

СТАТЬИ ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Перспективный подход к определению двухпозиционных ЭПР, основанный на измерении поля в ближней зоне (трехмерный векторный случай)

Н. П. Балабуха,^{1,а} Д. А. Коняев,^{1,2,б} Н. Е. Шапкина,^{1,2,в} К. М. Шитикова^{2,г}

¹ *Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук
Россия, 125412, г. Москва, ул. Ижорская, д. 13*

² *Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, кафедра математики
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

Поступила в редакцию 24.05.2022, после доработки 27.06.2022, принята к публикации 05.07.2022.

В работе исследуются методы определения двухпозиционных ЭПР объектов путем измерения поля в ближней зоне с помощью цилиндрического сканера и дальнейшего расчета электромагнитного поля в дальней зоне методом математического моделирования. Важным вопросом при этом является возможность сканирования не по полной поверхности, а по усеченной. При таких условиях результаты применения классического метода [1] становятся плохо предсказуемыми, и требуется использование адаптированного метода. В данной работе рассматривается развитие метода, представленного в работе [2], в применении к векторному трехмерному случаю. Проводится сравнение двух методов, основанных на разложении по цилиндрическим волнам в случае сканирования по усеченной поверхности: классического, применяемого для измерения диаграмм направленности антенн (поле вне области сканирования предполагается равным нулю) [1], и представленного метода, который позволяет строго учесть усеченность поверхности сканирования по углу. Сравнение результатов расчетов подтверждает перспективность использования предложенного в работе метода.

Ключевые слова: двухпозиционные ЭПР, пересчет поля из ближней зоны в дальнюю, сканирование в ближней зоне, цилиндрический сканер.

УДК: 537.872.32. PACS: 84.40.Xb.

ВВЕДЕНИЕ

Для разработки и модернизации радарных систем, а также различных летательных аппаратов требуется информация, включающая в себя электродинамические характеристики различного рода рассеивателей. Одной из основных характеристик рассеивателей является эффективная площадь рассеяния (ЭПР) [1–15].

Обычно измерительные стенды (компактные полигоны) позволяют находить моностатическую ЭПР [15]: на сегодняшний день наиболее распространенной является однопозиционная схема измерений (приемная и передающая антенны находятся в одной точке пространства) [5, 8, 10]. Однако в последние годы исследователей все больше интересует двухпозиционная схема измерительной установки (приемная и передающая антенны разнесены в пространстве), с помощью которой можно проводить целый ряд актуальных исследований [1–15]. В связи с этим стоит вопрос о модернизации существующих компактных полигонов для осуществления измерения двухпозиционных ЭПР.

Как правило, прямое измерение двухпозиционной ЭПР при помощи типичного на сегодняшний день

компактного полигона не реализуемо в силу невозможности размещения дополнительной приемной антенны на достаточном расстоянии от рассеивателя (либо размещения дополнительного коллиматора). Эту проблему обычно решают, измеряя рассеянное поле в ближней зоне, затем, рассчитывая поле в дальней зоне на основании полученных значений. Измерения электромагнитного поля в ближней зоне исследуемого объекта в компактных полигонах осуществляют при помощи плоских, цилиндрических или сферических сканеров [1, 10, 12]. Такой подход уже много лет применяется при измерении диаграмм направленности антенн [1, 7]. В случае сферического сканера поверхность сканирования является конечной, что, несомненно, считается преимуществом при его практическом применении.

При использовании цилиндрического или плоского сканера приходится ограничиваться сканированием на поверхностях конечного размера, выбор которых требует дополнительного исследования. Важно, однако, отметить, что размещение сканирующей антенны (зонда) нежелательно в области между источником и исследуемым объектом, поэтому даже в случае сферического сканирования поле в ближней зоне, как правило, известно лишь на усеченной поверхности. Та же проблема присутствует и при использовании цилиндрического сканера. Вследствие этого появляется необходимость использования цилиндрических поверхностей сканирования, усеченных как по высоте, так и по угловой координате.

^а E-mail: n_bala@mail.ru

^б E-mail: konyaev@physics.msu.ru

^в E-mail: neshapkina@mail.ru

^г E-mail: shitikova.ks@gmail.com

Эти обстоятельства приводят к необходимости исследования и разработки методов сканирования на усеченных поверхностях.

В работе [6] даны практические рекомендации по выбору поверхности сканирования при измерениях на усеченной цилиндрической поверхности. Однако в этой работе результаты получены при условии, что радиус поверхности сканирования достаточно велик, что на практике часто невыполнимо. В [9] результаты работы [6] подтверждаются экспериментально.

В серии работ К.Кима [2–5] предложен перспективный подход к применению сканирования на усеченных цилиндрической (скалярный случай) и сферической (скалярный и векторный случаи) поверхностях. Данная статья посвящена развитию этого подхода и разработке теории для векторного трехмерного случая при сканировании на усеченной по угловой переменной цилиндрической поверхности.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу дифракции плоской электромагнитной волны, рассеянной идеально проводящим телом конечного размера.

Стационарную задачу дифракции на таком теле можно записать в следующем виде (временная зависимость $e^{i\omega t}$) [16]:

$$\begin{cases} \operatorname{rot}(\mathbf{H} + \mathbf{H}_0) = i\omega\varepsilon(\mathbf{E} + \mathbf{E}_0) & \text{в области} \\ & \text{вне рассеивателя,} \\ \operatorname{rot}(\mathbf{E} + \mathbf{E}_0) = -i\omega\mu(\mathbf{H} + \mathbf{H}_0) & \text{в области} \\ & \text{вне рассеивателя,} \\ [(\mathbf{E} + \mathbf{E}_0), \mathbf{n}] & \text{на границе } S \text{ рассеивателя,} \\ [\mathbf{e}_r, \mathbf{E}] = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}[\mathbf{e}_r, \mathbf{H}] + o\left(\frac{1}{r}\right), & r \rightarrow +\infty, \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0, \mathbf{E}, \mathbf{H}$ — соответственно напряженности электрического и магнитного полей падающей и рассеянной волн, ω — круговая частота, ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды вне рассеивателя, \mathbf{n} — внешняя по отношению к рассеивателю нормаль, \mathbf{e}_r — орт сферической системы координат. Конфигурация рассматриваемой задачи представлена на рис. 1.

