

Как выглядит Хаббловский поток в анизотропной Вселенной?

А. В. Топоренский,^{1,*} И. В. Степанян,^{2,†} Р. В. Иванов^{3,‡}

¹Государственный астрономический институт имени П. К. Штернберга (ГАИШ МГУ)
Россия, 119991, Москва, Университетский пр-т, д. 13

²Институт машиноведения им. А. А. Благодного Российской академии наук (ИМАШ РАН)
Россия, 101000, Москва, Малый Харитоньевский переулок, д. 4

³Российский университет дружбы народов (РУДН), инженерная
академия, департамент механики и процессов управления
Россия, 117198, Москва, Миклуто-Маклая, д. 6

(Поступила в редакцию 12.04.2023; после доработки 09.06.2023; принята к публикации 13.06.2023)

Используя формулы для распространения света, красного смещения и фотометрического расстояния в анизотропной плоской Вселенной типа Бианки I мы строим картину Хаббловского потока, которую видел бы гипотетический наблюдатель в анизотропной Вселенной. Данный алгоритм при небольшой модификации может быть использован для более сложных визуализаций неба с точки зрения наблюдателя, находящегося в сильном гравитационном поле

PACS: 98.80.Es, 98.80.Jk. УДК: 524.822, 524.834.

Ключевые слова: плоская анизотропная Вселенная, фотометрическое расстояние, хаббловский поток.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.78.2340801](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.78.2340801)

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование вида неба в сильных гравитационных полях является нетривиальной задачей, причем алгоритмические и программистские проблемы в ней не менее (а то и более) важны, чем собственно физические. Действительно, поскольку уравнения световых геодезических представляют собой обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка, они, как правило, могут быть без проблем решены численно хорошо известными алгоритмами. В то же время, поскольку световые лучи в гравитационном поле являются искривленными, при построении картины неба нам неизвестны углы, под которыми лучи приходят к наблюдателю, даже если координаты источников известны заранее. При отсутствии явного аналитического решения для траекторий лучей численный алгоритм решения соответствующих дифференциальных уравнений требует задания начального направления светового луча, который потом попадет в глаз наблюдателю. Но как раз этой-то информации мы не имеем и должны получить ее в процессе численного решения задачи. Поэтому задача является нетривиальной и поиск оптимального алгоритма для нее представляется важным условием ее решения.

В нынешней работе мы тестируем соответствующий алгоритм на довольно простой системе, где траектории световых лучей определяются простыми интегралами (то есть не требуется собственно решение дифференциальных уравнений), а ко-

ординаты источников света в нужной нам системе отсчета постоянны. Далее планируется рассмотреть более сложные случаи, когда эти свойства уже не имеют место.

Мы рассматриваем наблюдателя в плоской расширяющейся анизотропной Вселенной с метрикой в виде

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + X^2(t)dx^2 + Y^2(t)dy^2 + Z^2(t)dz^2, \quad (1)$$

где X, Y, Z — масштабные факторы, x, y, z — сопутствующие координаты. Сопутствующие координаты источников света предполагаются постоянными. Теперь сопутствующие координаты светового луча, выпущенного из начала координат в момент времени t_0 в направлении, задаваемом углами θ и ϕ , в момент t_e могут быть найдены по формулам [1]

$$x = \int_{t_0}^{t_e} \sin \theta \cos \phi X^{-2}(t')^{-1} dt, \quad (2)$$

$$y = \int_{t_0}^{t_e} \sin \theta \sin \phi Y^{-2}(t')^{-1} dt, \quad (3)$$

$$z = \int_{t_0}^{t_e} \cos \theta Z^{-2}(t')^{-1} dt, \quad (4)$$

$$t' = \sqrt{\sin^2 \theta \cos^2 \phi X^{-2} + \sin^2 \theta \sin^2 \phi Y^{-2} + \cos^2 \theta Z^{-2}}. \quad (5)$$

Нам удобно рассматривать движение лучей в прошлое из глаза наблюдателя, а не в будущее из источника к наблюдателю, так как в противном случае разные начальные данные для разных лучей

