

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Задача на собственные значения для динамо в толстом диске и порог генерации магнитного поляЕ. А. Михайлов,^{1,2,3,а} М. В. Пашенцева^{1,б}¹ *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*² *Физический институт имени П. Н. Лебедева РАН, отделение теоретической физики имени И. Е. Тамма. Россия, 119991, Москва, Ленинский проспект, д. 53*³ *Московский центр фундаментальной и прикладной математики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1*

Поступила в редакцию 28.03.2022, после доработки 12.04.2022, принята к публикации 24.05.2022.

Генерация магнитных полей различных космических объектов описывается с помощью механизма динамо, связанного с характером движений проводящей среды. В случае объектов, имеющих форму диска, таких, как галактики и аккреционные диски, достаточно часто применяется планарное приближение, использующее тот факт, что их толщина невелика. Подобный подход позволил получить большое количество как численных, так и аналитических результатов, которые хорошо согласуются с результатами астрономических наблюдений. Тем не менее существует ряд объектов, вертикальные размеры которых сопоставимы с радиальными, что требует уточнения модели для толстых дисков. Механизм динамо носит пороговый характер и тесно связан со спектром собственных значений соответствующего дифференциального оператора: генерация поля возможна лишь в том случае, когда хотя бы одно из них положительно. С помощью теории возмущений, хорошо известной в различных областях теоретической физики, построено приближение для собственных значений. Показано, при каком соотношении между параметрами может происходить генерация магнитного поля. Данные результаты были подтверждены результатами численного моделирования. Продемонстрировано, что условия для генерации поля в данном случае оказываются более жесткими, чем для модели динамо в тонком диске.

Ключевые слова: магнитное поле, теория возмущений, спектральная задача, галактики, аккреционные диски.

УДК: 517.9. PACS: 02.30.Jr.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящий момент твердо установлено, что целый ряд астрофизических объектов обладают крупномасштабными магнитными полями. Впервые их существование было наблюдательно подтверждено для Солнца [1] при исследовании пятен. Впоследствии по данным о движении частиц космических лучей, синхротронном излучении [2] и фарадеевском вращении [3] было показано наличие крупномасштабных полей в галактиках. Также исследуются магнитные поля других звезд, планет и т.д. Отдельно хотелось бы упомянуть магнитные поля аккреционных дисков, окружающих массивные объекты, такие как черные дыры, нейтронные звезды и белые карлики. Их существование было предсказано в работе [4], где с их помощью объяснялся перенос момента импульса. В настоящий момент есть наблюдения [5], подтверждающие наличие фарадеевского вращении для аккреционного диска, окружающего черную дыру в одной из активных галактик, что может служить доказательством наличия крупномасштабного магнитного поля.

Возникновение магнитных полей, как правило, объясняется действием механизма динамо и тесно связано с гидродинамикой процессов, происходящих в проводящей среде, из которых состоят данные

объекты [6]. Если говорить о крупномасштабных магнитных полях, то их генерация описывается с помощью одновременного действия альфа-эффекта, характеризующего ненулевую спиральность турбулентных движений, и дифференциального вращения, которое описывает градиент угловой скорости вращения. Эволюцию магнитного поля можно определить с помощью уравнения Штеенбека–Краузе–Рэдлера, которое может быть получено путем усреднения уравнений магнитной гидродинамики по масштабам, характерным для турбулентности [7]. Его решение в явном виде оказывается достаточно сложным. По этой причине обычно используются модели, которые используют свойства симметрии того или иного объекта. Так, одним из первых примеров является так называемое динамо Паркера, предложенное им для Солнца еще в середине прошлого века [8].

Особое место в астрофизике занимают объекты, имеющие форму диска. Как и во многих других случаях, генерация магнитного поля в них может быть описана с помощью задачи на собственные значения для соответствующего дифференциального оператора. В случае тонких дисков довольно значимых результатов удалось добиться еще в 1980-е годы [9–11]. В 1990-е представления о магнитных полях в подобных объектах были развиты при создании планарного приближения [12–14]. Оно использует тот факт, что можно считать компоненты магнитного поля, перпендикулярные к диску, достаточно малыми. Подобные подходы позволили

