

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Оптимизация формы протяженных зеркальных коллиматоров со скругленными краями

М. И. Пропой,^{1,а} Ф. Б. Хлебников,^{1,б} Д. А. Коняев,^{1,2} Н. Е. Шапкина,^{1,2} А. Н. Боголюбов¹

¹ Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра математики

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

² Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН (ИТПЭ РАН)

Россия, 125412, Москва, ул. Ижорская, д. 13

Поступила в редакцию 11.09.2022, после доработки 27.09.2022, принята к публикации 29.09.2022.

Рассматривается задача моделирования электромагнитного поля, отраженного от цилиндрического зеркального коллиматора, имеющего сложное симметричное или несимметричное поперечное сечение. Задача решается для разных частот и поляризаций падающей волны при различных геометрических параметрах зеркала, включая параметры скругленных краев. Кроме того, рассматривается задача синтеза параметров скруглений зеркал как для одной частоты падающей волны, так и для пучка частот.

Ключевые слова: математическое моделирование, задача дифракции, зеркальные коллиматоры, оптимизация зеркального коллиматора.

УДК: 51-73. PACS: 02.30.Rz.

ВВЕДЕНИЕ

Для многих задач прикладной электродинамики, в частности измерения ЭПР исследуемого объекта, необходимо получить электромагнитное поле, близкое к полю плоской волны в заданной области пространства. На практике в таких случаях часто используются компактные полигоны, представляющие собой измерительные комплексы, состоящие из безэховой камеры, внутри которой расположены источник электромагнитных волн, измерительная аппаратура и коллиматор, который преобразует волну от излучателя, расположенного в фокусе зеркала этого коллиматора, в плоскую волну. Отклонение поля в рабочей зоне от плоской волны в первую очередь зависит от геометрии границы зеркала и во многом обусловлено дифракционными эффектами, возникающими при отражении волны от кромок коллиматора [1–4]. Для уменьшения этой неравномерности кромку коллиматора делают звездообразной или отогнутой. Зеркало со скругленными краями имеет области различной кривизны, поэтому, по сравнению с зеркалами с зазубренными кромками, требует больших затрат при изготовлении [5, 6]. Но при этом коллиматоры со скругленными краями позволяют получить лучшие характеристики отраженного поля при таких же размерах безэховой камеры [7, 8].

Реальный коллиматор является несимметричным вырезом параболоида вращения [9]. Однако решение задачи дифракции на таких объектах — очень ресурсоемкий процесс, поэтому в этой работе рассматриваются задачи дифракции на бесконечно протяженных коллиматорах, сечения которых (симметричное и несимметричное) совпадают с сечениями реального коллиматора. Такая структура может

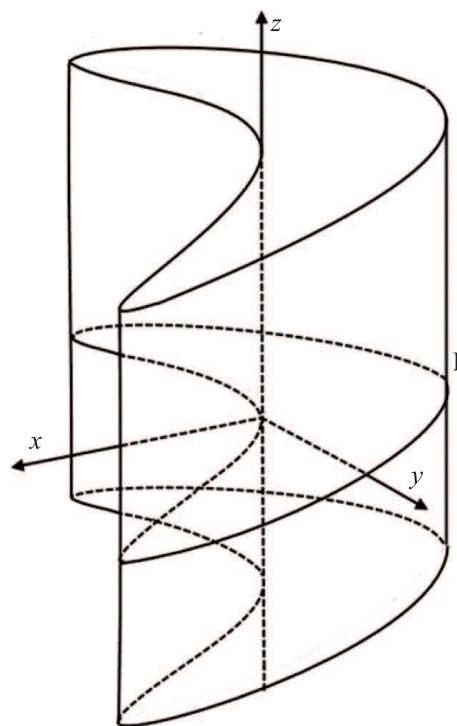


Рис. 1. Модель протяженного параболического коллиматора со сложным поперечным сечением

использоваться в качестве начального приближения при решении трехмерной векторной задачи дифракции.

