

## Динамика пассивной примеси в поверхностном и подповерхностном слоях во внешнем деформационном поле над подводной возвышенностью в океане

М. В. Шатохин,<sup>1,\*</sup> М. А. Соколовский<sup>1,2,†</sup>

<sup>1</sup>Институт водных проблем Российской академии наук  
Россия, 119333, Москва, ул. Губкина, 3

<sup>2</sup>Институт океанологии им. П. П. Ширшова Российской академии наук,  
Россия, 117997, Москва, Нахимовский просп., 36

(Поступила в редакцию 17.11.2022; после доработки 13.12.2022; принята к публикации 06.03.2023)

В рамках трехслойной квазигеострофической модели в приближении  $f$ -плоскости проведено численное исследование воздействия изолированной подводной возвышенности на движение поверхностных и подповерхностных пятен нейтральной примеси, переносимых вертикально однородным зональным течением. Показана возможность частичного захвата примеси квазистационарным топографическим вихрем в окрестности подводной возвышенности. Выявлена роль исходного расположения (как по горизонтали, так и по вертикали) на результирующую картину распределения загрязнения.

PACS: 92.10.ak УДК: 532.5

Ключевые слова: квазигеострофическое приближение, трехслойная модель, топографический вихрь, пассивная примесь, гайот Затонского.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.78.2330901](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.78.2330901)

### ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени человечество столкнулось с тем, что развитие цивилизации неизбежно связано с непрерывным загрязнением океанов. От состояния воды зависит не только глобальная экосистема, океан также во многом определяет погоду и климат на планете. Поэтому проблема изучения распространения загрязнения морской (океанской) среды выдвигается в разряд первоочередных. Выделяют несколько основных типов загрязнения:

1. *физическое* — мусор и в особенности пластик (который практически не разлагается), попадающий в океан в основном с суши и частично с кораблей;
2. *биологическое* — загрязнение вод чужеродными бактериями и микроорганизмами, а также отходами жизнедеятельности;
3. *химическое* — промышленные отходы в виде химикатов и тяжелых металлов;
4. *нефтяное* — основной источник загрязнения Мирового океана, попадает в воду в результате техногенных катастроф, крушений танкеров и бурения скважин;
5. *тепловое* — сбрасываемая в океаны вода, отработанная электростанциями, локально повышает температуру окружающей воды, что может привести к массовой гибели биоты;

6. *радиоактивное* — некоторые области Мирового океана традиционно служат кладбищами радиоактивных отходов.

Различные аспекты проблемы, связанные с механизмами распространения загрязнений рассмотрены многими авторами, например [1–18]. Однако по-прежнему малоизученными остаются вопросы горизонтального распространения примеси под влиянием внешнего поля скоростей. В настоящей работе мы предпринимаем попытки исследовать некоторые особенности этого процесса, а именно ставим своей целью определить степень влияния захватывающих свойств изолированной подводной горы на перемещающиеся в вертикально-однородном зональном потоке пятна поверхностной/подповерхностной нейтральной примеси, которую можно считать динамически, химически и биологически пассивной.

### 1. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В данной работе в качестве эталонной изолированной горы выбран гайот Затонского [19], принадлежащий массиву Магеллановых гор (центральная часть Восточно-Марианской котловины в области между 10° с.ш. и 22° с.ш. и 149° в.д. и 160° в.д. в Тихом океане). Гайот был открыт в 2006 г. во время рейса НИС «Геленджик» (АО «Южморгеология»). Координаты гайота 12°46' с.ш. 157°50' в.д. Минимальная глубина вершины — 1273 м, глубина основания — 5273 м. Относительная высота гайота около 4000 м. Он имеет практически осесимметричную форму в виде усеченного конуса (вершина и основа-

\* E-mail: [shatokhin\\_m9@mail.ru](mailto:shatokhin_m9@mail.ru)

† E-mail: [sokolovskiy@iwp.ru](mailto:sokolovskiy@iwp.ru)

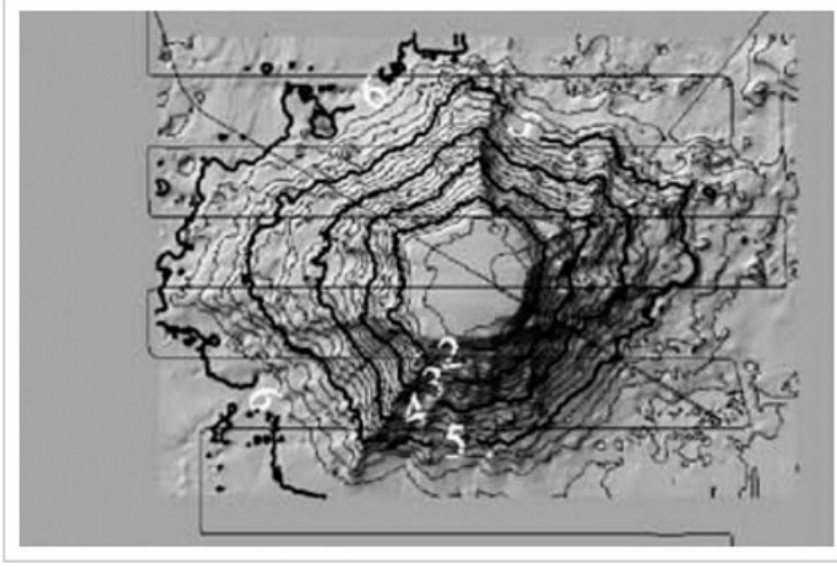


Рис. 1. Гайот Затонского с нанесенными изобатами [19], вид сверху

ние описываются прямоугольниками  $12.5 \text{ км} \times 13 \text{ км}$  и  $48 \text{ км} \times 41 \text{ км}$  соответственно). Подробное геоморфологическое описание гайота дано в [20].

Руководствуясь целью аналитического описания воздействия подводной возвышенности на зональное океанское течение, аппроксимируем гайот набором из семи круговых цилиндров с безразмерными радиусами  $r_1, r_2, \dots, r_7$  и высотами  $h_1, h_2, \dots, h_7$  таким образом, что они имеют общий центр, и вся конструкция сосредоточена в нижнем слое модельного трехслойного океана (см. рис. 1, 3).

Будем считать, что начало декартовой системы координат совпадает с центром возвышенности, а ее оси  $x$  и  $y$  направлены, соответственно, на восток и на север. Внешнее течение, набегающее на гайот, представим в виде баротропного (однородно-

го по вертикали) направленного на восток потока со скоростью  $U(t) > 0$ . Под воздействием возвышенности суммарное течение [21] будет описываться уравнением

$$\begin{aligned} u_j(x, y, t) &= U(t) + \frac{y}{r} \sum_{k=1}^7 \sigma_k d_k^j, \\ v_j(x, y, t) &= V(t) - \frac{x}{r} \sum_{k=1}^7 \sigma_k d_k^j, \end{aligned} \quad (1)$$

