

Новый подход к учёту нулевых колебаний при расчёте сечений слияния тяжёлых ионовМ. В. Чушнякава,^{1,*} И. И. Гончар²¹ Омский государственный технический университет, кафедра физики
Россия, 644050, Омск, пр. Мира, д. 11² Омский государственный университет путей сообщения, кафедра физики и химии
Россия, 644046, Омск, пр. Маркса, д. 35

(Поступила в редакцию 17.08.2022; принята к публикации 26.09.2022)

Ранее в литературе было показано, что учёт нулевых колебаний (zero-point oscillations, ZPO) формы сталкивающихся атомных ядер приводит к существенному увеличению рассчитываемых подбарьерных сечений захвата (слияния). Однако такие вычисления были проведены в упрощённом виде со схематичным ядро-ядерным потенциалом. Целью настоящей статьи является аккуратный расчёт подбарьерных сечений захвата в столкновениях кислорода–16 со сферическими ядрами с использованием реалистичного потенциала и сравнение рассчитанных сечений с экспериментальными. Ядро-ядерный потенциал получен в рамках модели двойной свёртки с МЗУ парижскими нуклон-нуклонными силами. Нуклонные плотности взяты из базы данных МАГАТЭ (они вычислены методом Хартри–Фока–Боголюбова и аппроксимированы двухпараметрической формулой Ферми). Коэффициенты прохождения вычислены в ВКБ-приближении под барьером и в приближении параболического барьера над ним. Предложен новый способ учёта ZPO без использования подгоночных параметров. Показано, что игнорирование ZPO приводит к недооценке экспериментальных данных, тогда как его учёт позволяет добиться лучшего согласия.

PACS: 24.10.-i. УДК: 539.172.17.

Ключевые слова: слияние тяжёлых ионов, модель двойной свёртки, квадрупольные нулевые колебания.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.78.2310302](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.78.2310302)**ВВЕДЕНИЕ**

Хотя процесс слияния сложных ядер и, в частности, его первый этап — захват ядер в орбитальное движение — изучается давно [1, 2], сечения этого процесса остаются предметом неопределённостей. Так, в работе [3] отмечается, что теоретические сечения, рассчитанные с помощью различных подходов, могут отличаться в два раза. Чаще всего эти сечения, особенно для подбарьерных энергий, вычисляются с помощью метода связанных каналов (МСК) [4–7]. Кроме несомненных достоинств, при внимательном рассмотрении у реализаций этого метода можно заметить несколько недостатков.

Во-первых, МСК в задачах слияния применяется почти исключительно для описания сечений в конкретном эксперименте [8–12]. Нам неизвестны работы, в которых бы этот метод применялся систематически, т.е. без привязки к одному конкретному эксперименту. Во-вторых, в качестве слагаемого затравочного потенциала (bare potential), соответствующего сильному ядерному взаимодействию (СиЯВ), в МСК используется формула Вудса–Саксона, параметры которой подгоняются так, чтобы

воспроизвести сечения при надбарьерных энергиях [13, 14]. Лишь недавно появилась одна работа, в которой сделана попытка использовать затравочный потенциал, рассчитанный методом двойной свёртки [15]. Что касается профиля Вудса–Саксона, то его диффузность, которая требуется для описания сечений при надбарьерных энергиях, систематически получается больше, чем та, при которой воспроизводятся данные по упругому рассеянию [16].

В-третьих, при решении уравнения Шрёдингера в МСК не учитывается диссипация, хотя почти всегда используется граничное условие в виде отсутствия отражённой волны. Физически это означает, что после прохождения барьера частица (волновой пакет) попадает в область очень сильного трения. Здесь мы видим явное внутреннее противоречие МСК, попытки преодоления которого появились лишь недавно [17], хотя объединить квантовую механику с диссипацией стремились уже давно [18].

Методы описания сечений слияния при надбарьерных энергиях с учётом диссипации давно известны: это модель экстра-пуша [19–21] и модель поверхностного трения [22–24]. Не так давно нам удалось описать значительный массив высокоточных экспериментальных сечений слияния в рамках траекторной модели с поверхностным трением [25–27].

В литературе известна квантовая диффузионная

* E-mail: maria.chushnyakova@gmail.com

модель [28–30], которая позволяет учесть и квантовые, и диссипативные эффекты при слиянии ядер в одном подходе. Эта модель имеет несколько особенностей:

1. для барьера слияния используется параболическое приближение;
2. если энергия столкновения становится ниже барьера, диссипация выключается;

Возвращаясь к МСК, отметим, что его развитие началось с учёта нулевых колебаний формы ядра (zero-point oscillations, ZPO) [31]. Учёт этих колебаний позволил значительно улучшить согласие рассчитанных сечений с экспериментальными. Наша конечная цель состоит в том, чтобы объединить описание квантовых эффектов с диссипативными при слиянии сложных ядер так, чтобы модель воспроизводила сечения как для подбарьерных, так и для надбарьерных энергий. Целью настоящей работы, которая представляется нам первым шагом на этом пути, является развитие идеи ZPO и усовершенствование методов учёта этих осцилляций.

В сущности, в настоящей статье представлен метод учёта нулевых колебаний, отвечающих квадрупольным деформациям, в котором сходство с пионерской работой [31] ограничивается лишь самой идеей. Конкретизируем вкратце различия настоящей работы и [31]. Во-первых, для СиЯВ мы используем полумикроскопический потенциал двойной свёртки (ДС) [32, 33] с парижским МЗУ нуклон-нуклонным взаимодействием [34] вместо формулы Вудса–Саксона, использование которой диктуется лишь качественными соображениями и математическим удобством. Во-вторых, мы учитываем ZPO для обоих сталкивающихся ядер (в [31] — только для изотопов самария, которые выступают в роли ядер-мишеней). В-третьих, мы генерируем несколько деформаций для каждого из реагентов, пользуясь экспериментальными данными из базы [35] (в [31] учитывается только одно значение параметра квадрупольной деформации и одно — для октупольной деформации, причём соответствующие величины выступают в качестве подгоночных параметров). Наконец, в [31] используется ещё один подгоночный параметр ΔR (см. формулы (4) и (8a) в [31]), смысл которого не уточняется. У нас такого параметра нет. Подчеркнём, что все эти недостатки не снижают ценности работы [31], которая для своего времени была прорывной.

