

Уточнение модели движения спутника Линус астероида (22) Каллиопа

П. А. Будникова,^{1,*} Н. В. Емельянов,^{2,†} Б. С. Сафонов²¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2²Государственный астрономический институт имени П. К. Штернберга (ГАИШ МГУ). Россия, 119991, Москва, Университетский пр-т, д. 13
(Поступила в редакцию 10.01.2023; принята к публикации 18.01.2023)

В настоящей работе выполнен анализ динамики спутника Линус астероида (22) Каллиопа. Получены и публикуются новые результаты. Проведены новые наблюдения спутника на Кавказской Горной обсерватории ГАИШ в период с октября 2021 по март 2022 года. Полученные астрометрические результаты представлены в статье. На основе обновленного состава наблюдений заново определены параметры орбиты спутника. Показано повышение точности эфемерид при добавлении новых наблюдений. Сделана новая попытка определения прецессии орбиты спутника, вызванной сжатием быстро вращающегося астероида. Целью было определение динамического сжатия центрального тела. Весь интервал наблюдений разделен на группы по времени. Из наблюдений каждой группы найдено положение оси орбиты спутника. Изменение положения оси дает искомую прецессию. Исследования на нескольких примерах показывают, что положение оси из таких групп наблюдений определяется весьма ненадежно. Причина заключается в сильной корреляции между определяемыми параметрами при ограниченной точности наблюдений. Намечены пути изучения прецессии путем совместного определения динамических параметров на основе всех имеющихся наблюдений.

PACS: 95.10.Eg. УДК: 521.313.

Ключевые слова: астероиды, спутники астероидов, эфемериды, астрометрия.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.78.2320802](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.78.2320802)

ВВЕДЕНИЕ

В отделе небесной механики ГАИШ МГУ регулярно ведутся работы по динамике естественных спутников больших и малых планет. В последнее время основное внимание было уделено спутникам астероидов.

Работа заключается в построении моделей движения спутников на основе астрометрических наблюдений. Именно модели имеются в нашем распоряжении. Из них мы можем извлекать пользу для науки и практики. Модели имеют смысл только при условии, что теоретическое движение спутников в них происходит так, как на самом деле в природе, в космосе. Поэтому важная и большая часть нашей работы заключается в обеспечении этого соответствия. Польза от теоретических моделей имеется в нескольких аспектах. Во-первых, спутники планет представляют собой объекты, потенциально возможные для расширения среды обитания человека. Они более пригодны для обитания, чем сами планеты. Чтобы использовать спутники подобным образом, необходимо хорошо понимать и предсказывать их динамику. Знания содержатся в наших моделях. Во-вторых, чтобы попасть на спутники,

нужно очень точно вычислять их координаты. Это также умеют делать наши модели.

Важной и весьма необходимой характеристикой больших и малых планет являются их массы. Любопытно, что массы планет определяются в большинстве случаев из динамики спутников. Другой дорогостоящий способ определить массу — запуск космического аппарата к исследуемому телу.

Исходными данными для нас являются астрометрические наблюдения. Мы берем их из публикаций. Наши коллеги-наблюдатели усердно работают и публикуют результаты. Эти результаты мы для простоты называем наблюдениями.

Процесс построения моделей движения спутников на основе наблюдений очень сложный. На этом пути встречаются огромные проблемы. Все сказанное относится также к спутникам больших планет. Однако в настоящей статье мы рассматриваем задачи, связанные со спутниками астероидов. Именно эти задачи были предметом нашего внимания в последнее время. Отметим, что к настоящему времени известны более 900 000 астероидов. Все сведения об этих интересных и важных объектах собираются и обрабатываются в Международном центре малых планет (Minor Planet Center, MPC). В этот центр с разных обсерваторий регулярно поступают сообщения, содержащие информацию, что некоторый известный астероид имеет спутник. Однако толку от такого сообщения совсем немного. Нам необходимо знать орбиту, из которой мы получим по край-

* E-mail: p_budnikova@list.ru† E-mail: emelia@sai.msu.ru

ней мере массу системы. Для построения орбиты нам нужно получить достаточно много измерений относительных положений спутников. Здесь имеются принципиальные трудности.

Дело в том, что на небе спутники видны настолько близко к своим астероидам, что измерить разности координат обычными средствами не получается. Нужно применять сложный метод спекл-интерферометрии. Или использовать систему адаптивной оптики при условии, что она установлена на телескопе. В итоге к настоящему времени известно, что около 500 астероидов имеют спутники. И только для 14% из них известны орбиты. Авторы настоящей статьи оперируют с орбитами 66 спутников.

Ранее был сделан сервер эфемерид спутников астероидов [1]. Он позволяет любому пользователю через интернет вычислять расположение спутника относительно своего астероида. Это нужно для многих задач, в том числе для организации новых наблюдений.

Для всех спутников мы имеем одну принципиальную проблему — точность эфемерид быстро уменьшается со временем. Это подробно показано в работе [2]. Нужно все время наблюдать спутники, чтобы точность сохранялась. Но и без того хватает проблем. Одна из них рассмотрена в настоящей статье.

Дело в том, что по движению спутников можно находить не только массы астероидов со спутниками. Если сам астероид представляет собой сжатое тело, то по законам небесной механики орбита спутника будет прецессировать. Плоскость орбиты равномерно поворачивается вокруг оси сжатия. Линия апсид (линия, соединяющая апоцентр и перицентр орбиты) также медленно поворачивается. Если удастся эту прецессию определить из наблюдений, то можно найти сжатие центрального тела — самого астероида. Очень важно определить сжатие, чтобы найти форму тела. Далее эти данные используются для выяснения, из какого вещества состоит астероид, и далее для построения общей картины образования астероидов. Чем больше интервал используемых наблюдений, тем лучше может быть изучена прецессия орбиты спутника астероида. Поэтому деятельность исследователей направлена на получение новых наблюдений. Из-за указанной выше видимой близости спутника к своему астероиду получение новых наблюдений весьма затруднено.