где индекс  $j = 1, 2, 3$  определяет номер слоя,  $\sigma_k$  — объемы круговых цилиндров с высотами  $h_k$ , аппроксимирующих форму гайота:  $\sigma_k = \pi r_k^2 h_k$ , ( $k=1, 2, \dots, 7$ ),  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $V(t) \equiv 0$  и

$$d_k^j(\gamma_n, r, r_k) = \begin{cases} \frac{r}{2} + \frac{r_k q_{j2} s_{23}}{s_{13}} K_1(\gamma_1 r_k) I_1(\gamma_1 r) + \frac{r_k q_{j3} s_{33}}{s_{13}} K_1(\gamma_2 r_k) I_1(\gamma_2 r), & r \leq r_k; \\ \frac{r_k^2}{2r} + \frac{r_k q_{j2} s_{23}}{s_{13}} I_1(\gamma_1 r_k) K_1(\gamma_1 r) + \frac{r_k q_{j3} s_{33}}{s_{13}} I_1(\gamma_2 r_k) K_1(\gamma_2 r), & r \geq r_k; \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $q_{mn}$ ,  $s_{mn}$  — элементы матриц  $Q$  и  $S$   $3 \times 3$ :

$$Q = (\mathbf{q}^{(1)}, \mathbf{q}^{(2)}, \mathbf{q}^{(3)}) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{h_3 \lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_2} & -\frac{F_1}{h_1 \lambda_3} \\ 1 & \frac{h_3 \lambda_3 + F_2 / h_2}{\lambda_3 - \lambda_2} & -\left(\frac{F_1}{h_1 \lambda_3} + 1\right) \\ 1 & \frac{h_3 \lambda_3 + F_2 / h_2 + \lambda_2 + F_1 (h_1 + h_2) / h_1 h_2}{\lambda_3 - \lambda_2} & -\left(\frac{F_1}{h_1 \lambda_3} + 1 + \frac{h_2 (\lambda_3 + F_1 (h_1 + h_2) / h_1 h_2)}{F_2}\right) \end{pmatrix},$$

$$S = Q^{-1} = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ -\frac{h_2 (\lambda_3 + F_1 (h_1 + h_2) / h_1 h_2)}{F_2} & \frac{h_2 (\lambda_3 + (F_1 (h_1 + h_2) + F_2 h_1) / h_1 h_2)}{F_2} & -1 \\ -\frac{\lambda_2 + F_1 (h_1 + h_2) / h_1 h_2}{\lambda_3 - \lambda_2} & \frac{\lambda_2 + F_1 (h_1 + h_2) + F_2 h_1 / h_1 h_2}{\lambda_3 - \lambda_2} & -\frac{F_2}{(\lambda_3 - \lambda_2) h_2} \end{pmatrix};$$

где

$$\lambda_1 = 0; \quad \lambda_{2,3} = -\frac{1}{2} \left[ \frac{F_1}{h_1} + \frac{F_1 + F_2}{h_2} + \frac{F_2}{h_3} \mp \sqrt{\left( \frac{F_1}{h_1} + \frac{F_1 + F_2}{h_2} + \frac{F_2}{h_3} \right)^2 - 4 \frac{F_1 F_2}{h_1 h_2 h_3}} \right] -$$

собственные значения спектральной задачи  $T\mathbf{q} + \lambda\mathbf{q} = 0$ ,  $\mathbf{q}^{(1)}$ ,  $\mathbf{q}^{(2)}$ ,  $\mathbf{q}^{(3)}$  (столбцы матрицы  $Q$ ) — ее собственные векторы, причем  $\mathbf{q}^{(1)}$  отвечает баротропной моде; матрица  $T$  определяет структуру линейного дифференциального оператора, связывающего трехмерные потенциальную завихренность  $\Pi$  и функцию тока  $\Psi$  [21]:

$$\Pi = \nabla^2 \Psi + T\Psi, \quad \Pi = \begin{pmatrix} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} -\frac{F_1}{h_1} & \frac{F_1}{h_1} & 0 \\ \frac{F_1}{h_2} & -\frac{F_1+F_2}{h_2} & \frac{F_2}{h_2} \\ 0 & \frac{F_2}{h_3} & -\frac{F_2}{h_3} \end{pmatrix},$$

$$c_k^j(\gamma_1, \gamma_2, r, r_k) = \begin{cases} \frac{r^2}{4} - \frac{q_{j2}s_{23}}{s_{13}\gamma_1^2} [1 - r_k\gamma_1 K_1(\gamma_1 r_k) I_0(\gamma_1 r)] - \frac{q_{j3}s_{33}}{s_{13}\gamma_2^2} [1 - r_k\gamma_2 K_1(\gamma_2 r_k) I_0(\gamma_2 r)], & r \leq r_k; \\ \frac{r_k^2 + \ln \frac{r}{r_k}}{4} - \frac{r_k q_{j2}s_{23}}{s_{13}\gamma_1} I_1(\gamma_1 r_k) K_0(\gamma_1 r) - \frac{r_k q_{j3}s_{33}}{s_{13}\gamma_2} I_1(\gamma_2 r_k) K_0(\gamma_2 r), & r \geq r_k; \end{cases} \quad (5)$$

В (2), (4) и (5)  $j = 1, 2, 3$ ;  $k = 1, 2, \dots, 7$ ;  $K_0(\beta)$ ,  $I_0(\beta)$  — модифицированные функции Бесселя нулевого порядка;  $K_1(\beta)$ ,  $I_1(\beta)$  — модифицированные функции Бесселя первого порядка;  $\gamma_{1,2} = \sqrt{-\lambda_{2,3}}$ . Как видно из (2), осесимметричные слагаемые  $d_k^j$  в (1), описывающие структуру генерируемого гайотом антициклонического топографического вихря, дают вклад в результирующее поле скорости, максимально препятствующий восточному внешнему потоку в нижней точке топографического вихря, т. е. при  $x = 0$  и при некотором значении  $y = y_0 < 0$ . Ясно, что при достаточно больших значениях  $U$  формула (1) описывает только «проносные» течения, однако, уменьшая значения скорости набегающего потока, можно получить три предельных значения  $U_{0j}$  ( $j = 1, 2, 3$ ), при которых последовательно в верхнем, среднем и нижнем слоях появятся первые застойные точки с координатами  $(0, y_{0j})$ , в которых выполняются условия  $u_j = 0$ . При дальнейшем уменьшении скорости потока линии тока, проходящие через точки торможения, становятся сепаратрисами (сепаратрисами в теории динамических систем называют особые линии тока, имеющие точку самопересечения; в физическом пространстве им соответствуют жидкие границы, разделяющие области с разными динамическими режимами) с петлями, расположенными севернее точек самопересечения, в которые трансформируются соответствующие точки торможения. Замкнутым изолиниям  $\Psi_{0j}$  внутри петель сепаратрис отвечают захваченные топографические вихри<sup>1</sup>.

Примеры изолиний функции тока (фазовые портреты) для различных режимов топографического

$F_n = \frac{\rho_0(fL)^2}{g\Delta\rho_n H}$ ;  $\Delta\rho_n = \rho_{n+1} - \rho_n$ ,  $n = 1, 2$ ;  $\rho_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) — постоянные (в рамках принятой трехслойной модели) плотности жидкости в верхнем, среднем и нижнем слоях соответственно;  $H = h(h_1 + h_2 + h_3)$  общая глубина океана ( $h$  — масштаб общей глубины океана, а  $h_j$  — безразмерная глубина  $j$ -го слоя, так что  $h_1 + h_2 + h_3 = 1$ ).

Функции тока для внешнего зонального течения (1) в каждом из слоев будут определяться уравнениями [21]

$$\Psi_{0j}(x, y, t) = -U(t)y - \sum_{k=1}^7 \sigma_k c_k^j, \quad (4)$$

захвата зонального потока во всех трех слоях приведены на рис. 2. Более подробно результаты этих численных экспериментов обсуждаются в следующем параграфе.

