

LXXII МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ЯДРО–2022:
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ПРИЛОЖЕНИЯ

СТРУКТУРА АТОМНОГО ЯДРА: ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ

Оценки энергий 2_1^+ , 4_1^+ , 6_1^+ –состояний в тяжелых и сверхтяжелых ядрахА. Д. Ефимов,^{1, 2, *} И. Н. Изосимов^{3, †}¹Государственный университет морского и речного флота
имени адмирала С. О. Макарова. Санкт-Петербург, Россия²ФТИ им. А. Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия³Объединенный Институт Ядерных Исследований, Дубна, Россия

(Поступила в редакцию 28.10.2022; после доработки 26.01.2023; принята к публикации 31.01.2023)

Получены оценки для энергий 2_1^+ –состояний, исходя из имеющейся корреляции энергии деформации и нижней энергии возбуждений. Рассмотренная систематика отношений энергий в ротационной полосе позволила также получить оценки для 4_1^+ и 6_1^+ –состояний. Проведено сравнение с результатами других работ.

PACS: 21.60-n; 21.10-k; 23.90+w. УДК: 539.143.

Ключевые слова: сверхтяжелые ядра, энергия уровней, систематика, аппроксимация, энергия деформации.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.78.2310604](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.78.2310604)

ВВЕДЕНИЕ

Успехи в синтезе атомных ядер сверхтяжелых элементов [1–5] позволили начать исследования ядер вплоть до $Z = 118$ и планировать эксперименты по получению атомных ядер с $Z = 119$, 120 и выше. Эта область является уникальной с точки зрения изучения структуры атомных ядер, поскольку сверхтяжелые ядра существуют исключительно благодаря квантово-механическим эффектам, стабилизирующим данные ядра. Роль стабилизирующих оболочечных эффектов в устойчивости сверхтяжелых ядер продемонстрирована [1–5] путем сравнения экспериментальных результатов с теоретическими расчетами и эмпирической систематикой. Для исследования структуры атомных ядер сверхтяжелых элементов крайне полезно иметь информацию об энергиях хотя бы нескольких нижайших уровней. Экспериментальные данные об энергиях и структуре уровней в области сверхтяжелых ядер крайне скудны, а теоретические расчеты довольно неоднозначны. Тем не менее, при экспериментальном исследовании тяжелых и сверхтяжелых ядер [6–11], полезно заранее получить представление об энергиях возбужденных состояний ядер. Особенно существенны такие данные при исследовании бета и гамма распадов высокоспиновых изомеров в тяжелых и сверхтяжелых ядрах [12]. Поэтому целью данной работы было получение оценок энергий ряда нижайших уровней для сверхтяжелых ядер.

В недавней работе [13] обсуждались систематические тенденции и корреляции нижайших энер-

гий уровней в четно-четных ядрах от ${}^4\text{He}$ до ${}^{256}\text{Rf}$. Также в работе [14] была рассмотрена систематика экспериментальных данных относительно значений $B(E2)$ для всех четно-четных ядер в диапазоне $Z = 2 - 104$.

В настоящей статье получение оценок энергий возбужденных состояний в рассматриваемой области ядер основывается на продемонстрированной в работе [11] корреляции относительной энергии первого возбужденного уровня и энергии деформации в четно-четных ядрах.

Энергия деформации E_{def} определяется как разность между энергией ядра при его равновесной деформированной и сферической формами [15]

$$E_{\text{def}} = E(\beta) - E(0). \quad (1)$$

Оценки для данной энергии были взяты из двух независимых работ [16] и [17]. Следует отметить, что оценки энергии деформации в [16] завышены по сравнению с тем, что даны в работе [15], а также в недавней работе [17]. Однако при этом можно предположить, что если тенденция изменения E_{def} с изменением массового числа передается правильно, то и корреляция E_{def} с энергией первого возбуждения позволяет получить корректные значения последних.

1. ЗАВИСИМОСТЬ ЭНЕРГИИ ПЕРВОГО
ВОЗБУЖДЕНИЯ ОТ ЭНЕРГИИ
ДЕФОРМАЦИИ

В [11] была проведена систематизация энергий коллективных состояний в зависимости от значений энергии деформации, полученных в работе [16] с использованием приближения Хартри-Фока-Боголюбова с учетом реалистических сил Го-

* E-mail: efimov98@mail.ru† E-mail: izosimov@jinr.ru

нии. Все известные полученные из эксперимента энергии нижайших 2^+ -состояний в четно-четных ядрах от ${}_{90}\text{Th}$ до ${}_{102}\text{Rf}$ и теоретические значения энергии деформации позволяют установить соответствие между ними. На рис. 1 представлены корреляции между энергиями первого возбуждения $E(2^+)$ и E_{def} , взятыми из работы [16], а на рис. 2 E_{def} из работы [17]. Как видно из рис. 1