В настоящей работе исследуется цилиндрическое зеркало с сечением, состоящим из дуги параболы, скруглений на основе дуг эллипса и дополнительной гладкой кривой, замыкающей фигуру в области тени (рис. 1). Источник излучения — нить тока, расположенная в фокусе параболического участка параллельно оси цилиндра.

^а E-mail: mpropoy@gmail.com

^б E-mail: mnfkh@gmail.com

Задача дифракции на цилиндрическом зеркале заменяется двумя двумерными задачами дифракции на его поперечном сечении, которое может быть как симметричным, так и несимметричным.

1. ПОСТАНОВКА ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

Для протяженного зеркала ставится краевая задача дифракции электромагнитных волн в области, внешней по отношению к границе поперечного сечения импедансного цилиндра [10, 11]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \mathbf{H} = -i\omega \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad \text{в области вне зеркала,} \\ \text{rot} \mathbf{E} = i\omega \mu_0 \mathbf{H} \quad \text{в области вне зеркала,} \\ [\mathbf{n} \times \mathbf{E}]_{\Gamma} = -W(M) [\mathbf{n} \times [\mathbf{n} \times \mathbf{H}]] \quad \text{на границе} \\ \hspace{15em} \text{зеркала,} \\ \lim_{\rho \rightarrow \infty} \sqrt{\rho} \left(\frac{\partial(\mathbf{E} - \mathbf{E}^0)}{\partial \rho} - ik(\mathbf{E} - \mathbf{E}^0) \right) = 0, \\ \lim_{\rho \rightarrow \infty} \sqrt{\rho} \left(\frac{\partial(\mathbf{H} - \mathbf{H}^0)}{\partial \rho} - ik(\mathbf{H} - \mathbf{H}^0) \right) = 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь ω — круговая частота электромагнитной волны, \mathbf{E} , \mathbf{H} — комплексные амплитуды (зависимость от времени выбрана в виде $e^{-i\omega t}$) компонент полного поля, \mathbf{E}^0 , \mathbf{H}^0 — комплексные амплитуды поля, создаваемого источником, Γ — граница поперечного сечения зеркала, \mathbf{n} — вектор внешней нормали к Γ , k — волновое число.

Система (1) сводится к скалярной задаче дифракции (2), в которой неизвестной величиной $u = u(M)$ является E_z или H_z — z -проекции комплексных амплитуд напряженностей полного поля [12]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta u + k^2 u = 0 \quad \text{в области вне зеркала,} \\ \frac{\partial u}{\partial n} - i\alpha u|_{\Gamma} = 0 \quad \text{на границе зеркала,} \\ \frac{\partial(u - u_0)}{\partial \rho} - ik(u - u_0)|_{\rho \rightarrow \infty} = o\left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right). \end{array} \right. \quad (2)$$

В задаче (2) $u_0 = u_0(M)$, $u_0(M)$ — поле источника, α — коэффициент, зависящий от свойств среды, в которой находится зеркало, проводимости материала зеркала и от поляризации падающей волны, M — точка наблюдения.

Эта задача сводится к интегральному уравнению Фредгольма второго рода [12, 13]:

$$\frac{1}{2}u(M) + \frac{1}{2\pi} \oint_{\Gamma} \left[\frac{\partial g(M, P)}{\partial n} - i\alpha g(M, P) \right] u(P) dl_P = u_0(M), \quad (3)$$

где $g(M, P) = H_0^{(1)}(k|\mathbf{r}_M - \mathbf{r}_P|)$, $g(M, P)$ — функция Грина свободного пространства в двумерном случае $P \in \Gamma$ — точки на поверхности зеркала. Уравнение (3) заменяется на СЛАУ, к которой далее применяется метод Гаусса. Более подробно численный метод решения (3) описан в [14].

2. ФОРМА ГРАНИЦЫ Γ

Неравномерность поля в рабочей зоне сильно зависит от свойств кривой Γ . Для уменьшения дифракционных эффектов и использования импедансных граничных условий эта кривая должна быть гладкой до вторых производных включительно [15]. Для

удобства применения численных методов дополнительно потребуем, чтобы она была параметризуемой, замкнутой и не имела самопересечений при произвольном разумном выборе параметров.