Входящие в выражения для  $F_1$  и  $F_2$  (эти обозначения приведены после формулы (3)) скачки плотности  $\Delta\rho_1$  и  $\Delta\rho_2$  на верхней и нижней границах раздела между слоями соответственно, а также безразмерные толщины слоев  $h_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) определим эмпирически, представляя вертикальный профиль плотности в виде двухступенчатой функции (рис. 3), где  $\Delta\rho_1 = 0.0015$  г/см<sup>3</sup>,  $\Delta\rho_2 = 0.0006$  г/см<sup>3</sup>, и принимая  $h_1 = 0.076$ ,  $h_2 = 0.114$  (в размерных переменных толщины верхнего и среднего слоев составляют 400 м и 600 м соответственно).

Следуя [21], запишем теперь выражения для функций тока в слоях:

$$\begin{aligned} \Psi_j(x, y, t) &= \Psi_{0j} + \\ &+ \iint_{-\infty}^{+\infty} [\Pi_j G_1 + q_{j2}(s_{21}\Pi_1 + s_{22}\Pi_2 + s_{23}\Pi_3)\tilde{G}_1 + \\ &+ q_{j3}(s_{31}\Pi_1 + s_{32}\Pi_2 + s_{33}\Pi_3)\tilde{G}_2] dx_1 dy_1 \end{aligned} \quad (6)$$

В (6)  $\Psi_{0j}$  задается формулой (4) и  $\tilde{G}_1 = G_2 - G_1$ ,  $\tilde{G}_2 = G_3 - G_1$ ,

$$G_j(r) = \frac{1}{2\pi} \begin{cases} \ln r, & j = 1, \\ -K_0(\gamma_1 r), & j = 2, \\ -K_0(\gamma_2 r), & j = 3, \end{cases}$$

где  $r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}$ . Предполагая теперь, что  $\Pi_j$  имеют кусочно-постоянные распределения  $\Pi_j = \sum_{i=1}^{k_j} \Pi_{ij}$  ( $k_j$  — количество вихревых

<sup>1</sup> Таким образом, здесь (и всюду ниже) с топографическим вихрем мы будем ассоциировать внутреннюю часть петли сепаратрисы фазового портрета.

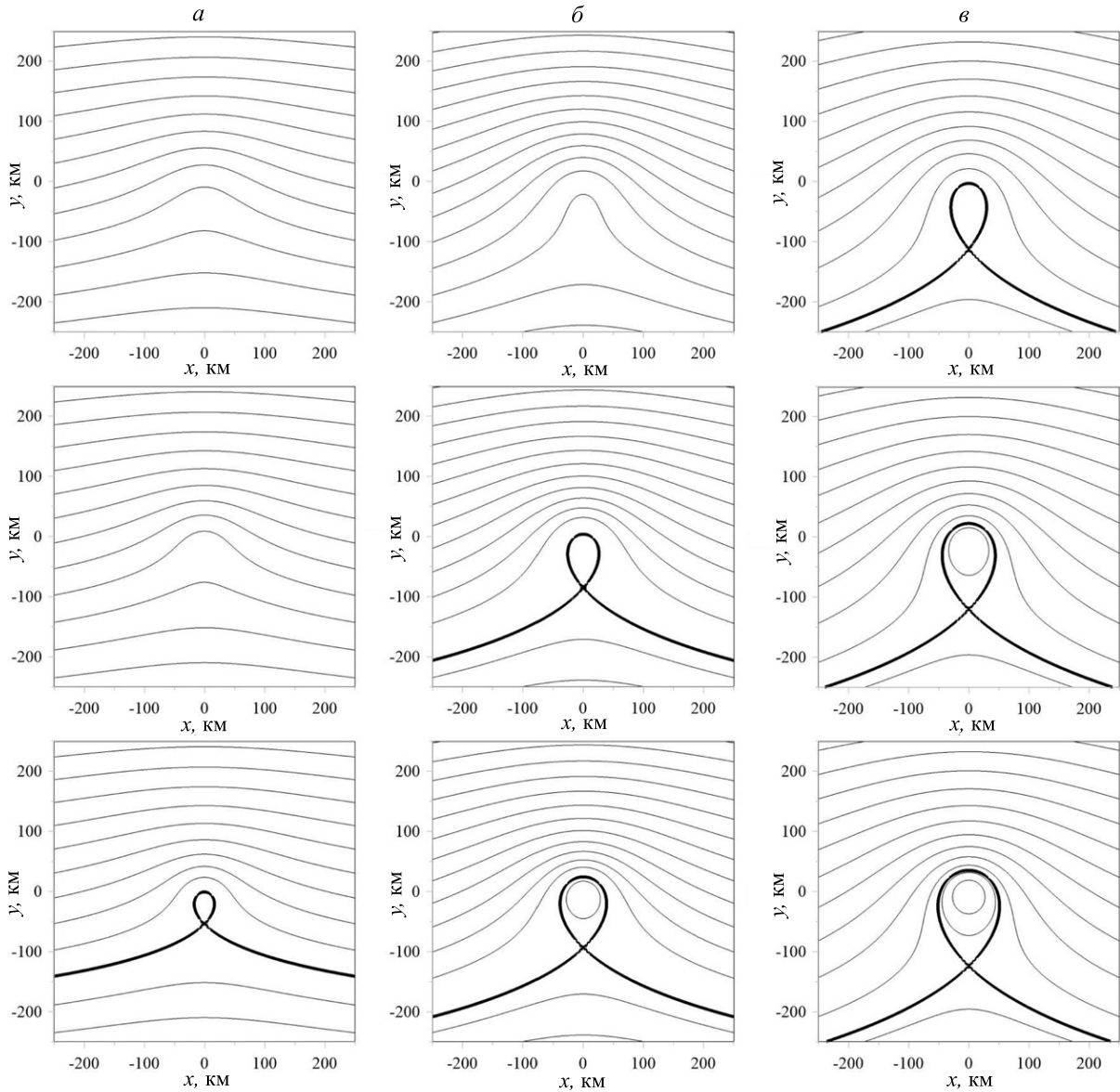


Рис. 2. Фазовые портреты внешнего поля (4) при  $U = 1.2$  см/с (а),  $U = 0.67$  см/с (б) и  $U = 0.5$  см/с (в) для верхнего, среднего и нижнего слоев — последовательно сверху вниз

пятен<sup>2</sup> в  $j$ -м слое) с постоянными значениями  $P_{ij}$  на конечных носителях, и таким образом интеграл в правой части (6) заменяется суммой интегралов по областям  $S_{ij}$ , а затем с помощью теоремы Стокса от поверхностных интегралов переходим к контурному интегрированию вдоль  $C_{ij}$  — границ областей  $S_{ij}$  [21].

Приведем общую схему определения конфигураций контуров. Выбирая на каждом из контуров  $C_{ij}$  набор из  $N_{ij}$  опорных точек, запишем для них уравнения движения:

$$\frac{d}{dt}r_l^{ij} = V_l^{ij}, \quad (7)$$

$$r_l^{ij}|_{t=0} = r_{l0}^{ij}, \quad (8)$$

где  $l = 1, \dots, N_{ij}$ ;  $j = 1, 2, 3$ ;  $i = 1, \dots, k_i$ ;  $r_l^{ij}$  — радиус-вектор  $l$ -й лагранжевой жидкой частицы контура  $C_{ij}$ , ограничивающего расположенное в  $j$ -м слое вихревое пятно с номером  $i$ . Скорости в правой части (7) определяются через указанные выше контурные интегралы с помощью стандартных соотношений, связывающих скорости с функцией тока.

