АСТРОНОМИЯ, АСТРОФИЗИКА И КОСМОЛОГИЯ

# Программа для уточнения орбит искусственных спутников Земли с помощью систем глобального позиционирования LOIS

П.Р. Запевалин,<sup>1, а</sup> В.Е. Жаров,<sup>2, б</sup> А.С. Жамков<sup>2</sup>

 Астрокосмический центр Физического института имени П.Н. Лебедева РАН Россия, 117997, Москва, ГСП-7, Профсоюзная, 84/32
 <sup>2</sup> Государственный астрономический институт имени П.К.-Штернберга (ГАИШ МГУ) Россия, 119234, Москва, Университетский пр-т, д. 13

Поступила в редакцию 16.09.2021, после доработки 13.10.2021, принята к публикации 13.10.2021.

Представлено программное обеспечение LOIS (Low Orbit Improvement Software), используемое для высокоточного позиционирования низкоорбитальных искусственных спутников Земли. Описаны используемые в программе дифференциальные методы уточнения орбит. Представлены результаты уточнения модельных орбит.

*Ключевые слова*: уточнение орбит, низкая околоземная орбита, глобальные навигационные спутниковые системы.

УДК: 520.88. РАСS: 95.10.

#### введение

Опыт работы проекта GRACE [1] показал, что для прецизионного определения параметров гравитационного поля Земли (ГПЗ) методом космической гравиметрии необходимо определять абсолютное местоположение космического аппарата (КА) на низкой околоземной орбите с точностью до 1 см на основе системы GPS и размещенных на борту аппаратов GRACE приемников GPS. Эти приемники имели возможность проводить фазовые измерения с разрешением 0.2 см, кодовые измерения с разрешением 30 см одновременно для 10 GPS спутников с временным интервалом 10 с. Параметры орбит КА GRACE и поправки к их бортовым часам определялись по отношению к орбитам и часам КА GPS. Последние определялись с помощью наземной системы слежения, состоящей из станций сети  $GFZ^1$  и международной сети обслуживания GPS<sup>2</sup> (International GPS Service (IGS) network) [2].

Высокоточное определение орбит КА GRACE было возможно за счет одновременного наблюдения спутников GPS с КА GRACE и наземных станций. Эта процедура называется расчетом вторых разностей фазовых измерений, при которых получают разности первых разностей при наблюдении в один момент времени двумя приемниками двух спутников глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) [3], в результате чего достигается исключение погрешности показания часов как на спутнике, так и в приемнике.

В настоящей работе приводится описание разработанного программного комплекса, позволяющего проводить уточнение положения низкоорбитальных КА по данным ГНСС в целях дальнейшей его интеграции в задачу уточнения карты ГПЗ с помощью перспективной отечественной космической геодезической системы.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОПИСАНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА

Задача уточнения орбиты космического аппарата относится к более общей задаче небесной механики, известной как «Уточнение параметров движения небесных тел с помощью наблюдений» [4]. В качестве параметров движения космического аппарата здесь выступают его координаты и компоненты скорости, а к наблюдениям относятся измерения, полученные с помощью ГНСС. Теория движения КА дает нам модельное значение измеряемой величины. Как и сами наблюдения, это значение имеет свою ошибку. Основной задачей всех алгоритмов нахождения приближенных оценок параметров движения (алгоритмов фильтрации) является уменьшение влияния ошибок теории и ошибок наблюдений. Для работы этих алгоритмов необходимо привлекать данные об эфемеридах ГНСС-спутников, проведенных наблюдениях, а также вспомогательные данные: эфемериды планет, коэффициенты разложения ГПЗ и т.п.

Для того чтобы объединить алгоритмы фильтрации, данные наблюдений и эфемериды спутников была создана программно-математическая модель. Программа LOIS (Low Orbit Improvement Software) реализована на языке C++/CLI и имеет графический интерфейс для удобной работы (рис. 1). Программа использует сторонние библиотеки IAU SOFA Release 14 [5] и NAIF SPICE V0066 [6]. Помимо классов интерфейса, LOIS содержит отдельные классы для работы с данными, классы математических и физических объектов. При координатно– временных преобразованиях все величины представляются в системе СИ и приводятся к системе координат GCRF (Geocentric Celestial Reference Frame) и времени UTC (Coordinated Universal Time).

