

## ФИЗИКА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

## Подавление турбулентности магнитным полем во время инверсий

М. Ю. Решетняк<sup>1,2,а</sup><sup>1</sup> Институт физики Земли РАН, Россия, 123995, Москва, Б.Грузинская, д. 10<sup>2</sup> Институт земного магнетизма и распространения радиоволн РАН  
Россия, 142190, Москва, Калужское ш., д. 4

Поступила в редакцию 06.03.2022, после доработки 07.04.2022, принята к публикации 12.04.2022.

Магнитное поле приводит к ослаблению генерации крупномасштабного магнитного поля мелкомасштабными течениями и одновременно к уменьшению омической диссипации. Показано, что уменьшение диссипации важно для процесса смены полярности геомагнитного диполя: увеличивается как частота инверсий, так и изменяется их тонкая структура. В частности, время уменьшения напряженности диполя становится сравнимым со временем его восстановления после инверсии. Это согласуется с результатами трехмерного моделирования и большинством палеомагнитных наблюдений.

**Ключевые слова:** геодинамо, инверсии, квенчинг,  $\alpha$ -эффект, турбулентная диффузия.  
УДК: 537.84. PACS: 47.65.Md.

## ВВЕДЕНИЕ

Геомагнитное поле поддерживается процессами динамо в жидком ядре Земли на протяжении как минимум 3.5 млрд лет [1], что сравнимо с возрастом Земли 4.6 млрд лет. На поверхности планеты поле близко к осесимметричному диполю, ось которого совпадает с осью вращения Земли. Из палеомагнитных наблюдений известно, что за историю Земли магнитный диполь менял свою полярность несколько сот раз [2]. Такие смены полярности получили название инверсий геомагнитного поля. Последняя инверсия была 0.8 млн лет назад. В настоящее время принято считать, что последовательность инверсий является случайным процессом, а их частота зависит от теплового потока на границе ядро-мантия, см. обзор [3]. Современные модели динамо позволяют воспроизводить различные свойства геомагнитного поля на геологических временах, в том числе и инверсии [4].

Менее изученным вопросом является анализ тонкой структуры инверсий. В среднем от момента снижения напряженности дипольного поля до полного его восстановления с противоположным знаком проходит порядка 50 тыс лет. Но насколько этот процесс симметричен во времени, т.е. равно ли время уменьшения напряженности диполя  $t_1$  времени его восстановления  $t_2$  до первоначального состояния, в наблюдениях существуют разногласия. Большинство палеомагнитных наблюдений либо имеют недостаточную точность для ответа на этот вопрос, либо подразумевают, что  $t_1 \approx t_2$ . Автору известна только одна работа, в которой за последние 2 млн лет по 5 инверсиям было получено отношение времен  $\eta = t_1/t_2 \approx 4$  [5]. Такая асимметрия может свидетельствовать либо о существовании сильной нелинейности в системе, либо о смене режимов генерации [6]. Последнее активно обсуждалось в работах [5, 7], где было высказано предположение,

что разрушение диполя соответствует затуханию магнитного поля, а его восстановление — генерации магнитного поля процессом динамо. Переход из одного состояния в другое объясняется близостью системы к порогу генерации магнитного поля, в связи с чем происходят хаотичные переходы из режима генерации в режим затухания поля и обратно. Эта идея была взята за основу в моделях динамо среднего поля [8, 9], в которых удалось воспроизвести режим с реалистичными значениями  $\eta$ . Обратим внимание, что флуктуации энергии вблизи порога генерации влияют не только на величину  $\eta$ , но и могут приводить к всплескам магнитного поля [10].

Казалось бы на этом вопрос о временной асимметрии магнитного диполя во время инверсии можно закрыть, но за все это время ни в одной из трехмерных моделей геодинамо не было отмечено существование инверсий с  $\eta \neq 1$ . Конечно же, трехмерные модели геодинамо, позволяющие покрыть весьма небольшой диапазон параметров, все еще весьма далекий от геофизического, не являются последней инстанцией в геомагнетизме, но и среди палеомагнитных наблюдений подтверждений результатов работы [5] за прошедшее время также не наблюдалось. Очевидно, что возникшее противоречие как между наблюдениями и моделями, так и среди самих моделей, остается открытым для обсуждения. Ниже мы рассмотрим одну из причин, по которым инверсии с  $\eta > 1$  присутствуют в рассмотренных моделях среднего поля и не наблюдаются в трехмерных моделях динамо. Это отличие может быть связано с различным механизмом подавления магнитным полем турбулентности. В моделях среднего поля подавление сводится к уменьшению генерационного члена ( $\alpha$ -эффекта), в то время как в трехмерных моделях подавляется не только генерационный член, но и турбулентная диффузия. Последнее, в рамках рассмотренного ниже анализа, является принципиальным для объяснения режимов с  $\eta \neq 1$ . Результаты могут быть интересны для ши-

<sup>а</sup> E-mail: m.reshetnyak@gmail.com

рокого круга астрофизических объектов, в которых существует турбулентное динамо.