Обыкновенные дифференциальные уравнения (7) с начальными условиями (8) решались с помо-

<sup>2</sup> Вихревым пятном будем называть эволюционирующую двумерную жидкую область, в которой потенциальная завихренность является константой.



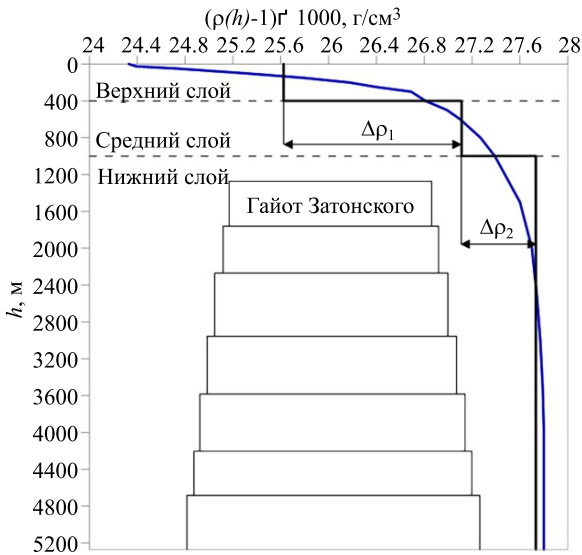


Рис. 3. Схематическое представление трехслойной модели и вертикальный разрез гайота, аппроксимированного набором из семи вертикальных круговых цилиндров. Сплошная синяя линия изображает непрерывный вертикальный профиль условной плотности, построенный по его среднему многолетнему распределению для Тихого океана [22]. Жирная черная линия представляет его двухступенчатую аппроксимацию. Горизонтальные штриховые линии соответствуют невозмущенным границам между слоями. Вершина гайота не выходит за пределы нижнего слоя

щью схемы Рунге–Кутты четвертого порядка точности с шагом  $\Delta t = 0.05$  с учетом «оптимальных» формул Гилла [23]. В численных расчетах обычно начальное количество узлов принималось из расчета 120 точек на окружность единичного радиуса. В процессе счета оно увеличивалось, если это необходимо, пропорционально растущей длине контура. В качестве основных элементов программы использовались программный комплекс В. Г. Макарова [24] и разработанная им же процедура «контурной хирургии» [25]. Последняя позволяет производить отсечение длинных и тонких вихревых нитей<sup>3</sup>, а также удалять покрывающие друг друга участки границ при сближении (вплоть до слияния) вихревых пятен с одинаковыми значениями потенциальной завихренности. Рисунок, иллюстрирующий действия этого алгоритма, приведен в [26, Fig. 18]. Эта же процедура допускает механизм искусственной «диссипации», игнорирующий вихревые структуры, контуры которых содержат число узлов, меньшее некоторого, наперед заданного малого числа  $N_{min}^{ij}$ . Если потребовать, чтобы при этом терялось, например, не более половины процента площади вихревого пятна, то при 120 узлах, соответствующих окружности единичного радиуса, по-

лучим  $N_{min}^{ij} = 9$ . Сеточные функции, параметрически задающие контуры  $C_{ij}$ , дифференцировались, интегрировались и интерполировались с привлечением техники периодических кубических сплайнов [27].

Пятна примеси, динамике которых в основном посвящена данная работа, далее будем представлять, как «вихревые пятна» с нулевой потенциальной завихренностью. Очевидно, такие пятна между собой не взаимодействуют и не влияют на динамику потока, а их эволюция формируется под воздействием внешнего поля, определяемого слагаемым  $\Psi_{0j}$ . При этом пятна примеси, расположенные в верхнем слое, будем называть *поверхностными*, а пятна в среднем слое — *подповерхностными*.

## 2. ВЛИЯНИЕ НЕВОЗМУЩЕННОЙ СКОРОСТИ ВНЕШНЕГО ТЕЧЕНИЯ И СТРАТИФИКАЦИИ ЖИДКОСТИ НА СТРУКТУРУ ПОТОКА В ОКРЕСТНОСТИ ВОЗВЫШЕННОСТИ

Прежде чем перейти к изучению динамики пятен примеси, проведем анализ особенностей рассматриваемого внешнего поля в окрестности возвышенности.

Выше, на рис. 2, приведены примеры изолиний функций тока (фазовых портретов) для верхнего, среднего и нижнего слоев при различных значениях скорости набегающего зонального потока. Рисунок убедительно показывает два очевидных из общих соображений свойства топографического циклогенеза:

1. Усиление захватывающего воздействия топографии при уменьшении скорости внешнего зонального течения;
2. Ослабление воздействия возвышенности на поток по вертикали при удалении от дна (максимальное в нижнем слое и минимальное в верхнем).

Заметим, что это обстоятельство отмечалось в [21] применительно к простейшему цилиндрическому подводному препятствию. Легко представить вертикальную структуру формирующегося в потоке топографического вихря: в случае (б) он представляет собой трехступенчатую аппроксимацию сужающегося кверху усеченного конуса, в случае (а) горизонтальное сечение верхней ступени усеченного конуса вырождается в точку и в случае (а) имеем только нижнюю его ступень (в нижнем слое), а в среднем слое и тем более в верхнем замкнутые циркуляционные структуры не формируются.

Таким образом, рассмотренная серия экспериментов, в частности, показывает, что внутренние поверхности раздела между верхним и средним и между средним и нижним слоями служат своеобразными фильтрами для формирования топографических вихрей выше них. Ясно также, что

<sup>3</sup> Проблема формирования вихревых нитей (филаментации), представляющая безусловный самостоятельный интерес, нами не рассматривалась.

чем больше величина скачка плотности на внутренних границах, тем более мощным барьером должны становиться эти поверхности. Это подтверждает рис. 4, (а), выполненный при разных значениях  $\Delta\rho_1$ . Здесь фиолетовая (внешняя) линия отвечает минимальному значению параметра  $\Delta\rho_1$ , а красная (внутренняя) — максимальному, т. е. при этом имеем, соответственно, максимальный и минимальный размеры петли сепаратрисы, причем гиперболическая точка ее самопересечения также спускается к югу при уменьшении  $\Delta\rho_1$ . С другой стороны, аналогичные изменения  $\Delta\rho_1$  (см. рис. 4, б) приводят к противоположному эффекту (правда, более слабому) в среднем слое, для которого данная внутренняя поверхность является уже верхней границей, а не нижней, как для верхнего слоя (здесь при увеличении  $\Delta\rho_1$  размах петли сепаратрисы, а следовательно, и площадь топографического вихря незначительно увеличивается).