Для тел с бесконечно большой проводимостью эффективным подходом к поиску приближенного решения этой задачи является сведение ее к интегральному уравнению (например, (2)), которое затем решается численно [16]:

$$\frac{1}{2}[\mathbf{n}_M, \mathbf{H}_1(M)], \mathbf{n}_M] = \mathbf{H}_0(M) - \frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma} \left[\operatorname{grad}_P \left(\frac{e^{-ikR_{MP}}}{R_{MP}} \right), [\mathbf{n}_P, \mathbf{H}_1(P)] \right] d\sigma_P, \quad M \in \Gamma. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{n}_M, \mathbf{n}_P$ — внешние нормали к границе S в точках M и P соответственно, $\mathbf{H}_1(M)$ — напряженность полного магнитного поля, S — граница идеально проводящего тела. Аналогичное уравнение можно записать и для напряженности электрического поля [16].

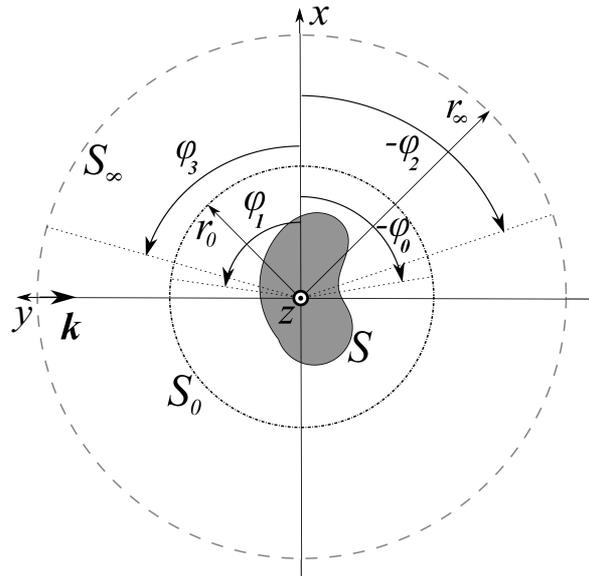


Рис. 1. Конфигурация задачи: S — поверхность рассеивателя, S_0 и r_0 — поверхность и радиус сканирования соответственно, $[-\phi_0; \phi_1]$ — сектор сканирования, $[-\phi_2; \phi_3]$ — сектор, в котором требуется восстановить диаграмму ЭПР, k — направление распространения падающей волны, S_∞ — условное обозначение сферы, радиус которой (r_∞) стремится к бесконечности

Такие уравнения хорошо изучены. В настоящей работе для решения такого рода уравнений и вычисления поля в ближней зоне используется программный комплекс ФЕКО. Кроме того, при помощи этого комплекса производится расчет опорной ЭПР для проверки результатов, получаемых предлагаемым методом.

В данной работе для простоты ограничимся рассмотрением сечения двухпозиционной ЭПР плоскостью OXY .

Перейдем непосредственно к постановке задачи: по известным значениям компонент электромагнитного поля E_ϕ и E_z , заданным на участке цилиндрической поверхности конечной высоты и радиуса r_0 : $\{M(r, \phi, z) \mid r = r_0, \phi \in [-\phi_0; \phi_1], z \in [-H; H]\}$, найти сечение ЭПР рассеивателя плоскостью OXY в диапазоне бистатических углов, соответствующих $-\phi_0 \leq -\phi_2 \leq \phi \leq \phi_3 \leq \phi_1$. Для вычисления ЭПР необходимо рассчитать рассеянное поле в дальней зоне (рис. 1).

2. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ ПО ИЗВЕСТНЫМ ЗНАЧЕНИЯМ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Решение задачи дифракции вне области рассеивателя можно представить в виде разложения в ряд по расходящимся цилиндрическим волнам [2, 17]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (a_n(h) \mathbf{M}_{nh} + b_n(h) \mathbf{N}_{nh}) dh, \\ \mathbf{H} &= \frac{ik}{\omega\mu} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (b_n(h) \mathbf{M}_{nh} + a_n(h) \mathbf{N}_{nh}) dh, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{nh} &= \mathbf{m}_{nh} e^{in\phi} e^{-ihz} = \\ &= \left(\frac{in}{r} H_n^{(2)}(\gamma r) \mathbf{e}_r - \gamma \left(H_n^{(2)}(\gamma r) \right)' \mathbf{e}_\phi \right) e^{in\phi} e^{-ihz}, \\ \mathbf{N}_{nh} &= \mathbf{n}_{nh} e^{in\phi} e^{-ihz} = \\ &= \left(-\frac{ih}{k} \gamma \left(H_n^{(2)}(\gamma r) \right)' n \mathbf{e}_r + \frac{nh}{kr} H_n^{(2)}(\gamma r) \mathbf{e}_\phi + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\gamma^2}{k} H_n^{(2)}(\gamma r) \mathbf{e}_z \right) e^{in\phi} e^{-ihz}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\gamma = \sqrt{k^2 - h^2}$, $H_n^{(2)}(x)$ — функции Ханкеля 2-го рода, \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_ϕ и \mathbf{e}_z — орты цилиндрической системы координат — собственной системы координат цилиндрической поверхности сканирования.