LOIS имеет окно ввода и вывода данных. В окне ввода пользователь может задавать такие параметры

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup> E-mail: pav9981@yandex.ru

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> E-mail: vladzh2007@yandex.ru

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> https://www.gfz-potsdam.de/startseite/

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> https://www.gps.gov

Cow oron mp		C				National	1			1			-
Start epoch	01/31/2012 22:49:00	/ Iteration	GPS Time	Average Residual	Standart deviation	satelites	Covariance X-X	Хb	dY	dZ	XVb	VVb	
End epoch	01/31/2012 22:50:20	▶ 1	1/31/2012 10:49:43 PM	3.10120369493961	4.16800079874451	8	77.7539687701166	-1.57737123873085	1.47111221309751	2.88427158152263	0.808133069973792	-1.1227093679444	8
Step	1	2	1/31/2012 10:49:44 PM	3.88317811302841	3.49989199832584	8	77.8406096670469	-0.609592244029045	0.587547859176993	3.06287668739969	0.0807512611827406	-1.1658499702009	5 .
	GCRF	3	1/31/2012 10:49:45 PM	4.37264238810167	2.98387168184632	8	78.4541435514764	-1.43735987087712	0.383399306796491	2.36758925340109	-0.581293574803794	-0.6260903173183	58
	3550110.882232	4	1/31/2012 10:49:46 PM	4.92111184820533	3.39958856637471	8	78.7204659780649	-1.57685798034072	0.416778293438256	1.56589750076091	-0.115835123802981	-0.8444883354517	29
	-5607373.065658	5	1/31/2012 10:49:47 PM	4.94101212499663	3.27312666457203	8	78.8161658054586	-1.84468251559883	0.179997563362122	1.16430606540234	-0.669068741129649	-0.1422858146012	23
Initial state vector	4230.24739	6	1/31/2012 10:49:48 PM	4.6885734400712	3.06384451052543	8	78.8491170222318	-2.84431293047965	0.831422685645521	1.84651969643164	-0.504208107628074	0.78659652683370	15
	-1172.104449	7	1/31/2012 10:49:49 PM	5.27356072328985	3.49959153130172	8	78.8606212248286	-2.74204729264602	1.69249695725739	2.14278148674202	0.495405341115429	-1.9683083395912	П
	-721.53302	8	1/31/2012 10:49:50 PM	4.99071698123589	3.28640721476747	8	78.8649808190674	-1.87834202777594	-0.566027012653649	2.27408294085762	0.498904551401893	-1.0663331291935	э
	7701.869642	9	1/31/2012 10:49:51 PM	5.23093559127301	3.38946858621643	8	78.8669922760337	-1.7305297316052	0.145139860920608	2.27857145734015	-0.478687291628603	0.05642302627541	08
		10	1/31/2012 10:49:52 PM	5.67697526188567	3.2037551669885	8	78.8682456720013	-2.37659651553258	0.00371565483510494	2.80559190736676	0.141430646436675	-0.5871842683426	39
Improver's type	Kalman 🗸	11	1/31/2012 10:49:53 PM	5.72496745130047	3.34242109074738	8	78.8692653733191	-1.63030053162947	-0.316329569555819	1.99106132237648	-0.516394940219243	-0.4393013928599	38
Improver's	Change	12	1/31/2012 10:49:54 PM	5.39720338210464	3.17020514398729	8	78.8702233831883	-2.97381047252566	0.138105879537761	3.24873270124954	-1.53959440872904	0.33400416594975	5
Regimes	Use GNV Use AMB	13	1/31/2012 10:49:55 PM	5.57907863100991	3.17168118177972	8	78.8711764391145	-3.74293541908264	1.30368530098349	3.22876538349374	-0.555899412358031	0.39439903331958	7
		14	1/31/2012 10:49:56 PM	5.64205423835665	2.8437971542528	8	78.8721432173991	-3.42105347011238	1.36318914592266	3.39921308780322	0.50860489806314	-0.2818275322007	37
	O Model       PPP	15	1/31/2012 10:49:57 PM	5.32499812915921	3.18011592586624	8	78.8731302170277	-2.86797641124576	1.31585512682796	1.47287762640917	0.550288448079982	-0.2283593878282	77
	O Single-D O Double-D	16	1/31/2012 10:49:58 PM	5.67865739716217	3.14624123239218	8	78.87413826615	-2.24271103646606	1.60830236040056	2.35083333037619	0.508102640531888	-1.5997483242277	э
Cataloge		17	1/31/2012 10:49:59 PM	5.74141254276037	3.29800802843046	8	78.8751687925557	-1.86620275396854	-0.24176942370832	2.05427880270872	-0.302162679340427	-1.1831233689673	s
Rover	GO_CONS_SST_NOM_1b_201 ~	18	1/31/2012 10:50:00 PM	5.74748084787279	3.13317267789172	8	78.8762216688252	-2.23029939597473	-0.158141613937914	2.02795899118064	0.0400381658225797	-0.5082994667669	71
Base	GNV1B_2005-01-01_A_02.gnv ~	19	1/31/2012 10:50:01 PM	5.43468985287473	3.02680592738596	8	78.8772973490079	-1.56390663376078	-0.623973204754293	2.23748086049454	0.522819545406719	-0.2753290221468	21
Observations		20	1/31/2012 10:50:02 PM	5.85790580278263	3.23261923322236	8	78.8783953647633	-1.44608952105045	-0.0281194448471069	2.55769321948173	-0.399536157613966	-1.2829312611347	8
Rover	GO_CONS_SST_RIN_1b_2012 V	21	1/31/2012 10:50:03 PM	6.31677801860496	3.26448405577807	8	78.8795156398743	-1.83445531548932	-1.30272033531219	2.52097455458716	-0.267174701352133	-1.3547614611105	7
Туре	C1 ~	22	1/31/2012 10:50:04 PM	6.0179934669286	3.12697807696237	8	78.8806585338215	-1.57991260802373	-1.70746301207691	1.10508256749017	0.0221296501977122	0.22628869710990	8
Base	GO_CONS_SST_RIN_1b_2012 V	23	1/31/2012 10:50:05 PM	5.74850327381864	3.04580056538159	8	78.8818242534239	-1.51477367850021	-0.392931665293872	2.254656877456	0.138070909747967	0.46259952337345	6
GPS ephemeris						•							-
	igu16732_18.sp3 ~												_
	Load catalogs	> 13:09:13 > Experiment #1 s	tarted!										
Experiment	Start 0 Stop	> Input: Start: 1 Number of harmoni	/31/2012 10:49:00 cs: 10, Ambiguity	PM, End: 1/31/ sigma: 10, Imp	2012 10:50:20 P rover's type: K	M, Step: 1, alman, Regim	Covariance: 100, e: PPP, GNV, Typ	0.001, Model Co e: C1.	variance: 100, 0.	001, Observatio	n error: 10, Init:	ial residual: (	3,
Output file	Output.txt	> 13:09:23											
	Reset	> Experiment #1 i	s done!										
	T ROOM	> > Output: Standar >	d deviation: 1.098	65051320453, M	ean value: 6.25	165130527547							