^а E-mail: ea.mikhajlov@physics.msu.ru

^б E-mail: pashentceva.mv17@physics.msu.ru

получить результаты для магнитных полей галактик, которые находятся в хорошем согласии с данными наблюдений [15], которые проводятся с помощью измерений мер фарадеевского вращения плоскости поляризации. Модель для тонкого диска воспроизводит большое количество важных с астрономической точки зрения эффектов. В последнее время такие модели вызывают большой интерес при моделировании магнитных полей аккреционных дисков, которые окружают массивные объекты: черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды [16, 17]. Вычисление собственных значений, характеризующих рост магнитного поля, оказывается точно решаемой задачей для осесимметричных решений (см. работу Е.А. Михайлова 2020. № 5. С. 39 в этом журнале) и возможно с учетом различных приближений в неосесимметричном случае [18]. Исходя из этого можно показать пороговый характер данного процесса, характерный практически для всех задач в теории динамо. Генерация магнитного поля возможна лишь в том случае, когда хотя бы одно из собственных значений положительно, поэтому вопрос о пороге возбуждения работы динамо сводится к исследованию зависимости старшего из них от характеристик объекта. Возможность роста описывается с помощью так называемого динамо-числа, которое содержит в себе основные кинематические параметры [13, 19].

Тем не менее целый ряд галактических и аккреционных дисков имеет достаточно большую толщину, которая может являться величиной того же порядка, что и их радиус. В таком случае применение модели для тонких дисков оказывается возможным лишь с рядом оговорок и не дает возможности учесть ряд важных эффектов. Так, принципиальным свойством планарного приближения является нереализуемость дипольных конфигураций поля, ассиметричных относительно экваториальной плоскости. Все это требует применения иных подходов, одним из которых является RZ -модель, предложенная первоначально для внешних колец галактик, имеющих форму тора [20–23], и развитая впоследствии для дисков в целом [24, 25]. Она исходит из того, что магнитное поле может быть описано с помощью уравнений для своей азимутальной компоненты, а также для одной из составляющих векторного потенциала. Численное моделирование показывает, что в таком случае типичные скорости экспоненциального роста магнитного поля, а также пороговые значения для динамо-числа оказываются существенно иными: генерация магнитного поля возможна при намного более жестких условиях [25].

При этом решение спектральной задачи в таком случае оказывается весьма затруднительным и, по-видимому, возможно лишь приближенно. Слагаемое, связанное с вертикальным переносом магнитного поля, может быть учтено как возмущение по сравнению с упрощенной задачей, в целом повторяющей подходы планарного приближения. В предыдущей задаче рассматривалась упрощенная одномерная модель, полученная путем редукции исходных уравнений RZ -модели. Часть, отвечающая за вертикальный перенос, учитывалась с помощью

первого порядка теории возмущений, хорошо известной в задачах квантовой теории [26, 27]. Тем не менее подобная простая модель позволила получить лишь качественное объяснение того, как меняется порог генерации магнитного поля. Более аккуратное решение данной задачи требует рассмотрение полной двумерной системы.

В настоящей работе мы рассматриваем систему уравнений RZ -модели, где для соответствующего дифференциального оператора исследуется спектр собственных значений [28–30]. Первоначально берется упрощенная задача, для которой возможно точное нахождение собственных функций и собственных значений, характеризующих скорость роста магнитного поля. После этого дополнительные слагаемые учитываются в рамках теории возмущений, что дает возможность приближенно вычислить возмущенные собственные значения. Данные результаты также сравниваются с результатами численного моделирования для соответствующих задач.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В рамках RZ -модели магнитное поле удобно представить в следующем виде [24, 25]:

$$\mathbf{B} = B\mathbf{e}_\varphi + \nabla \times (A\mathbf{e}_\varphi),$$

где B — азимутальная компонента магнитного поля, A — азимутальная составляющая векторного потенциала поля. Их эволюция в осесимметричном случае описывается с помощью системы уравнений в цилиндрической системе координат [25]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} &= R_\alpha z B + \lambda^2 \left\{ \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{A}{r^2} \right\}, \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= R_\omega \frac{\partial A}{\partial z} + \lambda^2 \left\{ \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B}{\partial r} - \frac{B}{r^2} \right\}, \end{aligned}$$