Если значения поля E_ϕ и E_z известны на всей цилиндрической поверхности радиуса r_0 , то, следуя [7], систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для отыскания коэффициентов $a_n(h)$ и $b_n(h)$ можно получить при помощи формул для коэффициентов ряда Фурье (по ϕ) и обратного преобразования Фурье (по z) (соотношения (6) и (7)):

$$\begin{cases} -a_n(h) \gamma \left(H_n^{(2)}(\gamma r_0) \right)' + b_n(h) \frac{nh}{kr_0} H_n^{(2)}(\gamma r_0) = I_\phi, \\ b_n(h) \frac{\gamma^2}{k} H_n^{(2)}(\gamma r_0) = I_z, \end{cases} \quad (5)$$

где введены обозначения:

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\pi}^{\pi} E_\phi(r_0, \phi, z) e^{-in\phi} e^{ihz} d\phi = I_\phi \quad (6)$$

и

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\pi}^{\pi} E_z(r_0, \phi, z) e^{-in\phi} e^{ihz} d\phi = I_z. \quad (7)$$

Нетрудно заметить, что, благодаря свойствам ортогональности базисных функций, СЛАУ получилась блочно-диагональной, а ее решение имеет вид [7]:

$$\begin{cases} a_n(h) = \frac{-I_\phi + \frac{nhI_z}{\gamma^2 r_0}}{\gamma \left(H_n^{(2)}(\gamma r_0) \right)'}, \\ b_n(h) = \frac{kI_z}{\gamma^2 H_n^{(2)}(\gamma r_0)}. \end{cases} \quad (8)$$

Тогда, подставляя (8) в (3), можно получить решение исходной задачи дифракции в любой точке пространства вне цилиндрической поверхности радиуса r_0 .

Для получения поля в дальней зоне необходимо заменить функции Ханкеля их асимптотическими представлениями при $r \rightarrow \infty$ [17]. Как показано в [7], асимптотическое представление рассеянного поля в дальней зоне имеет вид:

$$\begin{aligned} E &= 2k \sin \theta \frac{e^{ikR}}{R} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^{n+1} e^{in\phi} \times \\ &\quad \times [ia_n(k \cos \theta) \mathbf{e}_\phi - b_n(k \cos \theta) \mathbf{e}_\theta]. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь (R, θ, ϕ) — сферические координаты точки пространства, \mathbf{e}_θ , \mathbf{e}_ϕ — орты соответствующей сферической системы координат.

Опираясь на свойства сходимости рядов (3), можно приближенно заменить эти ряды их частичными суммами. Введем обозначение $M = [ka] + M_0$, где операция $[\bullet]$ — взятие целой части аргумента, a — минимальный радиус шара в котором содержится рассеиватель, а M_0 — некоторое небольшое целое число. Хорошим выбором для M_0 считается $[ka]$, тогда $M = 2[ka]$. Таким образом в формулах (3) и (9) бесконечные суммы можно заменить конечными (суммируя от $-M$ до M). В силу конечности размеров рассеивателя высоту цилиндрической поверхности также можно ограничить, то есть несобственные интегралы в формулах (3), (6) и (7) можно заменить определенными.

Перейдем к случаю, когда решение задачи (1) известно лишь внутри сектора $\phi \in [\phi_0; \phi_1]$ цилиндрической поверхности радиуса r_0 высоты H ($z \in [-H/2; H/2]$). В классическом подходе к решению таких задач, развитом в антенной технике [15], предполагается, что поле вне зоны сканирования можно заменить нулем. В работе [6] показано, что такой подход имеет место при представленном в этой работе способе выбора усеченной по углу поверхности сканирования для не слишком малых радиусов ($r_0 \geq 25\lambda$). Используя этот метод, коэффициенты разложения по цилиндрическим волнам можно рассчитать по формуле (8), переопределив I_ϕ и I_z следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi^2} \int_{L_{sc}} \int_{-H/2}^{H/2} E_\phi(r_0, \phi, z) e^{-in\phi} e^{ihz} d\phi dz &= I_\phi, \\ \frac{1}{4\pi^2} \int_{L_{sc}} \int_{-H/2}^{H/2} E_z(r_0, \phi, z) e^{-in\phi} e^{ihz} d\phi dz &= I_z, \end{aligned} \quad (10)$$

где $L_{sc} \times [-H/2; H/2]$ — поверхность сканирования.

Из-за ограничений реальных размеров компактного полигона требования, описанные в работе [6], часто невыполнимы.

Как отмечено в работе [2] для двумерного случая, фундаментальная причина ошибки восстановления поля в дальней зоне состоит в том, что базисные функции, по которым раскладывается решение, не ортогональны в рассматриваемой области (в нашем случае $L_{sc} \times [-H/2; H/2]$). Это означает, что нельзя записать СЛАУ (5) для поиска $a_n(h)$ и $b_n(h)$ и, следовательно, нельзя использовать (8) для расчета $a_n(h)$ и $b_n(h)$ — коэффициентов разложения поля по цилиндрическим волнам. В связи с этим в работе [2] предлагается искать альтернативное представление поля, используя набор биортогональных базисных функций, которые являются ортогональными и на области сканирования.

С математической точки зрения метод, представленный в работе [2], можно интерпретировать как специальный метод решения плохо обусловленных СЛАУ (см. статью Н.П. Балабуха и др. в этом журнале, 2021 г., № 1, С. 3).

Умножая выражение для поля E из формулы (3) на $\frac{1}{4\pi^2} e^{im\phi} e^{-imz}$ и интегрируя по области $L_{sc} \times [-H; H]$, получаем систему интеграл-алгебраических уравнений относительно $a_n(h)$ и $b_n(h)$.