### 1. МОДЕЛИ ДИНАМО И АСИММЕТРИЯ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ ВО ВРЕМЯ ИНВЕРСИЙ

Генерация магнитного поля в металлическом ядре Земли подчиняется уравнениям магнитной гидродинамики. В общей случае это трехмерные уравнения в частных производных, требующие для решения значительные вычислительные ресурсы. Одним из подходов, использованных для упрощения данной системы является разделение физических полей на крупномасштабные и мелкомасштабные (турбулентные). Такое разделение, получившее свое развитие в теории средних полей [11], позволило существенно упростить исходные уравнения, сведя задачу к осесимметричной, что находится в соответствии с наблюдаемым на поверхности осесимметричным магнитным диполем. Подробнее с выводом уравнений можно ознакомиться в [11, 12].

В качестве примера рассмотрим двумерную модель  $\alpha\omega$ -динамо, адаптированную для земного ядра [9]. Генерация осесимметричного магнитного поля в сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$  описывается системой безразмерных уравнений  $\alpha\omega$ -динамо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} &= R_\alpha \alpha B + \left( \nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) A \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= R_\omega \text{rot}_\varphi (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + \left( \nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) B, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $A$  и  $B$  —  $\varphi$ -компоненты вектора потенциала магнитного поля и самого магнитного поля  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ ,  $\alpha$ -эффект ответственен за генерацию полоидального магнитного поля турбулентностью. Генерация тороидального магнитного поля происходит за счет дифференциального вращения. Далее мы будем считать, что поле скорости включает лишь азимутальную компоненту  $\mathbf{V} = (0, 0, V_\varphi)$ , связанную с угловой скоростью жидкости  $\Omega$ :  $V_\varphi = s\Omega(r, \theta)$ , где  $s = r \sin \theta$ . Задача (1) замыкается псевдо-вакуумными граничными условиями на границах оболочки  $r_o = 0.35$ ,  $r_i = 1$ :  $B = \frac{\partial}{\partial r}(rA) = 0$  и  $A = B = 0$  на оси вращения  $\theta = 0, \pi$ .

Система (1) имеет экспоненциальное по времени решение. Скорость роста магнитного поля определяется произведением амплитуд  $\alpha$ ,  $\omega$  эффектов,  $R_\alpha = \frac{\alpha L}{\beta}$ ,  $R_\omega = \frac{GL^2}{\beta}$ , соответственно, где  $L$  — характерный пространственный масштаб области генерации,  $G$  — градиент крупномасштабной скорости,  $\beta$  — коэффициент магнитной диффузии [12]. Само произведение называется динамо-числом  $D = R_\alpha R_\omega$ .

Для ограничения роста магнитного поля вводится нелинейность, учитывающая обратное воздействие магнитного поля на течение:

$$\alpha = \frac{\alpha_o(r, \theta)}{1 + E_m(r, \theta)}, \quad (2)$$

где  $\alpha_o(r, \theta)$  задано,  $E_m = \mathbf{B}^2/2$  — магнитная энергия. Нелинейность является аналогом силы Лоренца

в исходных трехмерных уравнениях динамо. Предполагается, что растущее магнитное поле в первую очередь подавляет  $\alpha$ -эффект. В большинстве случаев влиянием магнитного поля на крупномасштабную скорость, имеющую большую кинетическую энергию по сравнению с турбулентностью, пренебрегают. Тогда эффективное динамо-число с учетом обратного влияния магнитного поля на  $\alpha$  равно  $D = R_\alpha R_\omega f_\alpha(B)$ , где с учетом (2)

$$f_\alpha = \frac{1}{1 + E_m(r, \theta)}. \quad (3)$$

В таком подходе решение уравнений динамо сводится к решению уравнения индукции (1) для магнитного поля при заданных геострофических распределениях крупномасштабной скорости и  $\alpha$ -эффекта [9] с учетом нелинейности  $f_\alpha$  (3). Численные эксперименты [13] указывают, что при  $D < 0$  при последовательном увеличении  $|D|$  сначала магнитное поле дипольное и не совершает инверсий, а далее становится мультипольным с частыми инверсиями. Оба эти режима хорошо известны в геомагнетизме. Для того, чтобы получить инверсии магнитного поля с сохранением дипольности поля между инверсиями в модель необходимо ввести случайные флуктуации  $\alpha$ -эффекта [14]. Среднеквадратичное отклонение  $\alpha$ -эффекта  $C_\epsilon$  является важной статистической величиной, учет которой требуется в моделях, см. подробнее методы ее оценки для солнечного динамо в [15].

Вводя случайную флуктуацию в  $\alpha$  в виде  $\alpha = \hat{\alpha}_o \alpha_o f_\alpha$ , где  $\hat{\alpha}_o = 1 + \epsilon$ ,  $\epsilon$  — случайная величина, в работе [13] удалось получить реалистичные последовательности инверсий геомагнитного поля для геострофических течений в жидком ядре Земли. Под реалистичными инверсиями понимается: 1) магнитное поле остается дипольным между инверсиями; 2) время самой инверсии много меньше времени между соседними инверсиями, т.е. географические полюса являются аттракторами магнитных полюсов. Такие последовательности инверсий можно получить в достаточно широком диапазоне значений  $D$  и  $C_\epsilon$ . Физическая природа флуктуаций связана с конечным числом турбулентных ячеек.