Рис. 1. Рабочее окно программы LOIS

моделирования, как: интервал времени уточнения орбиты, шаг по времени, начальное приближение вектора состояния (кооринаты и компоненты скоростей) КА, число гармоник в разложении гравитационного потенциала Земли, а также различные статистические параметры вроде ошибок наблюдений и автоковариаций ошибок уточняемых параметров. Помимо этого, пользователь может самостоятельно выбрать файлы наблюдений, опорных орбит, эфемерид ГНСС-спутников, а также тип используемых наблюдений. Окно вывода отображает информацию о результатах моделирования в виде таблицы выходных данных и сообщений в окне лога. Таблица содержит информацию о невязках между наблюдениями и моделью наблюдений, количестве ГНССспутников и о расхождениях уточненной орбиты с некоторой опорной.

LOIS имеет отдельный поток для вычислений, независимый от графического интерфейса, это позволяет продолжать работать с программой даже при запущенных вычислениях. Благодаря этому пользователь может настроить параметры следующего эксперимента и поставить его в очередь на выполнение. Такой подход представляется удобным, когда необходимо подобрать априори неизвестные значения автоковариаций уточняемых параметров и наблюдений.

## 2. МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ LOIS

Можно выделить группу методов, основанную на технике обработки всех имеющихся наблюдений одновременно. К таким методам можно отнести, например, метод наименьших квадратов (МНК) [7–10], методы минимизаций нормы и вариации [11, 12], а также метод максимального правдоподобия [13, 14]. МНК был выбран в качестве основного метода в программном комплексе LOIS, поскольку является наиболее популярным, простым и эффективным методом из этой группы.

Помимо этого, существует альтернативная группа методов уточнения орбит, в которой наблюдения обрабатываются по мере их поступления. В данном случае методы имеют следующее вычислительное преимущество. Если обозначить число наблюдений как n, a m — число уточняемых параметров, то квадратная матрица, требующая операции обращения, также называемая нормальной матрицей, имеет размерность n \* n, а не m \* m, как в случае МНК. Поэтому, например, если имеется только один источник наблюдений, то результат операции обращения становится скалярной величиной. Такие способы обработки информации получили свою популярность благодаря работам Сверлинга [15] и Калмана [16]. А основной метод дифференциального уточнения орбит стал называться фильтром Калмана.

Помимо обыкновенного фильтра Калмана [17, 18], также выделяют обобщенный фильтр [19], фильтр «без запаха» [20], метод, основанный на разделенной разности [21], и фильтр, основанный на уравнении Риккати, параметры которого зависят от состояния объекта [22]. Так как монотонное расхождение опорной и истинной орбит не позволяет обыкновенному фильтру сходиться на длительном временном интервале, в данной работе мы сосредоточились на внедрении именно обобщенного фильтра Калмана (ОКФ) в проблему уточнения орбит. Его ключевое преимущество состоит в том, что он использует оценку вектора состояния, вычисленную на предыдущей эпохе в качестве априорной оценки для следующей эпохи, иными словами, в роли опорной орбиты выступает уточненная по предыдущим эпохам орбита.

Как уже было отмечено выше, в программе LOIS для уточнения орбит есть возможность использовать один из двух методов: метод наименьших квадратов

(МНК) или обобщенный фильтр Калмана (ОФК). Ниже кратко описан алгоритм последнего.