Будем считать, что

$$\int_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}} e^{ihz} e^{-i\mu z} dz \approx \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ihz} e^{-i\mu z} dz = 2\pi\delta(h - \mu), \quad (11)$$

то есть пренебрежем ошибкой, вносимой при замене несобственных интегралов определенными. В итоге получаем СЛАУ для отыскания коэффициентов $a_n(h)$ и $b_n(h)$:

$$\sum_{n=-M}^M K_{m,n} (a_n(h) \mathbf{m}_{nh} + b_n(h) \mathbf{n}_{nh}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{L_{SC}} d\phi e^{-im\phi} \int_{-H/2}^{H/2} dz e^{ihz} E(r_0, \phi, z). \quad (12)$$

где элементы матрицы $K = (K_{m,n})$ определяются формулой:

$$K_{m,n} = \frac{1}{2\pi} \int_{L_{SC}} e^{i(m-n)\phi} d\phi, \quad (13)$$

Отметим, что это та же матрица, что и в двумерном случае (см. [2] и статью Н. П. Балабуха и др. в этом журнале, 2021 г., № 1, С. 3).

В силу определения вектор \mathbf{m}_{nh} не имеет компоненты вдоль оси OZ , поэтому полученную СЛАУ (12) можно разбить на две СЛАУ, которые следует решать последовательно: сначала отыскать коэффициенты $b_n(h)$, а затем, опираясь на найденные значения, найти коэффициенты $a_n(h)$.

Приведем соответствующие СЛАУ:

$$\sum_{n=-M}^M K_{m,n} b_n(h) \frac{\gamma^2}{k} H_n^{(2)}(\gamma r_0) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{L_{SC}} d\phi e^{-im\phi} \int_{-H/2}^{+H/2} dz e^{ihz} E_z(r_0, \phi, z), \quad (14)$$

$$\sum_{n=-M}^M K_{m,n} a_n(h) \gamma \left(H_n^{(2)}(\gamma r_0) \right)' = \sum_{n=-M}^M K_{m,n} b_n(h) \frac{nh}{kr} H_n^{(2)}(\gamma r_0) - \frac{1}{4\pi^2} \int_{L_{SC}} d\phi e^{-im\phi} \int_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}} dz e^{ihz} E_z(r_0, \phi, z). \quad (15)$$

Отметим, что в силу выбора горизонтального сечения ЭПР ($\theta = 90^\circ$) в рассматриваемом случае СЛАУ (14) и (15) не связаны друг с другом, так как в этом случае для вычисления поля в дальней зоне, согласно формуле (9), необходимо получить лишь значения $a_n(0)$ и $b_n(0)$, то есть $h = 0$, а $\gamma = k$. Поэтому в рассматриваемом случае сумма в правой части (15) равна нулю.

Введем обозначения:

$$\alpha_n = b_n(h) \frac{\gamma^2}{k} H_n^{(2)}(\gamma r_0), \quad \beta_m = \frac{1}{4\pi^2} \int_{L_{SC}} d\phi e^{-im\phi} \int_{-H/2}^{+H/2} dz e^{ihz} E_z(r_0, \phi, z). \quad (16)$$

Тогда в матричной записи (14) примет вид:

$$K\alpha = \beta. \quad (17)$$

Следуя работе Балабуха Н. П. и др. в этом журнале (2021. № 1. С. 3), рассмотрим вспомогательную задачу на собственные векторы и собственные значения:

$$Kv = \lambda v. \quad (18)$$

Так как матрица K эрмитова, то найдется $2M + 1$ собственных значений (считая s -кратные значения s раз) $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2M+1}$ и столько же собственных векторов $v_1, v_2, \dots, v_{2M+1}$, образующих базис в рассматриваемом $2M + 1$ -мерном пространстве столбцов, которому принадлежит α . Тогда, как показано в вышеуказанной работе, искомые коэффициенты можно найти при помощи перехода в базис, составленный из собственных векторов матрицы K , и решение можно записать в виде

$$b = H^{-1} V \Lambda^{-1} V^T \beta, \quad (19)$$

где H^{-1} — диагональная матрица со значениями $k / (\gamma^2 H_n^{(2)}(\gamma r_0))$, $V = (v_1, v_2, \dots, v_{2M+1})$ — матрица перехода к базису из ортонормированных собственных векторов матрицы K , $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2M+1})$ — диагональная матрица с собственными значениями матрицы K на главной диагонали, а b — столбец, составленный из искомого коэффициентов разложения $b_n(h)$.

При сканировании на не усеченной по угловой координате цилиндрической поверхности матрица Λ становится единичной [2]. Если сектор поверхности сканирования меньше 360 градусов, то часть собственных значений, стоящих на диагонали Λ будут меньше 1, а некоторые значительно (на несколько порядков) меньше 1 [2]. СЛАУ с такой матрицей является плохо обусловленной. Поэтому будем искать наилучшее приближение к решению СЛАУ (17) на подпространстве, являющемся линейной оболочкой $L(v_1, v_2, \dots, v_P)$ собственных векторов v_n , соответствующих упорядоченным по величине собственным значениям, большим наперед заданного $\delta > 0$. Пусть $\lambda_P > \delta$, а $\lambda_{P+1} \leq \delta$. Тогда $\{v_1, v_2, \dots, v_P\}$ — ортонормированный базис в инвариантном подпространстве $L(v_1, v_2, \dots, v_P)$. Применяя метод наименьших квадратов, решение СЛАУ можно записать в виде (см. вышеуказанную работу Балабуха Н. П. и др.):

$$b = H^{-1} V_P \Lambda_P^{-1} V_P^T \beta, \quad (20)$$

где $V_P = (v_1, v_2, \dots, v_P)$ — матрица проектирования на подпространство $L(v_1, v_2, \dots, v_P)$, $\Lambda_P = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_P)$ — диагональная матрица с отобранными собственными значениями матрицы K на главной диагонали.

Формулу (20) можно понимать как специальный метод приближенного решения СЛАУ, матрица которой обладает собственными значениями, отличающимися друг от друга на несколько порядков, т.е. она плохо обусловлена.

