

АСТРОНОМИЯ, АСТРОФИЗИКА И КОСМОЛОГИЯ

Уточнение орбиты космического радиотелескопа в проекте «Миллиметрон» («Спектр–М»)П. Р. Запевалин,^{1, a} А. Г. Рудницкий,¹ М. А. Щуров,¹ Т. А. Сячина¹¹ *Астрокосмический центр Физического института имени П.Н. Лебедева РАН
Россия, 117997, Москва, ГСП-7, Профсоюзная, 84/32*

Поступила в редакцию 16.12.2021, после доработки 10.01.2022, принята к публикации 18.02.2022.

В рамках создания космической обсерватории «Миллиметрон», была поставлена задача разработать надежный инструмент для баллистико-навигационного обеспечения КА «Спектр–М». В этой статье описывается программное обеспечение, разрабатываемое для определения и уточнения орбитальных параметров космических аппаратов, в том числе и обсерватории «Миллиметрон». В работе кратко описывается проект обсерватории «Спектр–М», алгоритмы определения орбиты, представлены результаты работы программного обеспечения. Кроме того, была проведена оценка количества наземных станций слежения для оптимальных измерений параметров орбиты КА «Спектр–М», чтобы обеспечить требуемую точность орбиты и сократить время, когда космическая обсерватория находится вне зоны видимости. Реализованные алгоритмы были протестированы на модельных и реальных данных наблюдений.

Ключевые слова: небесная механика, уточнение орбит, космический аппарат.
УДК: 520.88. PACS: 95.40.+s, 95.55.-n.

ВВЕДЕНИЕ

Задача точного определения местоположения космического корабля стала актуальной с момента первых запусков космических аппаратов. После запуска космической миссии «Радиоастрон» («Спектр–Р»¹ [1]) в 2011 г., возникла необходимость в определении положения космического аппарата (КА) на высокоэллиптических орбитах (ВЭО) с высокой точностью. *Помимо этого, определение точного положения КА крайне важно для успешной работы космического аппарата нового поколения под названием «Миллиметрон» («Спектр–М») и дальнейшей корреляции наземнокосмических интерферометрических наблюдений. Для определения параметров движения «Спектр–М» планируется проводить траекторные измерения в X диапазоне с максимальной погрешностью 0.5 мм/с по скорости и 20 м по дальности.*

Сложность определения параметров орбиты связана с расстоянием до космического аппарата. Для обеспечения успешного выполнения научных задач миссии «Миллиметрон» выбрана орбита вокруг точки либрации L2 системы Солнце-Земля/Луна. На подобную орбиту уже запускались космические телескопы Gaia [2], Planck [3] и Джеймс Уэбб [4]. Заявленная точность позиционирования у космического телескопа Джеймс Уэбб (JWST) — 3 км, а точность определения скорости — 0.2 см/с. Научной целью миссии Gaia было создание точной трехмерной карты примерно одного миллиарда звезд. Для этих целей требовалась точность 0.1 км по местоположению и 0.5 мм/с по лучевой скорости. Космическая миссия Planck требо-

вала точность в 0.1 км по местоположению КА и 0.5 мм/с по лучевой скорости.

В настоящее время в лаборатории баллистического и навигационного обеспечения космических проектов Астрокосмического центра Физического института им. П.Н. Лебедева (АКЦ ФИАН) ведутся работы по созданию нового программного обеспечения для определения параметров орбиты космических аппаратов в составе программного комплекса для решения баллистических и навигационных задач. Такой инструмент определения параметров орбиты предлагается создать на основе обобщенного фильтра Калмана и метода наименьших квадратов ([5], [6]). Это программное обеспечение будет использоваться не только для баллистико-навигационного обеспечения «Спектр–М» и будет применено и для других научных космических миссий с учетом их конкретных конфигураций орбит, ориентации и конструкции. В настоящее время в лаборатории проводится отладка этого программного модуля с использованием модельных измерений различных типов, а также его тестирование на данных траекторных измерений, полученных в ходе проекта «Спектр–Р».

1. ОБСЕРВАТОРИЯ «МИЛЛИМЕТРОН»

«Миллиметрон» («Спектр–М») станет первым в мире 10-метровым охлаждаемым космическим телескопом субмиллиметрового, миллиметрового и дальнего инфракрасного диапазона. Миссия включена в Федеральную космическую программу Российской Федерации, а головной организацией проекта «Спектр–М» в части создания бортового комплекса научной аппаратуры является АКЦ ФИАН.

Для снижения нагрузки на активную систему охлаждения телескопа обсерватории «Миллиметрон» и обеспечения беспрецедентно высокого углового разрешения его орбита будет расположена вокруг

^a E-mail: pav9981@yandex.ru¹ Сайт космической миссии «Радиоастрон»: <http://www.asc.rssi.ru/radioastron/>

точки Лагранжа L2 Солнце-Земля. Время полета КА от старта до перехода на условно-периодическую траекторию около L2 составляет около 100 суток. На траектории полета проводится 2–3 коррекции для обеспечения выхода КА в окрестности точки L2 Солнце–Земля.

2. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТЫ

В нашем программном обеспечении были реализованы метод наименьших квадратов и фильтр Калмана. Ниже приведено краткое описание алгоритма обобщенного фильтра Калмана, который использовался для определения орбиты.

Фильтр Калмана и обобщенный фильтр Калмана являются наиболее часто используемыми методами [7]. Обычный фильтр Калмана позволяет нам вычислять поправки к вектору состояния, который вычисляется теоретически для каждого момента. То есть для всего временного интервала наблюдений мы должны сначала рассчитать опорную орбиту спутника. Затем алгоритм с учетом наблюдений вносит поправки в вектор состояния и, таким образом, получается орбита, близкая к реальной. Будем называть ее восстановленной траекторией.

Для вычисления априорной ковариационной матрицы ошибок параметров введем матрицу перехода и линеаризуем уравнения движения:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= A(t)\mathbf{x}(t), \\ \mathbf{x}(t) &= \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}^*(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{X}(t)$ — вектор состояния истинной траектории (неизвестен) и $\mathbf{X}^*(t)$ — вектор состояния опорной траектории (известен),

$$A(t) = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}(\mathbf{X}^*, t), \quad (2)$$

Общее решение (1) будет иметь вид:

$$\mathbf{x}(t) = F(t, t_0)\mathbf{x}_0, \quad (3)$$

где $\mathbf{x}_0 = \mathbf{X}(t_0) - \mathbf{X}^*(t_0)$. Матрица $F(t, t_0)$ называется матрицей перехода. Данная матрица удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению [8]:

$$\dot{F}(t, t_0) = A(t)F(t, t_0), \quad (4)$$

с начальными условиями:

$$F(t_0, t_0) = I, \quad (5)$$

где I — единичная матрица.