где λ — параметр, характеризующий соотношение между вертикальным и радиальным масштабами диска, R_α характеризует альфа-эффект, а R_ω — дифференциальное вращение. Граничные условия для магнитного поля зависят от конкретного астрофизического объекта. Так, в случае аккреционных дисков их можно определить следующим образом [17]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial r} \Big|_{r=1} &= B \Big|_{r=0} = B \Big|_{z=-\lambda} = B \Big|_{z=+\lambda} = 0, \\ \frac{\partial A}{\partial r} \Big|_{r=1} &= \frac{\partial A}{\partial z} \Big|_{z=-\lambda} = \frac{\partial A}{\partial z} \Big|_{z=+\lambda} = A \Big|_{r=0} = 0. \end{aligned}$$

Отметим, что в данном случае используются безразмерные переменные: расстояния измеряются в единицах радиуса диска, а времена — в характерных временах диффузии.

Решение задачи удобно искать в экспоненциальной форме:

$$\begin{aligned} A(r, z, t) &= \tilde{A}(r, z) \exp(\gamma t), \\ B(r, z, t) &= \tilde{B}(r, z) \exp(\gamma t). \end{aligned}$$

Тогда задача сводится к поиску собственных значений γ . Отметим, что в силу ряда причин нам

будет удобнее иметь для обеих функций на верхней и нижней границе условия Дирихле, поэтому введем вспомогательную функцию:

$$Q = \frac{\partial A}{\partial z} \sqrt{\frac{R_\alpha}{R_\omega}}.$$

В таком случае задача на собственные значения сведется к виду (здесь мы опускаем «тильды» на B):

$$\begin{aligned} \gamma Q = D^{1/2} B + D^{1/2} z \frac{\partial B}{\partial z} + \\ + \lambda^2 \left\{ \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial r} - \frac{Q}{r^2} \right\}, \end{aligned}$$

$$\gamma B = D^{1/2} Q + \lambda^2 \left\{ \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B}{\partial r} - \frac{B}{r^2} \right\},$$

$$Q|_{r=0} = \frac{\partial Q}{\partial r}|_{r=1} = Q|_{z=-h} = Q|_{z=+h} = 0,$$

$$B|_{r=0} = \frac{\partial B}{\partial r}|_{r=1} = B|_{z=-h} = B|_{z=+h} = 0.$$

Здесь введено так называемое динамо-число $D = R_\alpha R_\omega$, которое характеризует характер эволюции магнитного поля и совокупную интенсивность как альфа-эффекта, так и дифференциального вращения.

2. ПОИСК СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Будем искать собственные функции в форме:

$$\begin{aligned} Q_{nm}(r, z) &= q_{nm}(z) J_1(r\mu_n), \\ B_{nm}(r, z) &= b_{nm}(z) J_1(r\mu_n), \end{aligned}$$

а μ_n определяется из граничного условия:

$$\left. \frac{dJ_1(r\mu_n)}{dr} \right|_{r=1} = 0,$$

$$\mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_n < \mu_{n+1} < \dots$$

Асимптотика функции Бесселя на бесконечности выражается так [29, 30]:

$$J_1(r\mu_n) = \sqrt{\frac{2}{\pi r \mu_n}} \cos(r\mu_n - \frac{3\pi}{4}).$$

Тогда, подставляя в граничное условие эту асимптотику, мы получаем нули функции Бесселя:

$$\mu_n = \pi n + \frac{3\pi}{4}.$$

Тогда задача на собственные значения сведется к следующему:

$$\begin{aligned} \gamma_{nm} q_{nm} = D^{1/2} b_{nm} + D^{1/2} z \frac{db_{nm}}{dz} + \\ + \lambda^2 \left(\frac{d^2 q_{nm}}{dz^2} - \mu_n^2 q_{nm} \right), \end{aligned}$$

$$\gamma_{nm} b_{nm} = D^{1/2} q_{nm} + \lambda^2 \left(\frac{d^2 b_{nm}}{dz^2} - \mu_n^2 b_{nm} \right).$$

Решим отдельно задачу на собственные значения для z -компоненты. Будем искать собственные значения с помощью первого порядка теории возмущений, известного в квантовой механике [26]. Удобно рассмотреть вспомогательную задачу, и в качестве возмущения взять $hD^{1/2} z \frac{dB}{dz}$, где $0 \leq h \leq 1$ — параметр возмущения и $h = 1$ соответствует исходной задаче, а при $h = 0$ мы получим задачу без возмущений.