Настоящая статья организована следующим образом. Разд. 1 посвящен краткому описанию расчёта СиЯВ, особое внимание уделяется нуклонным плотностям. В разд. 2 обосновывается выбор ядер и реакций для анализа. В разделе 3 приводятся и обсуждаются кулоновские барьеры и коэффициенты прохождения. Методика учёта нулевых колебаний и результирующие сечения захвата в сравнении с экспериментом приводятся в разделе 4. Выводы сформулированы в заключении.

1. ПОТЕНЦИАЛ СИЛЬНОГО ЯДЕРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В модели ДС с МЗУ нуклон-нуклонными (NN) силами потенциальная энергия ядро-ядерного взаимодействия имеет вид

$$U(R, \beta_P, \beta_T) = U_C(R, \beta_P, \beta_T) + U_{nD}(R, \beta_P, \beta_T) + U_{nE}(R, \beta_P, \beta_T). \quad (1)$$

В формуле (1) U_C — кулоновское слагаемое, U_{nD} — прямая часть СиЯВ, U_{nE} — обменная часть СиЯВ, R — расстояние между центрами масс ядра-снаряда (P) и ядра-мишени (T), β_P (β_T) — параметры квадрупольной деформации ядра-снаряда (мишени). На рис. 1 показана типичная конфигурация деформированных ядер, которая соответствует ориентации полюс к полюсу. Это, конечно, приближение, которое, однако, используется довольно часто [23, 24], в том числе и в пионерской работе [31]. Слагаемые уравнения (1) имеют вид

$$U_C = \int d\mathbf{r}_P \int d\mathbf{r}_T \rho_{qP}(\mathbf{r}_P) v_C(s) \rho_{qT}(\mathbf{r}_T), \quad (2)$$

$$U_{nD} = \int d\mathbf{r}_P \int d\mathbf{r}_T \rho_{AP}(\mathbf{r}_P) v_D(s) \rho_{AT}(\mathbf{r}_T), \quad (3)$$

$$U_{nE} = \int d\mathbf{r}_P \int d\mathbf{r}_T \rho_{AP}(\mathbf{r}_P) v_E(s) \rho_{AT}(\mathbf{r}_T). \quad (4)$$

В формулах (2)–(4) ρ_{AP} и ρ_{AT} (ρ_{qP} и ρ_{qT}) соответствуют нуклонным (зарядовым) плотностям, \mathbf{r}_P и \mathbf{r}_T — радиус-векторы взаимодействующих точек снаряда и мишени, а вектор \mathbf{s} выражается формулой

$$\mathbf{s} = \mathbf{R} + \mathbf{r}_T - \mathbf{r}_P. \quad (5)$$

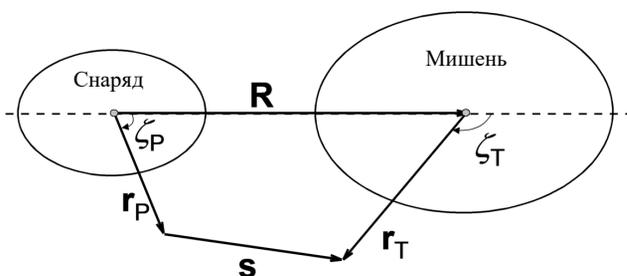


Рис. 1. Схематическая иллюстрация типичной конфигурации взаимодействующих ядер

В формулах (2)–(4) мы пренебрегаем возможной временной зависимостью плотностей, т.е. используем приближение замороженных плотностей, которое оправдано, если перекрытие плотностей не превосходит 30% от плотности насыщения (см., например, [32]).

Следует отметить, что в литературе для сферических сталкивающихся ядер иногда учитывают плотностную зависимость МЗУ NN-сил [26, 27, 38]. Как учитывать эту зависимость в случае деформированных ядер, неясно. Поэтому в уравнениях (3), (4) такая зависимость игнорируется.

Прямая часть эффективного NN-взаимодействия $v_D(s)$, состоящая из двух юкавских слагаемых [33, 36, 37], выражается формулой:

$$v_D(s) = \sum_{i=1}^2 G_{Di} \frac{\exp(-s/r_{vi})}{s/r_{vi}}. \quad (6)$$

В формуле (6) $G_{D1} = 11062$ МэВ, $G_{D2} = -2537.5$ МэВ, $r_{v1} = 0.25$ фм, $r_{v2} = 0.40$ фм.

Для обменной части $v_E(s)$ в литературе встречается два варианта: более реалистичный и вычислительно сложный с конечным радиусом взаимодействия (тогда формула (4) приобретает более сложный вид) и более простой с нулевым радиусом взаимодействия [36–40]. В последнем случае $v_E(s)$ выражается формулой:

$$v_{E\delta}(s) = -G_{E\delta} \delta(s). \quad (7)$$

В работе [40] недавно было показано, что варьирование величины $G_{E\delta}$ по отношению к стандартному значению 592 МэВ фм³ из [34] позволяет воспроизвести высоту кулоновского барьера, соответствующего более реалистичной опции с конечным радиусом. Полученные таким варьированием значения $G_{E\delta}$ и соответствующие высоты барьеров при отсутствии деформаций приведены в табл. 2 ниже. Все вычисления в настоящей статье проводились с использованием формул (6), (7). Точнее, для вычислений проведено преобразование Фурье этих формул (см. детали в работах [41, 42]).

Вторым важным ингредиентом метода ДС являются зарядовые и нуклонные плотности. Если для первых имеется сборка экспериментальных значений [43], то для вторых экспериментальная информация крайне ограничена [44–46]. Иногда в литературе нуклонные плотности восстанавливают по зарядовым [40, 47]. Однако эта неоднозначная и в некоторой степени произвольная процедура. Поэтому в настоящей работе мы используем протонные и нейтронные плотности, вычисленные методом Хартри–Фока–Боголюбова и аппроксимированные двухпараметрической формулой Ферми (2pF–формула) [48]:

$$\rho_F(r) = \rho_{CF} \frac{1}{1 + \exp[(r - R_F)/a_F]}. \quad (8)$$

В формуле (8) R_F – радиус половинной плотности, a_F – диффузность, а ρ_{CF} определяется из условия нормировки. Учёт ЗРО состоит в том, что мы позволяем сферическому ядру испытывать гармонические квадрупольные колебания формы, т.е. принимаем во внимание зависимость плотности от угла ζ (рис. 1):

$$\rho_F(r, \zeta) = \rho_{CF} \frac{1}{1 + \exp\{[r - R_F f(\zeta)]/a_F\}}. \quad (9)$$