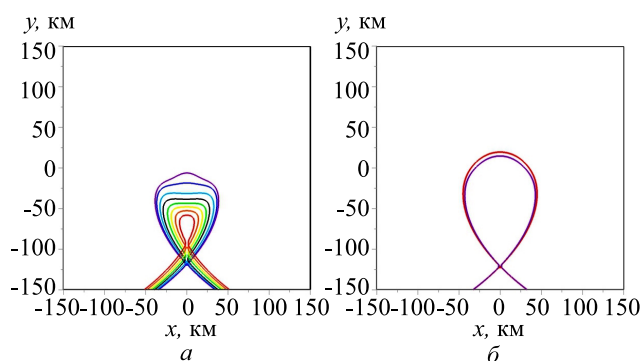


Рис. 4. а — Семейство из 7 сепаратрис фазовых портретов для верхнего слоя при  $U = 0.5$  см/с и различных значениях скачка плотности на верхней внутренней границе раздела на интервале  $\Delta\rho_1 = 0.0005 \div 0.0030$  г/см<sup>3</sup> с шагом 0.0005. б — Две сепаратрисы фазового портрета среднего слоя при  $\Delta\rho_1 = 0.0005$  г/см<sup>3</sup> и  $\Delta\rho_1 = 0.0030$  г/см<sup>3</sup>

Отметим еще один аспект проявления скорости потока на вертикальную структуру топографического вихря в окрестности возвышенности. Для стационарного внешнего потока уравнение (1) позволяет определить неподвижные точки поля скорости, где  $u(x, y) = v(x, y) = 0$ , и, в частности, на оси  $y$ , т. е. при  $x = 0$ . Так, продвигаясь вверх вдоль оси  $y$  в случае существования сепаратрисы, мы обнаружим первую неподвижную точку в гиперболической точке самопересечения сепаратрисы и вторую неподвижную точку в центре топографического вихря.

На рис. 5 представлены кривые, состоящие из таких неподвижных точек, на плоскости  $(y, U)$  для верхнего и среднего слоев. Очевидно, при  $U = 0$ , согласно (1), условие  $u_1 = u_2 = 0$  будет выполняться при  $x = y = 0$  за счет осесимметричных слагаемых под знаком суммы. На рис. 7 эти условия удовлетворяются в точке пересечения красной и синей кривых (нижний левый угол рисунка), при этом точки самопересечения гипотетических «сепаратрис» яв-

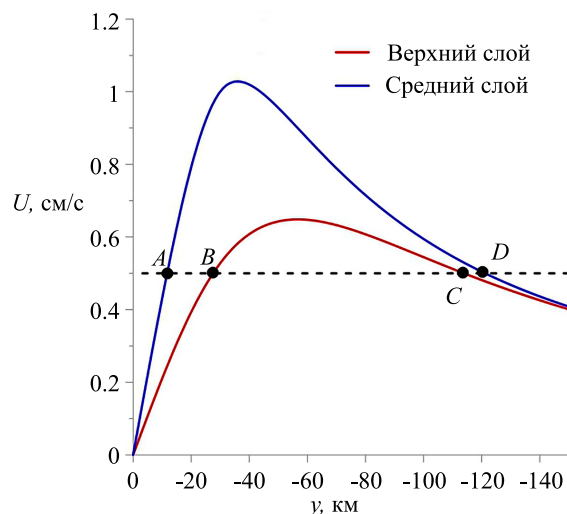


Рис. 5. Положение неподвижных точек при  $x = 0$  для различных значений  $U$  для верхнего и среднего слоев. Штриховая линия отвечает случаю  $U = 0.5$  см/с (см. рис. 2, панель (е), и рис. 4). Точки B и A изображают центры топографических вихрей, а C и D — положения точек самопересечения сепаратрис в верхнем и среднем слоях соответственно при  $U = 0.5$  см/с

ляются бесконечно удаленными ( $y \rightarrow -\infty$ ) и выходят за пределы рисунка. Затем, по мере увеличения  $U$ , центры топографических вихрей в слоях начнут спускаться вниз по оси  $y$ , а точки пересечения сепаратрис — подниматься. Рисунок также показывает, что в точках максимумов кривых центры топографических вихрей совпадают с гиперболическими точками сепаратрис и что неподвижные точки верхнего слоя всегда расположены южнее, чем они же для среднего слоя.

### 3. ДИНАМИКА ПРИМЕСИ

Перейдем непосредственно к основной теме исследования динамики пятен нейтральной примеси, используя изложенный выше алгоритм контурной динамики. Для простоты начальные конфигурации пятен примеси каждый раз будем считать круговыми, а положения их центров будем помещать в окрестности сепаратрисы, имитируя тем самым воздействие на них внешнего деформационного поля. Во всех экспериментах полагаем, что  $U = 0.5$  см/с (последующие функции тока внешнего поля при этом значении скорости потока изображены на рис. 2, е).

#### 3.1. Пятно примеси в окрестности гиперболической точки

Рассмотрим серию из трех численных экспериментов для пятна радиусом  $R = 50$  км. В первом эксперименте центр пятна примеси первоначально

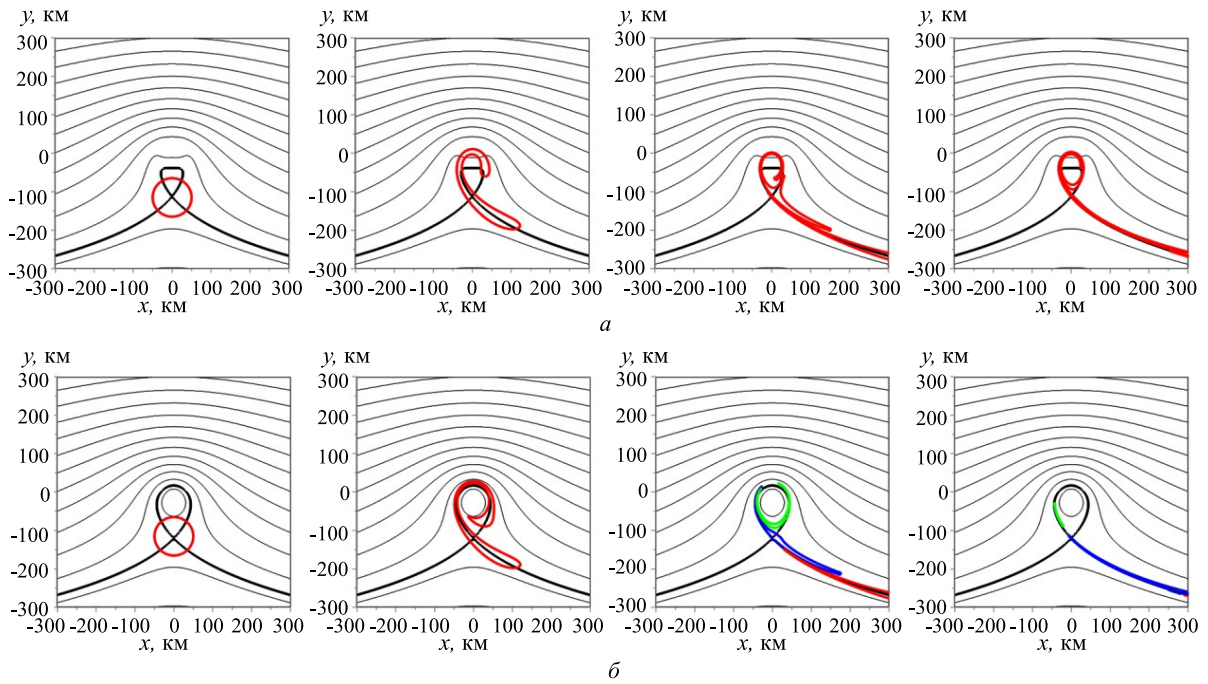


Рис. 6. Эволюция во времени (слева направо) первоначально круговых пятен примеси с центрами в гиперболической точке фазового портрета при  $(x_0, y_0) = (0, -115)$  и  $R = 50$ . (а) — поверхностное пятно (верхний слой), (б) — подповерхностное пятно (средний слой). Детали цветового оформления рисунка описаны в тексте