Удобно переписать систему в операторном виде:

$$\begin{aligned} \gamma_{nm} \mathbf{u}_{nm} = D^{1/2} \hat{A} \mathbf{u}_{nm} + hD^{1/2} \hat{V} \mathbf{u}_{nm} + \\ + \lambda^2 \left(\frac{d^2}{dz^2} \mathbf{u}_{nm} - \mu_n^2 \mathbf{u}_{nm} \right), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{nm} = \begin{pmatrix} q_{nm}(z) \\ b_{nm}(z) \end{pmatrix}, \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & D^{1/2} \\ D^{1/2} & 0 \end{pmatrix}, \\ \hat{V} = \begin{pmatrix} 0 & D^{1/2} z \frac{d}{dz} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

— возмущение в нашей задаче.

Отметим, что для функций $q_{nm}(z)$ и $b_{nm}(z)$ мы будем предполагать интегрируемость с квадратом, а скалярное произведение будет выглядеть так:

$$(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) = \int_{-\lambda}^{+\lambda} (q_i(z)q_j(z) + b_i(z)b_j(z)) dz.$$

Собственное значение и собственные функции невозмущенной задачи будут выглядеть таким образом для части по z :

$$\gamma_{nm} = \frac{-\pi^2 m^2}{4} - \lambda^2 \mu_n^2 + D^{1/2},$$

$$\mathbf{u}_{nm} = \begin{pmatrix} \sin\left(\frac{\pi m(z+\lambda)}{2\lambda}\right) \\ \sin\left(\frac{\pi m(z+\lambda)}{2\lambda}\right) \end{pmatrix}.$$

Поправка к собственному значению в соответствии с теорией возмущения будет выглядеть так:

$$\Delta\gamma = h \frac{(\mathbf{u}_{nm}, \hat{V} \mathbf{u}_{nm})}{(\mathbf{u}_{nm}, \mathbf{u}_{nm})},$$

$$\hat{V} \mathbf{u}_{nm} = \begin{pmatrix} \sqrt{D} z \frac{\partial}{\partial z} \left(\sin \frac{\pi m(z+\lambda)}{2\lambda} \right) \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{u}_{nm}, \hat{V} \mathbf{u}_{nm}) &= \\ &= \int_{-\lambda}^{\lambda} \sin \frac{\pi m(z+\lambda)}{2\lambda} \sqrt{D} z \frac{\partial}{\partial z} \left(\sin \frac{\pi m(z+\lambda)}{2\lambda} \right) dz = \\ &= -\frac{\sqrt{D}\lambda}{2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{u}_{nm}, \mathbf{u}_{nm}) &= \\ &= \int_{-\lambda}^{\lambda} \left(\sin^2 \frac{\pi m(z+\lambda)}{2\lambda} + \sin^2 \frac{\pi m(z+\lambda)}{2\lambda} \right) dz = 2\lambda. \end{aligned}$$

Таблица 1. Зависимость скорости роста от R_α, R_ω (без возмущения)

$h = 0$ R_α/R_ω	Аналитические оценки				Численные оценки			
	1	2	3	4	1	2	3	4
5	-0.24	0.68	1.39	1.99	-0.23	0.69	1.41	2.0
10	0.68	1.99	2.99	3.84	0.69	2.0	3.01	3.85
15	1.39	2.99	4.23	5.27	1.41	3.07	4.23	5.27
20	1.99	3.85	5.27	6.46	2.01	3.85	5.27	6.46

Таблица 2. Зависимость скорости роста от R_α, R_ω (с возмущением $h = 0.1$)

$h = 0.1$ R_α/R_ω	Аналитические оценки				Численные оценки			
	1	2	3	4	1	2	3	4
5	-0.29	0.60	1.29	1.88	-0.29	0.62	1.31	1.89
10	0.60	1.88	2.86	3.69	0.62	1.89	2.87	3.69
15	1.29	2.86	4.06	5.07	1.31	2.87	4.06	5.07
20	1.88	3.69	5.07	6.24	1.89	3.69	5.07	6.23

Тогда итоговое выражение для собственного значения выглядит так:

$$\gamma_{nm} = \frac{-\pi^2 m^2}{4} - \lambda^2 \mu_n^2 + D^{1/2} - h \frac{D^{1/2}}{4}.$$

Основной смысл имеет старшее собственное значение, которое описывает возможность роста магнитного поля.