Функция $f(\zeta)$ в формуле (9) имеет вид:

$$f(\zeta) = \lambda^{-1} \left(1 + \beta Y_{20}(\zeta) \right). \quad (10)$$

В формуле (10) λ отвечает за сохранение объёма, Y_{20} – сферическая функция, β – параметр квадрупольной деформации. Параметры протонной ($F = p$) и нейтронной ($F = n$) плотностей взяты из [48], радиус зарядовой половинной плотности R_q предполагается равным R_p , а зарядовая диффузность a_q выражается через протонную следующим образом [32, 47]:

$$a_q = \sqrt{a_p^2 + \frac{5}{7\pi^2} \left(r_p^2 + r_n^2 \frac{N}{Z} \right)}. \quad (11)$$

В формуле (11) $r_p^2 = 0.76$ фм², $r_n^2 = -0.11$ фм². Значения параметров плотностей приведены в таблице 1 следующего раздела.

2. ВЫБОР ЯДЕР И РЕАКЦИЙ

Ядра и реакции для настоящего исследования выбирались из следующих соображений. Во-первых, мы должны иметь дело только со сферическими чётно-чётными ядрами, чтобы одно из нижних возбуждённых состояний было 2+. Во-вторых, для выбранных реакций экспериментальные сечения слияния должны покрывать область барьера при лобовом столкновении сферических ядер. В-третьих, в выбранных реакциях снаряд должен быть фиксирован, а варьироваться должна только мишень. Этим критериям удовлетворяют реакции $^{16}\text{O} + ^{92}\text{Zr}$ (экспериментальные сечения опубликованы в [49]), $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Nd}$ ([50, 51]), $^{16}\text{O} + ^{148}\text{Sm}$ ([52]). Данные о ядрах ^{16}O , ^{92}Zr , ^{144}Nd , ^{148}Sm представлены в табл. 1, данные о реакциях – в табл. 2.

Величина, которая у нас обозначена S , в литературе называется «нулевой амплитудой» («zero-point amplitude») [53] или «амплитудой нулевого движения» («amplitude of zero-point motion» [52]) и определяется как

$$S^2 = \langle \beta^2 \rangle_0 = \frac{\hbar \omega_\beta}{2C_\beta}. \quad (12)$$

В формуле (12) индекс «0» указывает на то, что усреднение производится по основному состоянию, вместо β может быть использована другая переменная, описывающая квадрупольные деформации. В этом случае жёсткость C_β должна быть заменена на соответствующую жёсткость, но частота ω_β остаётся неизменной.

Нулевая амплитуда связана с $B(E2 \uparrow)$ следующим образом (см., например, [31, 54]):

$$S = \frac{4\pi}{3r_0^2 Z A^{2/3}} \sqrt{\frac{B(E2 \uparrow)}{e^2}}. \quad (13)$$

В формуле (13) e – элементарный заряд, $r_0 = 1.2$ фм. Следует отметить, что величина β_0^2 , приведённая в базе NRV [35] для чётно-чётных ядер совпадает с нулевой амплитудой, т.е. $S = \beta_0^2$.

Таблица 1. Данные о ядрах, использованных в настоящей работе: диффузность зарядовой плотности a_q (см. формулу (11)); параметры протонной и нейтронной плотностей R_p, a_p, R_n, a_n , взятые из [48]; $E2+, B(E2 \uparrow), S = \sqrt{\langle \beta^2 \rangle}$ взяты из [35].

	^{16}O	^{92}Zr	^{144}Nd	^{148}Sm
a_q , фм	0.513	0.5421	0.6178	0.596
R_p , фм	2.6986	4.9725	5.8916	5.9548
a_p , фм	0.4469	0.4991	0.4686	0.4721
R_n , фм	2.6519	5.0201	5.8835	5.9360
a_n , фм	0.4602	0.5119	0.5495	0.5575
$E2+$, МэВ	6.917	0.935	0.696	0.550
$B(E2 \uparrow), e^2\text{б}^2$	0.00371	0.080	0.504	0.713
S	0.349	0.1009	0.125	0.142

Таблица 2. Данные о реакциях, рассмотренных в настоящей работе: оценочная высота кулоновского барьера $B_Z = Z_P Z_T / (A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$; B_{ODD2} – высота барьера, рассчитанного при использовании обменной части с конечным радиусом и плотностной зависимостью; B_{0z} – высота барьера, рассчитанного при использовании обменной части с нулевым радиусом и модифицированной амплитудой (см. формулы (4),(7)); $G_{E\delta}$ – значение модифицированной амплитуды; источники экспериментальных данных о сечениях.

Реакция	B_Z МэВ	B_{ODD2} МэВ	B_{0z} МэВ	$G_{E\delta}$ МэВ·фм ³	Источник σ_{exp}
$^{16}\text{O} + ^{92}\text{Zr}$	45.49	41.21	41.21	950	[49]
$^{16}\text{O} + ^{144}\text{Nd}$	64.85	57.78	57.73	980	[35, 50, 51]
$^{16}\text{O} + ^{148}\text{Sm}$	63.51	59.51	59.49	920	[52]

3. КУЛОНОВСКИЙ БАРЬЕР И КОЭФФИЦИЕНТ ПРОХОЖДЕНИЯ

Расчётные значения сечений определяются в основном высотами кулоновских барьеров. Поэтому мы считаем полезным показать эти высоты в зависимости от углового момента для реакции с цирконием на рис. 2. Тип зависимости от J на всех кривых одинаковый: это приблизительно парабола, как и нужно было ожидать. В расчётах, представленных на панели 2, *a* учитываются деформации только ядра–снаряда, на панели 2, *б* – только ядра–мишени, на панели 2, *в* – обоих ядер. Интересно, что расщепление кривых на панели 2, *a* сильнее, чем на панели 2, *б*, хотя наивно можно было бы ожидать обратного. Расщепление кривых на панели 2, *в* максимально, и этого можно было ожидать. Разумеется, положительные квадрупольные деформации приводят к понижению барьера, а отрицательные – к его увеличению. В целом этот рисунок подтверждает разумность результатов расчетов на качественном уровне и их согласие с данными из литературы [41, 55, 56].