В случае несимметричного зеркала параметрические уравнения параболы $x_{par}(\phi)$, $y_{par}(\phi)$ с фокусным расстоянием F в полярных координатах имеет вид (4), (5):

$$x_{par}(\phi) = F + \frac{2F \cos \phi}{1 - \cos \phi}, \quad (4)$$

$$y_{par}(\phi) = \frac{2F \sin \phi}{1 - \cos \phi}. \quad (5)$$

Здесь $0 < \phi_1 < \phi < \phi_2 < \pi$, ϕ_1 и ϕ_2 — углы, соответствующие точкам сопряжения параболического участка и скруглений (рис. 2).

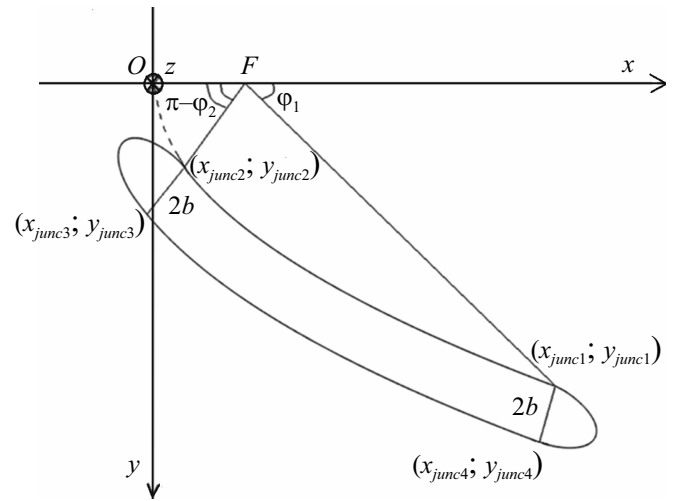


Рис. 2. Поперечное сечение несимметричного цилиндрического зеркала

Параметрические уравнения эллипса ($x_{ell}(\psi)$, $y_{ell}(\psi)$), большая полуось a которого параллельна касательной к параболе, проведенной в точке сопряжения с этой параболой ($x_{junc}; y_{junc}$), записываются следующим образом:

$$x_{ell}(\psi) = x_{junc} + a \sin \psi \frac{y_{junc}}{\sqrt{(y_{junc})^2 + 4F^2}} - b(1 - \cos \psi) \frac{2F}{\sqrt{(y_{junc})^2 + 4F^2}}, \quad (6)$$

$$y_{ell}(\psi) = y_{junc} + a \sin \psi \frac{2F}{\sqrt{(y_{junc})^2 + 4F^2}} + b(1 - \cos \psi) \frac{y_{junc}}{\sqrt{(y_{junc})^2 + 4F^2}}. \quad (7)$$

Здесь и далее x_{junc} , y_{junc} — координаты точки сопряжения параболы со скруглением, ψ — угол между малой полуосью эллипса b и радиус-вектором точки на эллипсе. Однако если просто соединить параболу и эллипс, описываемый формулами (6) и (7), то получится кривая, гладкая в точке сопряжения лишь до первой производной включительно.

Таблица 1. Отклонения поля в рабочей зоне от поля плоской волны (по амплитуде)

Выбранные геометрические параметры: $F = 6$ м, $a = 0.75$ м, $b = 0.14$ м		Максимальное отклонение по амплитуде, %	
		Несимметричное зеркало	Симметричное зеркало
Частота 1 ГГц, H -поляризация		11.23	6.7
Частота 2 ГГц	E -поляризация	8.4	3.5
	H -поляризация	8.6	3.9

Таблица 2. Отклонения поля в рабочей зоне от поля плоской волны (по фазе)

Выбранные геометрические параметры: $F = 6$ м, $a = 0.75$ м, $b = 0.14$ м		Максимальное отклонение по фазе, град.	
		Несимметричное зеркало	Симметричное зеркало
Частота 1 ГГц, H -поляризация		5.3	3.4
Частота 2 ГГц	E -поляризация	3.9	2.55
	H -поляризация	3.2	2.61