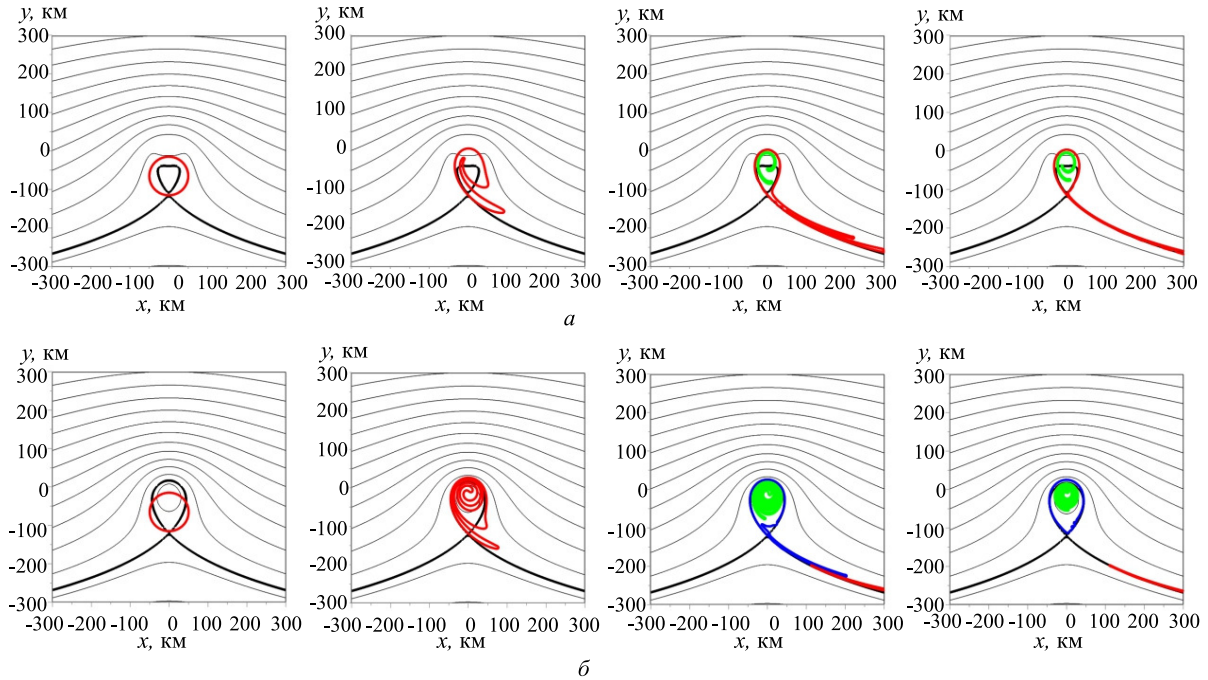


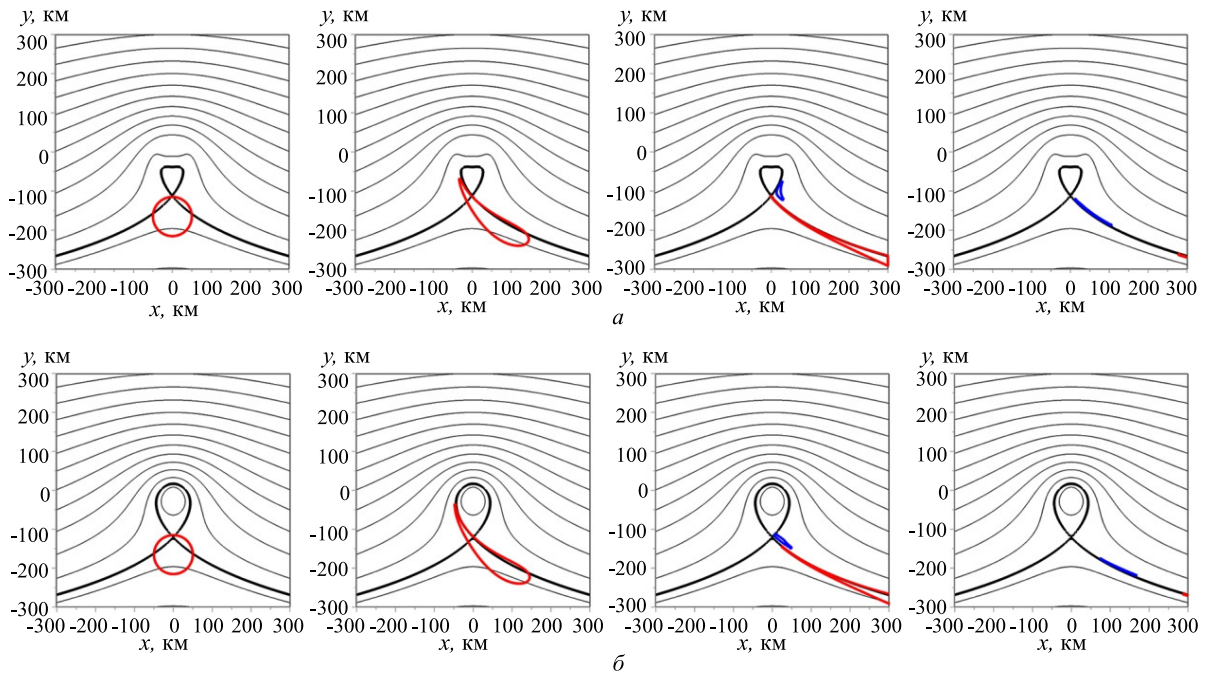
Рис. 7. То же, что на рис. 6, но при  $(x_0, y_0) = (0, -65)$

помещен в гиперболическую точку фазового портрета, т. е. при  $(x_0, y_0) = (0, -115)$ .

Как показывает рис. 6, в верхнем слое контур пятна сразу же вытягивается вдоль сепаратрисы таким образом, что фронтальная часть контура начинает огибать сверху петлю сепаратрисы, затем от нее же отделяется одна часть, сносящаяся потоком на восток и прижимающаяся к восточному усю сепаратрисы с северной стороны, вторая часть плотно прижимается сверху к границе петли; арьергардная часть контура сразу же уносится потоком вдоль восточного уса сепаратрисы и прижимается к нему с южной стороны. Подповерхностное пятно частично захватывается топографией и остается внутри петли сепаратрисы, остальная часть уносится восточным потоком южнее восточного уса сепаратрисы.

ратрисы с северной стороны, вторая часть плотно прижимается сверху к границе петли; арьергардная часть контура сразу же уносится потоком вдоль восточного уса сепаратрисы и прижимается к нему с южной стороны. Подповерхностное пятно частично захватывается топографией и остается внутри петли сепаратрисы, остальная часть уносится восточным потоком южнее восточного уса сепаратрисы.




 Рис. 8. То же самое, что на рис. 6, но при  $(x_0, y_0) = (0, -165)$ 

сы. Здесь и на следующих двух рисунках контур пятна до момента потери компактности имеет красную окраску, а после разделения на части этот цвет остается лишь у авангардной части (на рис. 6 и 8 эти части унесены за пределы рассматриваемой области), а двум другим присваивается свой цвет, синий и зеленый, причем последний отвечает области примеси, захваченной топографией.

Во втором эксперименте первоначально положению центра пятна отвечают координаты  $(x_0, y_0) = (0, -65)$ , так что теперь в начальный момент времени нижняя точка контура пятна совпадает с гиперболической точкой фазового портрета.

Рис. 7 показывает, что в этом случае частичный захват пятна реализуется как в среднем слое, так и в верхнем.