На Кавказской горной обсерватории (КГО) ГАИШ проводятся наблюдения с помощью метода спекл-интерферометрии. Ранее в [3] для спутника Линус астероида (22) Каллиопа была определена орбита. Теперь проведены новые наблюдения на КГО ГАИШ. Результаты публикуются в настоящей статье в специальном параграфе. Эти новые наблюдения расширяют интервал времени наблюдений, что повышает точность эфемерид.

1. НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ СПУТНИКА ЛИНУС АСТЕРОИДА (22) КАЛЛИОПА

Новые наблюдения спутника Линус астероида (22) Каллиопа были выполнены с использованием спекл-поляриметра, установленного на 2.5-метровом телескопе КГО ГАИШ. Прибор представляет собой комбинацию двухлучевого поляриметра и спекл-интерферометра. Фотоприемник представляет собой ПЗС-камеру Andor iXon 897 с быстрым умножителем электронов. Матрица имеет размер 512×512 пикселей. Масштаб получается 20.6 миллизекунд дуги на пикселей. Эффективное поле зрения составляет 5×10 секунд дуги. Поскольку поляризация не представляла интереса в данной задаче, она просто усреднялась. Типичная продолжительность экспозиции была 30 – 60 мс, типичное число накоплений кадров бралось от 5000 до 8000. Обработка велась обычным методом интерферометрии. Детали описаны в работе [4]. Чтобы определить масштаб и ориентацию фотоприемника, были проведены наблюдения нескольких известных двойных звезд с угловым разделением 3 – 5 секунд дуги.

Новые результаты наблюдений приведены в табл. 1.

В методе спекл-интерферометрии для каждого кадра в серии короткоэкспозиционных изображений объекта вычисляется его Фурье-спектр. Далее модуль спектра изображения возводится в квадрат и получающаяся величина — спектр мощности — усредняется по всем кадрам серии. Спектр мощности представляет собой действительную функцию двумерной пространственной частоты $\mathbf{f}$, компоненты (f_x, f_y) которой измеряются в обратных радианах.

Для объекта мы приняли модель двойного источника, характеризующегося разделением ρ , позиционным углом θ и контрастом ε . Определение параметров $\rho, \theta, \varepsilon$ выполнялось путем нелинейной минимизации отклонения наблюдаемого спектра мощности от модельного методом Левенберга-Марквардта (реализация в пакете программ MATLAB). Составим из параметров ρ, θ и ε вектор $\gamma = (\rho, \theta, \varepsilon)$. Отыскивалось γ , обеспечивающее минимум невязки

$$S = \sum_i [c_i - H(\mathbf{f}_i, \gamma)], \quad (1)$$

где $\mathbf{f}_i$ — значения пространственной частоты, для которых выполнялось суммирование, c_i — измерения спектра мощности, H — функция, описывающая спектр мощности для двойного источника:

$$H(\mathbf{f}, \gamma) = A_1 \left(1 + \gamma_3^2 - \gamma_3 \cos \{ -i2\pi(f_x \gamma_1 \cos \gamma_2 + f_y \gamma_1 \sin \gamma_2) \} \right). \quad (2)$$

Здесь f_x, f_y — компоненты вектора пространственной частоты, A_1 — нормировочный коэффициент: $A_1 = (1 + \varepsilon)^{-2}$.

Таблица 1. Новые результаты наблюдений, полученных за 2021–2022 гг.: разделение ρ , позиционный угол θ . Погрешность приведена в смысле 95% доверительного интервала

Дата (UT)	Момент (UT)	ρ , ''	θ , °
2021.10.29	01 54 07	0.400 ± 0.002	3.0 ± 0.3
2021.12.27	20 33 56	0.845 ± 0.002	181.5 ± 1.3
2021.12.29	23 10 57	0.783 ± 0.009	5.6 ± 0.3
2021.01.17	21 06 35	0.445 ± 0.005	159.9 ± 0.6
2022.02.17	15 55 08	0.597 ± 0.006	347.8 ± 0.8
2022.02.18	16 27 29	0.331 ± 0.004	27.1 ± 1.0
2022.02.22	17 08 38	0.298 ± 0.003	143.3 ± 1.0
2022.03.21	16 20 25	0.219 ± 0.003	333.8 ± 1.5
2022.03.21	19 38 25	0.330 ± 0.004	342.8 ± 1.0
2022.03.21	19 47 37	0.326 ± 0.004	346.3 ± 1.0

Соотношение сигнал–шум в спектре мощности падает с ростом $|f|$, для бесконечно ярких источников полезный сигнал содержится на частотах $|f| < f_c$, где f_c — так называемая частота среза, равная отношению диаметра апертуры телескопа $D = 2.5$ м к длине волны наблюдения $\lambda = 806$ нм. Для относительно слабых объектов целесообразно выполнять суммирование (1) в области меньших $|f|$, мы выбрали $|f| < 0.5f_c$.