Система (15) решается аналогично решению системы (14). Коэффициенты $a_n(h)$ можно определить

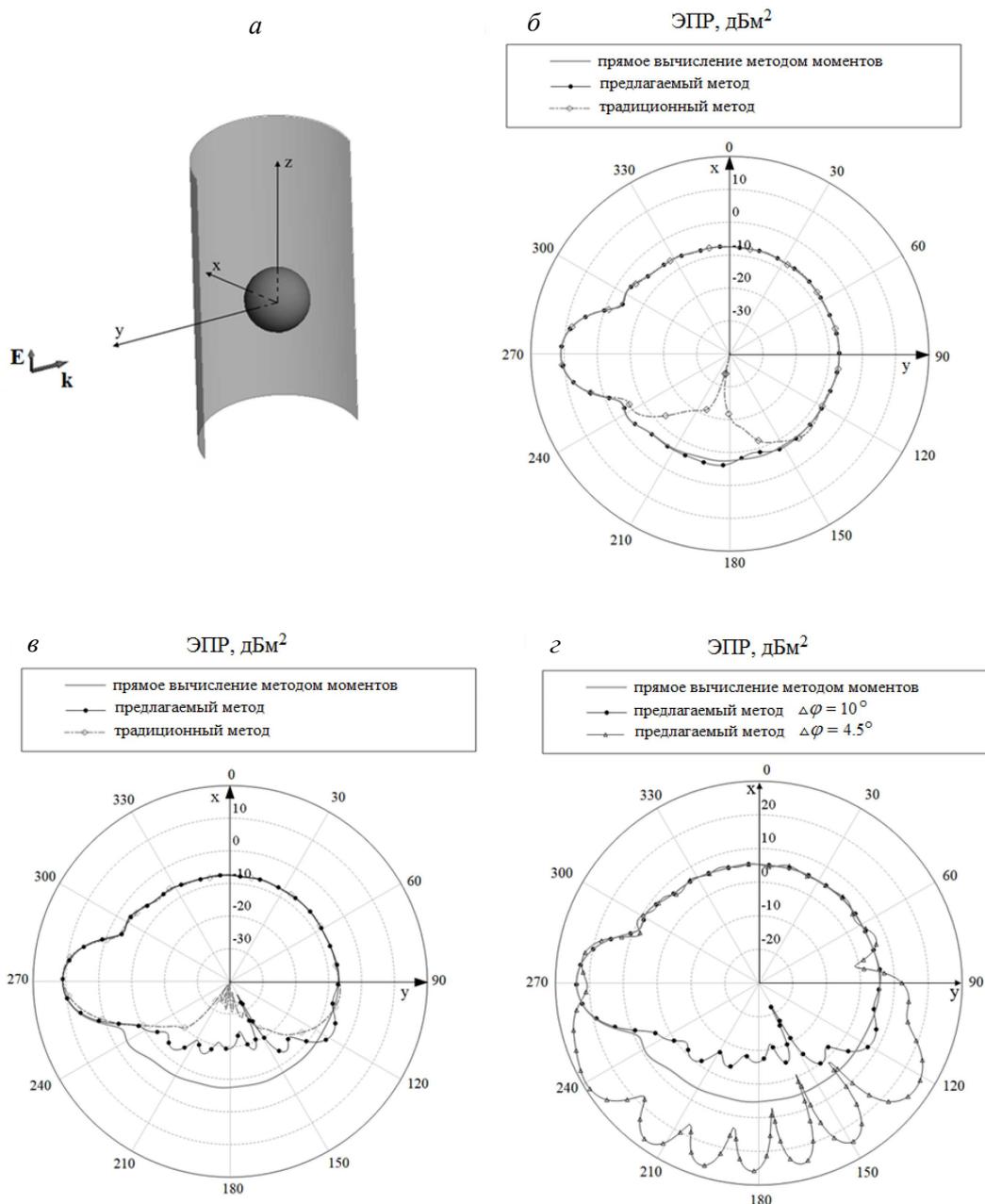


Рис. 2. а — Конфигурация сканирования сферы: 3d-модель из FEKO; б — сравнение диаграмм ЭПР, полученных с помощью метода, представленного в данной работе, традиционным методом и с помощью программного пакета FEKO при $\phi_0 = 150^\circ$; в — сравнение диаграмм ЭПР, полученных на основе метода, представленного в данной работе, традиционным методом и с помощью программного пакета FEKO при $\phi_0 = 120^\circ$; г — сравнение диаграмм ЭПР, полученных для идеально проводящей сферы на основе метода, предложенного в данной работе, для шага сканирования $\Delta\phi = 4.5^\circ$, для шага сканирования $\Delta\phi = 10^\circ$ и с помощью программного пакета FEKO

по формуле (20), переопределив столбец β и матрицу H^{-1} следующим образом:

$$\beta_m = \sum_{n=-M}^M K_{m,n} 2\pi b_n(h) \frac{nh}{kr_0} H_n^{(2)}(\gamma r_0) - \frac{1}{4\pi^2} \int_{L_{SC}} d\phi e^{-im\phi} \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{ihz} E_z(r_0, \phi, z), \quad (21)$$

H^{-1} — диагональная матрица со значениями $1/\left(\gamma \left(H_n^{(2)}(\gamma r_0)\right)'\right)$ на диагонали.

Важно отметить, что в силу плохой обусловленности матрицы K дополнительной регуляризацией

является использование численной аппроксимации интегралов при ее вычислении. Причем стоит использовать те же приближенные формулы, что и при аппроксимации интегралов, стоящих в правых частях рассматриваемых СЛАУ.