Характеристики барьеров определяют коэффициенты их прохождения, которые в свою очередь, необходимы для вычисления сечений слияния. Поэтому на рис. 3 мы показываем эти коэффициенты, вычисленные для реакции с цирконием при $E_{\text{с.м.}} = 37.35$ МэВ. Это минимальная энергия, для которой измерено сечение слияния в [49]. Коэффициенты вычисляются с помощью метода ВКБ при

подбарьерных энергиях

$$T_J(\beta_P, \beta_T) = \left(1 + \exp \left[\frac{2\Lambda(\beta_P, \beta_T)}{\hbar} \right] \right)^{-1} \quad (14)$$

и в приближении параболического барьера при надбарьерных энергиях

$$T_J(\beta_P, \beta_T) = \left(1 + \exp \left[\frac{2\pi(B - E_{\text{с.м.}})}{\hbar\omega_B} \right] \right)^{-1}. \quad (15)$$

В формуле (14) Λ – действие, вычисленное для данного углового момента J и энергии столкновения $E_{\text{с.м.}}$ между внешней и внутренней точками поворота. В формуле (15) высота барьера B и его частота ω_B зависят от J, β_P, β_T . Коэффициенты $T_J(\beta_P, \beta_T)$ на рис. 3 вычислены для тех же наборов параметров, что и высоты барьеров на рис. 2. Как и следовало ожидать, при такой низкой энергии столкновения пятипроцентное различие в высотах барьеров приводит к различию в коэффициентах прохождения почти на порядок.

4. СЕЧЕНИЯ СЛИЯНИЯ С УЧЁТОМ НУЛЕВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Сечения слияния в случае недеформированных ядер-реагентов мы вычисляем по стандартной фор-

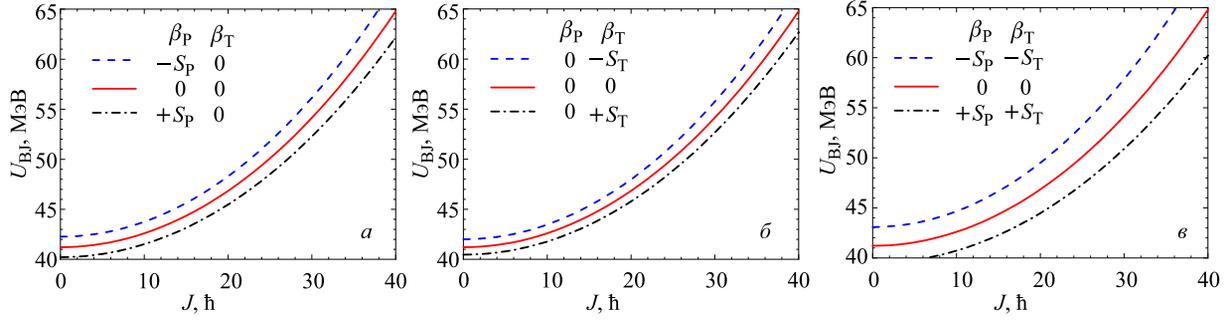


Рис. 2. Высоты барьеров в зависимости от углового момента вычислены для реакции $^{16}\text{O}+^{92}\text{Zr}$: *a* — деформируется только снаряд, *b* — деформируется только мишень, *в* — деформируются и снаряд, и мишень. Красные кривые соответствуют столкновению недеформированных ядер, чёрные — вытянутым формам с $\beta = S$, синие — сплюснутым формам с $\beta = -S$

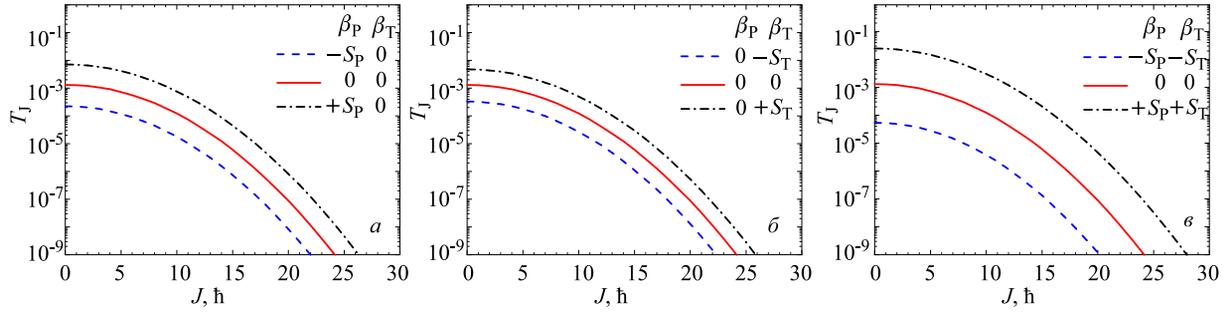


Рис. 3. Коэффициенты прохождения, вычисленные для реакции $^{16}\text{O}+^{92}\text{Zr}$ при $E_{c.m.} = 37.35$ МэВ. Все обозначения как на рис. 2

муле [56]

$$\sigma_{\text{sph}} = \frac{\pi \hbar^2}{2m_{\text{R}}E_{c.m.}} \sum_J (2J+1) T_J(\beta_{\text{P}} = 0, \beta_{\text{T}} = 0). \quad (16)$$

Для каждой пары реагентов с деформациями $\beta_{\text{P}}, \beta_{\text{T}}$ сечение вычисляется аналогично:

$$\sigma_{\beta_{\text{P}}\beta_{\text{T}}} = \frac{\pi \hbar^2}{2m_{\text{R}}E_{c.m.}} \sum_J (2J+1) T_J(\beta_{\text{P}}, \beta_{\text{T}}). \quad (17)$$

В формулах (16), (17) m_{R} — приведённая масса, J — угловой момент в единицах \hbar . Суммирование по J прекращается, когда парциальное сечение при данных $\beta_{\text{P}}, \beta_{\text{T}}$ становится меньше 10^{-4} от максимального значения. Напомним, что мы учитываем только конфигурации полюс к полюсу, следуя [23, 24, 31].