Обыкновенный фильтр Калмана вычисляет поправки к вектору состояния, который на каждый момент вычислен теоретическим образом. То есть для всего интервала наблюдений сначала рассчитывается приблизительная орбита спутника, а затем алгоритм с учетом наблюдений выдает поправки к вектору состояния и тем самым получается орбита, близкая к реальной.

Основным отличием обобщенного фильтра Калмана от обычного является тот факт, что для его работы необходимо только начальное значение вектора состояния и ковариационная матрица ошибок уточняемых параметров. На следующий момент наблюдения уточненный вектор состояния поступает на вход фильтра, и так продолжается, пока не закончатся наблюдения. После обработки наблюдений на момент времени  $t_k$  оценка вектора состояния на этот момент используется в качестве нового опорного вектора состояния:

$$(\mathbf{X}_k^*)_{new} = \hat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{X}_k^* + \hat{\mathbf{x}}_k, \tag{1}$$

где  $\hat{\mathbf{x}}$  — вычисленные поправки к вектору состояния,  $\mathbf{X}^*$  — вектор состояния опорной орбиты,  $\hat{\mathbf{X}}$  — оценка вектора состояния.

Использование оценки вектора состояния  $\mathbf{X}_k$  в качестве опорного вектора состояния даст нам  $\hat{\mathbf{x}}_k = 0$ , откуда следует, что априорные поправки на следующую эпоху  $\mathbf{x}_{k+1}^* = 0$ . Оценка  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$  будет вычисляться по формуле:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = K_{k+1} \mathbf{y}_{k+1},\tag{2}$$

где K — так называемая матрица усиления, а у — вектор невязок между наблюдениями и моделью наблюдений.

Вследствие монотонного расхождения опорной и истинной орбит обычный фильтр Калмана не может обеспечить сходимость процесса на длительных интервалах времени. Преимущество обобщенного фильтра Калмана состоит в том, что сходимость к наилучшей оценке вектора состояния будет гораздо быстрее, чем в обычном, поскольку в качестве опорной орбиты используется результат предыдущего вычисления.

Рассмотрим алгоритм работы обобщенного фильтра Калмана:

 экстраполяция вектора состояния на следующий момент времени с помощью переходной матрицы F [23]:

$$\bar{\mathbf{X}}_{k+1} = F_k \hat{\mathbf{X}}_k, \quad \hat{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{X}_0; \tag{3}$$

- вычисление матрицы ковариации:

 $\bar{P}_{k+1} = F_k P_k F_k T + V_k,$ 

- вычисление матрицы усиления:

 $\Gamma I$ 

Л١

 $K_{k+1} = \bar{P}_{k+1}H_{k+1}T[H_{k+1}\bar{P}_{k+1}H_{k+1}^T + Q_{k+1}]^{-1},$  (5) где H — матрица наблюдений, а Q — матрица ковариации ошибок наблюдений;  вычисление уточненной оценки вектора состояния с учетом новых наблюдений <sup>3</sup>:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1} + K_{k+1} [\mathbf{Y}_{k+1} - G(\bar{\mathbf{X}}_{k+1}^*, t_{k+1})],$$
 (6)  
где  $\mathbf{Y}$  — вектор наблюдений,  $G(\bar{\mathbf{X}}^*, t)$  — модель  
наблюдений;

 вычисление матрицы ковариации уточненной оценки вектора состояния:

$$P_{k+1} = \bar{P}_{k+1} - K_{k+1}H_{k+1}\bar{P}_{k+1}.$$
(7)

Затем индекс k заменяется на k+1 и алгоритм начинается заново.

#### 3. ОБРАБОТКА НАБЛЮДЕНИЙ ГНСС

В настоящий момент существуют два основных типа наблюдений с навигационных спутников: кодовые и фазовые. Эти измерения производятся приемником на борту низкоорбитального КА, а затем сохраняются и передаются в наземный центр обработки и анализа наблюдений. Данные спутниковых навигационных приемников имеют свой формат обмена, имеющий обозначение RINEX <sup>4</sup> (Receiver Independent Exchange Format). Последняя версия формата позволяет поддерживать работу со всеми современными спутниковыми навигационными системами: GPS<sup>5</sup>, ГЛОНАСС<sup>6</sup>, Галилео<sup>7</sup>, Бэйдоу<sup>8</sup>, QZSS<sup>9</sup>, IRNSS<sup>10</sup>.