Путем численного интегрирования (4) можно получить матрицу перехода для любого момента времени t . Упрощенное выражение для ее расчета будет следующим:

$$F_k = I + A_k t_k, \quad (6)$$

где матрица A_k определяется из (2), I — единичная матрица, t_k — временной шаг между k и $k+1$ наблюдениями. Тогда матрица перехода будет иметь вид:

$$F_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_k & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & t_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & t_k \\ \frac{\partial \dot{r}_x}{\partial x} t_k & \frac{\partial \dot{r}_x}{\partial y} t_k & \frac{\partial \dot{r}_x}{\partial z} t_k & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \dot{r}_y}{\partial x} t_k & \frac{\partial \dot{r}_y}{\partial y} t_k & \frac{\partial \dot{r}_y}{\partial z} t_k & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\partial \dot{r}_z}{\partial x} t_k & \frac{\partial \dot{r}_z}{\partial y} t_k & \frac{\partial \dot{r}_z}{\partial z} t_k & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

В отличие от обыкновенного фильтра Калмана, обобщенный обеспечивает гораздо более быструю сходимость вектора состояния. Основное отличие обобщенного фильтра Калмана заключается в том, что для его работы необходимы только начальное значение вектора состояния и ковариационная матрица ошибок уточняемых параметров. В следующий момент наблюдения новый, оцененный, вектор состояния используется в качестве входных данных для фильтра, и так продолжается до конца наблюдений. После обработки наблюдений в момент времени t_k оценка вектора состояния в этот момент используется как новый опорный вектор состояния:

$$(\mathbf{X}_k^*)_{new} = \hat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{X}_k^* + \hat{\mathbf{x}}_k, \quad (8)$$

где значок $\hat{}$ означает оценку.

Использование оценки вектора состояния $\hat{\mathbf{X}}_k$ в качестве опорного вектора состояния даст нам $\hat{\mathbf{x}}_k = 0$. Таким образом, оценка $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ будет вычисляться по следующему выражению:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = K_{k+1}\mathbf{y}_{k+1}, \quad (9)$$

где K — матрица усиления, а \mathbf{y} — вектор невязки наблюдения в эпоху t_{k+1} . Последняя величина есть отличие наблюдений \mathbf{Y} от модели наблюдений $G(\mathbf{X}^*, t)$.

Приведем итоговый алгоритм обобщенного фильтра Калмана:

- Вычисление переходной матрицы F_k согласно (7);
- Экстраполяция вектора состояния к следующему моменту времени с помощью численного интегрирования уравнений движения или с использованием матрицы перехода:

$$\bar{\mathbf{X}}_{k+1} = F_k \hat{\mathbf{X}}_k, \quad \bar{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{X}_0, \quad (10)$$

где $\hat{\mathbf{X}}$ — оценка из предыдущей итерации и $\bar{\mathbf{X}}$ — вектор априорного состояния на текущем шаге;

- Расчет ковариационной матрицы ошибок оцениваемых параметров:

$$\bar{P}_{k+1} = F_k P_k F_k^T + V_k, \quad (11)$$

где V — ковариационная матрица шума, а P — ковариационная матрица ошибок параметров;

- Расчет матрицы усиления с использованием матрицы наблюдений H :

$$K_{k+1} = \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T [H_{k+1} \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1}, \quad (12)$$

где матрица наблюдений H связывает истинный вектор состояния и вектор наблюдений и состоит из частных производных вектора наблюдений по уточняемым параметрам; R — ковариационная матрица ошибок наблюдений, которая по сути является матрицей ковариаций белого гауссовского шума;

- Вычисление обновленной оценки вектора состояния с учетом новых наблюдений \mathbf{Y}_{k+1} :

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1} + K_{k+1}[\mathbf{Y}_{k+1} - G(\bar{\mathbf{X}}_{k+1}, t_{k+1})], \quad (13)$$

- Обновление оценки ковариационной матрицы ошибок параметров:

$$P_{k+1} = \bar{P}_{k+1} - K_{k+1} H_{k+1} \bar{P}_{k+1}. \quad (14)$$

Затем индекс k заменяется индексом $k+1$, и выполнение алгоритма начинается заново.

3. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ И МОДЕЛЬ СИЛ

Экстраполяция орбиты проводилась с помощью численного интегрирования уравнений движения. Использовался одношаговый метод Рунге–Кутты–Фельберга 7(8) с адаптивным шагом интегрирования [9].

Разработанный модуль определения орбиты был протестирован на данных, смоделированных для низкой околоземной орбиты, высокоэллиптической орбиты (ВЭО), орбит обсерваторий «Миллиметрон» и «Радиоастрон». Поэтому необходимо учитывать особенности каждой из этих орбит. Поскольку «Радиоастрон» в перигее приближается к Земле, неизбежен учет несферичности Земли. Также из-за большого эксцентриситета орбиты «Радиоастрона» возникают силовые возмущения от Луны и Солнца. Численное интегрирование выполнялось в геоцентрической небесной системе координат (GCRF). Понятно, что представленная здесь модель не отвечает требованиям сверхточного определения орбиты, поскольку она не включает возмущения от давления солнечного излучения на космический аппарат, которые весьма значительны при диаметре главного зеркала 10 метров. На это есть несколько причин. Во-первых, в данной работе вполне достаточно такой модели для тестирования нового программного обеспечения и отработки алгоритмов. А во-вторых, окончательный вариант номинальной орбиты обсерватории «Миллиметрон» находится на стадии проектирования. Кроме того, происходит выбор и утверждение научной программы миссии, от которой полностью будет зависеть ориентация космического корабля в космосе. Следовательно, уместно добавить учет солнечного давления после того, как будет утверждена научная программа и, соответственно, ориентация аппарата в пространстве.

Таким образом, ускорение КА в GCRF следующее:

$$\ddot{\mathbf{r}}_s = -\frac{\mu \mathbf{r}_s}{|\mathbf{r}_s|^3} + \mathbf{a}_h + \mathbf{a}_p, \quad (15)$$

где μ — гравитационный параметр Земли, \mathbf{r}_s — вектор положения КА, \mathbf{a}_h — возмущающее ускорение, вызванное несферичностью Земли, \mathbf{a}_p — возмущающее ускорение, вызванное влиянием других планет Солнечной системы, а также Солнца и Луны.

Вывод уравнений для возмущающего ускорения Земли, вызванного несферичностью, можно найти в [10]. Теперь введем окончательный вид выражений возмущающего ускорения, вызванного влиянием других тел Солнечной системы:

$$\mathbf{a}_p = \mu_p \left(\frac{\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_s}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_s|^3} - \frac{\mathbf{r}_p}{|\mathbf{r}_p|^3} \right), \quad (16)$$

где μ_p — гравитационный параметр небесного тела, \mathbf{r}_p — вектор положения соответствующего тела относительно его центра.