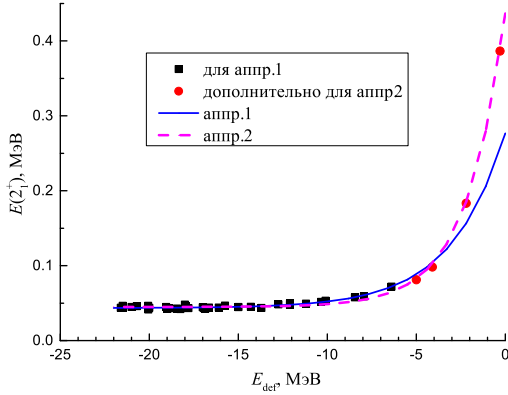


Рис. 1. Экспериментальные энергии $E(2^+)$ в зависимости от расчетных энергий деформации, полученных из [16] для четно-четных изотопов от Th до Rf: «для аппр.1» означает точки, по которым проходила первая аппроксимация; «аппр.1» — те точки, которые дополнительно были учтены при второй аппроксимации; «аппр.1» и «аппр.2» — аппроксимационные значения

существует область энергий деформации, где корреляция хорошо проявляется и области, где корреляция слабая (область асимптотически горизонтальной и вертикальной прямых на рис. 1). Важным является тот факт, что общая кривая, проведенная по имеющимся экспериментальным данным, является гладкой, может быть параметризована и использоваться для оценки энергий 2^+ состояний в соседних ядрах. Также следует отметить, что в настоящее время в выбранной для параметризации области ядер отсутствуют данные о резких отклонениях от приведенных на рис. 1 кривых. Появление таких данных будет представлять особый интерес для анализа. Вышесказанное свидетельствует о разумном выборе энергии деформации в качестве параметра систематизации.

Наличие длинного плато на данных рисунках при $E_{\text{def}} < -10$ МэВ позволило использовать зависимость момента инерции от энергии деформации по аналогии с тем, как потенциал среднего поля зависит от радиуса в представлении Саксона-Вудса. Это дало возможность использовать следующую параметризацию [11]:

$$E(2^+) = \frac{3}{J}; \quad J = \frac{J_0}{1 + \exp\left(\frac{E_{\text{def}} + V_1}{\zeta V_0}\right)}. \quad (2)$$

Сохраняя аналогичную функциональную зависимость будем использовать для энергии первого воз-

буждения параметризацию в виде

$$E(2^+) = b_1 + b_2 e^{aE_{\text{def}}}. \quad (3)$$

Параметры в формуле (3) определяются с использованием трех вариантов данных. Данные, используемые для определения параметров в первом варианте в этом уравнении приведены в табл. 1, а также на рис. 1. В табл. 2 приведены ядра и их характеристики, которые дополнительно были учтены для второго набора параметров. Данные из табл. 2 также отображены на рис. 1. Данные об энергиях деформации для третьего варианта взяты из работы [17] и приведены на рис. 2. В последнем варианте в соответствии с тем, что в работе [17] энергии деформации представлены начиная с изотопов U мы не имеем тех точек, где энергии первого возбуждения значительны, а именно только для двух ядер больше 60 кэВ и не превышают 85 кэВ.

В результате оптимизации для первого варианта были получены значения параметров

$$a = 0.33 \text{ МэВ}^{-1}; \\ b_1 = 0.04349 \text{ МэВ}; \quad b_2 = 0.23322 \text{ МэВ}. \quad (4)$$

Для второго варианта было получено

$$a = 0.467 \text{ МэВ}^{-1}; \\ b_1 = 0.04494 \text{ МэВ}; \quad b_2 = 0.39179 \text{ МэВ} \quad (5)$$

и для третьего варианта, параметры которого определялись по энергиям деформации из [17]

$$a = 1.85 \text{ МэВ}^{-1}; \\ b_1 = 0.04355 \text{ МэВ}; \quad b_2 = 58.319 \text{ МэВ} \quad (6)$$

Оценки энергий первого возбуждения по энергиям деформаций, взятым из [16], осуществлялись следующим образом. Если энергия деформации, чьи значения приведены в табл. 3, меньше -5.5 МэВ, то оценки энергий осуществляются в соответствии с первым вариантом, если иначе — со вторым. Такое комбинированное определение энергий возбуждений будем называть вариантом 1-2 (аппр.1-2). Третий вариант применялся для всех энергий деформаций, принятыми из работы [17]. Для ряда уже синтезированных четно-четных ядер известны периоды полураспада, которые приведены в табл. 4.

