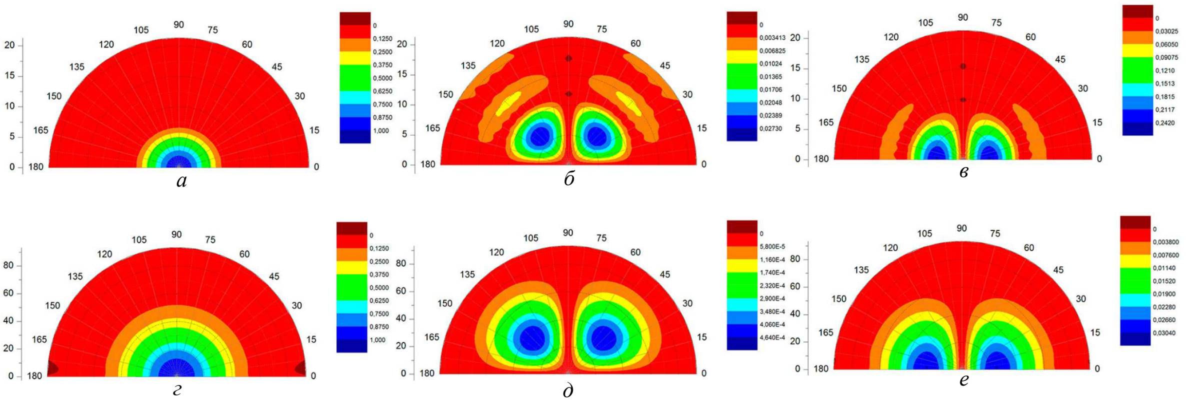


Рис. П 1. Решения Ричардса–Вольфа для основной гауссовой моды HG_{00}. Верхний ряд — случай острой фокусировки, $f_0 = 1$, нижний ряд — случай слабой фокусировки, $f_0 = 0.1$; *а,г* — x–компонента, *б,д* — y–компонента, *в,е* — z–компонента

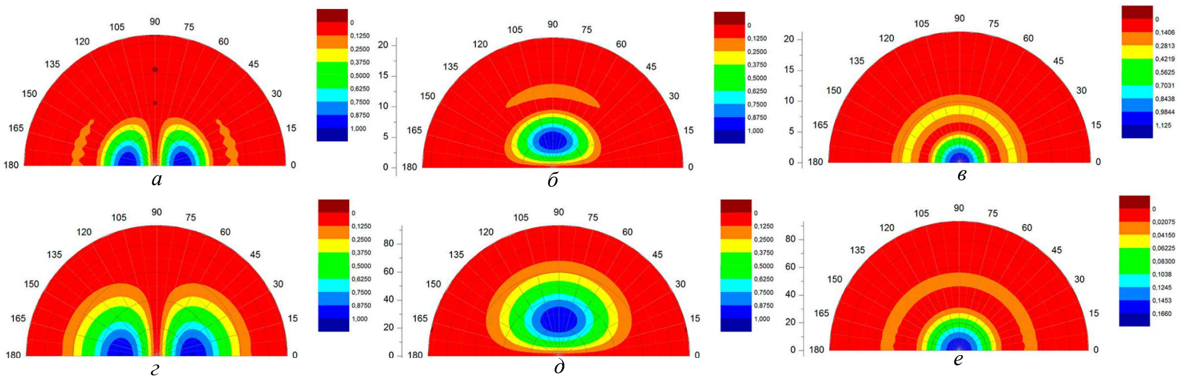


Рис. П 2. Решения Ричардса–Вольфа для радиально-поляризованной моды. Верхний ряд — случай острой фокусировки, $f_0 = 1$, нижний ряд — случай слабой фокусировки, $f_0 = 0.1$; *а,г* — x–компонента, *б,д* — y–компонента, *в,е* — z–компонента