Для достижения гладкости до второй производной включительно кривая задается в виде взвешенной суммы координат параболы ($x_{parab1}(\psi)$, $y_{parab1}(\psi)$) и эллипса ($x_{ell}(\psi)$, $y_{ell}(\psi)$), т.е. формулами (8) и (9):

$$x_{blend}(\psi) = x_{parab1}(\psi) [1 - B(\psi)] + x_{ell}(\psi) B(\psi), \quad (8)$$

$$y_{blend}(\psi) = y_{parab1}(\psi) [1 - B(\psi)] + x_{ell}(\psi) B(\psi), \quad (9)$$

$$B(\psi) = \frac{1 - \cos \psi}{2}, \quad \psi \in [0; \pi], \quad (10)$$

$$y_{parab1}(\psi) = y_{junc} + \left(\psi \frac{x_m}{\pi} \right) \frac{2F}{\sqrt{(y_{junc})^2 + 4F^2}}, \quad (11)$$

$$x_{parab1}(\psi) = \frac{(y_{parab1}(\psi))^2}{4F}. \quad (12)$$

В формулах (10)–(12) $B(\psi)$ — сглаживающая функция, устраняющая разрыв второй производной при $\psi = 0$, x_m — длина дуги эллипса [16].

В модели добавлена задняя стенка, полученная параллельным переносом передней параболической части (рис. 3). Формулы, задающие ее параметрически, можно получить следующим образом.

Из оптического свойства параболы и геометрических соображений следует, что координаты единичного вектора внешней нормали к параболическому участку в некоторой его точке M выражаются через угол ϕ :

$$\mathbf{n} = \left\{ -\sin \frac{\phi}{2}; \cos \frac{\phi}{2} \right\}. \quad (13)$$

Тогда уравнения для задней стенки имеют вид:

$$x_{back}(\phi) = F + \frac{2F \cos \phi}{1 - \cos \phi} - 2b \sin \frac{\phi}{2}, \quad (14)$$

$$y_{back}(\phi) = \frac{2F \sin \phi}{1 - \cos \phi} + 2b \cos \frac{\phi}{2}. \quad (15)$$

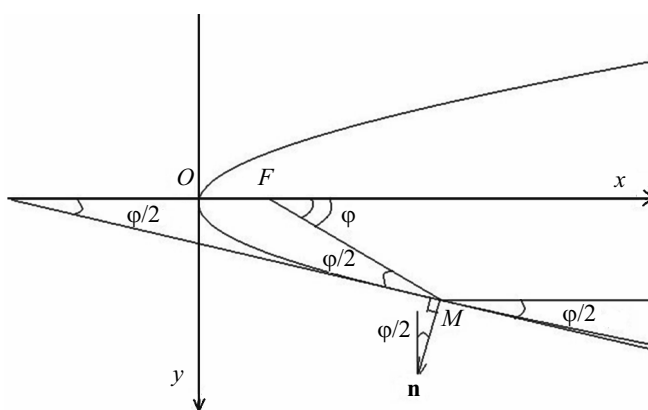


Рис. 3. Координаты единичного вектора внешней нормали к параболе

В случае задней стенки несимметричного зеркала для угла ϕ выполнены те же соотношения, что и для параболического участка: $0 < \phi_1 < \phi < \phi_2 < \pi$. Если угол ϕ такой, что $-\phi_1 < \phi < \phi_1$, $0 < \phi_1 < \pi$, то формулы (8)–(15) будут описывать симметричное зеркало. Формулы для скруглений одни и те же в обоих случаях.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОЛЯ В РАБОЧЕЙ ЗОНЕ

На основании построенной выше математической модели и изложенной теории был модернизирован программный комплекс, описанный в [15]. В частности, теперь этот комплекс может определять амплитудное и фазовое отклонение отраженной волны от плоской. На рис. 4 изображены распределение амплитуды отражённого поля и отклонение его фазы от поля плоской волны для несимметричного зеркала в рабочей зоне. Фокусное расстояние зеркала $F=6$ м, полуоси эллипсов $a=0.75$ м, $b=0.14$ м. Рабочая зона во всех случаях представляет собой квадрат с линейным размером, примерно равным половине апертуры зеркала. Абсцисса центра квадрата расположена на двойном фокусном расстоянии от переднего параболического участка.