Возвращаясь к теме работы, обратим внимание на следующий принципиальный шаг, сужающий диапазон  $D$  и  $C_\epsilon$ : выполнение вышеупомянутого условия  $\eta > 1$ , наблюдаемого в [5]. Для объяснения большого  $\eta$  в [5] была выдвинута гипотеза, что инверсии происходят вблизи границы затухания (малые  $|D|$ ). Если предположить, что флуктуации  $\alpha$ -эффекта приводят к кратковременному понижению  $D$ , и магнитное поле начинает затухать на “больших” диссипативных временах, а при восстановлении  $\alpha$  начинается рост поля на конвективных временах, меньших по величине, то большие  $\eta$  имеют право на существование. Такой сценарий с  $\eta = 4$  был реализован в модели двумерного осесимметричного  $\alpha\omega$ -динамо [9].

Однакостораживающим оставалось то обстоятельство, что в современных трехмерных моделях геодинамо, включающих в себя как уравнение

индукции, так и уравнения гидродинамики с теплотеносом, упоминания о решениях с  $\eta \neq 1$  не встречалось. Для прояснения сложившейся ситуации в работе [16] был проведен численный эксперимент, в котором в трехмерной модели геодинамо Magic [17, 18] вблизи порога генерации магнитного поля скачком менялось значение числа Рэлея (меры интенсивности тепловых источников) и оценивались характерные времена уменьшения и увеличения напряженности магнитного диполя, магнитной и кинетической энергий. Оказалось, что в пределах ошибки  $\eta$  было всегда порядка единицы. Как уже упоминалось выше, и по палеомагнитным наблюдениям инверсий магнитного поля с  $\eta \neq 1$  также не наблюдалось, за исключением работы [5]. Для того, чтобы понять причину расхождения в результатах моделирования в моделях среднего поля и трехмерных моделей, рассмотрим ниже свойства турбулентности в жидком ядре более детально.

## 2. ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В ЖИДКОМ ЯДРЕ ЗЕМЛИ

Характерные черты конвекции в ядре удобно рассмотреть на примере модели тепловой конвекции в сферическом слое толщиной  $\Delta R$  с заданным перепадом температуры на границах слоя  $\Delta T$ . Слой вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\Omega$ . Амплитуда тепловых источников задается модифицированным числом Рэлея  $Ra = \frac{g\hat{\alpha}\Delta T\Delta R}{\Omega k}$ , где  $g$  — ускорение свободного падения,  $k$  — коэффициент молекулярной теплопроводности,  $\hat{\alpha}$  — коэффициент объемного расширения. При достижении критического значения  $Ra_{cr}$  появляется первая мода: множество вращающихся вокруг своей вертикальной оси циклонов и антициклонов. Их вертикальный масштаб  $\sim \Delta R$ , в то время как масштаб в плоскости, перпендикулярной оси вращения —  $l_{\perp} \sim E^{1/3}\Delta R$ , где  $E = \frac{\nu}{\Omega\Delta R^2}$  — число Экмана,  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости [19]. Поскольку в земном ядре  $E \approx 10^{-15}$ , поперечный масштаб циклонов  $l_{\perp}$  весьма мал, а их число велико  $\sim l_{\perp}^{-1}$ . Присутствие малого масштаба в системе приводит к повышенной диссипации. Последнее проявляется в увеличении критического числа Рэлея от  $Ra_{cr} \sim 1$  в случае без вращения, до  $Ra_{cr} \sim E^{-1/3}$  при быстром вращении. При увеличении  $Ra$  появляется целый пакет мод в волновом пространстве с масштабами большими и меньшими масштаба первой моды, и только потом — крупномасштабное течение, вызванное волнами Россби. Такая система циклонических вихрей может генерировать не только мелкомасштабное магнитное поле, но и крупномасштабное, например, дипольное. Это связано с тем, что возникающие циклонические движения обладают ненулевой средней гидродинамической спиральностью, тесно связанной с  $\alpha$ -эффектом.

Роль турбулентности не ограничивается генерацией  $\alpha$ -эффекта. Важным является появление турбулентной диффузии. Поскольку в ядре коэффициент магнитной диффузии  $\beta$  на несколько порядков больше  $k$  и  $\nu$ , то в первую очередь появление турбулентности сказывается на гидродинамике [4]. Подавление турбулентности магнитным полем приводит

к уменьшению  $k$  и  $\nu$ . При реалистичных значениях магнитного поля в ядре это приводит к уменьшению  $Ra_{cr}$  вплоть до  $Ra_{cr} \sim 1$  [20, 21], т.е. на несколько порядков. Уменьшение же  $\beta$  может происходить в несколько раз. В трехмерных моделях геодинамо, где уравнения гидродинамики присутствуют в явном виде, это явление хорошо известно. В уравнениях же среднего поля, получивших свое начало в медленно вращающихся объектах (галактиках, звездах), этот эффект, как правило, не учитывался. Поскольку уравнений гидродинамики в этих моделях нет, единственная возможность включить этот эффект — ввести квенчинг турбулентной магнитной диффузии для  $\beta^T$  в явном виде по аналогии с (2).