Погрешности определения параметров β оценивались исходя из предположения нормальности распределения ошибки c_i , дисперсия которой определялась из

$$\hat{\sigma}_r^2 = \frac{1}{N - K} \sum_{i=1}^N [c_i - H(f_i, \gamma)]^2, \quad (3)$$

где N — число измерений, K — число параметров, в нашем случае $K = 3$. Дисперсия оценки параметра γ_j :

$$\sigma_j^2 = \hat{\sigma}_r^2 ((J^T J)^{-1})_{jj}, \quad (4)$$

где J — якобиан:

$$J_{ji} = \frac{\partial H(f_i, \gamma)}{\partial \gamma_j}. \quad (5)$$

Из предположения нормальности распределения ошибок c_i также следует, что оценки параметров γ распределены нормально, следовательно, можно выполнить оценку 95% доверительного интервала: $[\hat{\gamma}_j - 1.96\sigma_j, \hat{\gamma}_j + 1.96\sigma_j]$, где σ_j оценено по формуле (3). В табл. 1 ошибка приведена в смысле 95% доверительного интервала.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТЫ СПУТНИКА ПО МАКСИМАЛЬНОМУ НАБОРУ НАБЛЮДЕНИЙ

Определение параметров орбит спутников астероидов делалось дифференциальным уточнением

с помощью метода наименьших квадратов. В нашем распоряжении была вычислительная программа определения параметров орбиты на основе наблюдений, описанная в работах [1, 3]. Прежде всего мы определили семь орбитальных параметров на основе всех имеющихся к настоящему времени наблюдений. Включены в рассмотрение все опубликованные астрометрические наблюдения, размещенные в базе данных [6], а также новые астрометрические наблюдения системы (22) Каллиопа–Линус, приведенные в специальном параграфе данной статьи. Всего использовалось 181 относительное астрометрическое положение спутника на интервале времени 20.562 лет. Результаты определения параметров даны в табл. 2. Метод наименьших квадратов дает не только значения параметров, но также и оценки их погрешности. По этим оценкам можно судить о степени удаи уточнения параметров.

Таблица 2. Новые результаты определения параметров орбиты по всем наблюдениям за 2001–2022 гг. Параметр M_0 получен на эпоху MJD 52000.0

Название параметра	Значения параметров	Погрешности параметров по МНК
λ_0 , °	195.302	0.147
β_0 , °	1.909	0.127
a , км	1080.524	1.968
e	0.003	0.001
i , °	94.264	0.125
ω , °	267.674	34.498
Ω , °	284.829	0.151
M_0 , °	352.132	34.463
Период, сут	3.59	—
J_2	0.0034	—

Условным уравнениям придавались веса согласно погрешностям, которыми снабжались наблюдения. Среднеквадратическая величина отклонений наблюдаемых относительных положений спутника от вычисленных составила 0.023 секунды дуги. Средневзвешенное значение оказалось равным 0.017 секунды дуги. Была вычислена также сред-

неквадратическая величина отклонений, выраженных в долях видимой большой полуоси орбиты спутника. Она оказалась равной 0.034.

Также мы построили графики невязок по прямому восхождению и склонению (см. рис. 1). Здесь мы использовали уточнение по всем имеющимся наблюдениям. Из этих двух графиков видно, что все используемые порции наблюдений достаточно однородны по точности.

3. ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ЭФЕМЕРИД СПУТНИКОВ АСТЕРОИДОВ

Параметры служат в основном для получения эфемерид спутников. Нас интересует, какая будет точность этих эфемерид. Эта непростая задача может решаться несколькими способами. В работе [5] предлагаются три таких способа, показана идентичность получаемых результатов. Наши оценки точности эфемерид приведены здесь в виде графиков зависимости погрешности эфемерид от времени для различных порций наблюдений.

Таблица 3. Интервалы времени наблюдений в вариантах на рисунках 2, 3, 4

N	Длительность интервала, годы	Дата последнего наблюдения (UT)
1	10.296	2011.12.16
2	15.447	2017.02.10
3	16.263	2017.12.04
4	20.296	2021.12.16
5	20.562	2022.03.21

В настоящей работе мы применили метод оценки точности эфемерид, основанный на ковариационной матрице параметров. Эта матрица получается в процессе уточнения параметров. Она обычно бывает доступна при применении метода наименьших квадратов. Мы варьируем параметры специальным способом, как описано в работе [5], вычисляем вариации эфемерид на ряд моментов времени. Среднеквадратическую величину вариаций эфемерид относительно некоторой опорной эфемериды принимаем за ее погрешность.

Какую величину брать за вариацию эфемериды — нужно рассмотреть отдельно. Дело в том, что ошибки эфемерид весьма различаются, если их вычислять вдоль и поперек траектории. Вдоль траектории ошибки доминируют. Кроме того, при одинаковых ошибках в видимом положении спутника, выраженных в секундах дуги, нас интересуют ошибки эфемерид, выраженные относительно видимых размеров видимой орбиты. По этим причинам мы вычисляли только ошибки вдоль траектории спутника относительно главной компоненты и выражали их в долях видимой большой полуоси орбиты. Именно такие значения приводятся на следующих

графиках (см. рис. 2, 3, 4). Большой интерес представляет изменение ошибок эфемерид при добавлении новых наблюдений. Новые наблюдения могут улучшать точность эфемерид. Нужно знать, какой эффект в точности эфемерид дает обогащение набора наблюдений новыми данными.

За исходный набор наблюдений мы приняли тот, который использовался в работе [3]. График зависимости точности эфемерид от времени для этого варианта показан на рис. 2. Моменты времени выбирались специальным образом, чтобы показать разброс в пределах одного оборота спутника и изменение на всем интервале времени. Подробнее выбор моментов описан в работе [2]. В следующих вариантах мы добавляли порции наблюдений, которые брали из нашей базы данных [6]. В последнем варианте добавлены наблюдения, публикуемые в настоящей статье. Графики зависимости эфемерид от времени для разных вариантов показаны на рис. 2, 3, 4. Интервалы времени наблюдений в вариантах даны в табл. 3. Начальная дата во всех вариантах одна (год, месяц, день): 2001.07.30.

Сравнение графиков позволяет сделать вывод, что добавление наблюдений расширяет интервал времени наблюдений. При этом заметны два свойства: первое — точность эфемерид улучшается. Второе — скорость возрастания погрешности за пределы интервала времени наблюдений убывает. В итоге графики показывают улучшение точности эфемерид при добавлении новых наблюдений. Особенно это заметно на рис. 3. Если для левого графика точность эфемерид за пределами интервала наблюдений имеет порядок 10^{-2} в долях большой полуоси орбиты, то для правого графика точность составляет 10^{-3} , что на порядок выше.

4. ПРОБЛЕМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕЦЕССИИ ОРБИТЫ СПУТНИКА ЛИНУС АСТЕРОИДА (22) КАЛЛИОПА

Проблемы возникают прежде всего из-за ограниченной точности наблюдений. Видимое угловое расстояние между спутником и астероидом едва достигает 1 секунды дуги, а точность измерения взаимного положения составляет примерно 0.005 секунды дуги. При таком соотношении бывает затруднительно или невозможно определить долготу перицентра и долготу узла, если эксцентриситет и наклон орбиты малы.

Рассмотрим некоторые особенности этой системы астероид–спутник. Сам астероид быстро вращается. Период вращения из [7] значительно меньше периода орбитального движения спутника в [3]. В этих условиях переменное гравитационное поле можно усреднить за период обращения спутника. Каллиопа имеет существенно несферичную форму. Приблизительно ее можно представить трехосным эллипсоидом. Известно, что вращение Каллиопы происходит вокруг наименьшей из осей. Впро-

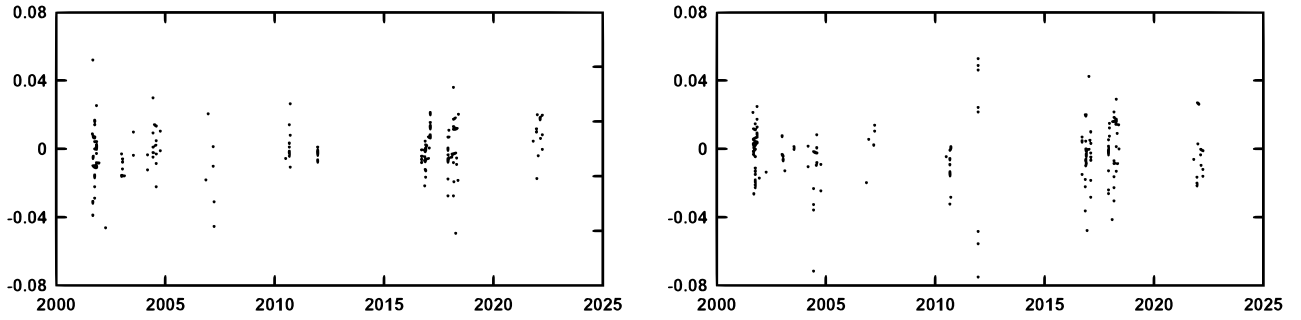


Рис. 1. Графики невязок: слева — по прямому восхождению, справа — по склонению. Единицы измерения на обоих графиках: ось ординат — секунды дуги, ось абсцисс — годы

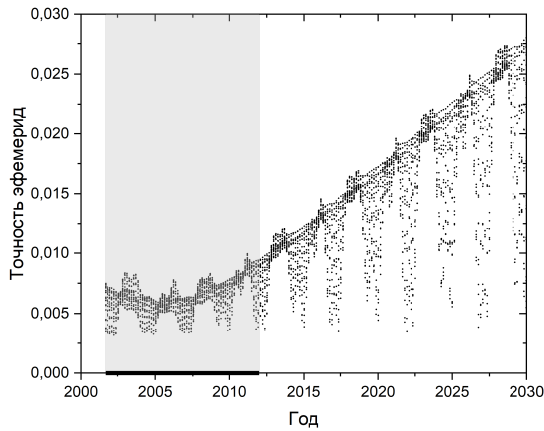


Рис. 2. Зависимость от времени точности эфемерид спутника Линус астероида (22) Каллиопа. Погрешность вычислена вдоль видимой относительной траектории спутника и выражена в долях видимой большой полуоси орбиты. Жирной линией на горизонтальной оси показан интервал времени наблюдений, использованный для данного варианта. В этом варианте использовался исходный набор наблюдений (номер варианта — 1 в табл. 3)

чем, такое расположение оси вращения является наиболее устойчивым.

Есть основания предполагать, что ось вращения Каллиопы почти неподвижна и может лишь прецессировать с небольшим наклоном по отношению к некоторому среднему положению. В результате осреднения гравитационное поле астероида можно аппроксимировать полем некоторого сжатого тела. Силую функцию такого поля можно разложить в ряд по сферическим функциям ([8]):

$$U(r, \varphi, \lambda') = \frac{Gm_0}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{r_0}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \varphi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{r_0}{r} \right)^n P_n^{(k)}(\sin \varphi) (C_{nk} \cos k\lambda' + S_{nk} \sin k\lambda') \right],$$

где r , φ и λ' — центральное расстояние, широта и долгота точки в системе координат, связанной с планетой (в данном случае с астероидом),

$P_n(\sin \varphi)$ — полиномы Лежандра, $P_n^{(k)}(\sin \varphi)$ — присоединенные функции Лежандра, аргументом которых является $\sin \varphi$, r_0 — радиус круга, наиболее близкого к экваториальному сечению астероида.

Часть разложения, имеющую вид

$$-\frac{Gm_0}{r} \left(\frac{r_0}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \varphi), \quad (6)$$

называют зональными гармониками n -го порядка. Вторая зональная гармоника с коэффициентом J_2 учитывает сжатие рассматриваемого тела вдоль оси вращения. Здесь важно то, что коэффициент J_2 такого осредненного гравитационного поля как раз равен такому же коэффициенту разложения гравитационного поля Каллиопы, если за ось z принять меньшую ее ось. Знание коэффициента J_2 позволяет делать выводы о форме тела, если принять какие-то гипотезы о его внутреннем строении.