Итоговое теоретическое сечение, которое сравнивается с экспериментальными данными, вычисляется как

$$\sigma_{\text{th}} = \sum_{i,j} \sigma_{\beta_{\text{P}_i}\beta_{\text{T}_j}} \Pi_{\text{P}}(\beta_{\text{P}_i}) \Pi_{\text{T}}(\beta_{\text{T}_j}). \quad (18)$$

В формуле (18) $\Pi_{\text{P}}(\beta_{\text{P}_i})$ и $\Pi_{\text{T}}(\beta_{\text{T}_j})$ — вероятности того, что снаряд и мишень имеют деформации β_{P_i} и β_{T_j} , соответствующие плотности вероятности гармонического осциллятора в основном состоянии:

$$\Pi_{\text{P}}(\beta_{\text{P}_i}) = \Pi_{\text{P}_i} = N_{\text{P}}^{-1} \exp\left(-\frac{\beta_{\text{P}_i}^2}{2S_{\text{P}}^2}\right), \quad (19)$$

$$\Pi_{\text{T}}(\beta_{\text{T}_j}) = \Pi_{\text{T}_j} = N_{\text{T}}^{-1} \exp\left(-\frac{\beta_{\text{T}_j}^2}{2S_{\text{T}}^2}\right). \quad (20)$$

Нормировочные множители $N_{\text{P}}, N_{\text{T}}$ в формулах (19), (20) имеют вид

$$N_{\text{P(T)}} = \sum_{f=0}^{M-1} \exp\left(-\frac{\beta_{\text{P(T)}f}^2}{2S_{\text{P(T)}}^2}\right). \quad (21)$$

Значения деформаций $\beta_{\text{P}_i}, \beta_{\text{T}_j}$ в формуле (21) генерируются следующим образом:

$$\beta_{\text{P}_i} = kS_{\text{P}} \left(\frac{2i}{M-1} - 1\right), \quad \beta_{\text{T}_j} = kS_{\text{T}} \left(\frac{2j}{M-1} - 1\right). \quad (22)$$

Итак, в формулах (22) имеется два свободных параметра: $M = 3, 5, 7, \dots$ и k . При достаточно больших k и M зависимость σ_{th} от их конкретных значений должна исчезать. Соответствующая валидация иллюстрируется рис. 4 и 5.

На рис. 4 показаны сечения, рассчитанные для $M = 3, 5, 7$ как функции $E_{c.m.}/B_{0\text{sph}}$, где $B_{0\text{sph}}$ — высота барьера для лобового столкновения недеформированных ядер. Видно, что уже $M = 3$ вполне достаточно для данных энергий столкновения. Диапазон этих энергий определён экспериментальными данными из [49]. Таким образом, сходимость результатов по M доказана. Чувствительность σ_{th} к значению параметра k иллюстрируется рис. 5. Она вполне заметна при подбарьерных

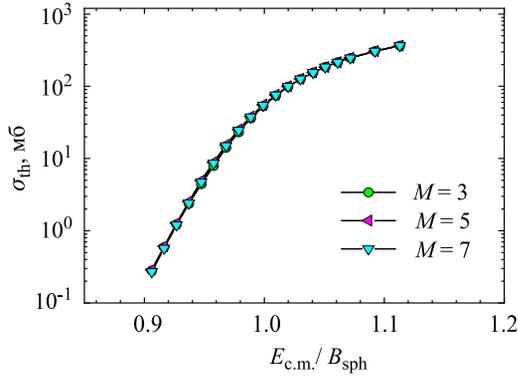


Рис. 4. Функции возбуждения, рассчитанные при $M = 3, 5, 7$ для реакции $^{16}\text{O} + ^{92}\text{Zr}$

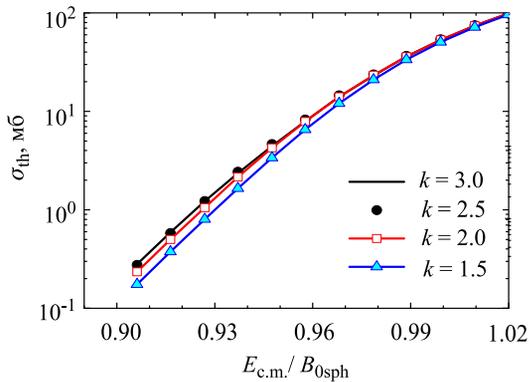


Рис. 5. Функции возбуждения, рассчитанные при $k = 3.0, 2.5, 2.0, 1.5$ для реакции $^{16}\text{O} + ^{92}\text{Zr}$

энергиях $E_{c.m.} < B_{0sph}$. Видно, что при данных экспериментальных $E_{c.m.}$ значение $k = 2.5$ вполне приемлемо. Все расчёты в оставшейся части настоящей статьи проводились при $M = 3$ и $k = 3.0$.

На рис. 6–8 проведено сравнение теоретических сечений σ_{th} и σ_{sph} с экспериментальными σ_{exp} . На левых панелях этих рисунков сечения показаны в линейном масштабе, на правых панелях — в логарифмическом.

Взаимное поведение σ_{th} и σ_{sph} для всех трёх реакций одинаково: при $E_{c.m.} < B_{0sph}$ сечения, вычисленные с учётом ZPO, значительно превосходят σ_{sph} , тогда как над барьером $\sigma_{sph} = \sigma_{th}$. Это согласуется с литературой, и, в частности, с пионерской работой [31]. В рамках метода связанных каналов влияние этой связи над барьером становится минимальным (несущественным), что в нашем подходе соответствует $\sigma_{sph} = \sigma_{th}$.

Для каждой реакции мы провели вычисление σ_{th} без учёта деформации ядра-снаряда (как в [31]), а также с учётом деформации обоих ядер-реактивов. Для реакции с цирконием это обобщение существенно, для двух других реакций — нет. Этого можно было ожидать из геометрических соображений. Перейдём теперь к сравнению теории с экспериментом. При $E_{c.m.} > B_{0sph}$ для всех реакций σ_{th} заметно превосходит экспериментальные значения.

По нашему мнению, так и должно быть, чтобы оставалось место для диссипации [23–27]. Напомним, что в настоящей работе диссипация не учитывается.

Обсудим теперь ситуацию для подбарьерных энергий, где влияние диссипации предполагается малым. Во-первых, для всех реакций $\sigma_{sph} < \sigma_{exp}$. Это согласуется с литературой и служило отправной точкой для развития метода связанных каналов. Сечения σ_{th} , рассчитанные с учётом ZPO, гораздо ближе к экспериментальным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работах [25–27] мы продвинулись в решении проблемы аномально большой диффузности ядро-ядерного потенциала [13, 16]. Для этого была разработана траекторная модель с поверхностным трением, учитывающая диссипативный характер ядро-ядерных столкновений при надбарьерных энергиях.