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим следующую конфигурацию задачи. Плоская волна с частотой 400 МГц (вертикальной поляризации) распространяется в отрицательном направлении оси OY и рассеивается на идеально

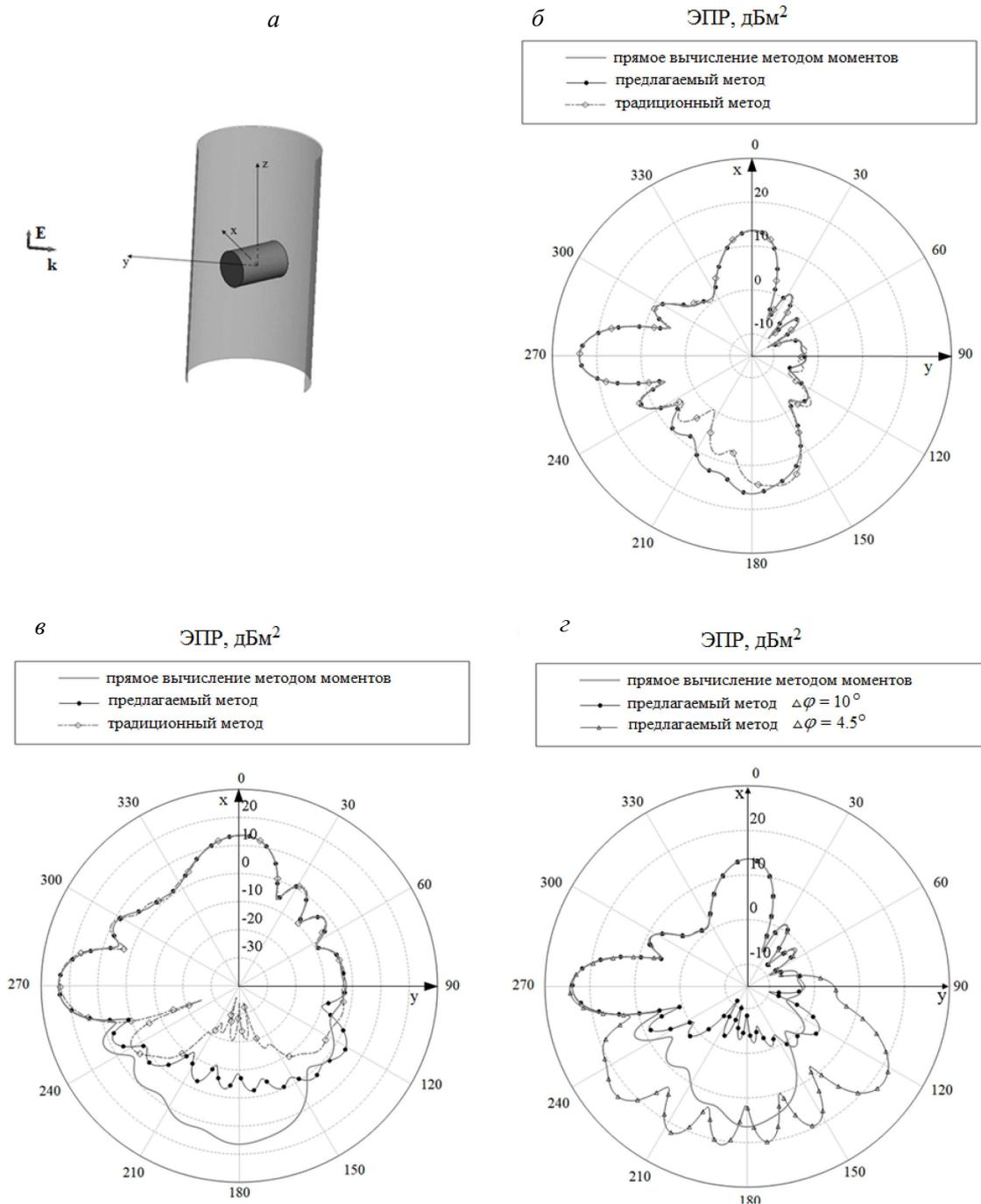


Рис. 3. *a* — Конфигурация сканирования для горизонтально расположенного цилиндра: 3d модель из FEKO; *б* — сравнение диаграмм ЭПР полученных методом, представленным в данной работе, традиционным методом и с помощью программного пакета FEKO при $\phi_0 = 170^\circ$; *в* — сравнение диаграмм ЭПР, полученных методом, представленным в данной работе, традиционным методом и с помощью программного пакета FEKO при $\phi_0 = 120^\circ$; *г* — сравнение диаграмм ЭПР, полученных для идеально проводящей сферы на основе метода, предложенного в данной работе, для шага сканирования $\Delta\phi = 4.5^\circ$, для шага сканирования $\Delta\phi = 10^\circ$ и с помощью программного пакета FEKO ($\phi_0 = 150^\circ$)

проводящем объекте. В качестве сектора сканирования выбран участок цилиндрической поверхности, соответствующий диапазону углов $-\phi_0 \leq \phi \leq \phi_0$ высоты $10 < m$ и радиуса $r_0 = 2.5$ м. Для предложенного метода будем использовать $\delta = 10^{-11}$.

Необходимо отметить, что с практической точки зрения часто важно учитывать влияние приемной антенны (зонда) при сканировании поля в ближней зоне. При необходимости простейшую коррекцию этого влияния можно провести при помощи ис-

пользования диаграммы направленности зонда [1]. Однако, если зонд представляет собой вибраторную антенну (например, Satimo QN400), эта коррекция вовсе может не потребоваться. Поэтому этот вопрос оставим за рамками данной работы.

3.1. Случай идеально проводящей сферы

Рассмотрим идеально проводящую сферу. На рис. 2, *a* представлена рассматриваемая конфигурация сканера, плоская волна рассеивается на идеально проводящей сфере радиуса $a = 1$ м. Приведем

результаты для $\phi_0 = 150^\circ$ и $\phi_0 = 120^\circ$, при этом общая область сканирования — 300° и 240° соответственно. Шаг сканирования выберем: $\Delta\phi = 10^\circ$.

С помощью программного комплекса ФЕКО были получены значения поля в ближней зоне в заданном секторе, а также значения поля в дальней зоне при помощи которых построены диаграммы ЭПР для сравнения с результатами, получаемыми методами пересчета полей из ближней зоны в дальнюю.