В третьем эксперименте, в отличие от второго, начальный центр пятна смещен на 50 единиц не на север, а на юг и, таким образом, теперь  $(x_0, y_0) = (0, -165)$

В этом случае в обоих слоях захвата не происходит, и пятна примеси сносятся потоком на восток, прижимаясь с юга к восточному усю сепаратрисы.

### 3.2. Пятно примеси в окрестности западного уса сепаратрисы

Пусть теперь пятна примеси изначально располагаются на значительном расстоянии от возвышенности, но вблизи западного уса сепаратрисы. В этой серии экспериментов меняться будут только расстояния между центром пятна и сепаратрисой, радиус пятна будем считать фиксированным ( $R = 50$  км).

На рис. 9 представлены результаты эксперимента для случая, когда начальное положение центра

пятна примеси находится выше по потоку от возвышенности и несколько южнее сепаратрисы для верхнего и среднего слоев соответственно. При этом сепаратриса «делит» пятно на неравные части: большая на юге и меньшая – на севере. В обоих случаях пятно сносится потоком в восточном направлении и одновременно вытягивается в поперечном направлении таким образом, что большая/меньшая его часть подвержена преимущественному воздействию течения южнее/севернее сепаратрисы. При приближении к возвышенности вытягивание усиливается, далее одна часть пятна обходит петлю с севера, а другая – с юга. Происходит окончательное разделение пятна на две части таким образом, что обе они продолжают продвигаться на восток вдоль восточного уса сепаратрисы, прижимаясь к нему, но оставаясь по разные стороны от него.

Теперь рассмотрим эволюцию двух пятен, когда они изначально расположены дальше от сепаратрисы и по разные стороны от нее (напомним, что пятна примеси между собой не взаимодействуют, а лишь подвержены воздействию внешнего потока).

На рис. 10 представлены результаты этого эксперимента для поверхностных и подповерхностных пятен примеси. Оба пятна сносятся потом в восточном направлении, северное пятно подвержено более сильному растяжению и огибает петлю сепаратрисы с севера, южное пятно переносится южной ветвью течения. Оба пятна, особенно южное, замедляют свое движение, оказавшись в окрестности неподвижной гиперболической точки.

Представление о характере движения пятен дополняет рис. 11, где приведены графики зональной компоненты скорости центров пятен последнего эксперимента для случаев поверхностных и подпо-



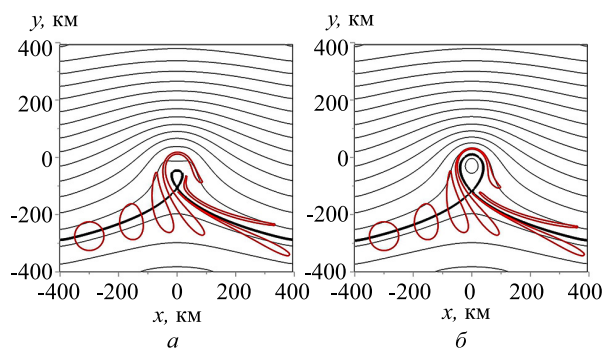


Рис. 9. Временная эволюция (с запада на восток) поверхностного (а) и подповерхностного (б) пятен при  $(x_0, y_0) = (-300; -275)$ ,  $R = 50$

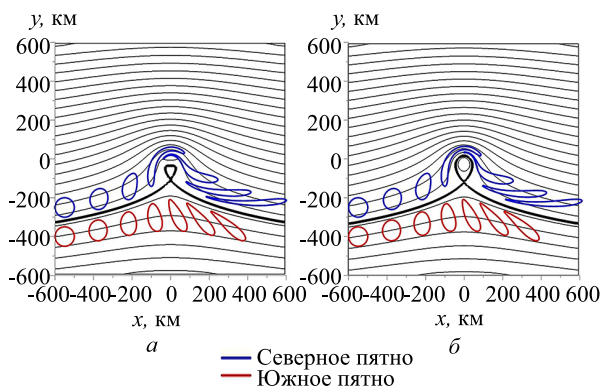


Рис. 10. Временная эволюция двух поверхностных (а) и подповерхностных (б) пятен примеси, помещенных по разные стороны (южнее и севернее) от западного уса сепаратрисы при  $(x_{01}, y_{01}) = (-550, -400)$  и  $(x_{02}, y_{02}) = (-550, -250)$ ,  $R = 50$

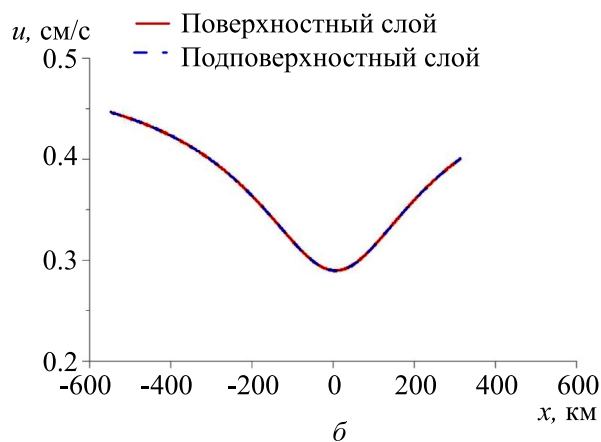
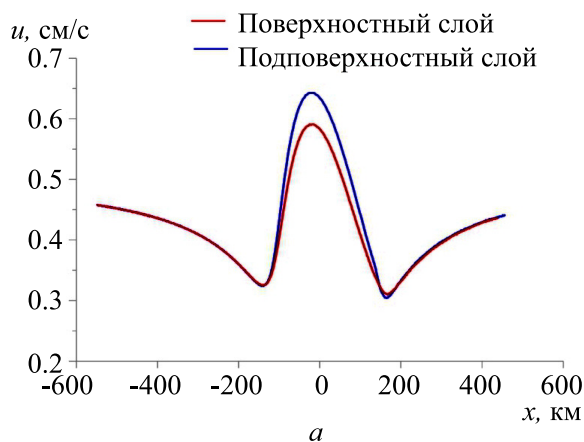


Рис. 11. Зональная компонента скорости центров северного (а) и южного (б) пятен примеси в поверхностном и подповерхностном слоях для эксперимента, представленном на рис. 11

верхностных пятен. Качественно они близки между собой. В обоих случаях видно, что скорость южного пятна принимает минимальное значение при прохождении мимо гиперболической точки сепаратрисы, в эти же моменты скорости северных пятен максимальны, поскольку пятна преодолевают вершину своей траектории, где они подвержены максимальному воздействию подгоняющего их антициклонического топографического вихря. Скорости северных пятен имеют два минимума, которые достигаются в моменты, когда они дважды приближаются к гиперболической точке торможения (перед началом обгибающего движения петли и при его завершении).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках трехслойной квазигеострофической модели проведенное численное исследование позволило выявить следующие закономерности.

1. Установлено, что в вертикально однородном восточном течении под воздействием подводной горы возникает антициклонический топографический вихрь. Установлены приближительные критерии его образования как по кинематическим, так и по стратификационным параметрам. Построены послойные фазовые портреты (карты изолиний функций тока) с изображением сепаратрис, разделяющих области различных режимов движения жидких частиц.
2. С помощью трехслойной версии метода контурной динамики проведено исследование воздействия деформационных свойств внешнего поля на поведение поверхностных и подповерхностных пятен примеси (вихревых пятен с нулевой потенциальной завихренностью, локализованных в верхнем и среднем слоях).