Физический смысл показателя роста есть только для $h = 1$. Старшие собственные значения и собственные функции невозмущенной задачи будут выглядеть таким образом для части по z :

$$\gamma_{11} = \frac{-\pi^2}{4} - \lambda^2 \mu_1^2 + D^{1/2},$$

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} \sin\left(\frac{\pi(z+\lambda)}{2\lambda}\right) \\ \sin\left(\frac{\pi(z+\lambda)}{2\lambda}\right) \end{pmatrix}.$$

Тогда, используя ранее полученное выражение для μ_n , выражение для показателя роста будет выглядеть так:

$$\gamma_{11} = \frac{-\pi^2}{4} + \frac{3D^{1/2}}{4} - \lambda^2 \left(\frac{7\pi}{4}\right)^2.$$

Из этого выражения можно выделить значение критического динамо-числа из условия $\gamma_{11} > 0$. Если динамо-число превышает критическое значение, то магнитное поле в космическом объекте возрастает по экспоненциальному закону, а противном случае поле затухает. В данном случае критическое динамо-число будет равно: $D_{cr} \approx 11.2$, что согласуется с результатами, полученными ранее из более грубых соображений [25].

На основе уравнений получена численная модель. В результате моделирования была построена зависимость магнитного поля от времени для разных значений динамо-числа (см. рисунок). Как видно из графика, при увеличении динамо-числа скорость роста поля растет, что соотносится с формулой, полученной нами выше.

Кроме того, были посчитаны численно и аналитически значения γ . Результаты расчетов представлены в табл. 1, 2. По данным значениям видно, что они

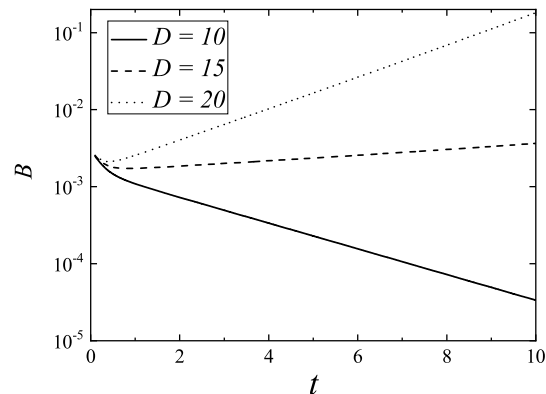


Рис. Зависимость магнитного поля от времени для разных значений динамо-числа

равны с точностью до десятых долей, что является достаточно удовлетворительным результатом для расчетов с использованием только первого порядка теории возмущений. То есть даже когда норма возмущения сопоставима с нормой основной части оператора, результаты все равно сходятся, пусть даже с точностью до десятых долей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, было показано, что генерация поля возможна лишь в том случае, когда хотя бы одно из собственных значений положительно. Из этого наблюдения можно сделать вывод о том, что механизм динамо носит пороговый характер и тесно связан со спектром собственных значений соответствующего дифференциального оператора. Было построено приближение для собственных значений с использованием теории возмущений. Были получены параметры, при которых может происходить генерация магнитного поля. Вычислены значения собственных чисел по аналитическим формулам и с помощью численного моделирования. Полученные значения параметров хорошо согласуются друг с другом.