Обычно в моделях среднего поля в астрофизике не акцентируется внимание за счет какого именно магнитного поля происходит подавление турбулентности в  $f_{\alpha}$ : полного или только крупномасштабного. Для модели же геодинамо это важно, поскольку при быстром вращении  $Ra_{cr}$  сильно зависит от  $B$ . Подсказку дает трехмерное моделирование, указывая на то, что во время инверсий происходит перераспределение магнитной энергии по спектру: диполь делится своей энергией с более высокими гармониками, полная же магнитная энергия меняется не значительно. Если бы турбулентность подавлялась только крупномасштабным магнитным полем, то во время инверсий происходила бы перестройка всей конвекции в ядре, что не наблюдается в моделях [22]. Поэтому далее мы будем считать, что как и в  $\alpha$ -квенчинге, так и в аналогичном квенчинге для  $\beta$ , следует учитывать полную магнитную энергию, которая внутри ядра во время инверсии меняется не значительно. Из этих соображений введем подавление магнитным полем турбулентной компоненты магнитной диффузии  $\beta^T$  в виде [23]:

$$\beta^T = \frac{C_{\beta}}{1 + E_m(r, \theta)}, \quad (4)$$

где  $C_{\beta}$  — отношение турбулентной магнитной диффузии к молекулярной. Также, как и  $\alpha$ ,  $\beta^T$  становится равным нулю с ростом магнитного поля, а полная магнитная диффузия  $\beta = 1 + \beta^T$  становится равной молекулярному значению, т.е. в данных обозначениях — единице. Далее предполагаем, что  $C_{\beta} > 0$ , т.е. турбулентность может только увеличить магнитную диффузию. Отметим, что когда говорят об отрицательных значениях турбулентной диффузии, молчаливо предполагают появление дополнительного источника генерации, связанного с турбулентностью, не конкретизируя его природу. В нашем же случае он уже задан явно в виде  $\alpha$ -эффекта.

С учетом флуктуаций  $\epsilon$ , выражение для  $\beta$  имеет вид:

$$\beta = 1 + \beta^T |\epsilon|, \quad (5)$$

где знак модуля был введен, поскольку турбулентные флуктуации могут только увеличить магнитную диссипацию.

Чтобы исследовать зависимость динамо-числа от магнитного поля, используем тот факт, что при

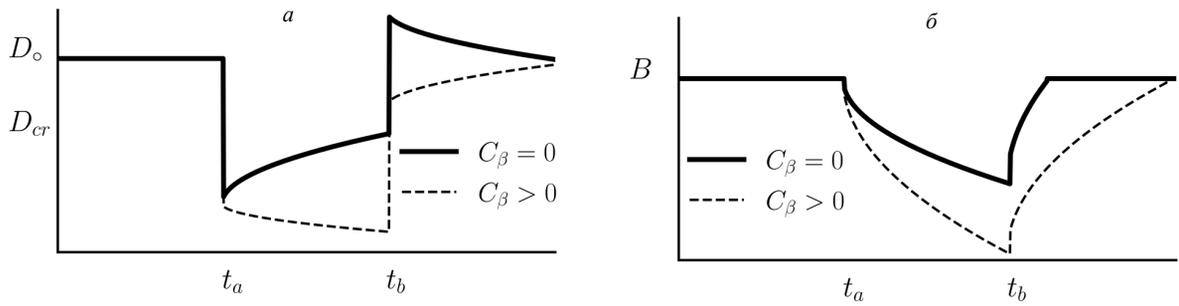


Рис. 1. Поведение динамо-числа  $D$  (а) и магнитного поля  $B$  (б) во время инверсии без и с  $\beta$ -квенчингом. Турбулентная флуктуация в момент времени  $t_a$  приводит к уменьшению  $D$  ниже критического значения  $D_{cr}$  и отскоку в момент  $t_b$ . За счет турбулентной диффузии на интервале  $(t_a, t_b)$   $D$  продолжает уменьшаться, что ускоряет диссипацию магнитного поля

выбранных параметрах основной вклад в магнитную энергию вносит тороидальное магнитное поле  $B$ . Подставив выражения для подавления  $\alpha$ - $\beta$  в определение  $R_\alpha$  и  $R_\omega$ , получим:

$$D = R_\alpha R_\omega \frac{1 + B^2/2}{(1 + B^2/2 + C_\beta |\epsilon|)^2} (1 + \epsilon), \quad (6)$$

где  $B$  — зависит от координат и времени. Проверкой убеждаемся, что при  $C_\beta = 0$  квенчинг для  $D$  происходит только за счет  $f_\alpha$ . В зависимости от величины  $C_\beta$ , динамо-число может как уменьшаться с ростом магнитного поля, так и увеличиваться. В этом можно убедиться, линеаризовав (6) по возмущению магнитного поля  $\delta B = B - B_0$  вблизи  $B = B_0$ :

$$D = R_\alpha R_\omega (1 + \epsilon) \left[ \frac{B_0^2/2 + 1}{(C_\beta |\epsilon| + B_0^2/2 + 1)^2} + \frac{B_0(C_\beta |\epsilon| - B_0^2/2 - 1)}{(C_\beta |\epsilon| + B_0^2/2 + 1)^3} \delta B + O(\delta B)^2 \right]. \quad (7)$$

При  $C_\beta |\epsilon| > B_0^2/2 + 1$  (интенсивная турбулентность или слабое магнитное поле) динамо-число  $D$  убывает с уменьшением  $B$ ,  $\delta B < 0$ , приводя к более быстрой диссипации магнитного поля во время инверсии. В случае  $C_\beta |\epsilon| < B_0^2/2 + 1$   $\beta$ -квенчинг приводит к эффективному ослаблению  $\alpha$ -квенчинга.