В табл. 5 приведены результаты аппроксимаций (аппр.1-2, аппр.3), полученные по энергиям деформаций из работ [16] и [17], а также оценки энергий, полученных в [15] для $Z = 98 - 110$. Для изотопов ${}_{96}\text{Sm}$, полученные на основе деформационных энергий из [16] и [17], так и предсказание из [15] дают близкие результаты. Связать это можно с тем, что для аппр.3 энергии деформаций для изотопов Sm меняются достаточно динамично до -3.84 МэВ для ${}^{262}\text{Sm}$.

Для ${}_{98}\text{Cf}$ с A от 238 до 256 рассмотренные аппроксимации близки, а предсказание из [15] начиная с $A = 254$ определенно больше. Расхождения

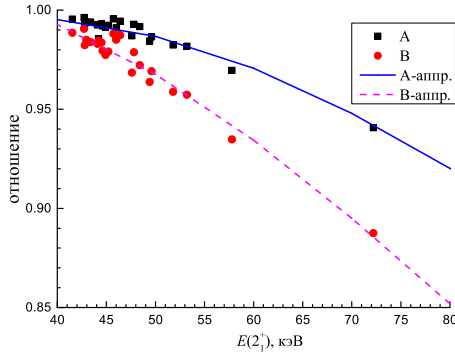


Рис. 2. Экспериментальные отношения энергий в ротационных единицах, то есть для «А» это $(E(4_1^+)/E(2_1^+))/(10/3)$ и для «В» — $(E(6_1^+)/E(2_1^+))/7$

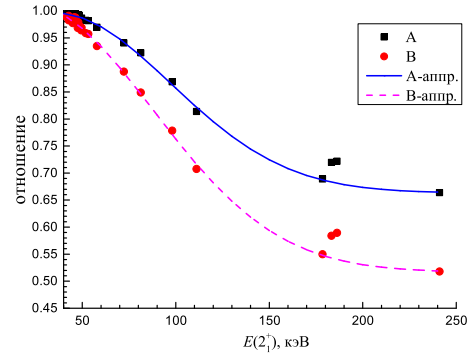


Рис. 3. То же самое, что и на рис. 2, но для большего интервала энергий $E(2_1^+)$. В предельном вибрационном случае первое отношение равно 0.600, для второго — 0.4285

Таблица 1. Данные, используемые для определения аппроксимационных параметров в МэВ; деформационные энергии взяты из [16], энергии первых возбуждений из [18]

E_{def}	$E(2_1^+)$	ядро	E_{def}	$E(2_1^+)$	ядро	E_{def}	$E(2_1^+)$	ядро
-21.6	0.044	^{256}Rf	-18.45	0.0429	^{246}Cm	-15.0	0.0449	^{238}U
-21.505	0.0442	^{254}No	-18.25	0.0421	^{242}Cm	-15.0	0.0446	^{236}Pu
-21.495	0.0464	^{252}No	-17.95	0.0457	^{252}Cf	-14.6	0.0478	^{242}U
-21.0	0.045	^{250}Fm	-17.8	0.0434	^{248}Cm	-14.3	0.0452	^{236}U
-20.7	0.046	^{248}Fm	-17.0	0.0445	^{242}Pu	-13.7	0.0435	^{234}U
-20.07	0.0421	^{252}Fm	-16.9	0.043	^{250}Cm	-12.75	0.0484	^{236}Th
-20.05	0.0415	^{248}Cf	-16.85	0.0428	^{240}Pu	-12.1	0.0476	^{232}U
-20.0	0.044	^{246}Cf	-16.65	0.0442	^{244}Pu	-12.1	0.0496	^{234}Th
-19.05	0.045	^{254}Fm	-16.1	0.0441	^{238}Pu	-11.2	0.0494	^{232}Th
-19.0	0.0427	^{250}Cf	-15.75	0.0467	^{246}Pu	-10.35	0.0517	^{230}U
-18.9	0.042965	^{244}Cm	-15.0	0.045	^{240}U	-10.1	0.0532	^{230}Th
						-8.45	0.0578	^{228}Th
						-7.95	0.059	^{228}U
						-6.4	0.0722	^{226}Th

Таблица 2. Дополнительные данные к приведенным в предыдущей таблице, вошедшие во-второй вариант аппроксимационной процедуры, E_{def} и $E(2_1^+)$ в МэВ

E_{def}	$E(2_1^+)$	ядро
-4.1	0.0981	^{224}Th
-2.2	0.1833	^{222}Th
-5.0	0.0813	^{226}U
-0.3	0.3865	^{220}Th

в рассмотренных аппроксимациях связаны с тем,

что $|E_{\text{def}}|$ уменьшается только до 4.47 МэВ. Данное расхождение усиливается для следующих элементов, начиная с $N = 160$.

Для ^{100}Fm если для $A = 240 - 260$ аппроксимации дают близкие значения, то начиная с $A = 260$ ($N = 160$) различия в энергиях растут и связано это также со слабым падением $|E_{\text{def}}|$ в [17] с ростом массового числа.