На рис. 2, б и 2, в представлены результаты, полученные для секторов сканирования, соответствующих $\phi_0 = 150^\circ$ и $\phi_0 = 120^\circ$.

Из рис. 2, б и в видно, что метод, представленный в данной работе, позволяет рассчитывать больший сектор двухпозиционной ЭПР по сравнению с классическим методом при использовании одинаковых исходных данных.

Также рассмотрен случай сканирования с шагом сканирования $\Delta\phi = 4.5^\circ$, полученные результаты представлены на рис. 3, г. В качестве сектора сканирования выбран диапазон углов для $\phi_0 = 120^\circ$. Из рисунка видно, что метод, представленный в данной работе, дает при шаге сканирования $\Delta\phi = 10^\circ$ значительно лучший результат, чем при шаге сканирования $\Delta\phi = 4.5^\circ$. Данный результат можно объяснить тем, что выбор большего шага часто является специальным видом регуляризации.

3.2. Случай горизонтально расположенного идеально проводящего цилиндра кругового сечения.

Пусть плоская волна рассеивается на горизонтально расположенном идеально проводящем цилиндре. На рис. 3 представлена рассматриваемая конфигурация области сканирования и полученные результаты. Высота рассматриваемого цилиндра $H_{cyl} = 3\lambda$, радиус цилиндра $R_{cyl} = \lambda$, где λ — длина волны падающего излучения. Значения поля в ближней зоне, на заданном секторе сканирования, и опорные значения поля в дальней зоне получены с помощью программного пакета ФЕКО. Рассмотрим результаты для $\phi_0 = 170^\circ$ и $\phi_0 = 120^\circ$, при этом общая область сканирования 340° и 240° соответственно. Шаг сканирования $\Delta\phi = 10^\circ$.

Из рис. 3, б и 3, в видно, что метод, представленный в данной работе, также позволяет рассчитывать больший сектор двухпозиционной ЭПР, по сравнению с традиционным методом, при использовании одинаковых исходных данных. На рис. 3, в видно, что для угла $\phi_0 = 120^\circ$ сектор, в котором воссоздается поле в дальней зоне с помощью метода, представленного в данной статье, практически не увеличен. При этом в области сканирования традиционный метод показывает случайные расхождения, которые отсутствуют при применении метода, представленного в данной работе.

Также рассмотрим случай сканирования с шагом сканирования $\Delta\phi = 4.5^\circ$, полученные результаты представлены на рис. 3, г. В качестве сектора сканирования выбран диапазон углов для $\phi_0 = 150^\circ$. Из рисунка видно, что метод, представленный в данной работе, дает при шаге сканирования $\Delta\phi = 10^\circ$ значительно лучший результат, чем при шаге сканирования $\Delta\phi = 4.5^\circ$, объяснение данного явления

такое же, как в случае рассеяния на идеально проводящей сфере.

Таблица 1. Секторы ЭПР, восстановленные при помощи предложенного метода с ошибкой, не превышающей 1 дБм², в зависимости от величины сектора сканирования

Сектор сканирования, °	Начало восстановленного сектора, °	Конец восстановленного сектора, °	Величина восстановленного сектора, °
60	78	96	18
80	77	110	33
100	75	108	33
120	74	104	30
140	71	112	41
160	70	111	41
180	62	112	50
200	57	112	55
220	44	144	100
240	18	151	133
260	-10	167	177
280	-13	132	145
300	-29	172	201
320	-29	188	217
340	-90	270	360
360	-90	270	360

Таблица 2. Секторы ЭПР, восстановленные при помощи традиционного метода с ошибкой, не превышающей 1 дБм², в зависимости от величины сектора сканирования

Сектор сканирования, °	Начало восстановленного сектора, °	Конец восстановленного сектора, °	Величина восстановленного сектора, °
60	нет	нет	нет
80	63	96	33
100	56	109	53
120	54	105	51
140	65	107	42
160	45	114	69
180	59	148	89
200	61	150	89
220	53	148	95
240	49	151	102
260	18	152	134
280	-11	157	168
300	-13	132	145
320	-28	149	177
340	-39	109	148
360	-90	270	360

Рассмотрим зависимость восстанавливаемого сектора от сектора сканирования (шаг сканирования $\Delta\phi = 10^\circ$). Секторы ЭПР, восстановленные с ошибкой, не превышающей 1 дБм², при помощи предложенного метода представлены в табл. 1 для разных величин сектора сканирования. А секторы ЭПР,

восстановленные при помощи традиционного метода с ошибкой, не превышающей 1 дБм², представлены в табл. 2 для разных величин сектора сканирования. Из таблиц видно, что достаточно часто, особенно при больших углах сканирования, результаты нового метода лучше, чем традиционного. Для наглядности сравнение зависимости секторов ЭПР восстановленных с ошибкой, не превышающей 1 дБм², в зависимости от величины сектора сканирования, представлены на рис. 4.

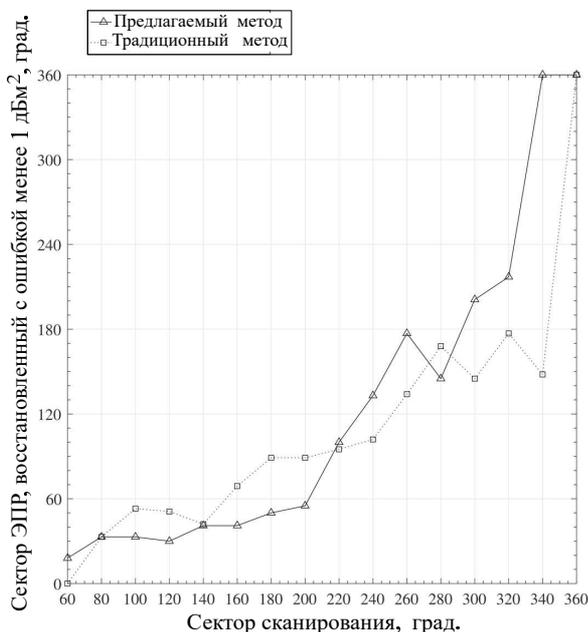


Рис. 4. Сравнение зависимости секторов ЭПР, восстановленных с ошибкой, не превышающей 1 дБм², обоими методами в зависимости от величины сектора сканирования