Поскольку квенчинг локален в пространстве, его эффективность возрастает в областях с пониженным магнитным полем. Появление интенсивной турбулентности в областях пониженного магнитного поля, например, на экваторе, сродни магнитному изолятору, и будет приводить к рассинхронизации крупномасштабного магнитного поля в северном и южном полушариях, и как следствие — к дополнительной хаотизации, в том числе, и крупномасштабного магнитного поля.

Рассмотрим механизм появления  $\eta > 1$  в моделях среднего поля сначала на простом примере. Пусть в момент времени  $t_a$  за счет флуктуации  $\epsilon$  произошло уменьшение динамо-числа от  $D_0$  до значения  $D(t_a) < D_{cr}$ ,  $\frac{D_{cr} - D(t_a)}{D_{cr}} < 1$ , где  $D_{cr}$  — критическое значение динамо-числа, начиная с которого магнитное поле начинает затухать, см. рис.1,а (в рамках этого анализа мы полагаем,

что  $D > 0$ .) Будем считать для простоты, что время скачка много меньше характерного времени изменения магнитного поля. Для случая с  $C_\beta = 0$  с уменьшением магнитного поля  $D$  растет. При небольшой амплитуде флуктуации и медленном росте динамо-числа затухание магнитного поля будет сравнительно медленным рис.1,б. В момент времени  $t_b$  действие флуктуации  $\epsilon$  прекращается. Поскольку за это время магнитное поле уменьшилось, динамо-число при  $t_b$  станет больше  $D_0$ . Далее,  $D$  с ростом магнитного поля уменьшится до прежнего уровня  $D_0$ . Большие значения  $D$  приводят к быстрому росту магнитного поля. Сравнительно небольшие скорости диссипации магнитного поля и быстрые скорости роста приводят к  $\eta > 1$ .

В случае с  $\beta$ -квенчингом ситуация меняется: в интервале времени  $(t_a, t_b)$  динамо-число уменьшается за счет увеличения турбулентной диффузии, скорость диссипации магнитного поля возрастает. За счет этого увеличения происходит уменьшение  $\eta$ . Конечно, подбором параметров можно добиться режимов с  $\eta > 1$  и при больших  $C_\beta$ , но статистически  $\beta$ -квенчинг уменьшит  $\eta$ , уменьшив вероятность режимов, в которых магнитное поле затухает вблизи  $D_{cr}$ . При наличии  $\beta$ -квенчинга ослабление магнитного поля приведет к лавинообразному усилению турбулентной диффузии и ускорению скорости затухания.

Суммируя имеем, что поведение  $D$  может быть не монотонным и требуется детальный численный анализ. Учет  $\beta$ -квенчинга может приводить к ряду интересных явлений: концентрации магнитного поля в небольших областях, появлению субкритической конвекции, при которой конвекция возможна только в присутствии генерируемого магнитного поля. Поскольку с уменьшением  $\beta$  растет не только  $R_\alpha$ , но и  $R_\omega$ , это равносильно возрастанию эффективной роли крупномасштабной конвекции в генерации магнитного поля. Ниже мы рассмотрим численно как учет подавления турбулентной магнитной диффузии сказывается на поведении магнитного диполя во время инверсии.

### 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

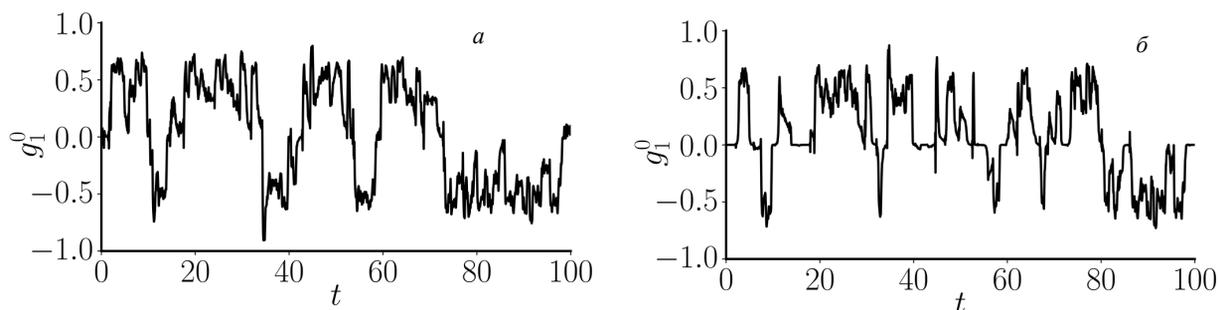


Рис. 2. Эволюция осесимметричного магнитного диполя  $g_1^0$  для  $C_\beta = 0$  (а) и  $C_\beta = 0.7$  (б)