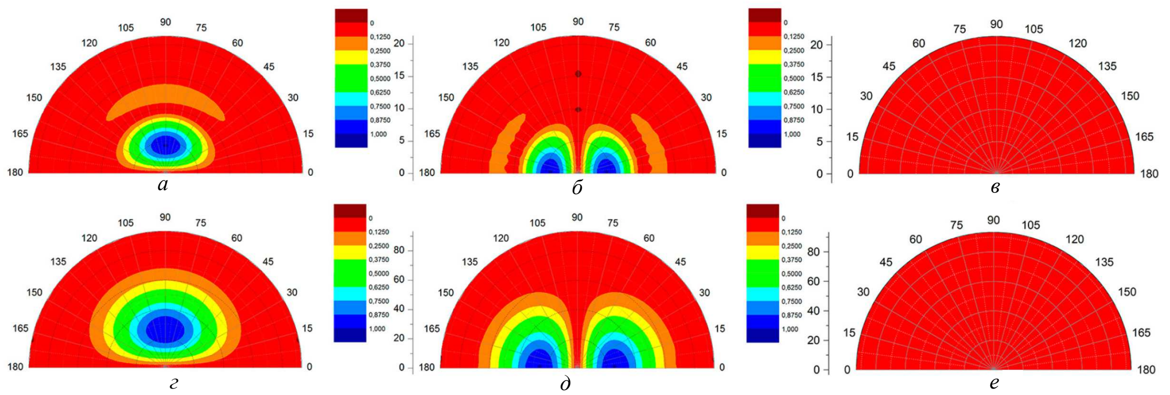


Рис. П 3. Решения Ричардса–Вольфа для азимутально-поляризованной моды. Верхний ряд — случай острой фокусировки, $f_0 = 1$, нижний ряд — случай слабой фокусировки, $f_0 = 0.1$; *а,г* — x–компонента,*б,д* — y–компонента, *в,е* — z–компонента

$$I_{11} = \int_0^{\theta_{max}} f_w(\theta)(\cos\theta)^{1/2}\sin^2\theta(1+3\cos\theta)\times \times J_1(k\rho\sin\theta)\exp^{\imath k\ z\cos\theta}\, d\theta, \quad (A5)$$

$$I_{12} = \int_0^{\theta_{max}} f_w(\theta)(\cos\theta)^{1/2}\sin^2\theta(1-\cos\theta)\times \times J_1(k\rho\sin\theta)\exp^{\imath k\ z\cos\theta}\, d\theta, \quad (A6)$$

$$I_{13} = \int_0^{\theta_{max}} f_w(\theta)(\cos\theta)^{1/2}\sin^3\theta\times \times J_2(k\rho\sin\theta)\exp^{\imath k\ z\cos\theta}\, d\theta, \quad (A7)$$

$$I_{14} = \int_0^{\theta_{max}} f_w(\theta)(\cos\theta)^{1/2}\sin^2\theta(1-\cos\theta)\times \times J_3(k\rho\sin\theta)\exp^{\imath k\ z\cos\theta}\, d\theta. \quad (A8)$$