В табл. 1 и 2 приведены результаты моделирования поля волны, отраженной от несимметричного

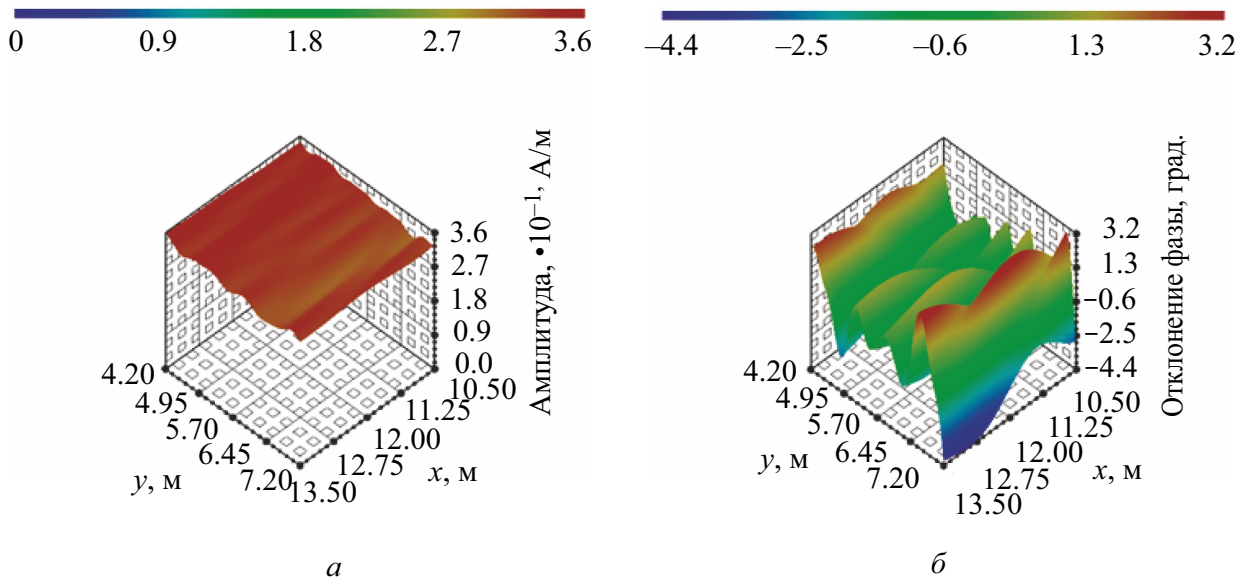


Рис. 4. Распределение амплитуды отраженной волны и отклонение её фазы от фазы плоской волны в рабочей зоне при падении волны с частотой 2 ГГц и *H*-поляризацией