В настоящей работе мы предлагаем модель расчёта сечений слияния сферических ядер при энергиях столкновения ниже кулоновского барьера. Наша модель основана на идее учёта нулевых колебаний формы сталкивающихся ядер, предложенной в [31]. В противоположность [31], мы вычисляем ядро-ядерный потенциал с помощью полумикроскопической модели двойной свёртки. Нуклонные плотности взяты из базы данных МАГАТЭ [48]. В качестве эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия используется парижское МЗУ-взаимодействие без плотностной зависимости, обменная часть которого имеет нулевой радиус. Амплитуда этой части модифицирована так, чтобы воспроизводились высоты кулоновских барьеров, которые получаются при учёте плотностной зависимости (CDM3Y1 из [38]) и использовании обменной части с конечным радиусом.

Квадрупольные деформации каждого из сталкивающихся ядер считаются возникающими за счёт колебаний соответствующего квантового гармонического осциллятора, находящегося в основном состоянии (нулевые колебания). Амплитуды этих нулевых колебаний рассчитываются на основе данных о $B(E2 \uparrow)$. Коэффициенты прохождения вычисляются методом ВКБ. Показана независимость рассчитанных сечений от значений двух численных (не подгоночных!) параметров модели, k и M , при достаточно больших значениях этих параметров.

Расчёты сечений (функций возбуждения) слияния проведены для трёх реакций: $^{16}\text{O} + ^{92}\text{Zr}$, ^{144}Nd , ^{148}Sm . Для каждой реакции рассмотрены три варианта расчёта:

1. без учёта нулевых колебаний (σ_{sph});
2. с учётом нулевых колебаний ядро-мишени;
3. с учётом нулевых колебаний формы обоих ядер (σ_{th}).

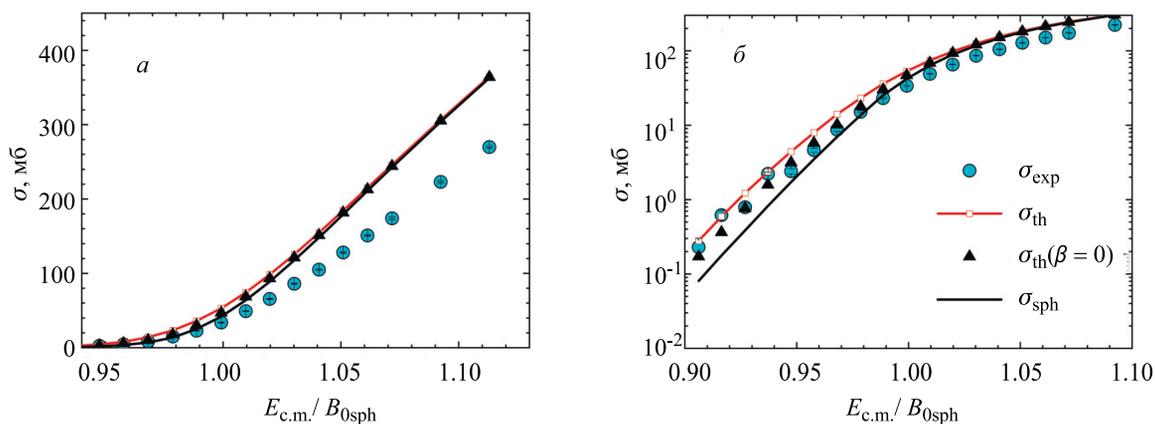


Рис. 6. Функции возбуждения, рассчитанные для реакции $^{16}\text{O}+^{92}\text{Zr}$, сравниваются с экспериментальными данными [49]. Голубые круги — экспериментальные данные, чёрная кривая без значков — σ_{sph} , чёрные треугольнички — σ_{th} , вычисленное без учёта деформации ядра-снаряда, красная кривая с маленькими символами — σ_{th} , вычисленное с учётом деформации обоих ядер-реагентов

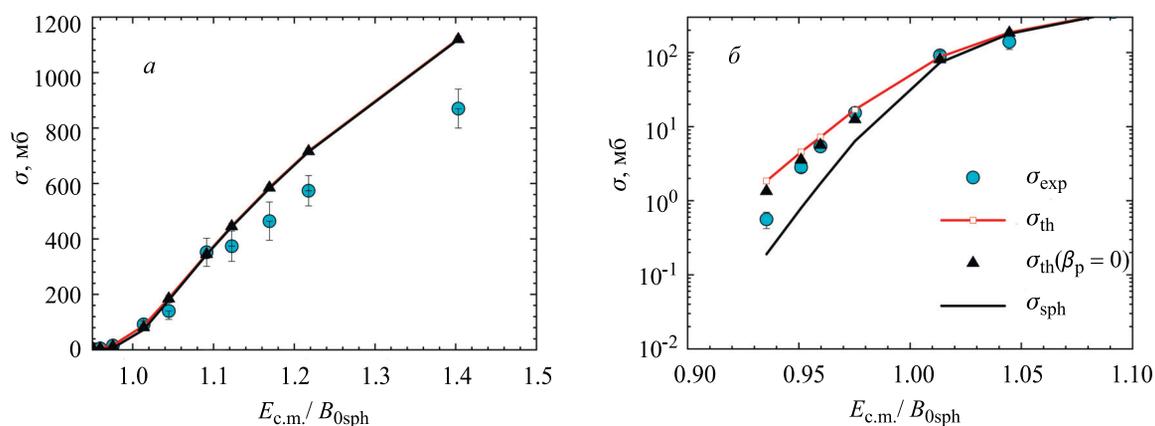


Рис. 7. То же, что на рис. 6, но для реакции $^{16}\text{O}+^{144}\text{Nd}$. Экспериментальные данные из [35, 50, 51]