4. МОДЕЛЬ НАБЛЮДЕНИЙ

В настоящем разделе подробно описывается модель наблюдений. В качестве наблюдений использовались однопутевые измерения наклонности дальности и скорости.

4.1. Однопутевые измерения наклонной дальности

Сначала рассмотрим модель измерения расстояния между космическим аппаратом s и наземной станцией:

$$R_s^r = \varrho_s^r + dt_{rel}^s c, \quad (17)$$

где R_s^r — измерение дальности между космическим аппаратом s и наземной станцией r , ϱ_s^r — истинное расстояние между космическим аппаратом s в момент передачи сигнала и наземной станцией r в момент приема сигнала, dt_{rel}^s — релятивистская поправка космического аппарата s , где c — скорость света.

Релятивистскую поправку мы считаем как смещение бортовых часов относительно часов наземной станции. Она рассчитывается согласно выражению [11]:

$$dt_{rel}^s = -\frac{2}{c^2}(\mathbf{r}_s \cdot \dot{\mathbf{r}}_s), \quad (18)$$

Геометрический член $\varrho_s^r(t)$ вычисляется следующим образом:

$$\varrho_s^r(t) = \left((x_s(t_s) - x^r(t^r))^2 + (y_s(t_s) - y^r(t^r))^2 + (z_s(t_s) - z^r(t^r))^2 \right)^{1/2}, \quad (19)$$

где t_s — время передачи сигнала, t^r — время приема сигнала,

$\{x_s(t_s), y_s(t_s), z_s(t_s)\}$ — координаты космического аппарата в момент времени t_s ,

$\{x^r(t^r), y^r(t^r), z^r(t^r)\}$ — координаты наземной станции в момент времени t^r .

Чтобы вычислить матрицу наблюдений, необходимо вычислить частные производные наблюдений по уточняемым параметрам. Дифференцируя выражение (19) по вектору положения \mathbf{r}_s , можно получить следующее выражение:

$$\frac{\partial R_s^r}{\partial \mathbf{r}_s} = \frac{\mathbf{r}_s - \mathbf{r}^r}{\varrho_s^r}. \quad (20)$$

Производные по трем другим компонентам вектора состояния (скорости v_x, v_y, v_z) равны нулю.

Если учесть, что в один момент можно провести несколько разных измерений, то матрица наблюдений для спутника s , которая используется в выражениях (12) и (14), будет задаваться следующим выражением:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_s^1}{\partial x_s} & \frac{\partial F_s^1}{\partial y_s} & \frac{\partial F_s^1}{\partial z_s} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_s^n}{\partial x_s} & \frac{\partial F_s^n}{\partial y_s} & \frac{\partial F_s^n}{\partial z_s} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

где n — количество измерений на текущий момент времени.

4.2. Доплеровские измерения

Модель доплеровских измерений была принята в следующем виде:

$$Z_s^r = \frac{(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}^r)}{|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}^r|} (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}^r), \quad (22)$$

где Z_s^r — доплеровское измерение между космическим аппаратом s и наземной станцией r , \mathbf{v}^r и \mathbf{v}_s — векторы скорости наземной станции и космического аппарата соответственно. Частные производные наблюдений по элементам вектора состояния находятся аналогично путем дифференцирования этого выражения.

После того, как будет утверждена окончательная номинальная орбита «Миллиметра», в модель наблюдений будут внесены поправки, чтобы учесть распространение сигнала в атмосфере, а также смещения фазового центра для антенны приемной наземной станции и передающей антенны космического корабля.

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1. Параметры моделирования

Для проверки реализованных алгоритмов восстановления орбиты были промоделированы два типа орбит. Кроме того, на основе этих орбит были созданы модельные измерения дальности и скорости полета с частотой 16 МГц. Измерения дальности представляли собой расстояния между данной наземной станцией слежения и космическим аппаратом на модельной орбите с наложением гауссовского шума.

Были использованы следующие наземные станции из каталога VTRF2008 [12]: станция Aiga VLBI (AIRA²), радиотелескоп Effelsberg (EFLSBERG³) и телескоп Green Bank (GBT_VLBI⁴).

Для моделирования ВЭО за точку старта брался реальный вектор состояния «Радиоастрона». Векторы начальных состояний для модельной околоземной и высокоэллиптической орбиты в геоцентрической небесной системе координат (GCRF) показаны в таблице.

Хотя нами было проведено некоторое количество экспериментов с разными входными параметрами, здесь в качестве примера мы приводим по одному эксперименту для каждого типа орбиты. В будущем, чтобы применить фильтр с более реалистичной моделью гало-орбиты, можно будет собрать статистику экспериментов, чтобы выбрать оптимальные начальные значения для ковариационных матриц ошибок параметров и ошибок наблюдений. Кроме того, в экспериментах представленных ниже мы намеренно выбрали большие ошибки вектора начального состояния, чтобы продемонстрировать процесс восстановления орбиты при заранее неизвестных координатах космического аппарата.

Результаты восстановления орбиты представлены в виде графиков, показывающих абсолютное значение разницы между истинной и оцененной траекторией во времени. Под термином *истинная траектория* мы понимаем модельную орбиту. Орбита с ошибками в векторе начального состояния принимается за *опорную траекторию*. А *восстановленная траектория* — результат восстановления

орбиты с зашумленным вектором начального состояния с использованием модельных наблюдений. Качество восстановления орбиты проверялось путем введения ошибки в вектор начального состояния и восстановления орбиты до исходной модели. На полученных графиках мы обнаружили колебательное поведение расчетных ошибок орбиты. Низкие частоты этих колебаний объясняются особенностями орбиты КА. А верхние частоты возникают из-за фильтра Калмана, который пытается аппроксимировать правильное решение на основе информации об орбите и величине модельной ошибки измерения на каждом шаге.

5.2. Околоземная кеплеровская орбита

Фильтр Калмана чрезвычайно чувствителен к вектору начального состояния КА, а также к составу и качеству наблюдений. При внесении ошибок в начальный вектор состояния, восстановление орбиты может оказаться неудачным. Фильтр Калмана не сможет найти истинную орбиту и сойтись к правильному решению для уточняемых параметров. В некоторых случаях при достаточном наборе априорной информации можно рассчитывать на благоприятный исход, но процесс сходимости решения может затянуться во времени.

В первом эксперименте ошибка измерений (стандартное отклонение) для станции AIRA была установлена на уровне 10 м по дальности и 0.01 м/с по скорости. Для начального приближения мы установили ошибку в ~ 10 км по положению и 10 м/с по лучевой скорости. Такие большие первоначальные ошибки были внесены для большей наглядности эксперимента. В реальности такая ситуация может возникнуть, если связь с космическим аппаратом будет на какое-то время потеряна, и будут доступны только оптические измерения. В результате мы получили, что погрешность оценки наклонной дальности до спутника существенно уменьшается примерно за 15 часов.