Для ^{102}No аппроксимации дают близкие значения для $A = 242 - 260$. Начиная с $A = 262$ ($N = 160$) это расхождение растет. Причем тенденция в изменениях энергий в аппр.1-2 и в соответствии с оценками из [15] с ростом массового числа близка, хотя оценки их [15] завышены. Аналогично для ^{104}Rf (табл. 5) различие в двух аппроксимациях начиная

Таблица 3. Значения энергий деформаций E_{def} (в МэВ), взятые из работы [16], для которых неизвестны энергии возбуждений

	$Z = 104$	$Z = 106$	$Z = 108$	$Z = 110$
$N = 146$	-19.50			
$N = 148$	-20.70	-19.5		
$N = 150$	-21.40	-20.4	-18.95	
$N = 152$	-21.6	-20.95	-19.3	
$N = 154$	-21.02	-20.3	-19.4	
$N = 156$	-20.02	-19.7	-19.75	
$N = 158$	-18.75	-18.8	-18.9	-19.2
$N = 160$	-17.5	-17.75	-18.0	-18.3
$N = 162$	-16.1	-16.5	-17.15	-17.1
$N = 164$	-12.9	-13.4	-13.5	-12.95
$N = 166$	-10.2	-10.7	-10.4	-9.7
$N = 168$	-7.6	-8.0	-7.7	-7.6
$N = 170$	-5.6	-5.5	-6.0	-5.3
$N = 172$	-4.4	-4.2	-4.75	-4.2
$N = 174$	-2.95	-3.0	-3.2	-2.9
$N = 176$	-2.1	-2.2	-2.1	-2.4
$N = 178$			-1.55	-0.9
$N = 180$				-0.5

Таблица 4. Известные периоды полураспада сверхтяжелых четно-четных ядер с $Z \geq 104$

	$T_{1/2}$		$T_{1/2}$
$^{254}_{104}\text{Rf}$	23(3) μs	$^{258}_{106}\text{Sg}$	2.9^{+13}_{-7} ms
^{256}Rf	6.67(10) ms	^{260}Sg	4.95(33) ms
^{258}Rf	14.7^{+12}_{-1} ms	^{262}Sg	6.9^{+38}_{-18} μs
^{260}Rf	21(1) ms	^{264}Sg	37^{+27}_{-11} ms
^{262}Rf	2.3(4) s	^{266}Sg	21^{+20}_{-12} s
$^{264}_{108}\text{Hs}$	≈ 0.8 ms	$^{268}_{110}\text{Ds}$	–
^{266}Hs	2.3^{+13}_{-6} ms	^{270}Ds	0.10^{+14}_{-4} ms
^{268}Hs	0.4^{+18}_{-2} s	^{272}Ds	–
$^{276}_{112}\text{Cn}$	–	$^{284}_{114}\text{Fl}$	2.5^{+18}_{-8} ms
^{278}Cn	–	^{286}Fl	0.16^{+7}_{-3} s
^{280}Cn	–	^{288}Fl	0.52^{+22}_{-13} s
^{282}Cn	0.50^{+33}_{-1} ms	^{290}Fl	–
^{284}Cn	101^{+41}_{-22} ms	$^{286}_{116}\text{Lv}$	–
^{286}Cn	–	^{288}Lv	–
^{288}Cn	–	^{290}Lv	15^{+26}_{-6} ms
		$^{294}_{118}\text{Og}$	0.69 ms

с $A = 266$, а результаты из [15] близки с аппр.1-2.

То же самое для ^{106}Sg расхождение в аппроксимациях начинается с $A = 268$ ($N = 162$) и стремительно растет с ростом A . Результаты из [15] опять близки к аппр.1-2.

Для ^{108}Hs расхождение двух аппроксимаций быстро растет по мере роста A , начиная с 272 ($N = 164$). Для ^{110}Ds это же происходит, начиная с $A = 274$ ($N = 164$).

Таким образом, сравнивая проведенные аппроксимации с результатом работы [15] можно сделать вывод о большей надежности аппр.1-2 для энергии первого возбуждения (см., например, табл. 5).