Из теории возмущений в небесной механике известно, что основное возмущение в орбите спутника от такого сжатого тела будет проявляться в том, что два параметра кеплеровой орбиты спутника, а именно угловое расстояние от перигея до узла и долгота восходящего узла, будут изменяться линейно по времени. Теория дает следующие формулы ([8]):

$$\omega = \omega_0 + \dot{\omega}(t - t_0), \quad (7)$$

$$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_0),$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{3}{4} n J_2 \left(\frac{r_0}{a} \right)^2 \frac{4 - 5 \sin^2 i}{(1 - e^2)^2}, \\ \frac{d\Omega}{dt} &= -\frac{3}{2} n J_2 \left(\frac{r_0}{a} \right)^2 \frac{\cos i}{(1 - e^2)^2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где ω , Ω — соответственно угловое расстояние и долгота восходящего узла, a , e , i , n — большая полуось, эксцентриситет, наклон, среднее движение, связанное с большой полуосью соотношением

$$n = \sqrt{\frac{f m}{a^3}},$$

а f — универсальная гравитационная постоянная, m — масса планеты.

Прецессия орбиты будет происходить при весьма малых условно периодических изменениях наклона и эксцентриситета, которыми можно пренебречь

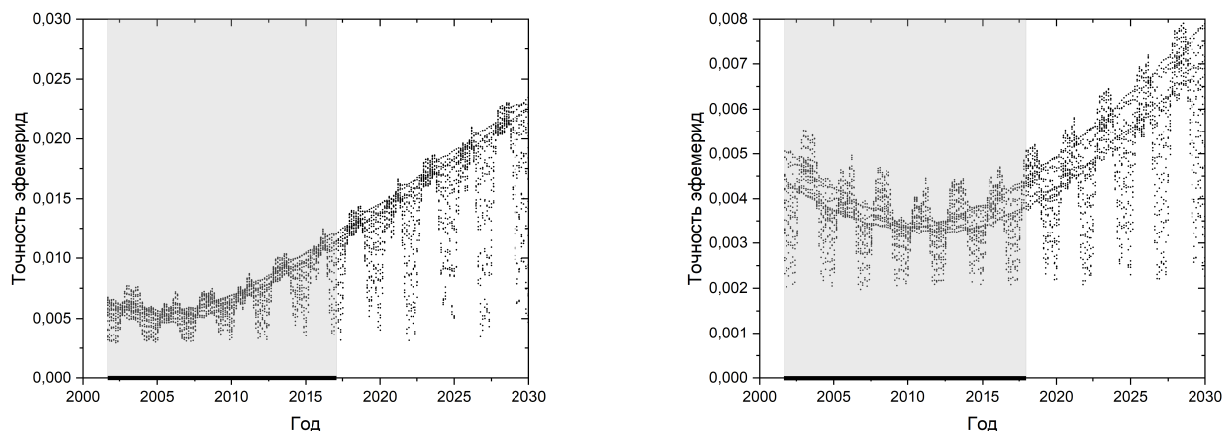


Рис. 3. Зависимость от времени точности эфемерид спутника Линус астероида (22) Каллиопа. Погрешность выражена в долях видимой большой полуоси орбиты. В этих двух вариантах добавлены наблюдения по отношению к набору в предыдущем варианте на рис. 2, поэтому используется другой масштаб по оси ординат. Как можно видеть из правого графика, при добавлении новых наблюдений точность эфемерид сильно повышается. Номера вариантов — 2 (для левого) и 3 (для правого) в табл. 3

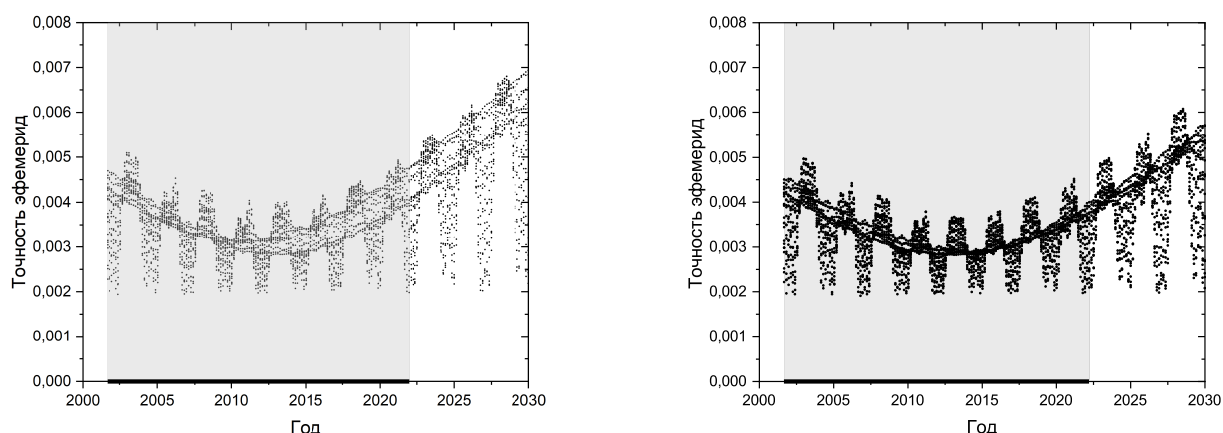


Рис. 4. Зависимость от времени точности эфемерид спутника Линус астероида (22) Каллиопа. Погрешность вычислена вдоль видимой относительной траектории спутника и выражена в долях видимой большой полуоси орбиты. В этих двух вариантах добавлены наблюдения по отношению к наборам в предыдущем варианте на рис. 3. Номера вариантов — 4 (для левого) и 5 (для правого) в табл. 3

([9]). Из формулы (8) видно, что, зная скорость прецессии, можно найти коэффициент J_2 .

Прецессия плоскости орбиты спутника будет происходить вокруг оси вращения Каллиопы с постоянным наклоном относительно этой оси. Можно рассматривать прецессию оси орбиты. Это перпендикуляр к плоскости орбиты. Ось орбиты будет описывать конус с центральной осью, совпадающей с осью вращения астероида.