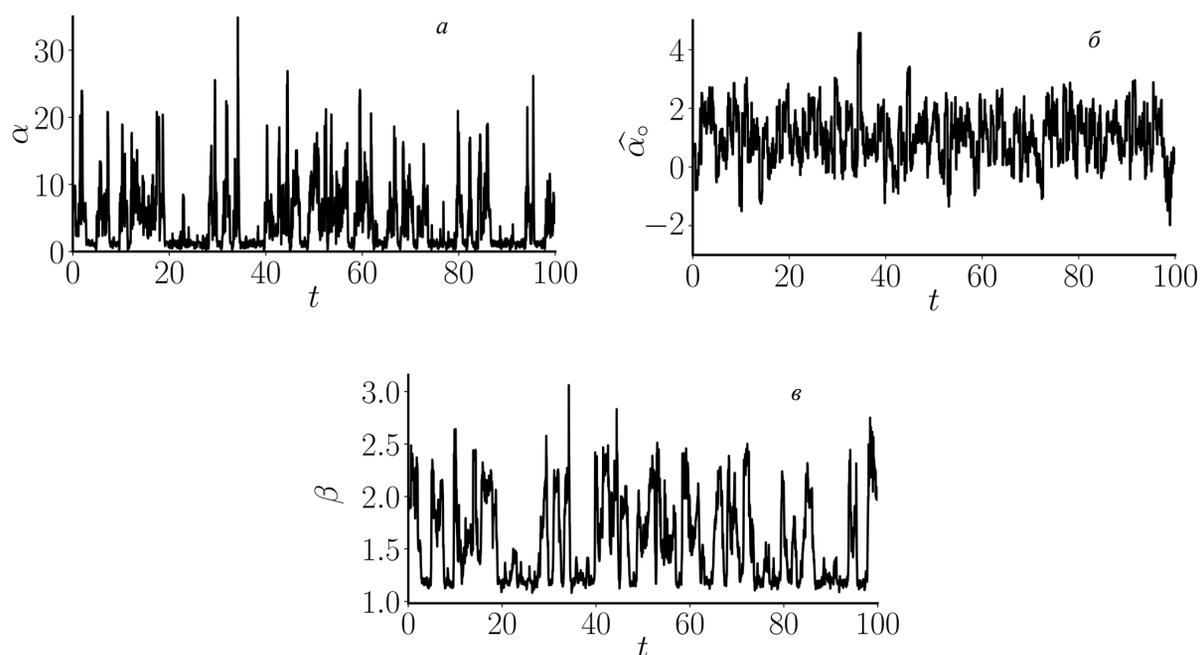


Рис. 3. Эволюция средних по объему  $\alpha$  (а),  $\hat{\alpha}_0$  (б),  $\beta$  (в)

В качестве отправной точки используем последовательность инверсий, полученную решением уравнений (1–3) в [9], и добавим в модель  $\beta$ -квенчинг (4). Первое, что можно отметить на графике поведения магнитного диполя  $g_1^0$ , рис. 2, — увеличение частоты инверсий при  $C_\beta > 0$ , а также появление большого числа экскурсов, во время которых  $g_1^0$  дошел до нуля и вернулся на прежний уровень. Обратим внимание, что увеличение частоты инверсий происходит на фоне увеличения магнитной диссипации и обусловлено как флуктуациями  $\beta$ , так и упомянутым вытеснением магнитного поля из экваториальной области. Если бы  $\beta$  увеличился, оставаясь независимым от времени и пространственного положения, наблюдалась бы обратная картина — снижение частоты инверсий.

Рассмотрим более подробно происхождение флуктуаций  $\alpha$  и  $\beta$ . Суммарные флуктуации  $\alpha$ -эффекта весьма велики, см. рис.3.а. Они складываются из вносимых в модель флуктуаций за счет  $\epsilon$ , рис.3.б, и флуктуаций, вносимых магнитным полем за счет нелинейности  $f_\alpha$ . Сравнение графиков

приводит к выводу, что влияние магнитного поля на  $\alpha$  интегрально оказывается существеннее, чем влияние флуктуаций  $\epsilon$ . Но как показывают численные расчеты, флуктуации  $\epsilon$ , необходимы для получения инверсий с дипольным магнитным полем. Магнитное поле уменьшает  $\alpha$ . При наличии флуктуации, приводящей к дальнейшему уменьшению  $\alpha$ , начинается затухание магнитного поля, и как следствие — появлению экскурса, либо инверсии. Для рассмотренного случая вклад турбулентности в магнитную вязкость порядка молекулярного значения, см. рис.3.в. Это согласуется с представлениями о том, что вклад турбулентности в  $\beta$  существенно меньше, чем в  $\nu$  и  $\kappa$ . Стоит отметить, что само понятие турбулентной вязкости, как впрочем и  $\alpha$ , во главу угла которых положено разделение по масштабам, для систем с монотонными спектрами требует отдельного обсуждения.