2. ОЦЕНКА ЭНЕРГИЙ 4_1^+ , 6_1^+ –СОСТОЯНИЙ

Крайне полезной была бы оценка и следующих возбуждений и связано это с тем, что энергии 2_1^+ –состояний слишком малы, а потому вместо соответствующих гамма-переходов в эксперименте будут в основном наблюдаться электроны конверсии. Наблюдаться могут гамма-переходы с 4^+ и 6^+ –состояний. Для того, чтобы получить оценки энергий соответствующих состояний были рассмотрены отношения $E(4_1^+)/E(2_1^+)$ и $E(6_1^+)/E(2_1^+)$ по имеющимся экспериментальным данным [18] для четно-четных ядер с $Z \geq 90$. Эти отношения приведены на рис. 2 и рис. 3 для разных диапазонов энергии первого возбуждения. Представленные на рис. 2 и рис. 3 зависимости могут служить базой для выявления резких отклонений от представ-

ной систематики. Подобные отклонения, как и отклонения от кривых на рис. 1, будут также представлять существенный интерес для анализа. Для получения оценок для неизвестных значений энергий были использованы аппроксимационные соотношения

$$R = ae^{-((E(2_1^+) - E_0)/b)^2} + c, \quad (7)$$

где $R = R_4 = E(4_1^+)/E(2_1^+)/(10/3)$ или $R_6 = E(6_1^+)/E(2_1^+)/7$. Для R_4 $a = 0.33297$, $c = 0.66333$ – безразмерны, а $E_0 = 35$, $b = 88.325$ – в кэВ. Для R_6 $a = 0.49666$, $c = 0.51673$ – безразмерны, а $E_0 = 20.5$, $b = 94.88$ – в кэВ. Соответствующие аппроксимационные кривые приведены также на рис. 2 и рис. 3. Представленные на этих рисунках экспериментальные данные соответствуют четным ядрам от Th до No. Точки, явно не лежащие на аппроксимационной кривой соответствуют данным для ^{222}Th и ^{222}Rn . Для ядер с хорошо развитым ротационным спектром $R \simeq 1$. Для ядер с предельно выраженным вибрационным характером спектра без учета ангармонизма $R_4 = 0.600$, $R_6 = 0.4285$. В реальных случаях, не считая полумагических ядер, это отношение неизменно больше.

Для определения неизвестных энергий 2_1^+ –состояний были использованы теоретические значения энергий деформаций из работы [16], приведенные в табл. 3.

Так как данных о энергиях деформации в работе [16] для ядер с $Z > 110$ не имеется, то было принято в соответствии с приведенной табл. 3 для $N = 168$

Таблица 5. Оценки энергий состояний для изотопов с $Z = 104$. E_{def} даны в МэВ, $E(2_1^+)$ – в кэВ. Единственно известные экспериментальные данные относятся к ^{256}Rf и соответствующие энергии равны 44.0, 148.2, 309.2 кэВ, что может дать представление о точности произведенной аппроксимации.

Z	N	A	аппр.1-2		аппр.3		[15]	
			E_{def}	$E(2_1^+)$	E_{def}	$E(2_1^+)$	$E(2_1^+)$	$E(4_1^+)$
104	146	250	-19.5	43.9	-7.58	43.6		
	148	252	-20.7	43.7	-8.28	43.6	49.1	164.1
	150	254	-21.4	43.7	-9.08	43.5	46.9	155.9
	152	256	-21.6	43.7	-9.80	43.6	43.4	144.4
	154	258	-21.02	43.7	-9.24	43.6	44.5	148.5
	156	260	-20.02	43.8	-8.81	43.6	46.4	154.4
	158	262	-18.75	44.0	-8.84	43.6	47.3	157.3
	160	264	-17.5	44.2	-9.16	43.6	47.2	157.2
	162	266	-16.1	44.6	-9.6	43.6	44.3	147.3
	164	268	-12.9	46.8	-8.8	43.6	49.0	163.0
	166	270	-10.2	51.5	-7.89	43.6	54.9	182.9
	168	272	-7.6	62.5	-7.03	43.7		
	170	274	-5.6	80.2	-6.91	43.7		
	172	276	-4.4	95.1	-6.7	43.8		
	174	278	-2.95	143.7	-6.84	43.7		
	176	280	-2.1	191.9	-6.33	44.		

и $Z = 112 - 118$ $E_{\text{def}} \approx -7.7$ МэВ, для $N = 170$ и $Z = 112 - 118$ $E_{\text{def}} \approx -5.5$ МэВ, для $N = 172$ и $Z = 112 - 118$ $E_{\text{def}} \approx -4.3$ МэВ, для $N = 174$ и $Z = 112 - 118$ $E_{\text{def}} \approx -3$ МэВ, для $N = 176$ и $Z = 112 - 118$ $E_{\text{def}} \approx -2.3$ МэВ. Данные оценки в некоторой степени условны, но могут быть применены поскольку в расчете для энергий деформаций [17] не наблюдалось резких скачков при изменении числа нуклонов.

Совокупность рассмотренных данных позволяет получать оценки для искомым энергий. Данные о энергиях деформации для $Z > 110$ имеются в [17]. Поэтому в табл. 6 приведены соответствующие оценки энергий 2_1^+ -состояний.

Как следует из наших расчетов (см., например табл. 5), полученные значения энергий для ядер с $N > 166$ явно завышены по сравнению с результатами аппр.1-2 и оценками, полученными в работе [15]. В силу этого данные, приведенные в табл. 6 надо считать явно заниженными.