Кодовые измерения представляют собой псевдодальности — искаженные значения реальных расстояний между ГНСС-спутником и приемником. Эти измерений состоят из дальномерного кода, который содержит импульсы, чередующиеся в определенной последовательности. По факту код имеет псевдослучайное распределение нулей и единиц. На спутнике и в приемнике синхронно генерируются одинаковые коды, при этом код в приемнике представляет собой копию кода спутника. Два идентичных кода коррелируют лишь тогда, когда при совмещении они полностью совпадают друг с другом. Однако принятый в приемнике код спутника запаздывает по отношению к местному на время, пропорциональное пройденному им расстоянию, поэтому пришедший и местный коды не коррелируют. Время распространения сигнала, следовательно, и дальность от приемника до спутника определяют задержкой местного кода до обнаружения сильной его корреляции с кодом, принятым со спутника. Искажения в реальных дальностях возникают за счет рассинхронизации часов спутника и приемника, что необходимо учитывать при обработке таких измерений.

Другой тип наблюдений — измерения фазы несущей. Фазовым методом выполняют наиболее точные измерения, так как их инструментальная погрешность в этом случае не превышает 1–2 мм. Метод основан на том, что фаза синусоидального колебания

(4)

<sup>6</sup> https://www.glonass-iac.ru/guide/gnss/glonass.php

<sup>10</sup> https://www.isro.gov.in/irnss-programme

 $<sup>^3</sup>$   $G(ar{\mathbf{X}}_{k+1}*,t_{k+1})$  — модель наблюдений

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> https://cddis.nasa.gov/Data\_and\_Derived \_Products/GNSS/RINEX\_Version\_3.html

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> https://www.gps.gov

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> https://galileognss.eu

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> http://en.beidou.gov.cn

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> https://qzss.go.jp/en/

изменяется пропорционально времени. По истечении каждого периода фаза колебаний меняется на один цикл. В приемнике фаза принятой со спутника волны отличается от фазы местных колебаний на величину, пропорциональную расстоянию от спутника до приемника. Однако при фазовом методе измерений возникает сложная проблема разрешения целочисленной неоднозначности. На пути от спутника к приемнику изменению расстояния в одну длину волны соответствует изменение фазы волны в один цикл (период). Поэтому результат измерения разности фаз пришедшего и местного колебаний должен состоять из некоторого целого числа циклов и дробной их части. В действительности измерениями фиксируется только дробная часть. Это означает, что при длине волны 19 см расстояние, каким бы оно не было большим, фиксируется только в пределах этого отрезка. Иными словами, неоднозначность фазовых измерений обусловлена тем, что отсутствует возможность счета целого числа уложений длины волны в измеряемом расстоянии, и поэтому нужны дополнительные усилия, чтобы получить истинные значения дальностей.

Помимо целочисленных неоднозначностей, фазовые измерения подвержены еще одному вредному эффекту — «проскальзыванию» циклов. При данном эффекте сигнал спонтанно меняется на неопределенное целое число циклов по сравнению с предыдущим наблюдением и возникает необходимость дополнительно уточнять эту неоднозначность. Возможными причинами для возникновения эффекта «проскальзывания» циклов являются: эффекты многолучевости, малое отношение сигнал-шум, ошибки в приемной аппаратуре, ошибки в опорном генераторе частоты навигационного спутника.

Помимо инструментальных погрешностей измерений существует еще ряд источников ошибок, которые влияют на точность определения абсолютных координат приемника:

- нестабильность работы генератора,
- задержка в бортовой аппаратуре,
- неопределенность пространственного положения спутника,
- другие погрешности космического сегмента,
- неточность эфемерид,
- другие погрешности наземного сегмента,
- ионосферная задержка,
- тропосферная задержка,
- шумовая ошибка приемника,
- многолучевость,
- другие ошибки сегмента пользователя.

В среднем суммарная погрешность от всех этих источников может составлять  $\approx 13$  м.

Программа LOIS способна считывать данные формата RINEX и выделять нужные типы измерений. Поскольку в некоторых случаях, например для разрешения проблемы неоднозначностей или для оценки влияния ионосферы, необходимо составлять линейные комбинации измерений [24], программа делает это автоматически на этапе чтения каталога с наблюдениями. После загрузки каталогов пользователю предоставляется выбор, с помощью каких измерений или их комбинаций производить уточнение орбиты. Помимо этого, существует возможность отсеивания наблюдений по уровню отношения сигнал-шум, чтобы для уточнения орбиты выбирать только достоверные данные. При этом значение сигнал-шум считывается из файла наблюдений RINEX.

Для уточнения орбит существуют 4 режима работы программы. Первый — это режим моделирования наблюдений, используется для тестирования алгоритмов, а также для моделирования процесса уточнения орбиты в будущих космических миссиях. Остальные три режима относятся к обработке реальных ГНСС-данных для уточнения орбиты. В них составляются так называемые нулевые, одинарные и двойные разности измерений соответственно. Нулевые разности подразумевают собой стандартные траекторные измерения, получаемые одним приемником с нескольких ГНСС-спутников. В одинарных разностях используются два приемника ГНССсигналов, наблюдающих одну и ту же группировку спутников. Они составляются путем вычитания измерений первого приемника из измерений второго. Причем оба измерения проводятся от одного и того же ГНСС-спутника. Двойные же разности получаются путем вычитания друг из друга одинарных разностей. Составление одинарных разностей позволяет избежать процедуру учета рассинхронизации часов на спутнике с опорной шкалой времени. Составление двойных разностей избавляет от необходимости выполнения подобной процедуры для часов приемника. Однако в этих двух режимах уменьшается точность разностного измерения по сравнению со стандартным. В данной работе для апробации программы используется первый режим, режим моделирования наблюдений.