Рассмотрим что происходит с асимметрией  $\eta$ . Приведя 5 инверсий на рис.2а к одному моменту времени рис.4 ( $C_\beta = 0$ ), находим, что  $\eta$  без  $\beta$ -квенчинга больше единицы ( $\sim 4$ ) [9]. Для режима

с  $\beta$ -квенчингом при  $C_\beta = 0.7$  наблюдается выравнивание времен  $t_1$  и  $t_2$  во время инверсии, так что  $\eta$  становится порядка единицы. Несмотря на то, что интегрально по объему вклад турбулентной диффузии в  $\beta$  сравним по величине с молекулярным значением, в отдельных областях влияние флуктуаций велико. В целом картина напоминает сценарий на рис.16: введение  $\beta$ -квенчинга приводит к увеличению скорости затухания магнитного поля и уменьшению скорости восстановления.

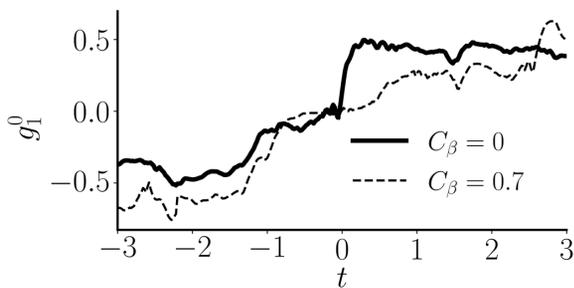


Рис. 4

Можно заключить, что введение  $\beta$ -квенчинга приводит к единообразию в поведении моделей среднего поля и трехмерных моделей. Механизм наблюдавшегося различия впервые (насколько известно автору), был упомянут в работе [16]: отрицательная флуктуация источника энергии в моделях среднего поля (в данном случае  $\alpha$ -эффекта) приводит к медленному затуханию магнитного поля при постоянном  $\beta$ . В трехмерных же моделях при затухании магнитного поля  $\beta$  возрастает, ускоряя тем самым процесс затухания поля. При положительной флуктуации энергии ситуация обратная: в модели среднего поля рост поля происходит по-прежнему при постоянном значении  $\beta$ , а в трехмерной — при уменьшающейся со временем  $\beta$ , что замедляет выход на квазистационарное решение. Введение  $\beta$ -квенчинга устраняет это различие. Выше мы подтвердили эту гипотезу расчетами.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Конечный выбор между сценариями с и без  $\beta$ -квенчингом, конечно же, лежит на палеомагнитных наблюдениях. На данный момент можно констатировать, что теория с учетом неопределенности в используемых параметрах, может объяснить существование инверсий с различными  $\eta$ . Не исключено, что и роль самого квенчинга в дальнейшем может быть переосмыслена. Это связано с тем, что как уже отмечалось выше, инверсии магнитного поля отражают поведение всего лишь одной (первой) гармоники в спектре. В свою очередь сама флуктуация может быть вызвана как перераспределением магнитной энергии по спектру, так и работой силы Лоренца. При большой длине спектра флуктуация полной магнитной энергии может быть незначительна, а значит и флуктуация  $\beta$  — также. Что касается учета второго фактора — работы силы

Лоренца, то здесь следует напомнить, что отношение магнитной энергии к кинетической (в системе отсчета, связанной с мантией), может быть порядка  $10^3$ , см. подробнее [24]. Другими словами, в силу быстрого вращения Земли жидкое ядро накапливает магнитную энергию, намного превышающую кинетическую энергию течений в данный момент времени. Такое накопление связано с бессиловой структурой магнитного поля: работа такого поля мала. Это в свою очередь означает, что в нулевом приближении на временах инверсии магнитная энергия скорее всего остается постоянной, и основным механизмом инверсий является турбулентное перераспределение энергии между гармониками. Добиться такого режима в современных трехмерных моделях пока еще сложно: магнитная энергия в моделях превышает кинетическую не более, чем на порядок. В моделях же среднего поля источники энергии предписаны, своих турбулентных флуктуаций нет. В момент появления флуктуации  $\alpha$  закон сохранения магнитной энергии также не выполняется, т.е. и в этом случае магнитная энергия в модели не постоянна. По мере развития численного моделирования, есть надежда, что удастся получить режимы генерации магнитного поля с магнитной энергией много большей, чем кинетическая, приблизившись к геофизическим реалиям.

Выше мы продемонстрировали, как сравнение вполне устоявшихся в сообществе моделей позволяет лучше понять физику процессов. Было показано, как введение  $\beta$ -квенчинга, хорошо известного в трехмерных моделях, изменяет поведение моделей среднего поля. С другой стороны, в парадигме трехмерных моделей динамо некоторое время назад был популярен сценарий динамо-катастрофы [25], при котором кратковременное снижение магнитного поля приводило к росту  $\beta$ , и как следствие — возможно, к необратимому затуханию магнитного поля. В этой связи ставился вопрос о поразительной устойчивости динамо-механизма, генерировавшего магнитное поле на протяжении нескольких миллиардов лет. Для моделей среднего поля этот вопрос по очевидным причинам никогда не поднимался: снижение магнитного поля, согласно (2), приводит к увеличению генерации магнитного поля турбулентностью, и противоречие снимается. Пример показывает, что при описании подавления турбулентности необходимо рассматривать оба вида квенчинга и для  $\alpha$ , и для  $\beta$ .