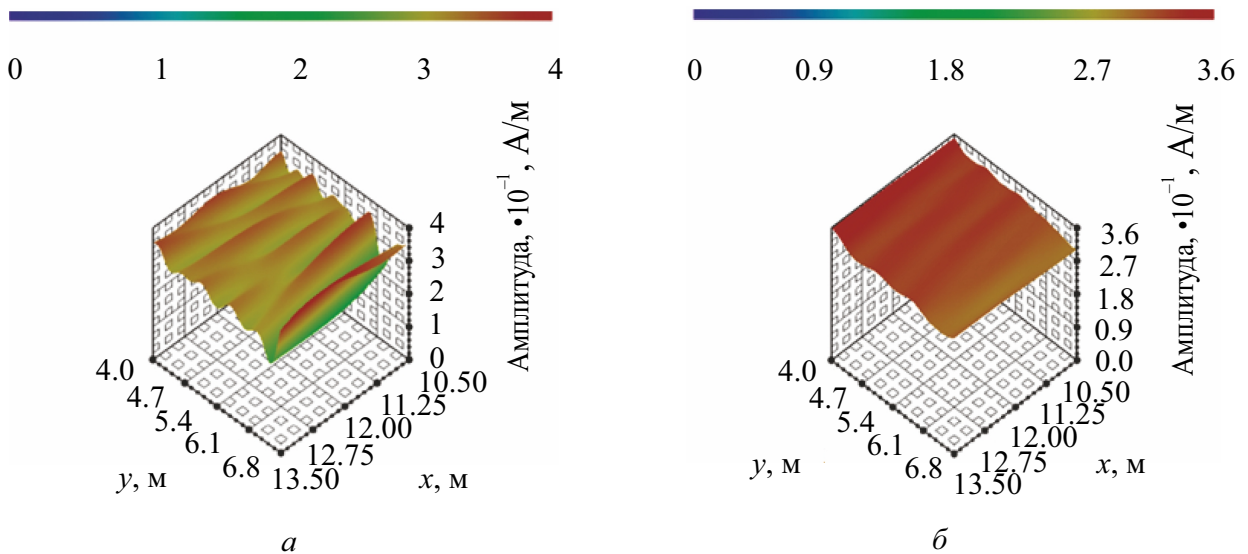


Рис. 5. Распределение амплитуды для начального приближения (а) и оптимизированного (б) несимметричного зеркала

и симметричного зеркал, при разных характеристиках падающей волны.

чения этого поля:

4. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

Результаты, представленные в табл. 1, демонстрируют, что скругления с произвольно выбранными геометрическими параметрами не всегда оказываются эффективными. При падении *H*-поляризованной волны с частотой 1 ГГц амплитудные отклонения превышают 1 дБ. Следовательно, нужно найти такие значения этих параметров, чтобы неравномерность поля в рабочей зоне получалась минимальной. В настоящей работе варьируются полуоси *a* и *b* эллипсов, лежащих в основе скруглений. При варьировании *a* и *b* изменяется геометрия скруглений, и, как следствие, меняется поле в рабочей зоне. Минимизируемый функционал является среднеквадратичным отклонением поля в рабочей зоне от среднего значения

$$F_{v_1}(a, b) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (|u_n| - u_0)^2}, \quad (16)$$

$$u_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |u_n|. \quad (17)$$

Чем меньше значение этого функционала, описываемого формулами (16) и (17), тем меньше амплитуда поля в рабочей зоне будет отличаться от амплитуды поля плоской волны. $F_{v_1}(a, b)$ зависит только от двух параметров, поэтому минимизируется с помощью метода Нелдера–Мида, относящегося к классу симплекс-методов [17, 18]. С практической точки зрения нерационально конструировать зеркало под одну заданную частоту падающего излучения, поэтому оптимизация зеркала проводилась как для

одной частоты, так и для пучка частот [19, 20]. В случае пучка частот минимизировался функционал:

$$\tilde{F}(a, b) = \sum_l F_{\nu_l}(a, b). \quad (18)$$

В формуле (18) ν_l — l -ая частота пучка.

Для несимметричного зеркала при оптимизации на частоте 2 ГГц в качестве начального приближения были использованы скругления с полуосями $a = 0.97$ м, $b = 0.33$ м. В результате оптимизации были получены скругления: $a = 0.68$ м, $b = 0.17$ м. На рис. 5 представлены распределения амплитуды для начального приближения и оптимизированного несимметричного зеркала.

Максимальные амплитудные отклонения для начального приближения составляют 34%, а для оптимизированного зеркала — 10.2%. Для симметричного зеркала при той же частоте падающей волны также происходит значительное уменьшение амплитудных отклонений.

В табл. 3–6 представлены результаты оптимизации как для симметричного, так и для несимметричного зеркала на частотах 5, 6 и 7 ГГц. Как видно из таблиц, происходит значительное уменьшение амплитудных отклонений поля. Для разных поляризаций результаты получаются примерно одинаковыми, поэтому представлена только H -поляризация.