### 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ УТОЧНЕНИЯ ОРБИТЫ

В данной статье представлен результат работы программного комплекса LOIS в режиме моделирования измерений. В этом режиме у пользователя нет реальных наблюдений, вместо этого они моделируются на основе выбранной орбиты КА с приемником. Орбита задается путем введения начального вектора состояния КА. А для моделирования дальнейшего движения космического аппарата в программе LOIS используется метод численного интегрирования дифференциальных уравнений движения и определенная модель сил, действующих на аппарат. При численном интегрировании используется метод Рунге-Кутта 4-го порядка, оптимальный для подобных задач. В модель сил входит учет влияния Луны, Юпитера и Солнца, а также возможен учет гравитационного поля Земли вплоть до 360-го порядка гармоник, согласно модели EGM-96<sup>11</sup>. Поэтому модель сил можно описать следующей формулой, представляющей собой дифференциальное уравнение движения второго порядка:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu \mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{a}_L + \mathbf{a}_h + \mathbf{a}_J + \mathbf{a}_A, \qquad (8)$$

<sup>11</sup> https://cddis.nasa.gov/926/egm96/

где **г** — геоцентрический радиус-вектор КА,  $\mu$  — гравитационный параметр Земли <sup>12</sup> км<sup>3</sup>с<sup>-2</sup>, **a**<sub>h</sub> — возмущающее ускорение от ГПЗ, обусловленное несферичностью Земли, **a**<sub>L</sub>, **a**<sub>J</sub>, **a**<sub>A</sub> — возмущающие ускорения, возникающие под влиянием Луны, Юпитера и Солнца на движение КА.

Формулы для вычисления возмущающего ускорения, обусловленного несферичностью Земли можно найти в литературе [23]. А для учета воздействия Луны, Юпитера и Солнца можно использовать следующее выражение [23]:

$$\mathbf{a}_{body} = \mu \left( \frac{\mathbf{r}_b - \mathbf{r}}{\left| \mathbf{r}_b - \mathbf{r} \right|^3} - \frac{\mathbf{r}_b}{\left| \mathbf{r}_b \right|^3} \right),\tag{9}$$

где индекс *body* подразумевает Луну, Юпитер или Солнце, а  $\mathbf{r}_b$  — соответственно радиус-вектор выбранного тела, который вычисляется на основе эфемерид DE421<sup>13</sup>.

В процессе уточнения орбит возникает необходимость составления модели наблюдений. В настоящем программном комплексе учитывается световая задержка сигнала, смещения фазовых центров антенн спутников и приемника, а также релятивистские эффекты, связанные с распространением сигнала. Модель измерений описывается следующей формулой:

$$R_B^j(t_2) = \varrho_B^j(t_1, t_2) + c \cdot \delta_B(t_2) + c \cdot \delta^j(t_1) + \Delta \rho_{apc}^B(t_2) + \Delta \rho_{apc}^j(t_1) + c \cdot dt_{rel}^j(t_1), \quad (10)$$

где  $t_1, t_2$  — моменты испускания и приема сигнала,  $R_B^j$  — вычисляемая модель наблюдения,  $\delta_B$  — ошибка часов низкого спутника  $B, \, \delta^j$  — ошибка часов высокого спутника  $j, \, \Delta \rho_{apc}^B, \Delta \rho_{apc}^j$  — поправки за счет смещения фазового центра антенны низкого и высокого спутников,  $dt_{rel}^j$  — релятивистская поправка часов высокого спутника.

В качестве спутниковой навигационной системы была выбрана система GPS. Ее спутники находятся на высоте порядка 20 000 км, и, благодаря глобальному покрытию, в каждый момент времени низкоорбитальный аппарат может наблюдать от 6 до 12 спутников одновременно.

Для оценки эффективности работы программы и проверки используемых алгоритмов и моделей было проведено несколько экспериментов. Вместо реальных измерений в них использовались модельные, которые получались следующем образом. Вначале моделировалась низкая околоземная орбита с диапазоном высот 300-500 км и наклонением 89°, подобная орбите, используемой в космической программе GRACE. На основе данной орбиты составляются траекторные измерения путем вычисления дальности между GPS-спутником и приемником. Поскольку в реальности измерения подвержены ошибкам, связанным с прохождением сигнала в ионосфере и его процессом регистрации в приемнике, для моделирования измерений к дальностям прибавляется аддитивный белый гауссовский шум. Таким образом, модель наблюдений приобретает более упрощенный вид:

$$R_B^j(t_2) = \varrho_B^j(t_1, t_2) + \delta_{noise},$$
(11)

где  $\delta_{noise}$  — гауссовский шум.