В табл. 7 дополнительно приведены оценки энергий 4_1^+ , 6_1^+ -состояний, полученных на основе систематики, представленной на рис. 2 и 3. При этом энергии 2_1^+ -состояний приняты в соответствии с аппр.1-2.

Возможность определения энергий состояний с большими значениями Z ограничивается наличием теоретических данных по энергиям деформации. Как видно из рис. 4 сделать это уже для $Z \geq 120$ в настоящее время не представляется возможным. Тем более, что как отмечалось в работе [19] различные теоретические модели предсказывают разные местоположения «острова стабильности» сверхтяжелых ядер со стабилизированными оболочками.

Макроскопическо-микроскопические методы, основанные на различных феноменологических потенциалах, локализуют этот остров вокруг замыканий сферических оболочек $Z = 114$ и $N = 184$ [20, 21].

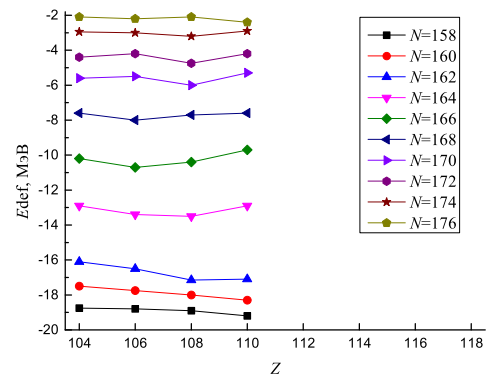


Рис. 4. Теоретические [16] энергии деформации

Представленные оценки получены на основе рассчитанных энергий деформации. Это можно делать в разных подходах и с различной параметризацией используемых моделей. Если правомерно наличие корреляций энергии деформации и энергии нижайшего возбуждения в четно-четных ядрах, то при единообразном способе расчета энергии деформации можно ожидать корректных значений энергий. При этом следует иметь ввиду, что аппроксимации, полученные непосредственно по энергиям соседних ядер, энергии которых известны, дают более надежные результаты. Поэтому в табл. 8 приведены соот-

Таблица 6. Данные аппр.3. Для ядер ${}_{112}\text{Sn}$ с $N = 154 - 184$, ${}_{114}\text{Fl}$ с $N = 156 - 186$, ${}_{116}\text{Lv}$ с $N = 158 - 184$, ${}_{118}\text{Og}$ с $N = 160 - 184$, $Z = 120$ с $N = 160 - 186$, $Z = 122$ с $N = 164 - 186$, $Z = 124$ с $N = 166 - 188$, $Z = 126$ с $N = 170 - 188$ энергии неизменны, 43.6 keV, остальные приведены в данной таблице. E_{def} даны в МэВ, $E(2_1^+)$ – в кэВ

Z	N	A	аппр.3	
			E_{def}	$E(2_1^+)$
116	186	302	-8.64	43.6
	188	304	-6.54	43.9
118	186	304	-7.56	43.6
	188	306	-5.776	44.9
	190	308	-5.095	48.2
120	188	308	-5.89	44.6
	190	310	-5.27	47.
122	188	310	-6.185	44.2
	190	312	-5.57	45.5
	192	314	-5.04	48.8
	194	316	-4.48	58.2
124	190	314	-5.69	45.1
	192	316	-5.24	47.2
	194	318	-4.58	55.7
126	190	316	-5.85	44.7
	192	318	-5.43	46.1
	194	320	-4.85	51.

ветствующие оценки, полученные в [11].

Ковариантная теория функционала плотности [22] локализует указанный остров около $Z = 120$ и $N = 172$ [23, 24]. Аналогичный результат был получен в [25] в рамках самосогласованной ковариантной теории функционала плотности энергии с учетом квазичастично-колебательной связи. В ней было получено описание эволюции оболочки в цепочке сверхтяжелых изотопов с $A = 292, 296, 300, 304$ и $Z = 120$. Было предсказано довольно устойчивое замыкание сферической протонной оболочки при $Z = 120$. При этом взаимодействие, определяющее парные корреляции и квазичастично-фононное взаимодействие приводят к плавной эволюции зазора нейтронной оболочки между числами нейтронов $N = 172$ и 184 , размывая эффекты оболочки. Это, в свою очередь, приводит к тому, что для $N = 170 - 186$ энергии первого возбуждения оказываются ≥ 1 МэВ, а для $N = 172$ и $N = 184$ энергии

первого возбуждения ≥ 1.5 МэВ.

В работе [26] применен микроскопический вариант соотношения Гродзиньша, полученный на основе геометрической коллективной модели и микроскопического подхода к описанию структуры ядер, что позволило получить предсказания энергий возбуждения состояний ядер с $Z > 100$. При этом отправленным пунктом предсказания были значения параметра деформации, а не энергия деформации.