2.1 Продемонстрированы возможности вытягивания и разделения пятен примеси,

а также формирования квазистационарных застойных зон в областях топографического захвата.

2.2 Выявлена роль начального расположения (по горизонтали и по вертикали) на результирующую картину распределения загрязнения в модельном океане.

Важно: несмотря на то, что все приведенные в работе численные эксперименты проведены для параметров топографии, аппроксимирующих гайот Затонского, перечисленные свойства взаимодействия

пятна примеси с топографией будут справедливы для широкого класса изолированных подводных возвышенностей.

Работа выполнена в рамках госзадания Института водных проблем РАН FMWZ-2022-0001 (регистрационный номер 122041100222-7) и при финансовой поддержке Российского научного фонда (Проект 22-27-00431). Авторы выражают признательность В. В. Жмуру и Н. С. Блохиной за полезное обсуждения результатов и возможных перспектив развития работы.

- [1] Архипов Б.В., Котеров В.Н., Солбаков В.В., Хубларян Г.М. // Водные ресурсы. **31**, № 1. 31. (2004). (Arkipov B.V., Koterov V.N., Kocherova A.S., Solbakov V.V., Khublaryan G.M. // *Water Resources*. **31**, N 1, 27. (2004).)
- [2] Архипов Б.В., Котеров В.Н., Солбаков В.В., Шапочкин Д.А. // Сообщ. по прикл. матем. М.: ВЦ РАН, 2005.
- [3] Б.В. Архипов, В.Н. Котеров, В.В. Солбаков, Шапочкин Д.А., Юрезанская Ю.С. // Ж. Вычисл. Матем. и Матем. Физ. **47**, № 2. 288. (2007). (Arkipov B.V., Koterov V.N., Solbakov V.V., Shapochkin D.A., Yurezanskaya Yu.S. // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. **47**, N 2. 280. (2007).)
- [4] Воропаева О.Ф., Чашечкин Ю.Д., Черных Г.Г. // Вычислительные технологии. № 1. 38. (1996).
- [5] Дикинов Х.Ж., Ксенофонтов А.С., Москаленко Л.А. // Тропическая метеорология. Л.: Гидрометеоиздат, 1987.
- [6] Дмитриев Н.В., Двуреченская Е.А. // Метеорология и гидрология. № 12. 53. (1994).
- [7] Зайцев О.В., Зайцева Т.В. // Тр. Дальневост. Регион. НИИ. Владивосток. Вып. 131. 50. (1984).
- [8] Земляная Н.В. // Вестник ТОГУ. № 1(8). 27. (2008).
- [9] Земляная Н.В., Н.И. Савельева Технические средства исследования Мирового океана. Владивосток, 1994.
- [10] Кордзадзе А.А., Деметрашвили Д.И. // Морской гидрофизический журнал. **180**, № 1. 3. (2015).
- [11] Коротенко К.А. // Океанология. **30**, Вып. 4. 546. (1990). (Korotenko K.A. // *Oceanology*. **30**. Iss. 4. 546. (1990).)
- [12] Коротенко К.А., Лелявин С.Н. // Океанология. **30**, Вып. 5. 930. (1990). (Korotenko K.A., Lelyavin S.N. // *Oceanology*. **30**. Iss. 5. 730 (1990).)
- [13] Кочергин В.П., Сухоруков В.А., Цветова Е.А. Численные методы расчета океанических течений. Новосибирск: ВЦ Сиб. Отд. АН СССР, 1974. Сс. 129–153.
- [14] Озмидов Р.В. Диффузия примесей в океане. Л.: Гидрометеоиздат, 1986.
- [15] Alomar C., Estarellas F., Deudero S. // *Mar. Environ. Res.* **115**, 1. (2016).
- [16] Grant H.L., Moilliet A., Vogel W.M. // *J. Fluid Mech.* **34**, N 3. 443. (1968).
- [17] Liubartseva S., Coppini G., Lecci R., Clementi E. // *Mar. Pollut. Bull.* **129**. 151. (2018).
- [18] Lozovatsky I.D., Ksenofontov A.S., Erofeev A.Yu., Gibson C. H. // *J. Mar. Syst.* N 4. 263. (1993).
- [19] <http://guyot.ocean.ru/baza-dannykh/gajot-zatonskogo.html>
- [20] [http://www.spbrc.nw.ru/sites/default/files/users/anton/otchet\\_po\\_nir\\_.pdf](http://www.spbrc.nw.ru/sites/default/files/users/anton/otchet_po_nir_.pdf)
- [21] Соколовский М.А. // Изв. АН СССР, ФАО. **27**, № 5. 550. (1991). (Sokolovskiy M.A. // *Izvestiya, Atmos. Ocean. Phys.* **27**, N 5. 380. (1991).)
- [22] Каменкович В.М., Кошляков М.Н., Монин А.С. Синоптические вихри в океане. Л.: Гидрометеоиздат, 1987.
- [23] Хайпер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990. 512 С.
- [24] Макаров В.Г. Метод контурной динамики в океанологических исследованиях. Владивосток: ДВО АН СССР, 1990. сс 28–39.
- [25] Макаров В.Г. Моделирование в механике. **5(22)**. № 4. 83. (1991).
- [26] Sokolovskiy M.A. , Verron J. // *J. Fluid Mech.* **423**. 127. (2000).
- [27] Козлов В.Ф. // Изв. АН СССР. ФАО. **19**, № 8. 845. (1983). (Kozlov V.F. *Izvestiya, Atmos. Ocean. Phys.* **19**, N 8. 635. (1983).)

## Dynamics of Passive Admixture in Surface and Subsurface External Deformation Field above an Ocean Guyot

M. V. Shatokhin<sup>1,a</sup>, M. A. Sokolovskiy<sup>1,2,b</sup>

<sup>1</sup> *Water Problems Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow 119333, Russia*

<sup>2</sup> *Shirshov Institute of Oceanology of Russian Academy of Sciences, Moscow 117997, Russia*

E-mail: <sup>a</sup> e-mail: [shatokhin\\_m9@mail.ru](mailto:shatokhin_m9@mail.ru), <sup>b</sup> e-mail: [sokolovskiy@iwp.ru](mailto:sokolovskiy@iwp.ru)

In the framework of a three-layer quasi-geostrophic model, within the  $f$ -plane approximation, a numerical investigation has been conducted on the influence of a guyot on the motion of surface and subsurface patches

of passive admixture advected by vertically homogeneous zonal currents. The possibility of partial trapping of the admixture by a quasi-stationary topographic vortex in the vicinity of the guyot has been demonstrated. The role of the initial localization (both horizontally and vertically) in the resulting pattern of pollution distribution has been revealed.

PACS: 92.10.ak

*Keywords:* quasi-geostrophic approximation, three-layer model, topographic vortex, passive admixture, Zatonsky guyot

*Received 17 November 2022.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2023. **78**, No. 3. Pp. 399–409.

#### **Сведения об авторах**

1. Шатохин Михаил Викторович — инженер; тел.: (499)783-37-56, доб. 225, e-mail: [shatokhin\\_m9@mail.ru](mailto:shatokhin_m9@mail.ru).
2. Соколовский Михаил Абрамович — доктор физ.-мат. наук, гл. науч. сотрудник; тел.: (499)783-37-56, доб. 225, e-mail: [sokolovskiy@iwp.ru](mailto:sokolovskiy@iwp.ru).