Уровень шума пользователь может выбирать в окне ввода параметров, а модельные дальности вычисляются автоматически в программе, поэтому предварительно также необходимо загрузить файлы эфемерид GPS-спутников в формате SP3.

В первом эксперименте моделировались зашумленные наблюдения со стандартным отклонением порядка нескольких метров, имитируя кодовые измерения. На рис. 2 представлен результат работы программы с такими наблюдениями в виде зависимости невязок от времени. Невязки представляют собой сигнал рассогласования между наблюдением и моделью. Они вычисляются для каждого наблюдаемого ГНСС-спутника и затем находится их среднее значение, а разброс этих невязок от среднего отражает величина их стандартного отклонения. В данном эксперименте в начальный вектор состояния закладывалась ошибка на уровне 1 км.



*Рис. 2.* Зависимость невязок от времени. Шум измерений 3–5 м



Рис. 3. Зависимость отклонений координат от истинной орбиты от времени. Шум измерений 3-5 м

Из рис. 2 видно, что невязки сходятся к закладываемому уровню шума в несколько метров уже спустя 15 мин. В то время, как рис. 2 является косвенным доказательство успешности работы

<sup>12 398600.4415(8)</sup> 

<sup>13</sup> https://pypi.org/project/de421/



Рис. 4. Зависимость отклонений скоростей от истинной орбиты от времени. Шум измерений 3-5 м

программы, рис. 3 и 4 напрямую отображают отклонения компонент оцененного вектора состояния от истинной орбиты.

Поскольку в качестве наблюдений используются псевдодальности, в которых явным образом нет зависимости от компонент вектора скорости, отклонения по координатам КА сходятся к нулю гораздо быстрее, чем отклонения по скоростям.

Во втором эксперименте уровень шума моделируемых наблюдений для тех же входных данных был уменьшен до нескольких мм. Результаты приведены на рис. 5, 6 и 7. В данном случае зависимости становятся заметно более гладкие, а расхождения координат КА с истинной орбитой становятся на уровне нескольких миллиметров. На рис. 5 скачки в зависимостях объясняются сменой наблюдаемой группировки спутников.



Рис. 5. Зависимость невязок от времени. Шум измерений 1-2 мм

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа проводилась в целях создания надежного инструмента по уточнению орбит низкоорбитальных искусственных спутников Земли. Эта задача имеет крайнюю важность в области космической геодезии, поскольку знание точных абсолютных координат КА в пространстве необходимо для использования методов космической гравиметрии и градиентометрии в задаче по определению параметров ГПЗ. В этой задаче спутник или группировка



Рис. 6. Зависимость отклонений координат от истинной орбиты от времени. Шум измерений 1-2 мм



Рис. 7. Зависимость отклонений скоростей от истинной орбиты от времени. Шум измерений 1-2 мм

спутников выполняют роль высокочувствительного инструмента гравитационного потенциала. Соответственно возникает необходимость знания положения КА на орбите с высокой точностью. Такую точность могут обеспечить глобальные навигационные спутниковые системы, в частности GPS и ГЛОНАСС. Навигация низкого КА происходит с помощью приема и обработки ГНСС-сигналов. Для их обработки используются методы дифференциального уточнения орбиты.

Были изучены фундаментальные основы линейной теории уточнения орбит и реализован метод фильтра Калмана для обработки траекторных измерений. Была разработана программа LOIS, позволяющая уточнять абсолютные координаты приемника сигналов ГНСС, находящегося на околоземном низкоорбитальном космическом аппарате. Для иллюстрации эффективности работы данной программы были созданы модельные GPS-измерения и модельная орбита низкоорбитального КА. Программа тестировалась на наблюдениях, имитирующих кодовые, с шумом в несколько метров (стандартное отклонение), и фазовые, с шумом в несколько миллиметров, измерения. В обоих случаях, внедряя в начальный вектора состояния КА ошибку местоположения в 1 км, алгоритму удалось сойтись до закладываемого уровня шума. Точность порядка 1 см была достигнута при использовании фазовых измерений и модели сил, включающей воздействие от Луны, Солнца и Юпитера. Этот результат подтверждает правильность работы алгоритма фильтрации Калмана и программного комплекса LOIS.