Затем орбита восстанавливалась с использованием сразу трех станций: AIRA (стандартное отклонение по дальности 10 м и 0.01 м/с по скорости), EFLSBERG (стандартное отклонение по дальности 100 м и 0.001 м/с по скорости) и GBT_VLBI (стандартное отклонение по дальности 100 м и 0.001 м/с по скорости). В этом случае фильтр Калмана позволил восстановить траекторию значительно быстрее (за пару минут). Он снизил невязки до уровня шума, что показано на рис. 1.

Этот результат указывает на типичное поведение фильтра Калмана, а именно на зависимость сходимости решения от количества доступных наблюдений.

5.3. Кеплеровская высокоэллиптическая орбита

В этом разделе представлены результаты для модельной высокоэллиптической орбиты (ВЭО), аналогичной орбите космической обсерватории «Радиоастрон». Для моделирования такой траектории мы использовали реальный вектор состояния «Радиоастрона» в качестве начального приближения и численно интегрировали его согласно разработанной модели движения. Мы выбрали для этого эксперимента

² <http://www.spacegeodesy.go.jp/vlbi/en/facilities/aira.html>

³ <https://www.mpifr-bonn.mpg.de/en/effelsberg>

⁴ <https://www.gb.nrao.edu/ovlbi/>

Таблица. Векторы начальных состояний модельных орбит

Положение	X , км	Y , км	Z , км
Круговая околоземная орбита	7100	0	1300
Высокоэллиптическая орбита	40611.495	-53473.136	61892.867
Скорость	\dot{X} , км/с	\dot{Y} , км/с	\dot{Z} , км/с
Круговая околоземная орбита	0	7.350	1.000
Высокоэллиптическая орбита	0.005	1.051	2.319

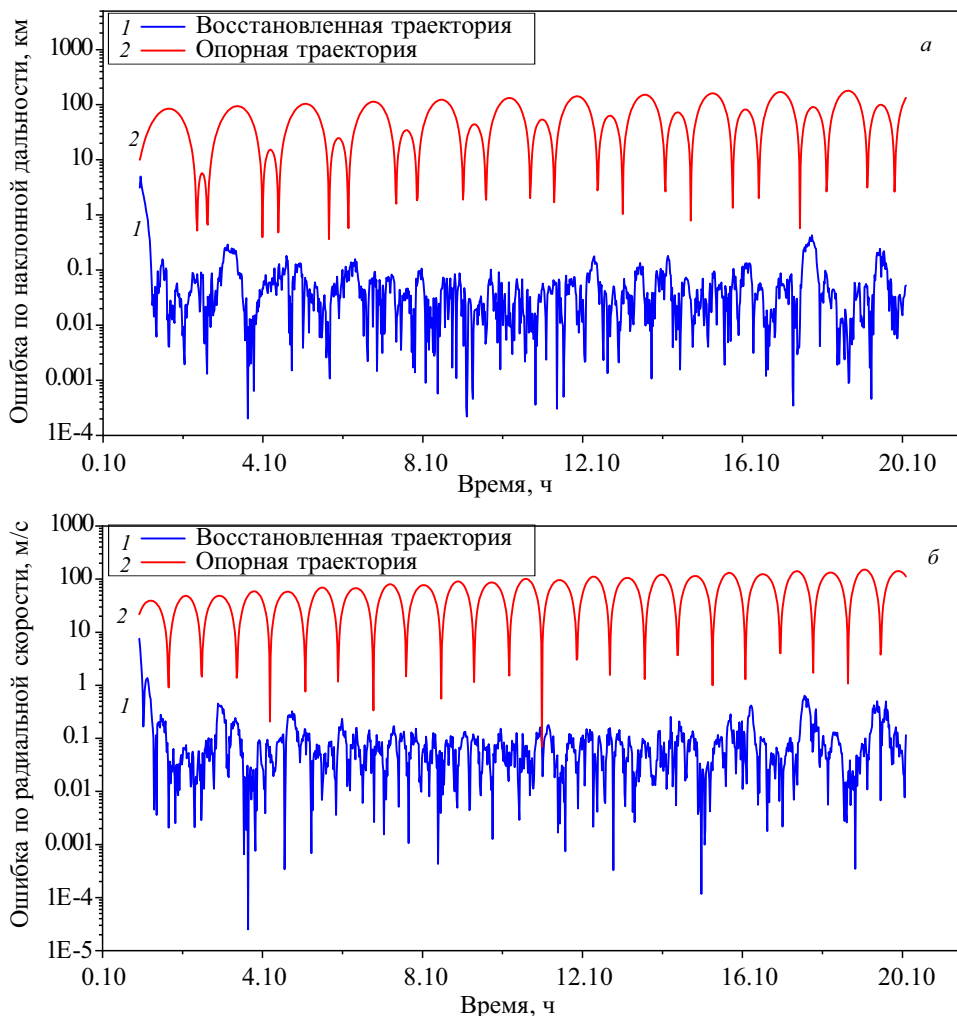


Рис. 1. Результат восстановления орбиты для моделируемой околоземной орбиты. Зависимость ошибки уточненной и опорной орбиты по a — наклонной дальности, b — лучевой скорости КА от времени. Наземные станции: AIRA, EFLSBERG, GBT_VLBI

интервал времени в 30 дней, ошибку начального положения в 200 км и ошибку начальной скорости в 100 м/с. Измерения были промоделированы со следующими ошибками: 50 м и 5 м/с для AIRA, 100 м и 10 м/с для GBT_VLBI и 150 м и 15 м/с для EFLSBERG. В данном эксперименте была обнаружена еще одна интересная особенность фильтра Калмана.

Поскольку ключевым параметром в модели наблюдений и, фактически, в алгоритме восстановления орбиты является само наблюдение, алгоритм пытается уменьшить невязки между наблюдением и моделью до уровня закладываемого шума. В этом случае отдельные компоненты вектора состояния КА не обязательно будут приближаться к корректным значениям. Мы обнаружили этот эффект в данном

эксперименте, тогда как в предыдущем — компоненты вектора состояния и его модуль были оценены одновременно хорошо.