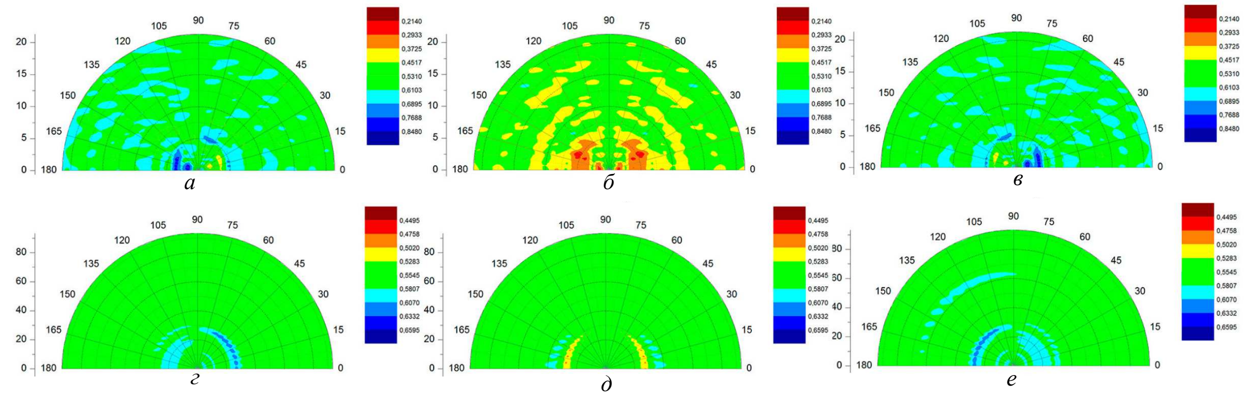


Рис. П 4. Усредненные за время прохождения импульса поля квадраты модулей населенностей подуровней с различными m в зависимости от остроты фокусировки для основной гауссовой моды HG_{00}. Верхний ряд — случай острой фокусировки, $f_0 = 1$, нижний ряд — случай слабой фокусировки, $f_0 = 0.1$; *а,г* — $m = -1$, *б,д* — $m = 0$, *в,е* — $m = 1$

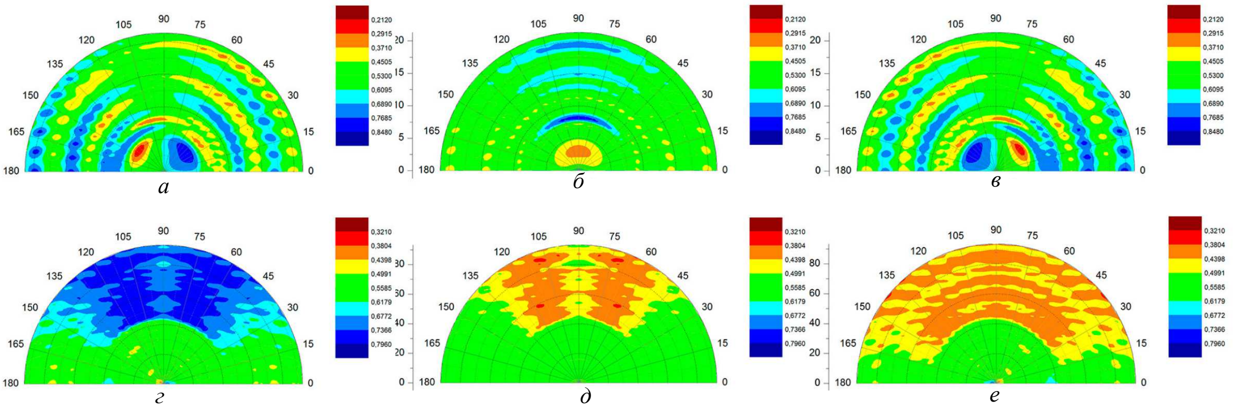


Рис. П 5. Усредненные за время прохождения импульса поля квадраты модулей населенностей подуровней с различными m в зависимости от остроты фокусировки для радиальной моды. Верхний ряд — случай острой фокусировки, $f_0 = 1$, нижний ряд — случай слабой фокусировки, $f_0 = 0.1$, *а,г* — $m = -1$, *б,д* — $m = 0$, *в,е* — $m = 1$