Работа выполнена в рамках Госзадания ИФЗ РАН.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tarduno J.A., Cottrell R.D., Watkeys M.K., Hofmann A., Doubrovine P.V., Mamajek E.E., Liu D., Sibeck D.G., Neukirch L.P., Usui Y. // *Science*. 2010. **327**, N 5970. P. 1238.
2. Ogg J.G. *Geomagnetic polarity time scale in Geologic Time Scale*. Eds. Gradstein F.M., Ogg J.G., Schmitz M.D., Ogg G.M. Elsevier, 2020. P. 159–192.
3. Решетняк М.Ю., Павлов В.Э. // *Геоматизм и Аэрономия*. 2016. **56**, N 1. С. 117. (M.Yu.Reshetnyak, Pavlov V.E. // *Geomagnetism and Aeronomy*. 2016. **56**, N 1. P.110.)

4. Roberts P.H., King E.M. // *Rep. Prog. Phys.* 2013. **76**, N 9. 096801.
5. Valet J.-P., Meynadier L., Guyodo Y. // *Nature*. 2005. **435**, N 7043. P. 802.
6. Решетняк М.Ю. // *Геомagnetизм и Аэрономия*. 2017. **53**, N 3. С. 401. (M.Yu. Reshetnyak. // *Geomagnetism and Aeronomy*. 2017. **57** P. 369.)
7. Ziegler L.B., Constable C.G. // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2011. **312**, N 3–4. P. 300.
8. Stefani F., Gerbeth G., Günther U. // *Magnetohydrodynamics*. 2006. **42**. P. 123.
9. Решетняк М.Ю. // *Астрономический Вестник*. 2019. **53**, N 4. С. 265. (M.Yu. Reshetnyak. // *Solar System Research*. 2019. **53**, N 4. P. 254.)
10. Юшков Е.В., Соколов Д.Д. // *Физика Земли*. 2018. N 4. С. 121. (Yushkov E.V., Sokoloff D.D. // *Izv. Physics of the Solid Earth*. 2018. **54** N 4. P. 652.)
11. Краузе Ф., Рэдлер К.-Х. *Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо*. М.: Мир, 1984.
12. Зельдович Я.Б., Рузмайкин А.А., Соколов Д.Д. *Магнитные поля в астрофизике*. М.: Наука, 1988.
13. Решетняк М.Ю. // *Физика Земли*. 2017. N 4. С. 93. (M.Yu. Reshetnyak // *Izv. Physics of the Solid Earth*. 2017. **53**. № 4. P. 581.)
14. Hoyng P. // *Astron. Astrophys.* 1993. **272**. P. 321.
15. Moss D., Kitchatinov L.L., Sokoloff D. // *Astron. Astrophys.* 2013. **550**. P. L9.
16. Решетняк М.Ю. // *Геомagnetизм и Аэрономия*. 2021. **61**, N 2. С. 267. (M.Yu. Reshetnyak. // *Geomagnetism and Aeronomy*. 2021. **61** N 2. P. 266.)
17. Wicht J. // *Phys. Earth Planet. Inter.* 2002. **132**, N 4. P. 281.
18. Gastine T., Wicht J., Aurnou J.M. // *Icarus*. 2013. **225**, N 1. P. 156.
19. Busse F.-H. // *J. Fluid Mech.* 1970. **44**. P. 441..
20. Chandrasekhar S. *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*. Courier Corporation, 1970.
21. Rüdiger G., Hollerbach R. *The magnetic universe: geophysical and astrophysical dynamo theory*. John Wiley & Sons, 2006.
22. Jones C.A., Roberts P.-H. // *J. Fluid Mech.* 2000. **404**. P. 3113.
23. Tobias S.M. // *Astrophys. J.* 1996. **467**. P. 870.
24. Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д. // *Физика Земли*. 2003. **9**. С. 82. (M.Yu. Reshetnyak, Sokoloff D.D. // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. 2003. **39** N 9. P.744.)
25. Zhang K., Gubbins D. // *Geophys. J. Int.* 2000. **140**, N 1. P. F1.

### Magnetic Field Suppression of Turbulence during Reversal

M.Yu. Reshetnyak<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences. Moscow, 123995, Russia

<sup>2</sup>Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere, and Radio Wave Propagation Russian Academy of Sciences. Troitsk, Moscow, 108840, Russia

E-mail: [m.reshetnyak@gmail.com](mailto:m.reshetnyak@gmail.com)

A magnetic field suppresses hydrodynamic turbulence. This leads to a weakening of a largescale magnetic field generation by small-scale flows and, simultaneously, to a decrease in ohmic dissipation. It is shown that a decrease in dissipation is important for the process of changing the polarity of the geomagnetic dipole: both the frequency of reversals increases and their fine structure changes. In particular, the time for the decrease in the dipole strength becomes comparable with the time for its recovery after the reversal. This is consistent with the results of 3D modeling and most paleomagnetic observations.

*Keywords:* geodynamo, reversals, quenching,  $\alpha$ -effect, turbulent diffusion.

PACS: 47.65.Md.

Received 06 March 2022.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2022. **77**, No. 3. Pp. 535–541.

#### Сведения об авторе

Решетняк Максим Юрьевич — доктор физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, гл. науч. сотрудник; e-mail: [m.reshetnyak@gmail.com](mailto:m.reshetnyak@gmail.com).