Мы получили, что восстановление координат космического аппарата с использованием двух наземных станций неустойчиво. В то время как ошибка наклонной дальности уверенно падает со временем. Также, в этом случае быстро сходятся к шуму измерения и невязки в модели наблюдения. А поскольку они являются явным и первичным индикатором сходимости процесса, то, не имея заранее информации об истинной траектории, можно было бы сделать вывод, что полученные компоненты вектора состояния были восстановлены правильно. Поэтому важно оценивать ковариационную матрицу ошибок

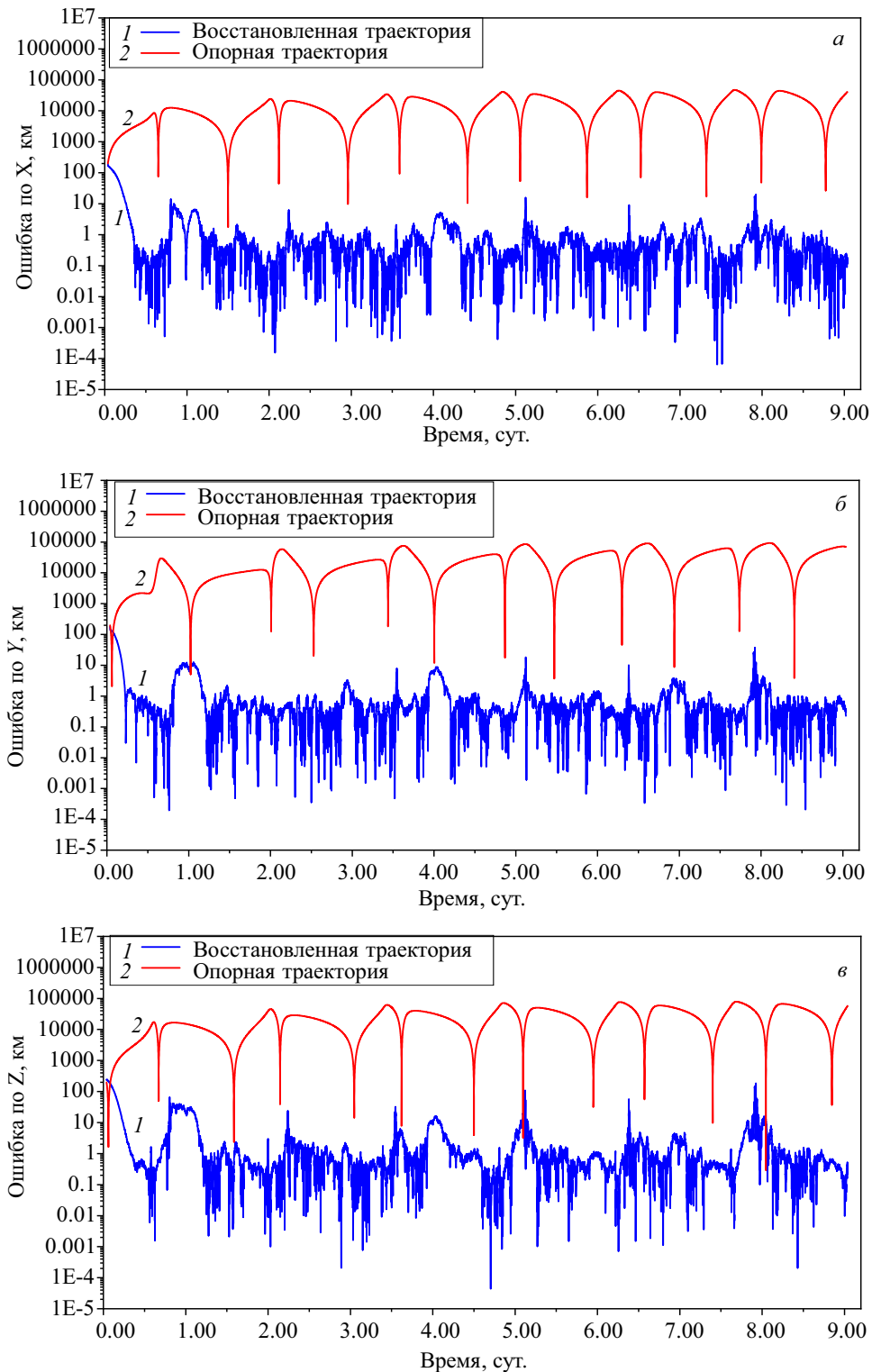


Рис. 2. Результат восстановления модельной кеплеровской ВЭО. Зависимость ошибок компонент радиуса-вектора от времени. Наземные станции: AIRA, EFLSBERG, GBT_VLBI.

уточняемых параметров. Аналогичная ситуация наблюдается с лучевой скоростью и ее компонентами.

Только включение трех независимых наборов наблюдений (см. рис. 2) позволило добиться правильного результата, когда координаты сходятся к их истинным значениям в пределах шумов.

Этот эксперимент показывает правильность алгоритма восстановления орбиты, а также указывает на то, что для получения высокой точности восстановления траектории необходимо задейство-

вать как можно больше независимых наблюдений. Это может быть достигнуто либо путем увеличения количества станций слежения, принимающих сигнал с космического корабля, либо с помощью других типов наблюдений: оптических, спутникового лазерного определения дальности (SLR), наблюдений от глобальных навигационных спутниковых систем (GNSS).

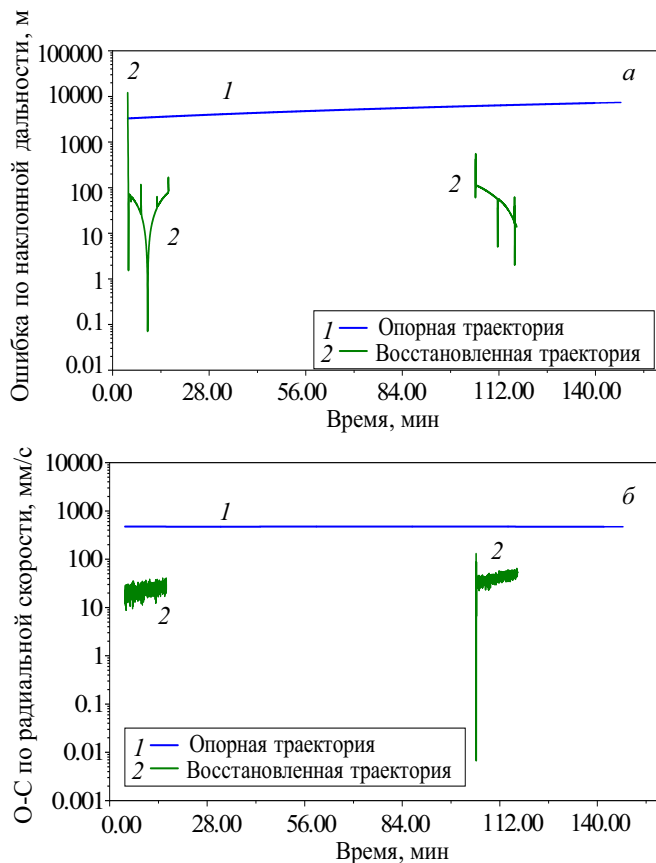


Рис. 3. Результат восстановления орбиты с помощью фильтра Калмана для реальных измерений обсерватории «Радиоастрон». Зависимости от времени ошибки уточненной и опорной орбит КА по a — наклонной дальности, b — лучевой скорости. Наземная станция: USSURISK.

6. РЕАЛЬНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Программный модуль уточнения орбит был протестирован на реальных траекторных измерениях космического аппарата миссии «Радиоастрон» («Спектр-Р»). Был выбран временной интервал измерений на котором имелась уже восстановленная орбита. Эта орбита была получена в Институте прикладной математики им. М. В. Келдыша и принималась в данной работе за истинную траекторию космического аппарата. Результаты работы нашего модуля восстановления параметров орбиты сравнивались с этой орбитой.

Орбита восстанавливалась с использованием однопутевых измерений наклонной дальности и лучевой скорости. Каждый файл данных «Радиоастрона» содержит указание типа измерения, кода наземной станции слежения, информацию об эпохе наблюдения, значение измерения в Международной системе единиц (СИ) и информацию об ошибке наблюдения. Для «Радиоастрона» к точности орбиты предъявлялись следующие требования [13]:

- погрешность определения положения КА не хуже 600 м;
- погрешность скорости не хуже 2 см/с.

На рис. 3 приведены результаты восстановления орбиты. Измерения производились один раз в секунду. Для наглядности результатов показаны графики

уточнения орбиты «Радиоастрона» на временном интервале 2 часа. На этом интервале было два сеанса измерений длительностью 15 мин. Между ними мы использовали численное интегрирование орбиты. Отклонение начального вектора состояния от истинного мы задали в 10 км по каждой координате и 1 м/с по каждой компоненте вектора скорости.

Согласно полученным результатам, если не учитывать аномальные измерения, уточненный радиус-вектор КА отличается от истинного примерно на 45 м в обоих сеансах измерений. А лучевая скорость отличается от своего значения на истинной орбите на 10–20 мм/с. В то время как в файлах наблюдений ошибка наклонной дальности была указана как 50 м, а ошибка лучевой скорости — как 1 см/с. Таким образом, можно сделать вывод, что разработанная нами программа восстановления орбиты успешно протестирована на реальных данных и обеспечивает меньшие ошибки прогноза положения спутника, чем ошибки наблюдений.

7. ОРБИТА ОБСЕРВАТОРИИ «МИЛЛИМЕТРОН»

Наконец, мы протестировали наше программное обеспечение на гало-орбите вокруг точки Лагранжа L2 системы Солнце-Земля космической миссии «Миллиметрон» («Спектр-М»). Ошибки вектора начального состояния были заложены следующие: 110 км по положению и 10 м/с по скорости. Во-первых, мы промоделировали наблюдения с тремя наземными станциями и следующими ошибками: 100 м по дальности и 0.1 м/с по скорости. В этом эксперименте расчетное расстояние до спутника хорошо сходится с истинной орбитой по сравнению с опорной орбитой. Во-вторых, мы решили промоделировать измерения с ошибками 20 м и 0.5 мм/с, которые являются номинальными характеристиками измерений, заявленными в технических требованиях к проекту «Миллиметрон». В этом случае мы добились низкого уровня (с точностью до ошибки наблюдения) ошибок дальности и лучевой скорости. Поэтому мы попытались использовать новые модельные наблюдения только с двумя наземными станциями. Результаты этого эксперимента показаны на рис. 4. Они оказались не хуже, чем для трех наземных станций. Можно сделать вывод, что процесс уточнения орбиты сильно зависит как от качества, так и от количества измерений.

8. ТРЕБОВАНИЯ К НАЗЕМНЫМ СТАНЦИЯМ СЛЕЖЕНИЯ

Важно подчеркнуть, что уточнение орбиты с помощью модельных измерений предполагает, что для надежного восстановления всех компонентов вектора состояния космического аппарата требуются как минимум три наземные станции слежения. С другой стороны, приемлемый результат можно получить даже при меньшем количестве наземных станций. Здесь играет важную роль такое понятие, как наблюдаемость, то есть возможность получить однозначную оценку для всех компонентов вектора состояния аппарата при имеющихся наблюдениях. Конечно, для хорошей наблюдаемости