Параметры прецессии можно найти из наблюдений. Как уже было сказано, в нашем распоряжении имеются астрометрические наблюдения спутника Линус. Почти все опубликованные наблюдения содержатся в базе данных [?]. Мы можем использовать также порцию неопубликованных ранее

наблюдений, которые мы даем и описываем в специальном разделе данной статьи.

Ось орбиты движется в пространстве. Наблюдения даны на интервале времени 20.562 лет. Мы можем разделить все наблюдения по времени на группы так, что в пределах группы можно принять одно и то же положение оси орбиты. Тогда для каждой группы отдельно можно определить из наблюдений положение оси орбиты. Рассматривая положения от группы к группе, можно определить прецессию.

Результаты астрометрических наблюдений даются в форме разностей прямых восхождений и склонений спутника относительно астероида. Эти координаты отсчитываются в геоэкваatorialной системе координат. В этой же системе координаты оси

вращения Каллиопы мы обозначим через α_0, δ_0 .

Орбитальные параметры в данной задаче удобно отсчитывать в системе с осью z_p , направленной по оси вращения астероида, и осью x_p , направленной по линии пересечения плоскости, перпендикулярной этой оси, с плоскостью экватора. Эту систему координат будем называть орбитальной. Переход между этими системами координат задается формулой

$$\{x, y, z\}^T = M_e \{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\}^T, \quad (9)$$

где M_e — матрица, зависящая от α_0, δ_0 и имеющая вид

$$M_e = \begin{pmatrix} -\sin \alpha_0 & -\cos \alpha_0 \sin \delta_0 & \cos \alpha_0 \cos \delta_0 \\ \cos \alpha_0 & -\sin \alpha_0 \sin \delta_0 & \sin \alpha_0 \cos \delta_0 \\ 0 & \cos \delta_0 & \sin \delta_0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Если через α_s, δ_s обозначить геоэкуаториальные координаты полюса орбиты, то центральный угол между точкой с координатами $\{\alpha_s, \delta_s\}$ на сфере с центром в астероиде и точкой с координатами $\{\alpha_0, \delta_0\}$ будет равен наклону орбиты в орбитальной системе. В процессе прецессии орбиты этот угол должен оставаться постоянным.

Эксцентриситет орбиты Линуса оказался весьма малым: 0.003 ± 0.001 . Выяснилось, что при точности имеющихся наблюдений определение углового расстояния перицентра от узла имеет низкую точность. Поэтому прецессию линии апсид мы решили в дальнейшем не использовать для определения сжатия астероида.

Определялись все семь параметров орбиты из наблюдений каждой группы отдельно. В частности получались параметры α_s, δ_s . Таким образом, перемещение точек α_s, δ_s на сфере должно показывать нам прецессию орбиты.

На практике оказалось более удобным вместо геоэкуаториальной системы использовать эклиптическую систему координат. В наших обозначениях это приводит к замене букв α, δ на λ — эклиптическая долгота и β — эклиптическая широта. Удобство замены заключается в двух аспектах. Во-первых, в публикациях других авторов аналогичные результаты даются именно в эклиптической системе, и замена упрощает сравнение. Во-вторых, полюс орбиты спутника Линус расположен вблизи плоскости эклиптики. Это позволяет без особых искажений картины вместо сферических координат рассматривать в этих же обозначениях прямоугольные координаты на плоскости λ, β . Таким образом, мы изучаем изменение координат λ_s, β_s .

Отметим, что аналогичная работа описана в публикации [1]. Однако в этой цитируемой работе получены противоречивые результаты. Оказывалось, что в период 2001–2004 гг. прецессия орбиты Линуса происходила в прямом направлении, что соответствует вытянутой форме вращающейся Каллиопы, а далее до 2018 г. оказывалась обратная прецессия. Кроме того, в работе [1] сообщается о получении двух формальных решений, противоречащих друг

другу. Эти обстоятельства подсказали нам необходимость возобновления этой работы с использованием новых порций наблюдений.

Рассмотрение имеющихся наблюдений показало, что распределение их по времени можно сделать в нескольких вариантах. Поэтому мы рассмотрели несколько различных вариантов комбинаций и приводим полученные результаты ниже (см. Приложения А и Б).

Как следует из данных выше пояснений, величины λ_s, β_s должны изменяться так, чтобы движение полюса орбиты происходило по конусу. При этом ось конуса покажет нам положение оси вращения Каллиопы. Из-за ошибок наблюдений полученные точки не лежат на окружности. Поэтому в каждом варианте мы искали окружность, наилучшим образом соответствующую точкам λ_s, β_s . Мы подбирали окружность, добиваясь минимума суммы квадратов расстояний от точек до окружности. То есть применялся метод наименьших квадратов.

Таблица 4. Координаты оси вращения Каллиопы для различных наборов данных (N — номер варианта)

N	$\lambda_0, ^\circ$	$\beta_0, ^\circ$	Скорость прецессии, $^\circ/\text{г.}$	Крайние точки
1	195.86	3.59	23.79	O4 – O7
2	196.71	2.95	16.28	O3 – O6
3	196.43	3.24	22.12	O4 – O8

Результаты по разным вариантам показаны на рис. 2, 3, 4 и, соответственно, в табл. 5, 6, 7. Соответствующие полученные значения координат оси вращения астероида Каллиопы даны в табл. 4. Скорость прецессии мы определяли так. Вычислялся угол между крайними положениями полюса орбиты. Вычислялся также интервал времени между средними моментами наблюдений в крайних группах. Деление угла на интервал времени давал нам искомую угловую скорость прецессии. Результаты показывают, что положения оси вращения Каллиопы и скорости прецессии сильно различаются в разных вариантах.

Мы делаем выводы, что принятый способ определения искомых параметров является ненадежным. Причины сильных расхождений в вариантах мы приписываем ошибкам наблюдений.