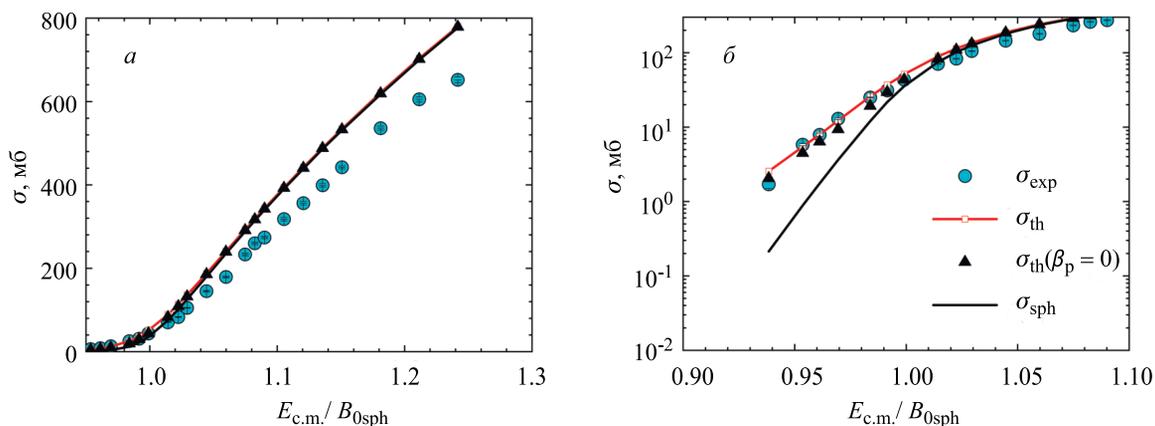


Рис. 8. То же, что на рис. 6 и 7, но для реакции $^{16}\text{O}+^{148}\text{Sm}$. Экспериментальные данные из [52]

Взаимное поведение $\sigma_{\text{th}}(E_{\text{c.m.}})$ и $\sigma_{\text{sph}}(E_{\text{c.m.}})$ одинаково для всех реакций: при подбарьерных энергиях столкновения $\sigma_{\text{sph}} < \sigma_{\text{th}}$, а над барьером $\sigma_{\text{sph}} = \sigma_{\text{th}}$. Это согласуется с известными в литературе результатами. Сечения, вычисленные в вариантах 2 и 3 различаются заметно при подбарьерных энер-

гиях, только когда снаряд и мишень относительно близки по размеру, т.е. для реакции с цирконием. Для двух других реакций эти варианты дают примерно одинаковые результаты, как и можно было ожидать из геометрических соображений.

Что касается сравнения теории с эксперимен-

том, то при надбарьерных энергиях для всех реакций рассчитанные сечения заметно превосходят экспериментальные σ_{exp} . Это соотношение является следствием того, что в настоящем варианте модели не учитывается диссипация. Для подбарьерных энергий, где влияние диссипации предполагается малым, для всех реакций $\sigma_{\text{sph}} < \sigma_{\text{exp}}$. Это согласуется с литературой и в свое время послужило отправной точкой для развития метода связанных каналов. Сечения σ_{th} , рассчитанные с учётом нулевых колебаний, находятся в удовлетворительном

согласии с экспериментальными. Подчеркнём, что для вычисления сечений в настоящей работе не используются подгоночные параметры.

Мы рассматриваем настоящую работу как очередной шаг на пути к созданию модели, в которой структурные эффекты (нулевые колебания формы) и диссипативные явления учитывались бы согласованным образом.

Данная работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

- [1] *Oganessian Y., Lazarev Y. Heavy Ions and Nuclear Fission. Treatise on Heavy-Ion Science: Volume 4. Springer, Boston, MA, 1985.*
- [2] *Beckerman M. // Reports Prog. Phys. 51. 1047. (1988).*
- [3] *Loveland W. // Eur. Phys. J. A. 51. 120. (2015).*
- [4] *Hagino K., Takigawa N., Dasgupta M. et al. // Phys. Rev. C. 55, N 1. 276. (1997).*
- [5] *Dasgupta M., Hinde D.J., Rowley N., Stefanini A.M. // Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 48. 401. (1998).*
- [6] *Hagino K., Rowley N., Kruppa A.T. // Comput. Phys. Commun. 123. 143. (1999).*
- [7] *Zagrebaev V.I., Samarín V.V. // Phys. At. Nucl. 67, N 8. 1462. (2004).*
- [8] *Stefanini A.M. // J. Phys. G Nucl. Part. Phys. 23, N 10. 1401. (1997).*
- [9] *Keeley N., Lilley J.S., Wei J.X. et al. // Nucl. Phys. A. 628, N 1. 1. (1998).*
- [10] *Morton C.R., Berriman A.C., Dasgupta M. et al. // Phys. Rev. C. 60, N 4. 044608. (1999).*
- [11] *Tripathi V., Baby L.T., Das J.J. et al. // Phys. Rev. C. 65, N 1. 014614. (2001).*
- [12] *Evers M., Dasgupta M., Hinde D. J., Simenel C. // J. Phys. Conf. Ser. 420. 012129. (2013).*
- [13] *Newton J.O., Butt R.D., Dasgupta M. et al. // Phys. Lett. B. 586, N 3. 219. (2004).*
- [14] *Yanez R., Loveland W., Vinodkumar A.M. et al. // Phys. Rev. C. 82, N 5. 054615. (2010).*
- [15] *Choi K.-S., Kim K. S., Cheoun M.-K. et al. // Phys. Rev. C. 103, N 3. 034611. (2021).*
- [16] *Newton J.O., Butt R.D., Dasgupta M. et al. // Phys. Rev. C. 70, N 2. 024605. (2004).*
- [17] *Piasecki E., Kowalczyk M., Yusa S. et al. // Phys. Rev. C. 100, N 1. 014616. (2019).*
- [18] *Hasse R.W. // Reports Prog. Phys. 41. 1027. (1978).*
- [19] *Swiatecki W.J. // Phys. Scripta. 24, N 1B. 113. (1981).*
- [20] *Blocki J., Feldmeier H., Swiatecki W. // Nucl. Phys. A. 459, N 1. 145. (1986).*
- [21] *Swiatecki W.J. // Nucl. Phys. A. 428. 199. (1984).*
- [22] *Gross D.H.E., Kalinowski H. // Phys. Rep. 45, N 3. 175. (1978).*
- [23] *Fröbrich P. // Phys. Rep. 116, N 6. 337. (1984).*
- [24] *Fröbrich P., Gontchar I.I. // Phys. Rep. 292, N 3-4. 131. (1998).*
- [25] *Chushnyakova M.V., Gontchar I.I. // Phys. Rev. C. 87, N 1. 014614. (2013).*
- [26] *Gontchar I.I., Bhattacharya R., Chushnyakova M.V. // Phys. Rev. C. 89, N 3. 034601. (2014).*
- [27] *Chushnyakova M.V., Bhattacharya R., Gontchar I.I. // Phys. Rev. C. 90, N 1. 017603. (2014).*
- [28] *Sargsyan V.V., Grigoryev S.Yu., Adamian G.G., Antonenko N.V. // Comput. Phys. Commun. 233. 145. (2018).*
- [29] *Kuzyakin R.A., Sargsyan V.V., Adamian G.G., Antonenko N.V. // Phys. Elem. Part. At. Nucl. (2017). 48, N 1. 21.*
- [30] *Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. // Phys. Elem. Part. At. Nucl. 41, N 2. 175. (2010).*
- [31] *Esbensen H. // Nucl. Phys. A. 352, N 1. 147. (1981).*
- [32] *Satchler G.R., Love W.G. // Phys. Rep. 55, N 3. 183. (1979).*
- [33] *Khoa D.T., Knyazkov O.M. // Zeit. Phys. A. 328, N 1. 67. (1987).*
- [34] *Anantaraman N., Toki H., Bertsch G.F. // Nucl. Phys. A. 398, N 2. 269. (1983).*
- [35] *Zagrebaev V.I., Denikin A.S., Karpov A.V. et al. // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 859. 112. (2017). <http://nrv.jinr.ru/>.*
- [36] *Ismail M., Ramadan K.A. // J. Phys. G Nucl. Part. Phys. 26, N 10. 1621. (2000).*
- [37] *Gontchar I.I., Chushnyakova M.V. // Comput. Phys. Commun. 181, N 1. 168. (2010).*
- [38] *Khoa D.T., Satchler G.R., von Oertzen W. // Phys. Rev. C. 56, N 2. 954. (1997).*
- [39] *Чушнякова М.В., Гончар И.И., Сухарева О.М., Хмырова Н.А. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. №4. 16. (2021). (Chushnyakova M.V., Gontchar I.I., Sukhareva, O.M., Khmyrova N.A. // Mosc. Univ. Phys. Bull. 76, N 4. 202 (2021).)*
- [40] *Gontchar I.I., Chushnyakova M.V., Sukhareva, O.M. // Phys. Rev. C. 105, N 1. 014612. (2022).*
- [41] *Rhoades-Brown M.J., Oberacker V.E., Seiwert M., Greiner W. // Zeit. Phys. A. 310, N 4. 287. (1983).*
- [42] *Chushnyakova M.V., Gontchar I.I. // Bull. Rus. Acad. Sci. Phys. 80, N 8. 938. (2016).*
- [43] *De Vries H., de Jager C.W., de Vries C. // At. Data Nucl. Data Tables. 36, N 3. 495. (1987).*
- [44] *Terashima S., Sakaguchi H., Takeda H. et al. // Phys. Rev. C. 77, N 2. 024317. (2008).*
- [45] *Sakaguchi H., Zenihiro J. // Prog. Part. Nucl. Phys. 97. 1. (2017).*
- [46] *Miller G. A. // Phys. Rev. C. 100, N 4. 044608. (2019).*
- [47] *Gontchar I.I., Hinde D.J., Dasgupta M. et al. // Phys. Rev. C. 73, N 3. 034610. (2006).*
- [48] *Capote R., Herman M., Obložinský P. et al. // Nucl.*