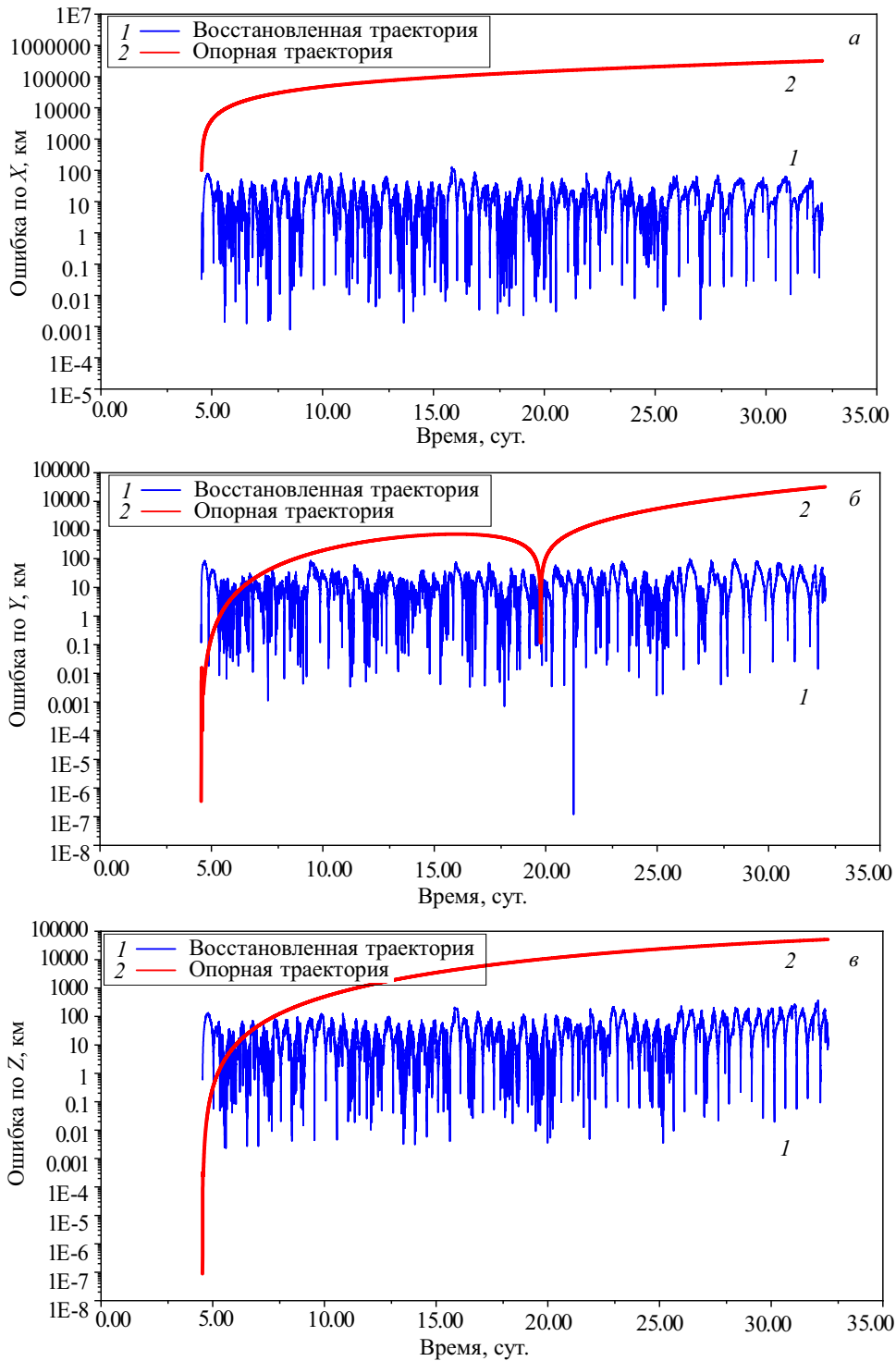


Рис. 4. Результат восстановления орбиты с помощью фильтра Калмана для модельных измерений обсерватории «Миллиметрон». Зависимость ошибки радиуса-вектора КА от времени. Наземные станции: AIRA, EFLSBERG

необходимо иметь достаточно точное начальное приближение вектора состояния КА, многочисленные и разнообразные типы измерений с относительно небольшими ошибками.

Принимая во внимание возможность использования нескольких наземных станций, следует выяснить, как часто возможно осуществлять радиоконтакт с этими станциями. Радиовидимость КА оценивалась как процент времени существования космического аппарата, когда он наблюдается хотя бы одной наземной станцией. Чтобы проиллюстрировать оценку видимости, мы создали набор диаграмм (рис. 5)

за 5-летний временной интервал с шагом в 1 час. Эти диаграммы отображают видимость космического аппарата «Миллиметрон» на двух типах орбит с участием до 5 наземных станций. Наземные станции: EHT_ALMA (Atacama Large Millimeter Array), GBT_VLBA (Green Bank Telescope), PUSHCH22 (радиотелескоп РТ-22 Пушинской Раидоастрономической Обсерватории ПРАО АКЦ ФИАН), USSURISK (радиотелескоп РТ-70 Галенки), VLA (Very Large Array). Анализ проводился для двух конфигураций орбит: для околоземной эллиптической орбиты и гало-орбиты вокруг точки L2. В качестве

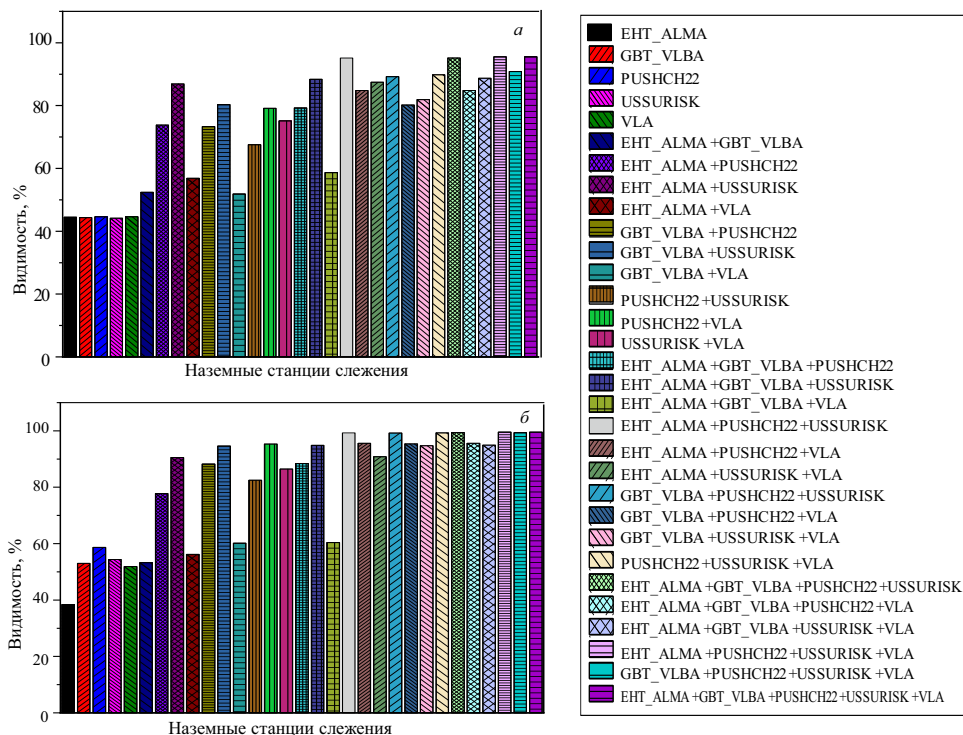


Рис. 5. Процент видимости обсерватории «Миллиметрон» различными комбинациями наземных станций за 5-летний интервал времени. Миллиметрон находится на: *a* — околоземной эллиптической орбите, *b* — гало-орбите вблизи точки Лагранжа L2 системы Солнце–Земля

станций выбирались известные радиотелескопы, работающие в режиме РСДБ. Очевидно, что чем больше наземных станций слежения будет поддерживать обсерваторию, тем точнее будет восстановление орбиты и тем продолжительнее будет время наблюдения за КА. Лучшая комбинация должна иметь как минимум две станции в северном полушарии и как минимум одну станцию в южном полушарии. Этот результат схож с тем, что ранее было получено для миссии Gaia. В этой миссии также используется три наземные станции, но две находятся в южном полушарии (Аргентина и Австралия) и одна — в северном (Испания). Однако, поскольку в России уже есть две станции, которые использовались в проекте «Спектр-Р», имеет смысл подключить еще одну станцию из южного полушария.

Бесспорно, чрезвычайно важно рационально использовать время наблюдений космических аппаратов и, особенно, научного спутника «Спектр-М». Необходимо обеспечить видимость на уровне 99–100% с помощью наземных средств слежения и научных приборов в течение всего срока службы космического корабля.