Другим способом определения прецессии орбиты может быть совместное определение всех параметров сразу по всем наблюдениям. Мы планируем выполнить такую операцию в будущем. Однако полученный в настоящей работе опыт не дает особых надежд на улучшение ситуации, поскольку главную причину расхождений мы видим в неточности наблюдений и сильной корреляции между уточняемыми параметрами. В условиях сильной корреляции между искомыми параметрами при значительных ошибках наблюдений мы ожидаем зависимость результата от состава наблюдений. Впрочем, это типичная ситуация при определении орбит

спутников из наблюдений. Однако запланированные действия необходимо выполнить, чтобы иметь новые варианты решения задачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получены и представлены следующие новые результаты. Получены результаты новых астрометрических наблюдений спутникам Линус астероида (22) Каллиопа. Найдены новые параметры кеплеровой орбиты спутника на основе всех имеющихся к настоящему времени наблюдений. Получены оценки точности эфемерид спутника на основе разных наборов наблюдений. Показано, что добавление новых наблюдений, выполнен-

ных с прежней точностью, увеличивает интервал времени наблюдений и улучшает тем самым точность эфемерид. Уменьшается также скорость возрастания погрешности со временем.

Сделана попытка интерпретации прецессии орбиты спутника как следствие вековых возмущений от сжатия быстро вращающегося центрального тела. На разных интервалах времени найдены положения полюса орбиты. Прецессия орбиты на основе имеющихся наблюдений определяется ненадежно. Точности наблюдений недостаточно для такой интерпретации. Высказано предположение, что определение скорости прецессии орбиты может быть сделано с использованием совместно всех имеющихся наблюдений.

Приложение А

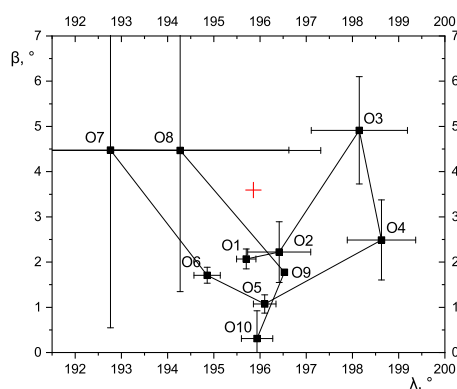


Рис. 5. Эклиптические координаты (долгота λ и широта β) полюса орбиты ($O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9, O10$), полученные из наблюдений, приведенных для ряда дат (см. табл. 5). Красным крестом обозначено положение оси вращения Каллиопы ($N = 1$ в табл. 4)

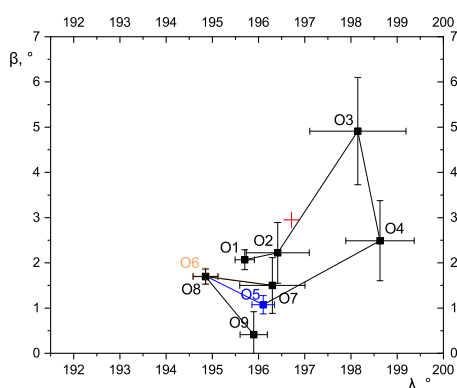


Рис. 6. Эклиптические координаты (долгота λ и широта β) полюса орбиты ($O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9$), полученные из наблюдений, приведенных для ряда дат (см. табл. 6). Красным крестом обозначено положение оси вращения Каллиопы ($N = 2$ в табл. 4)

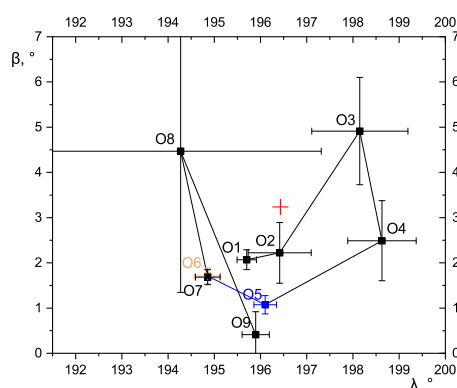


Рис. 7. Эклиптические координаты (долгота λ и широта β) полюса орбиты ($O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9$), полученные из наблюдений, приведенных для ряда дат (см. табл. 7). Красным крестом обозначено положение оси вращения Каллиопы ($N = 3$ в табл. 4)

Приложение Б

Характеристики групп наблюдений, используемых для определения координат полюса фиксированной орбиты для ряда дат (рис. 5, 6 и 7): N — номер наблюдения на графике, $\lambda_s,^\circ$ и $\beta_s,^\circ$ — координаты оси вращения Линуса, n — средняя дата наблюдений в годах, N_0 — количество наблюдений, D — общее время наблюдений в днях, P — точность координат полюса в градусах, a — большая полуось орбиты в км, e — эксцентриситет.

Таблица 5. Характеристики групп наблюдений для рис. 5

N	$\lambda_s,^\circ$	$\beta_s,^\circ$	n , год	N_0	D , дни	$P,^\circ$	a , км	e
1	195.70128	2.06939	2001.818	45	487.1	0.2	1063.82	0.0048
2	196.414059	2.22195	2003.978	25	918.0	0.7	1085.89	0.0069
3	198.1482	4.91402	2007.098	6	131.1	1.0	1070.77	0.0748
4	198.62805	2.48967	2010.660	15	80.2	0.7	1118.22	0.0023
5	196.10078	1.07269	2011.952	8	5.2	0.2	1059.76	0.0112
6	194.85507	1.70775	2016.897	17	143.2	0.15	1079.07	0.0034
7	192.76514	4.47805	2017.929	14	11.1	1.0	1079.88	0.0049
8	194.27015	4.47049	2018.231	21	118.4	3.0	1057.69	0.0076
9	196.52661	1.77393	2021.957	3	0.2	0.0	1076.98	0.0048
10	195.93565	0.3083	2022.093	10	144.9	0.3	1076.98	0.0049