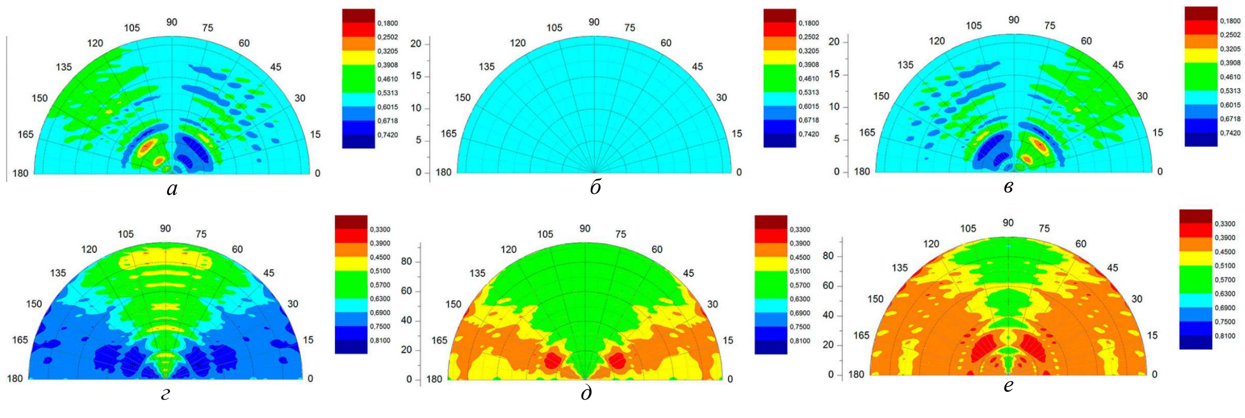


Рис. П 6. Усредненные за время прохождения импульса поля квадраты модулей населенностей подуровней с различными m в зависимости от остроты фокусировки для азимутальной моды. Верхний ряд — случай острой фокусировки, $f_0 = 1$, нижний ряд — случай слабой фокусировки, $f_0 = 0.1$, *а,г* — $m = -1$, *б,д* — $m = 0$, *в,е* — $m = 1$

3. Решение системы дифференциальных для населенностей подуровней с разными m в зависимости от остроты фокусировки

На рис.П4 показаны усредненные за время прохождения импульса поля (длина волны 800 нм, длительность 30 фс) квадраты модулей населенностей подуровней с различными m в зависимости от остроты фокусировки для основной гауссовой моды. На рис.П5 — для радиальной, на рис.П6 — для азимутальной моды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bengs U., Zhavoronkov N.*//Sci. Rep. 2021.**11**. P.9570
2. *Li J., Lu J., Chew A. et al.*//Nature Comm. 2020.**11**. P.2748
3. *Andreev A. V.* // Journal of Experimental and Theoretical Physics 1999. **89**. P. 1090.
4. *Andreev A. V., Shoutova O. A., Stremoukhov S. Yu.* // Laser Physics 2007. **89**. P. 1090.
5. *Andreev A. V., Stremoukhov S. Yu., Shoutova O. A.* // The European Physical Journal D. 2012. **66**. P. 1.
6. *Stremoukhov S. Yu., Andreev A., Vodungbo B., Salieres P., Mahieu B., Lambert G.* // Phys. Rev. A. 2016. **94**. P. 1. **66**. P. 1.
7. *Andreev A. V., Stremoukhov S. Yu., Shoutova O. A.* // The Journal of Russian Laser Research. 2016. **37**. P. 484.
8. *Андреев А. В., Стремоухов С. Ю., Шутова О. А.* // ЖЭТФ. 2018. **154**, Вып. 1(7). P. 31.
9. *Andreev A. V., Stremoukhov S. Yu., Shoutova O. A.* // Europhys. Lett.. 2017. **120**. P. 14003.
10. *Andreev A. V., Stremoukhov S. Yu., Shoutova O. A.* // Journal of Russian Laser Research. 2008. **29**. P. 203.
11. *Andreev A. V., Stremoukhov S. Yu.* // Phys. Rev. A. 2013. **87**. P. 053416.
12. *G. Lambert, B. Vodungbo, J. Gautier, B. Mahieu, V. Malka, S. Sebban, P. Zeitoun, J. Luning, J. Perron, A. Andreev, S. Stremoukhov, F. Ardana-Lamas, A. Dax, C. P. Hauri, A. Sardinha, M. Fajardo* // Nature Comm. 2015. **6**. P. 6167.
13. *Stremoukhov, S. Yu., Andreev A. V.* // Laser Phys. Lett. 2019. **16**. P. 125402.
14. *B. Richards , E. Wolf* // Proc. Roy. Soc. A. 1959. **253**, N 1274. P. 358
15. *Ю.В. Крыленко , Ю.А. Михайлов , А.С. Орехов , Г.В. Склизков , А.М. Чекмарев* // ФИАН. Препринты. М., 2010.
16. *Quintard, L. , Strelkov, V. , Vabek, J. , Hort, O. , Dubrouil, A. , Descamps, D.* at al. // Scientific advances. 2019. **5**, P. eaau7175.
17. *Patchkovskii, S., Spanner, M.* // Nature Phys. 2012. **8**, P. 707.
18. *Tro?, J., Trallero-Herrero, C. A.* // J. of Chem. Phys. 2019. **151**, P. 084308.
19. *Jin, C., Lin C. D.* // Phys. Rev. A. 2012. **85**, P. 033423.
20. *Wang J., Castellucci F., Franke-Arnold S.*// AVS Quantum Science. 2020. **2**, N 3. P. 031702.
21. *Géneaux R. , Chappuis C. , Auguste T. , Beaulieu S. , Gorman T. T. , Lepetit F. , DiMauro L. F. , Ruchon T.* // Phys. Rev. A. 2017. **95**, P. 051801.
22. *Jin, C. , Li, B. , Wang, K. , Xu, C. , Tang, X. , Yu, C. , Lin, C. D.* at al. // Phys. Rev. A. 2012. **102**, P. 033113.
23. *Telnov, D. A., Chu, S.-I.* // Phys. Rev. A. 2017. **96**, № 3. P. 033807.
24. *Hernandez-Garcia, C., Turpin, A.* at al. // Optica. 2017. **4**, P. 520.
25. *Sheppard C. J.R.* // Phys. Rev. A. 2014. **90**, P. 023809.
26. *Setala T., Shevchenko A., Kaivola M.* // Phys. Rev. A. 2002. **99**, P. 016615.
27. *Zurch M., Kern C., Hansinger P., Dreischuh, A., Spielmann, Ch.* // Nature Phys. 2012. **8**, № 3. P. 743.
28. *Poynting J. H.* // Proc. Roy. Soc. A. 1909. **82**. P.560.
29. *Beth R. A.* Phys. Rev. A. 1936. **50**. P.115.
30. *Князев Б. А., Сербо В. Г.* // УФН. 2018. **188**, с. 508.
31. *Bliokh, K. Y., Nori F.* // Phys. Rep. 2015. **592**, P. 1.
32. *Forbes A., de Oliveira, M., Dennis, M. R.* // Nature Photonics. 2021. **4**, P. 253.
33. *Cardano, F., Marrucci L.* // Nature Photonics. 2021. **2**, P. 72.