Помимо научного радиоканала, необходимо обеспечить радиосвязь для управления космическим аппаратом и его бортовыми системами. Мы пришли к выводу, что с учетом только российских станций слежения в Медвежьих озерах, Байконуре и Уссурийске максимальное время отсутствия радиосвязи с обсерваторией «Миллиметрон» оценивается в ~ 32 дня. Несомненно, такое время пропадания КА из поля зрения следует считать неприемлемым, поскольку оно делает невозможным процесс уточ-

нения орбиты и, кроме того, лишает нас контроля за космической обсерваторией.

9. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Необходимо провести усовершенствование разработанного программного обеспечения для повышения результирующей точности восстановления орбиты. Прежде всего, необходимо добавить в текущую модель обработку астрометрических наблюдений. Они обеспечивают возможность измерять координаты космического аппарата в плоскости неба, так что это дополнительная информация к стандартным наклонным дальностям. К сожалению, оптические наблюдения невозможны для наземных станций в экстремальных погодных условиях. Во-вторых, модель измерения требует добавить учет разгрузок бортовых гироскопов. Поскольку космическая обсерватория должна сохранять свое положение в пространстве неизменным при определенных режимах работы, происходит серия включений двигателей управления ориентацией. Безусловно, информация, содержащая время включения, продолжительность работы двигателя и расход топлива, может быть использована для восстановления орбиты.

Используемая модель сил обсерватории «Миллиметрон» также требует улучшения. Поскольку космический аппарат имеет большое главное зеркало (диаметром 10 м), необходимо учитывать негравитационные возмущающие силы. В частности, следует добавить модель давления солнечного излучения и учесть ориентацию антенны обсерватории космического аппарата.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Было создано программное обеспечение для уточнения параметров орбиты КА. Чтобы проиллюстрировать эффективность нашего программного обеспечения, мы промоделировали однопутевые измерения и применили их к различным типам орбит. Во всех случаях при различных начальных условиях достигалась сходимость решения к истинной орбите с точностью до шума модельных измерений. Далее, алгоритм был протестирован на наборе данных космического аппарата «Спектр-Р». В этом случае удалось добиться погрешности позиционирования в 45 м и погрешности лучевой скорости в 15 мм/с. Эти значения оказались меньше ошибок наблюдений, которые были указаны в наборе исходных данных. Мы полагаем, что использование новых типов измерений и совершенствование модели измерения и распространения позволит достичь более высокой точности восстановления орбиты и, как следствие, определить положение наземно-космического интерферометра с точностью до нескольких метров.

Наконец, мы проанализировали наблюдаемость космического аппарата. Результаты показывают, что для надежного восстановления орбиты требуется не менее трех наземных станций слежения. Причем эти станции должны быть расположены в разных полушариях Земли, чтобы покрыть как можно большую часть небесной сферы. Например, должно быть две станции в северном полушарии и одна в южном полушарии. Это условие строго необходимо для обеспечения контроля над космическим аппаратом в точке Лагранжа L2 системы Солнце–Земля.

Безусловно, в дальнейшем планируется дополнить программный модуль функционалом для повышения точности, улучшения модели сил и т. д. Однако уже сейчас разработанный программный модуль можно использовать для проектируемой космической обсерватории «Миллиметрон». Более того, эти результаты

позволят повторно улучшить орбиту проекта «Радио-астрон». Что, в свою очередь, позволит в будущем получить новые научные результаты. Уточнение вектора состояния КА позволит добиться принципиально нового уровня качества и результативности РСДБ наблюдений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кардашев Н. С., Хартов В. В., Абрамов В. В. и др. // *Астрономический журнал*. 2013. **90**. С. 179.
2. Prusti T., Joliet E. I. et. al. // *Astronomy and Astrophysics*. 2016. **595**. A1.
3. Ade P. A. R., Aghanim N. I. et. al. // *Astronomy and Astrophysics*. 2011. **536**. A1.
4. Yoon S., Rosales J., Richon K. // *James Webb Space Telescope Orbit Determination Analysis*. International Symposium on Space Flight Dynamics. May, 2014. P. 17.
5. Vallado D. // *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*. 1997.
6. Liptser R. Sh. // *Avtomat. i Telemekh.* 1997. **6**. P. 207.
7. Chen J., Tang G., Liu Y., Luo Q. // *Spacecraft Relative Navigation Based on The Converted Measurement Kalman Filter*. 3rd International Conference on Unmanned Systems (ICUS). 2020. Pp. 84-87.
8. Tapley B. D., Schutz B. E., Born G. H. // *Statistical Orbit Determination*. Elsevier Academic Press. 2004. P. 563.
9. Bettis D. G. // *Numerical Solution of Ordinary Differential Equations*. Recent Advances in Dynamical Astronomy. 1973. P. 71.
10. Montenbruck O., Gill E. // *Satellite Orbits. Models, Methods, and Applications*. 2001. P. 382.
11. Hyung J. R., Yoon S. P., Shutz B. E. // *The GLAS Algorithm Theoretical Basis Document for Precision Orbit Determination (POD)*. 2013. P. 144.
12. Böckmann S., Artz T., Nothnagel A. // *Journal of Geodesy*. 2010. **84**, N 3. P. 201.
13. Zakhvatkin M. V., Andriano A. S., Avdeev V. Yu. et. al. // *Advances in Space Research*. 2020. **65**, N 2. P. 798.

Refinement of the Orbit of the Space Radio Telescope in the Millimetron (Spektr-M) Project

P. R. Zapevalin^a, A. G. Rudnitskiy, M. A. Shchurov, T. A. Syachina

*Astro Space Center of PN Lebedev Physics Institute
Moscow 117997, Russia
E-mail: ^apav9981@yandex.ru*

As part of the creation of the Millimetron Space Observatory, the task was set to develop a reliable tool for ballistic and navigational support of the Spektr-M spacecraft. This article describes software developed to determine and refine the orbital parameters of spacecraft, including the Millimetron Observatory. This paper briefly describes the project of the Spektr-M observatory, algorithms for determining the orbit, and presents the results of the software. In addition, the number of ground-based tracking stations was estimated for optimal measurements of the orbit of the Spektr-M spacecraft to ensure the required orbital accuracy and to reduce the time the space observatory is out of sight. The implemented algorithms were tested on model and real observation data.

Keywords: celestial mechanics, orbit refinement, spacecraft.

PACS: 95.40.+s, 95.55.-n.

Received 16 December 2022.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2022. **77**, No. 3. Pp. 524–534.

Сведения об авторах

1. Запевалин Павел Романович — мл. науч. сотрудник; e-mail: pav9981@yandex.ru.
2. Рудницкий Алексей Георгиевич — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник; e-mail: almax1024@gmail.com.
3. Шуров Михаил Аристотелевич — мл. науч. сотрудник; e-mail: shaddowman@mail.ru.
4. Сячина Татьяна Александровна — мл. науч. сотрудник; e-mail: syachina@asc.rssi.ru.