Работа была частично поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БА-

ЗИС» 21-1-1-4-4. Работа была частично поддержана Министерством науки и высшего образования России (соглашение 075-15-2019-1621). Авторы благодарят рецензента за замечания, позволившие улучшить настоящую работу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hale G.E. // *Astrophysical Journal*. 1908. **28**. P. 315.
2. Fermi E. // *Phys. Rev.* 1949 **75**. P. 1169.
3. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М., 1960.
4. Shakura N.I., Sunyaev R.A. // *Astron. Astrophys.* 1973 **24**. P. 337.
5. Kravchenko E., Giroletti M., Hada K. // *Astron. Astrophys.* 2020 **637**. L6.
6. Соколов Д.Д. // *УФН*. 2015 **185**. С. 643.
7. Краузе Ф., Рэдлер К.-Х. Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо. М., 1984.
8. Parker E.N. // *Astrophys. J.* 1955 **122**. P. 293.
9. Sokolov D., Shukurov A., Ruzmaikin A. // *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 1983. **25** P. 293.
10. Baryshnikova Iu., Shukurov A., Ruzmaikin A., Sokoloff D. // *Astron. Astrophys.* 1987. **177**. P. 27.
11. Ruzmaikin A.A., Shukurov A.M., Sokoloff D.D. *Magnetic Fields of Galaxies*. Kluwer, Dordrecht, 1988.
12. Subramanian K., Mestel L. // *Mon. Not. R. Astr. Soc.* 1993. **265**. P. 69.
13. Moss D. // *Mon. Not. R. Astr. Soc.* 1995. **275**. P. 191.
14. Phillips A. // *Geophys. Astrophys. Fluid. Dyn.* **94**. P. 135.
15. Beck R., Brandenburg A., Moss D., Shukurov A., Sokoloff D. // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1996. **34**. P. 155.
16. Moss D., Sokoloff D., Suleimanov V. // *Astron. Astrophys.* 2016. **588**. A18.
17. Boneva D.V., Mikhailov E.A., Pashentseva M.V., Sokoloff D.D. // *Astron. Astrophys.* 2021. **652**. A38.
18. Mikhailov E.A. // *Magnetohydrodynamics*. 2020. **56**. P. 403.
19. Arshakian T., Beck R., Krause M., Sokoloff D. // *Astron. Astrophys.* 2009. **494**. P. 21.
20. Deinzer W., Grosser H., Schmitt D. // *Astron. Astrophys.* 1993. **273**. P. 405.
21. Brooke J., Moss D. // *Astron. Astrophys.* 1995. **303**. P. 307.
22. Михайлов Е.А. // *Астрономический журнал*. 2017. **94**. С. 741.
23. Михайлов Е.А. // *Астрофизика*. 2018. **61**. С.165.
24. Mikhailov E.A., Pushkarev V.V. // *Research in Astronomy and Astrophysics*. 2021. **21**. P. 56.
25. Mikhailov E.A., Pushkarev V.V. // *Astronomy Reports*. 2021. **65**. P. 990.
26. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика. Квантовая механика (нерелятивистская теория)*. М., 1989.
27. Соколов А.А., Лоскутов Ю.М., Тернов И.М. *Квантовая механика*. М., 1965.
28. Садовничий В. А. *Теория операторов*. М., 1986.
29. Свейшников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. *Лекции по математической физике*. М., 1993.
30. Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики*. М., 1999.

The Eigenvalue Problem for a Dynamo in a Thick Disk and the Threshold of Magnetic Field Generation

E. A. Mikhailov^{1,2,3,a}, M. V. Pashentseva^{1,b}

¹*Department of mathematics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia*

²*Tamm Department of Theoretical Physics, Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences. Moscow 119991, Russia*

³*Moscow Center of Fundamental and Applied Mathematics. Moscow 119991, Russia*

E-mail: ^aea.mikhajlov@physics.msu.ru, ^bpashentseva.mv17@physics.msu.ru

Generation of magnetic fields of various space objects is described using the dynamo mechanism associated with the character of motions of a conducting medium. In the case of disk-shaped objects, such as galaxies and accretion disks, one often uses a planar approximation, since their thickness is not large. This approach made it possible to obtain a large number of both numerical and analytical results which are in a good agreement with those obtained in astronomical observations. Nevertheless, there are some objects whose vertical dimensions are comparable to their radial dimensions, which requires correcting the model for thick disks. The dynamo mechanism has a threshold character and is closely related to the spectrum of eigenvalues of the corresponding differential operator: the field generation is possible only if at least one of them is positive. Using the perturbation theory, which is well known in various fields of theoretical physics, an approximation for the eigenvalues is constructed. The relationships between the parameters at which generation of a magnetic field may occur were established. These results were confirmed by the results of numerical simulation. It is shown that the conditions for field generation in this case appear to be stricter than those for the dynamo model in a thin disk.

Keywords: magnetic field, perturbation theory, spectral problem, galaxies, accretion disks.

PACS: 02.30.Jr.

Received 28 March 2022.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2022. **77**, No. 5. Pp. 741–746.

Сведения об авторах

1. Михайлов Евгений Александрович — канд. физ.-мат. наук, ассистент; тел.: (495)939-10-33, e-mail: ea.mikhajlov@physics.msu.ru.
2. Пашенцева Мария Владимировна, студентка; e-mail: pashentseva.mv17@physics.msu.ru.