- Data Sheets. **110**, N 12. 3107. (2009).
- [49] Newton J.O., Morton C.R., Dasgupta M. et al. // *Phys. Rev. C*. **64**, N 6. 064608. (2001).
- [50] di Tada M., DiGregorio D., Abriola D. et al. // *Phys. Rev. C*. **47**, N 6. 2970. (1993).
- [51] Duchêne G., Romain P., Beck F. et al. // *Phys. Rev. C*. **47**, N 5. 2043. (1993).
- [52] Leigh J., Dasgupta M., Hinde D. et al. // *Phys. Rev. C*. **52**, N 6. 3151. (1995).
- [53] Esbensen H., Landowne S. // *Phys. Rev. C*. **35**, N 6. 2090. (1987).
- [54] Hagino K., Takigawa N., Dasgupta M. et al. // *Phys. Rev. C*. **55**, N 1. 276. (1997).
- [55] Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R.V. et al. // *Int. J. Mod. Phys. E*. **5**, N 1. 191. (1996).
- [56] Fröbrich P., Lipperheide R. // *Theory of nuclear reactions*. Clarendon Press, Oxford, 1996.

A Novel Approach for Taking into Account the Zero-Point Oscillations in Calculating Heavy-Ion Fusion Cross-Sections

M. V. Chushnyakova^{1,a}, I. I. Gontchar²

¹*Department of Physics, Omsk State Technical University, Omsk 644050, Russia*

²*Department of Physics and Chemistry, Omsk State Transport University, Omsk 644046, Russia*

E-mail: ^amaria.chushnyakova@gmail.com

Earlier it was shown in the literature that accounting for the zero-point oscillations (ZPO) of the shape of colliding atomic nuclei results in significant increasing of the calculated sub-barrier capture (fusion) cross-sections. Yet, such calculations had been performed in a simplified way with the schematic nucleus–nucleus potential. The present paper aims to evaluate accurately the sub-barrier capture cross-sections in the collision of oxygen-16 with spherical nuclei using a realistic potential and to compare the calculated cross sections with the experimental data. The nucleus–nucleus potential is evaluated within the framework of the double-folding model with M3Y–Paris nucleon–nucleon forces. The nucleon densities are borrowed from the IAEA data base, they were computed using the Hartree–Fock–Bogolubov method and approximated by the two-parameter Fermi formula. The transmission coefficients are evaluated using the WKB approximation below the barrier and the parabolic barrier approximation above the barrier. The proposed novel method to account for ZPO does not use any adjustable parameters. It is demonstrated that ignoring ZPO results in underestimating experimental data whereas accounting for ZPO allows to reach a better agreement.

PACS: 24.10.-i

Keywords: heavy-ion fusion, double-folding model, quadrupole zero-point oscillations.

Received 17 August 2022.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2023. **78**, No. 1. Pp. 39–47.

Сведения об авторах

1. Чушнякова Мария Владимировна — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (3812) 65-22-92, e-mail: maria.chushnyakova@gmail.com.
2. Гончар Игорь Иванович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (3812) 31-53-68, e-mail: vigichar@hotmail.com.