Таблица 3. Максимальные амплитудные отклонения поля в рабочей зоне от поля плоской волны для несимметричного зеркала в случае многочастотной оптимизации

Параметры скруглений	Частота		
	5 ГГц	6 ГГц	7 ГГц
До: $a=0.91$ м, $b=0.76$ м	61.89%	12.31%	16.3%
После: $a=1.18$ м, $b=1.08$ м	6.6 %	7.0 %	9.5 %

Таблица 4. Максимальные фазовые отклонения поля в рабочей зоне от поля плоской волны для несимметричного зеркала в случае многочастотной оптимизации

Параметры скруглений	Частота		
	5 ГГц	6 ГГц	7 ГГц
$a=1.02$ м, $b=0.36$ м (до оптимизации)	7.2°	5.8°	8°
$a=0.75$ м, $b=0.14$ м (после оптимизации)	2.32°	1.12°	4.5°

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модифицирован программный комплекс для исследования поля в рабочей зоне компактного полигона. Комплекс дает возможность определять амплитудное и фазовое отклонения отраженного поля от поля плоской волны, с помощью которых более детально исследованы свойства отраженной от зеркала

Таблица 5. Максимальные амплитудные отклонения поля в рабочей зоне от поля плоской волны для симметричного зеркала в случае многочастотной оптимизации

Параметры скруглений	Частота		
	5 ГГц	6 ГГц	7 ГГц
$a=1.02$ м, $b=0.36$ м (до оптимизации)	96 %	1.80 %	90.12 %
$a=0.75$ м, $b=0.14$ м (после оптимизации)	1.54 %	1.00 %	0.9 %

Таблица 6. Максимальные фазовые отклонения поля в рабочей зоне от поля плоской волны для несимметричного зеркала в случае многочастотной оптимизации

Параметры скруглений	Частота		
	5 ГГц	6 ГГц	7 ГГц
$a=1.02$ м, $b=0.36$ м (до оптимизации)	6.5°	0.838°	5.7°
$a=0.75$ м, $b=0.14$ м (после оптимизации)	1.07°	0.3°	0.2°

волны как в случае прямой, так и в случае обратной задачи дифракции.

Построено поле в рабочей зоне зеркального коллиматора со скругленными краями для вертикального и горизонтального сечений трехмерного коллиматора при разных поляризациях, частотах и параметрах скруглений. Результаты моделирования поля отраженной волны показали эффективность скругления краев, во многих случаях по своим характеристикам отраженная волна в рабочей зоне близка к плоской.

Кривая, являющаяся границей несимметричного зеркала, не имеет самопересечений и достаточно гладкая, чтобы можно было применять численные методы решения задачи дифракции на таком коллиматоре.

Поставлена и решена задача синтеза симметричного и несимметричного зеркала с оптимальными геометрическими параметрами как для одной частоты, так и для набора частот. В большинстве случаев оптимизация зеркала с помощью метода Нелдера–Мида позволяет значительно улучшить характеристики поля в рабочей зоне, происходит выравнивание как амплитуды, так и фазы отраженной волны. Для оптимизированного коллиматора амплитудные отклонения поля от поля плоской волны не превышают 1 дБ, а фазовые — 10°.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shields M.W., Fenn A.J. // Lincoln Laboratory J. 2007. **16**, N 2.
2. Emerson W. // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1973. **21**, N 4. P. 484.
3. Lee T.H. et al. Blended Rolled Edge Reflector Design for the New Compact Range at MIT Lincoln Laboratory // Antenna Measurement Techniques Association 26th Ann. Mtg., Stone Mountain Park, Ga., 17–22 Oct. 2004.
4. Gupta I.J., Ericksen K.P., Burnside W.D. // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1990. **38**, N 6, PP. 853-861.
5. Pistorius C.W.I., Burnside W.D. // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1987. **AP-35**, N 3, P. 342.