В табл. 9 приведены предсказания [26] для различных ядер с Z от 100 до 120 и только для двух вариантов [A] и [B], с параметрами полученными с использованием процедуры Струтинского, но разными вариантами среднего поля. Здесь же приведены уже упоминаемые аппроксимации. Откуда видно, что принципиальное различие между [26] и предложенным здесь результатом начинается с $Z = 108$. Однако все же результат [26] для $Z = 120$, $A = 296$ оказался в 5.9 раз меньше, нежели был получен в [25].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обнаружена корреляция между энергией 2_1^+ -состояний и энергией деформации (E_{def}). Данная корреляция сохраняется при различных подходах к вычислению E_{def} . Параметры корреляционной кривой определяются исходя из известных экспериментальных значений энергий 2_1^+ -уровней и рассчитанных E_{def} . Даже при значительном различии величин E_{def} , вычисленных в различных подходах, получены разумные значения аппроксимационных энергий.

Исходя из теоретических данных по энергии деформации и систематике отношений энергий внутри ротационных полос были получены оценки для энергий трех нижайших возбуждений в четных сверхтяжелых ядрах с $Z = 96, 98, 100, 102, 104, 106, 108, 110, 112, 114, 116, 118$ для широкого диапазона массовых чисел.

Если продемонстрированная гипотеза о корреляции энергий 2_1^+ -состояний и E_{def} справедлива, то это может быть использовано как для предсказания неизвестных значений 2_1^+ -состояний, так и наоборот, по известным энергиям возбуждений делать предположение о динамике изменений E_{def} для разных N и Z .

[1] Oganessian Yu.Ts., Utyonkov V.K., Kovrizhnykh N. D. et al. // *Phys.Rev. C* 2022. **106**. P. L031301.
 [2] Oganessian Yu.Ts., Utyonkov V.K., Ibadullayev D. et al. // *Phys.Rev. C* 2022. **106**. P. 024612..
 [3] Oganessian Yu.Ts. // Herald of the Russian Academy of Sciences. 2020. **90**. P. 207; Vestnik Rossiiskoi Akademii Nauk. 2020. **90**. P. 312.

[4] Oganessian Yu.Ts., Sobiczewski A., Ter-Akopian G.M. // *Phys. Scr.* 2017. **92**. P. 023003.
 [5] Utyonkov V., Oganessian Yu.Ts., Dmitriev S. et al. // EPJ Web of Conferences. 2016. **131**. P. 06003.
 [6] Kessaci K., Gall B.J.P., Dorvaux O. et al. // *Phys. Rev. C* 2021. **104**. P. 044609.
 [7] Hauschild K., Lopez-Martens A., Chakma R. et al.

Таблица 7. Оценки энергий 4_1^+ , 6_1^+ – состояний. Единственно известные экспериментальные данные относятся к ^{256}Rf и соответствующие энергии равны 44.1, 148.2, 309.2, что может дать представление о точности произведенной аппроксимации

Z	N	A	E_{def} МэВ	аппроксимация, кэВ			[15], кэВ	
				$E(2_1^+)$	$E(4_1^+)$	$E(6_1^+)$	$E(2_1^+)$	$E(4_1^+)$
104	146	250	-19.5	43.9	145	302		
	148	252	-20.7	43.7	145	301	49.1	164.1
	150	254	-21.4	43.9	145	301	46.9	155.9
	152	256	-21.6	43.7	145	301	43.4	144.4
	154	258	-21.02	43.7	145	301	44.5	148.5
	156	260	-20.02	43.8	145	302	46.4	154.4
	158	262	-18.75	44.0	146	303	47.3	157.3
	160	264	-17.5	44.2	146	304	47.2	157.2
	162	266	-16.1	44.6	148	307	44.3	147.3
	164	268	-12.9	46.8	154	320	49.0	163
	166	270	-10.2	51.5	169	347	54.9	182.9
	168	272	-7.6	62.5	201	405		
	170	274	-5.6	80.2	246	478		
	172	276	-4.4	95.1	277	522		
	174	278	-2.95	143.7	353	612		
	176	280	-2.1	191.9	433	720		

Таблица 8. Аппроксимационные значения энергий (кэВ), полученные в [11]

	$E(2_1^+)$	$E(4_1^+)$	$E(6_1^+)$	$E(8_1^+)$
^{218}U	1530(40)	1890(80)	2070	2105
^{220}U	691(1)	1220(5)	16009(20)	1800(10)
^{222}U	384_{-1}^{+3}	778(5)	1210(5)	1650(5)
^{224}U	188_{-10}^{+5}	469_{-15}^{+5}	812_{-20}^{+5}	1186_{-15}^{+5}
^{246}Cf	44	147(1)	307(1)	520(1)
^{252}Fm	42.1	140.2(2)	293.(2)	494.0(3)
^{254}Fm	45.0	149.3	313	528
^{250}No	49	162	337	570
^{256}No	47	154	324	553
^{258}Rf	47	158	329	564