Отметим, что предложенный метод дает лучшие результаты при больших секторах сканирования. Это наблюдение можно объяснить тем, что при уменьшении сектора сканирования СЛАУ, которые нужно решать, применяя предложенный метод, становятся все более жесткими — растет число собственных значений, на много порядков меньших 1.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные расчеты демонстрируют, что двухпозиционная диаграмма ЭПР для диапазона бистатических углов, отличных от 360°, может быть получена путем пересчета поля, измеренного в ближней зоне рассеивателя на участке цилиндрической поверхности, при отсечении остальной цилиндрической поверхности в случае малого (порядка

3 длин волн) радиуса поверхности сканирования. Метод, представленный в данной работе, часто дает результаты более точные, чем традиционный метод, при применении которого поле вне области сканирования предполагается равным нулю.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бахрах Л.Д. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне. Изд. Наука. Ленинградское отделение, 1985.
2. Kim K.T. // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2010. **58**. N 6. P. 2153.
3. Kim K.T. // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2011. **59**. N 8. P. 2813.
4. Kim K.T. Slepian transverse vector spherical harmonics and their application to near-field scanning / 2011 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI). IEEE. 2011. P. 2138.
5. Kim K.T. Validation of the Slepian approach to truncation-error reduction in spherical near-field scanning / Proceedings of the 2012 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation. IEEE. 2012. P. 1.
6. Hansen T.B., Marr R.A., Lammers U.H.W., Tanigawa T.J. et al. // IEEE transactions on antennas and propagation. 2006. **54**. N 12. P. 3846.
7. Leach W.M., Probe Compensated Near-Field Measurements on a Cylinder Ph.D. dissertation. School of Electrical Engineering, Georgia Institute of Technology. USA, 1972.
8. Knott E.F. Radar cross section measurements. Springer Science & Business Media, 2012.
9. Marr R.A., Lammers U.H.W., Hansen T.B., Tanigawa T.J. et al. // IEEE transactions on antennas and propagation. 2006. **54**. N 12. P. 3857.
10. Borkar V.G., Ghosh A., Singh R.K., Chourasia N. Radar cross-section measurement techniques. Defence Science Journal. 2010. **60**.2 204.
11. Ohmi S., Uno T., Arima T., Fujii T. Accuracy investigation of monostatic and bistatic RCS measurement by near-field far-field transformation with planar scanning. / Antennas and Propagation (ISAP). 2014 International Symposium on. IEEE. 2014.
12. Bouzidi A., Aguilu T. // Progress In Electromagnetics Research. 2012. **22**. P. 41.
13. Gente R., Jansen Ch., Geise R., Peters O. et al. // IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology. 2012. **2**. N 4. P. 424.
14. Gennarelli C., Capozzoli A., Foged L.J., Fordham J. et al. // International Journal of Antennas and Propagation. 2012.
15. Балабуха Н.П., Зубов А.С., Солосин В.С. Компактные полигоны для измерения характеристик рассеяния объектов. Наука, 2007.
16. Ильинский А.С., Кравцов В.В., Свешников А.Г. Математические модели электродинамики. Учеб. пособие для вузов. Высш. шк, 1991.
17. Stratton J.A. Electromagnetic Theory, New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1941.

A Promising Approach to the Determination of Bistatic Radar Cross Sections by Electromagnetic Near-Field Measurements (Three-Dimensional Vector Case)

N.P. Balabukha^{1,a}, D.A. Konyaev^{1,2,b}, N.E. Shapkina^{1,2,c}, K.M. Shitikova^{2,d}

¹*Institute of Theoretical and Applied Electrodynamics, Russian Academy of Sciences. Moscow 125412, Russia*

²*Department of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

E-mail: ^an_bala@mail.ru, ^bkonyaev@physics.msu.ru, ^cneshapkina@mail.ru, ^dshitikova.ks@gmail.com

In this paper, the methods of determining the bistatic radar cross sections (RCSs) of objects by near-field measurements with the use of a cylindrical scanner and further electromagnetic far-field calculations with the use of mathematical modeling are studied. In this case, an important problem is the possibility of scanning over a truncated surface instead of scanning over the entire one. Under such conditions, the results given by the classic method [1] become poorly predictable and the application of an adapted method is required. This paper develops the method in [2] as applied to a vector three-dimensional case. Two methods based on the serial expansion in cylindrical waves in the case of scanning over a truncated surface are compared: the classic method applied for the measurement of antenna radiation patterns (when the field outside the scanning area is set equal to zero) [1] and the proposed method, which strictly takes into account a truncated character of the scanning surface by angle. The comparison of calculation results confirms the method proposed in this paper is promising for application.

Keywords: bistatic radar cross sections, near-to-far field conversion, near-field scanning, cylindrical scanner.

PACS: 84.40.Xb.

Received 24 May 2022.

English version: *Moscow University Physics Bulletin. 2022. 77, No. 5. Pp. 713–722.*

Сведения об авторах

1. Балабуха Николай Павлович — канд. техн. наук, доцент, зав. лабораторией; тел.: (495) 483-23-62, e-mail: n_bala@mail.ru.
2. Коняев Денис Алексеевич — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник, вед. инженер; тел.: (495) 939-13-51, e-mail: konyaev@physics.msu.ru.
3. Шапкина Наталья Евгеньевна — канд. физ.-мат. наук, доцент, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-13-51, e-mail: shapkina@physics.msu.ru.
4. Шитикова Ксения Михайловна — студентка; e-mail: shitikova.ks@gmail.com.