В дальнейшем данная программа будет использоваться как для уточнения орбит низких околоземных КА уже существующих космических миссий, так и для моделирования будущих проектов, направленных на изучение ГПЗ. Для обработки реальных наблюдений потребуется более полная модель сил. Поскольку данная программа предназначена для уточнения орбит КА, находящихся в непосредственной близости к Земле, то для более точных результатов в модели движения КА следует учесть возмущающее влияние твердых, океанических и полярных приливов, атмосферного сопротивления и давления солнечного излучения. В перспективе по результатам апробации программного комплекса на реальных данных космических миссий возможно добавление этих возмущающих факторов в модель движения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Tapley B., Bettadpur S., Watkins M., Reigber C. // The Gravity Recovery and Climate Experiment: Mission overview and early results. Geophys. Research Lett. 2004. 31.
- Ansari K, Corumluoğlu Ö, Verma P. // An overview of the International GNSS Service (IGS). GRENZE Int. J. Comput. Theory Eng. 2017. 3. P. 54.
- Jin S., Cardellach E., Xie F. // Introduction to GNSS. 2014. 19. P. 3.
- Emelianov N.V. // Practical Celestial Mechanics. Department of Physics, Moscow State University. 2018. P. 270.
- 5. The SOFA software libraries. Internation Astronomical Union. 2018.
- 6. About SPICE TOOLKIT. NASA NAIF JPL. 2018.
- Xiucong S., Pei C., Christophe M., Chao H. // Low-Earth Orbit Determination from Gravity Gradient Measurements. Acta Astronautica. Special Section: Selected Papers from the International Workshop on Satellite Constellations and Formation Flying 2015. 2016. 123. P. 350.
- Roberto F., Daniele M. // Acta Astronautica. 2020. 168. P. 92.

- Crisp N.H., Roberts P.C.E., Livadiotti S., Macario Rojas A. // In-orbit aerodynamic coefficient measurements using SOAR (Satellite for Orbital Aerodynamics Research). 2021. 180. P. 85.
- Vitali B., Heiner K., Enrico S. // Acta Astronautica. 2019. 159. P. 410.
- Yuzi J., Hexi B., Pengbin M. // Augmented unbiased minimum-variance input and state estimation for tracking a maneuvering satellite. Acta Astronautica. Fourth IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems (DYCOSS2018). 2019. textbf163. P. 96.
- Li H., Li J., Huang Y. // Minimum-Variance Estimation of Thrust Acceleration During Orbit Transfer Process. 2002.
- Resti A., Idler S., Provvedi F., Zelli C. // RA-2 radar altimeter: instrument operation concept and system performance. Acta Astronautica. Benefits of Space for Humanity. 1996. 159. P. 405.
- 14. *Barrett M, Brierley S. //* RMaximum likelihood estimation for orbit determination. Astrodynamics Conference.
- Swerling P. // First-Order Error Propagation in a Stagewise Smoothing Procedure for Satellite Observations. Santa Monica, CA. 1959.
- 16. *Kalman R.* // A new approach to linear filtering and prediction problems transaction of the asme journal of basic. 1960.
- Tamer B. // A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. 2009. P. 167.
- 18. Liptser R. Sh. // Avtomat. i Telemekh. 1977. P. 207.
- Lam Q., Junker D., Anhalt D., Vallado D. // Analysis of an Extended Kalman Filter Based Orbit Determination System. 2010.
- Julier S., Uhlmann J.K. // Unscented Filtering and Nonlinear Estimation. Proceedings of the IEEE. 2004. textbf92. P. 401.
- Karlgaard C., Schaub H. // Journal of Guidance Control and Dynamics – J GUID CONTROL DYNAM. 2007. 30. P. 885.
- Xin M., Balakrishnan S. // A new filtering technique for a class of nonlinear systems. 2003. 1. P. 1034.
- 23. Montenbruck O., Gill E. // Satellite Orbits. 2001. P. 382.
- Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Wasle E. // GNSS. Global Navigation Satellite Systems. 2007. P. 546.

## LOIS—a Program for Refining the Orbits of Artificial Earth Satellites Using Global Positioning Systems

## P. R. Zapevalin<sup>1,a</sup>, V. E.Zharov<sup>2,b</sup>, A. S.Zhamkov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Astro Space Center of Lebedev Physics Institute, Moscow 117997, Russia <sup>2</sup>Sternberg Astronomical Institute, Lomonosov Moscow State University Moscow 119234, Russia E-mail: <sup>a</sup>pav9981@yandex.ru, <sup>b</sup>vladzh2007@yandex.ru

The LOIS (Low Orbit Improvement Software) program used for high-precision positioning of low orbit artificial Earth satellites is presented. The differential methods used in the program to refine the orbits are described. The results of refinement of model orbits are presented.

*Keywords*: orbit determination, Low Earth orbit, Global navigation satellite system. PACS: 95.10. *Received 16 September 2021*.

English version: Moscow University Physics Bulletin. 2021. 76, Suppl. 1. Pp. S110–S117.

#### Сведения об авторах

- 1. Запевалин Павел Романович инженер-исследователь; e-mail: pav9981@yandex.ru.
- 2. Жаров Владимир Евгеньевич доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; e-mail: vladzh2007@yandex.ru.
- 3. Жамков Александр Сергеевич канд. физ.-мат. наук, начальник отдела; e-mail: zhamkov@physics.msu.ru.