6. Ellingson S.W., Gupta I.J., Burnside W.D. // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1990. **38**, N 12, P. 1969.
7. Burnside W.D., Gelreath M.C., Kent B.M., Clerici G.L. // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1987. **35**, iss. 2, P. 176.
8. Lee T.H., Burnside W.D. // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1996. **44**, N 1, P. 87.
9. Балабуха Н.П., Зубов А.С., Солосин В.С. Компактные полигоны для измерения характеристик рассеяния объектов. М.: Наука, 2007.
10. Свешников А.Г., Могилевский И.Е. Избранные математические задачи теории дифракции. М.: Физический факультет МГУ, 2012.
11. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1998.
12. Галишишникова Т.Н., Ильинский А.С. Численные методы в задачах дифракции. М.: МГУ, 1987.
13. Боголюбов А.Н., Левашова Н.Т., Могилевский И.Е., Мухартова Ю.В. и др. Функция Грина оператора Лапласа / Учебное пособие. М.: Физический факультет МГУ, 2018.
14. Хлебников Ф.Б., Боголюбов А.Н., Солосин В.С., Шапкина Н.Е. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2015. № 6. С. 43.
15. Хлебников Ф.Б., Боголюбов А.Н., Коняев Д.А., Шапкина Н.Е. Математическое моделирование электромагнитного поля в рабочей зоне компактного полигона. Физические основы приборостроения. 2018. N 2, С. 54.
16. Пропой М.И. Математическое моделирование зеркального коллиматора со скругленными краями (случай несимметричного зеркала) Материалы Международного молодежного научного форума Ломоносов-2021 / Под ред. И.А. Алешковский, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов, Е.И. Зимакова. 2021. М.: Физический факультет МГУ, 2021.
17. Хлебников Ф.Б., Шапкина Н.Е., Коняев Д.А. Задача оптимизации формы цилиндрического зеркального коллиматора // Ломоносовские чтения-2017. Секция физики. Сборник тезисов докладов. М.: Физический факультет МГУ, 2017. С. 190.
18. Nelder J.A., Mead R. // The Computer Journal. 1965. **7**, N 4. P. 308.
19. Боголюбов А.Н., Боголюбов Н.А., Коняев Д.А. и др. // Физические основы приборостроения. 2019. **8**, N 3. С. 19.
20. Khlebnikov F.B., Propoy M.I., Konyaev D.A. et al. // Optimization of a mirror collimator with rounded edges on multiple frequencies. / 2021 Photonics Electromagnetics Research Symposium (PIERS). 2021.

Optimization Problem for the Parameters of Mirror Collimator with Blended Rounded Edges

M. I. Propoy^{1,a}, F. B. Khlebnikov^{1,b}, D. A. Konyaev^{1,2}, N. E. Shapkina^{1,2}, A. N. Bogolyubov¹

¹Department of Mathematics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia

²Federal State Research Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics, Russian Academy of Sciences (ITAE RAS), Moscow 125412, Russia

E-mail: ^ampropoy@gmail.com, ^bmnfkh@gmail.com

This paper considers the direct problem of modeling the electromagnetic field reflected from a cylindrical mirror with a complex symmetric or asymmetric cross section. The problem is solved for different frequencies and polarizations of the incident wave at fixed geometric parameters of the mirror, including the parameters of blended rounded edges. In addition, the obtained mirror models are used as initial approximations for solving the problem of finding a collimator with optimal rounding parameters both for one frequency of the incident wave and for a set of frequencies.

Keywords: mathematical modeling, diffraction problem, mirror collimators, optimization of a mirror collimator.
PACS: 02.30.Rz.

Received 11 September 2022.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2022. **77**, No. 6. Pp. 811–817.

Сведения об авторах

1. Хлебников Федор Борисович — ведущий программист; тел.: (499) 147-63-62, e-mail: mnfkh@gmail.com.
2. Пропой Максим Игоревич — студент; тел.: (495) 709-11-50, email: mpropoy@gmail.com.
3. Коняев Денис Алексеевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-13-51, email: konyaev@physics.msu.ru.
4. Шапкина Наталья Евгеньевна — канд. физ.-мат. наук, доцент; e-mail: neshapkina@gmail.com.
5. Боголюбов Александр Николаевич — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-10-33, e-mail: bogan7@yandex.ru.