Таблица 9. Оценки $E(2_1^+)$ из [26] и их сравнение с настоящими результатами(кэВ)

	[26]-[A]	[B]	аппр.1-2	аппр.3	[15]
^{256}Fm	44	49	44.1	43.6	46.4
^{260}No	42	49	44.1	43.6	47.9
^{264}Rf	43	51	44.2	43.6	47.2
^{268}Sg	34	37	44.5	43.6	41.9
^{272}Hs	75	72	46.2	43.6	44.5
^{276}Ds	89	95	49.3	43.6	51.3
^{280}Cn	86	87			43.6
^{284}Fl	217	141			43.6
^{288}Lv	202	185			43.6
^{292}Og	532	523			43.6
$^{296}_{120}$	176	168			43.6

// Eur. Phys.J. A 2022. 58. P. 6..

[8] Rezyunkina K., Lopez-Martens A., Hauschild K. et al. // Phys.Rev. C 2018. 97.P. 054332..

[9] Lopez-Martens A., Hauschild K., Rezyunkina K., et al. // Eur. Phys. J. A. 2014. bf 50. P. 132..

[10] Lopez-Martens A., Wiborg-Hagen T, Hauschild K. et al. // Nucl. Phys. A. 2011. 852. P.15.

[11] Efimov A.D., Izosimov I.N. // Phys. Part. Nuclei Lett. 18, 658–664 (2021).

[12] Efimov A.D., Izosimov I.N. // Phys. Atom. Nuclei 84, 660–674 (2021).

[13] Pritychenko B., Singh B., Verpelli M. // Nuclear PhysicsA. 2022. 1027. P. 122511.

[14] Pritychenko B., Birch M., Singh B. // Nuclear Physics A 2017. 962.P. 73.

[15] Sobiczewski A., Muntian I., Patyk Z. // Phys. Rev. C. 2001. 63. P. 034306.

[16] Hilaire S., Girod M. // Eur.Phys. J. A. 2007. 33. P. 237

[17] Pomorski K., Nerlo-Pomorska B., Bartel J., Schmitt C. // Phys. Rev. C. 2018. 97. P.034319.

[18] National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory

[19] Afanasjev A.V., Abusara H., Litvinova E., Ring P. // J. Phys.: Conf. Ser. 2011. 312. P. 092004.

[20] Cwiok S., Dobaczewski J., Heenen P.H. et al. // Nucl. Phys. A. 1996. 611. P. 211.

[21] Moller P., Nix J.R. // J. Phys. G. 1994. 20. P. 1681.

- [22] Vretenar D., Afanasjev A. V., Lalazissis G.A., Ring P. // *Phys. Rep.* 2005. **409**. P. 101.
- [23] Afanasjev A.V., Khoo T.L., Frauendorf S. et al. // *Phys. Rev. C.* 2003. **67**. P. 024309.
- [24] Bender M., Rutz K., Reinhard P.G. et al. // *Phys. Rev. C.* 1999. **60**. P. 034304.
- [25] Litvinova E. // *Phys. Rev. C.* 2012. **85**. P. 021303(R).
- [26] Shirikova N.Yu., Sushkov A.V., Malov L.A. et al. // *Phys. Rev. C.* 2022. **105**. P. 024309.

Estimates of the Energies of the 2_1^+ , 4_1^+ , 6_1^+ –States in Heavy and Superheavy Nuclei

A. D. Efimov^{1,2,a}, I. N. Izosimov^{3,b}

¹Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, St. Petersburg, Russia.

²Ioffe Physical-Technical Institute, Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia

³Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

E-mail: ^aefimov98@mail.ru, ^bizosimov@jinr.ru

Estimates for energies of the 2_1^+ -states are obtained proceeding from the existing correlation of the deformation energy and the lowest excitation energy. The considered systematics of energy ratios in the rotational band also makes it possible to obtain estimates for the 4_1^+ and 6_1^+ -states. Comparison with results of other works has been carried out.

PACS: 21.60.-n; 21.10.-k; 23.90.+w.

Keywords: superheavy nuclei, level energies, systematics, approximation, deformation energy.

Received 28 October 2022.

English version: *Moscow University Physics Bulletin.* 2023. **78**, No. 1. Pp. 121–130.

Сведения об авторах

1. Ефимов Александр Дмитриевич — доктор физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, профессор; e-mail: efimov98@mail.ru.
2. Изосимов Игорь Николаевич — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник, профессор; e-mail: izosimov@jinr.ru.