Harmonic Generation in Optical Vortex Fields

A. V. Andreev[1,a], **O. A. Shoutova**[1,b], **S. Yu. Stremoukhov**[1,2,c]

[1]*Department of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*
[2] *National Research Center Kurchatov Institute, Moscow, 123182 Russia*
E-mail: [a]*av_andreev@phys.msu.ru,* [b]*oa.shoutova@physics.msu.ru,* [c]*sustrem@gmail.com*

In this work the interaction of a thin medium of neon gas localized in the focal region of sharply and loosely focused Gaussian, radially, and azimuthally polarized fields is investigated. The distribution of fields in the focal plane is described using the Richards–Wolf theory, taking into account the presence of three spatial field components in the solution. The generated harmonics are investigated from the point of view of the intensity and polarization state described within the framework of the 3D Stokes parameters formalism. The results are studied in dependence on the distance from the focal plane to the detector, as well as their distribution in the plane perpendicular to the optical axis. The efficiency of harmonic generation in different spatial modes is investigated, as well as the topology of the spatial distribution of individual harmonics in the plane perpendicular to the optical axis.

Keywords: high harmonics generation, structured light, vector beams, polarization of high harmonics.
PACS: 42.25.Ja, 42.65.-k, 42.65.Ky.
Received 23 July 2021.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2021. **76**, No. 5. Pp. 342–355.

Сведения об авторах

1. Андреев Анатолий Васильевич — докт. физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-30-92, anatoli.andreev@gmail.com.
2. Шутова Ольга Анатольевна — канд. физ.-мат. наук, ассистент; oa.shoutova@physics.msu.ru.
3. Стремоухов Сергей Юрьевич — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-30-92, sustrem@gmail.com.