Таблица 6. Характеристики групп наблюдений для рис. 6

N	$\lambda_s,^\circ$	$\beta_s,^\circ$	n , год	N_0	D , дни	$P,^\circ$	a , км	e
1	195.70128	2.06939	2001.818	45	487.1	0.2	1063.82	0.0048
2	196.414059	2.22195	2003.978	25	918.0	0.7	1085.89	0.0069
3	198.1482	4.91402	2007.098	6	131.1	1.0	1070.77	0.0748
4	198.62805	2.48967	2010.660	15	80.2	0.7	1118.22	0.0023
5	196.10078	1.07269	2011.952	8	5.2	0.2	1059.76	0.0112
6	194.85507	1.70775	2016.897	17	143.2	0.15	1079.07	0.0034
7	196.29855	1.50002	2017.092	13	1.0	28.5	1055.27	0.0411
8	194.85383	1.69685	2017.714	52	616.5	0.2	1079.95	0.0028
9	195.89509	0.41098	2022.062	13	144.9	0.4	1076.98	0.0048

Таблица 7. Характеристики групп наблюдений для рис. 7

N	$\lambda_s,^\circ$	$\beta_s,^\circ$	n , год	N_0	D , дни	$P,^\circ$	a , км	e
1	195.70128	2.06939	2001.818	45	487.1	0.2	1063.82	0.0048
2	196.414059	2.22195	2003.978	25	918.0	0.7	1085.89	0.0069
3	198.1482	4.91402	2007.098	6	131.1	1.0	1070.77	0.0748
4	198.62805	2.48967	2010.660	15	80.2	0.7	1118.22	0.0023
5	196.10078	1.07269	2011.952	8	5.2	0.2	1059.76	0.0112
6	194.85508	1.70776	2016.897	17	143.2	0.15	1079.07	0.0034
7	194.85845	1.68324	2017.196	24	442.6	0.2	1078.92	0.0992
8	194.27015	4.47049	2018.231	21	118.4	3	1057.69	0.0992
9	195.89509	0.41098	2022.062	13	144.9	0.4	1076.98	0.0048

-
- [1] *Emelyanov N., Drozdov A.* // *MNRAS*. **494**, N 2. 2410 (2020)..
- [2] *Emelyanov N.V., Arlot J.-E., Hestroffer D. et al.* // *Solar System Research*. **56**, N 5. 325. (2022)..
- [3] *Емельянов Н.В., Арлот Ж.-Э., Хестроффер Д.* и др. // *Астрономический вестник*. 2022. **56**, № 5. С. 325. (*Emelyanov N.V., Safonov B.S., Kupreeva C.D.* // *MNRAS*. **489**, N 3. 3953. (2019).)
- [4] *Safonov B.S., Lysenko P.A., Dodin A.V.* // *Astronomy Letters*. **43**. 344. (2017)..
- [5] *Emel'yanov N.* // *Planetary and Space Science*. **58**. 411. (2010).
- [6] *Emel'yanov N.V., Vashkov'yak S.N., Ural'skaya V.S.* // *Solar System Research*. **52**, N 3. 260. (2018).
- [7] *Descamps P., Marchis F., Pollock J. et al.* // *Icarus*. **196**, N 2. 578. (2008).
- [8] *Emelyanov N.V.* The dynamics of natural satellites of planets based on observations. Fryazino: Century-2, 2019. ISBN: 978-5-85099-199-9
- [9] *Aksenov E.P.* Theory of Motion of Artificial Earth Satellites. M.: Science, 1977.

Refinement of the Motion Model of the Linus Satellite of the Asteroid (22) Kalliope

P. A. Budnikova^{1,a}, N. V. Emelyanov^{2,b}, B. S. Safonov²

¹*Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics
Department of Celestial Mechanics, Astrometry, and Gravimetry
Moscow 119991, Russia*

²*Lomonosov Moscow State University, Sternberg Astronomical Institute. Moscow 119991, Russia
E-mail: ^ap_budnikova@list.ru, ^bemelia@sai.msu.ru*

The aim of this article is to analyze the dynamics of the Linus satellite of the asteroid (22) Kalliope. New results have been obtained, and now they are being published. New observations of the satellite were made at the Caucasian Mountain Observatory of Sternberg Astronomical Institute (SAI MSU) from October 2021 to March 2022. The obtained astrometric results are presented in the article. Based on the updated set of observations, the parameters of the satellite's orbit were redetermined. With the addition of new observations an increase in the accuracy of ephemerides is shown. A new attempt was made to determine the precession of the satellite's orbit caused by the compression of a rapidly rotating asteroid. The goal was to determine the dynamic compression of the central body. The entire observation interval is divided into groups. From the observations of each group the position of the axis of the satellite's orbit was found. Changing the position of the axis gives the desired precession. Several case studies show that the axis position of such observation groups is determined very unreliable. The reason is strong correlation between the determinable parameters with limited observation accuracy. Ways of studying precession by jointly defining dynamic parameters based on all available observations have been identified

PACS: 95.10.Eg.

Keywords: asteroids, asteroid satellites, ephemeris, astrometry.

Received 10 January 2023.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2023. **78**, No. 2. Pp. 227–236.

Сведения об авторах

1. Будникова Полина Алексеевна — студентка 4 курса физического факультета МГУ; тел.: (495) 413-39-11, e-mail: p_budnikova@list.ru.
2. Емельянов Николай Владимирович — доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. отделом небесной механики ГАИШ; тел.: (495) 939-16-50, e-mail: emelia@sai.msu.ru.
3. Сафонов Борис Сергеевич — канд. физ.-мат. наук, зав. лабораторией новых фотометрических методов; тел.: (495) 939-23-82, e-mail: safonov10@gmail.com.