* E-mail: atopor@rambler.ru

† E-mail: neurocomp.pro@gmail.com

‡ E-mail: r23vme@gmail.com

усложнили бы используемые формулы. Фиксируется некоторое начальное время t_0 , затем вычисления проводятся для следующего момента времени $t = t_0 + 0.001i$, где i — номер шага. Для каждого t наша цель — найти начальные значения углов, для которых луч можно считать исходящим из источника. Поскольку эти значения углов в общем случае зависят от t , с течением времени положение источников на небе будут меняться. Следует отметить, что для изотропного расширения (когда $X = Y = Z$ тождественно) траектории лучей в сопутствующих координатах будут прямыми, следовательно, смещения источников по небу не будет. Так, в нашей Вселенной, очень близкой к изотропии, смещения источников по небу нет и оно появляется только за счет так называемых пекулярных скоростей источников, то есть изменения их сопутствующих координат с течением времени. В анизотропной Вселенной появляется дрейф источников по небу только за счет расширения Вселенной. Для нашего примера мы выбрали максимально возможную анизотропию расширения Вселенной, а именно так называемую метрику вакуумного решения Казнера (см., например, [3]), когда масштабные факторы зависят от времени степенным образом, причем сумма степеней и сумма квадратов степеней равна единице. При этом по одной из координатных осей Вселенная сжимается, по двум другим — расширяется. Конкретные формулы для двух рассмотренных нами случаев даны ниже.

1 вариант:

$$X = X_0 t^{2/3} \quad Y = Y_0 t^{2/3} \quad Z = Z_0 t^{-1/3}. \quad (6)$$

2 вариант:

$$X = X_0 t^{3/7} \quad Y = Y_0 t^{6/7} \quad Z = Z_0 t^{-2/7}. \quad (7)$$

Важной характеристикой источника является красное смещение z его спектра, определяемое по формуле

$$1 + z = t'_e / t'_0 \quad (8)$$

и наблюдаемая его яркость на небе. Если все источники имеют одинаковую светимость, то наблюдаемая яркость будет обратно пропорциональна так называемому фотометрическому расстоянию D , которое можно вычислить по формуле [1]:

$$D = (1 + z)^2 \sqrt{R_e^3 t'_e \Delta}, \quad (9)$$

где

$$R^3 = XYZ, \quad (10)$$

$$\Delta = \sin^2 \theta \cos^2 \phi I_2 I_3 + \sin^2 \theta \sin^2 \phi I_3 I_1 + \cos^2 \theta I_1 I_2, \quad (11)$$

$$I_1 = \int_{t_0}^{t_e} Y^{-2} Z^{-2} (t')^{-3} dt, \quad (12)$$

$$I_2 = \int_{t_0}^{t_e} Z^{-2} X^{-2} (t')^{-3} dt, \quad (13)$$

$$I_3 = \int_{t_0}^{t_e} X^{-2} Y^{-2} (t')^{-3} dt. \quad (14)$$

Данная формула и ее вывод весьма нетривиальны (в отличие от хорошо известного случая изотропной Вселенной, где фотометрическое расстояние просто совпадает с собственным расстоянием в момент излучения), более подробный вывод ее был дан в [2]. Насколько нам известно, ее практическое применение до сих пор ограничивалось очень небольшим числом статей, в которых к тому же рассматривалась ситуация небольшой анизотропии.

1. КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

1.1. Используемые структуры данных

- Массив t_0 — основа наблюдений. Для t_0 производятся все дальнейшие расчёты.
- Массив t_e — набор t_e , относящихся к конкретному t_0 , который предназначен для построения луча, методом перебора в цикле от максимального t_0 к минимальному t_e .
- Массив структур «Галактика» — содержит информацию о координатах галактик и ближайшую «Точку» к каждой «Галактике».
- Структура «Луч» — содержит информацию об углах ϕ и θ , их \sin , \cos и их квадраты.
- Структура «Точка» — содержит указатель на «Луч», которому принадлежит; указатель на «Галактику», для которой является ближайшей; расстояние до этой «Галактики»; собственные координаты в пространстве; X, Y, Z, T_e, t' — промежуточные результаты, используемые в расчётах; значения красного смещения и наблюдаемой яркости.

1.2. Этапы проведения расчетов

1. Подготовительный — рассчитываются данные, которые будут использованы в дальнейших расчётах на разных этапах исполнения программы.
2. «Обзор всего неба» — строятся лучи во всех направлениях для первоначальной оценки расположения галактик в момент t_0 .
3. Отслеживание движения лучей в зависимости от времени — используя результаты 1 и 2 этапов, рассчитываются лучи в узком диапазоне для каждой галактики, для каждого t_0 .

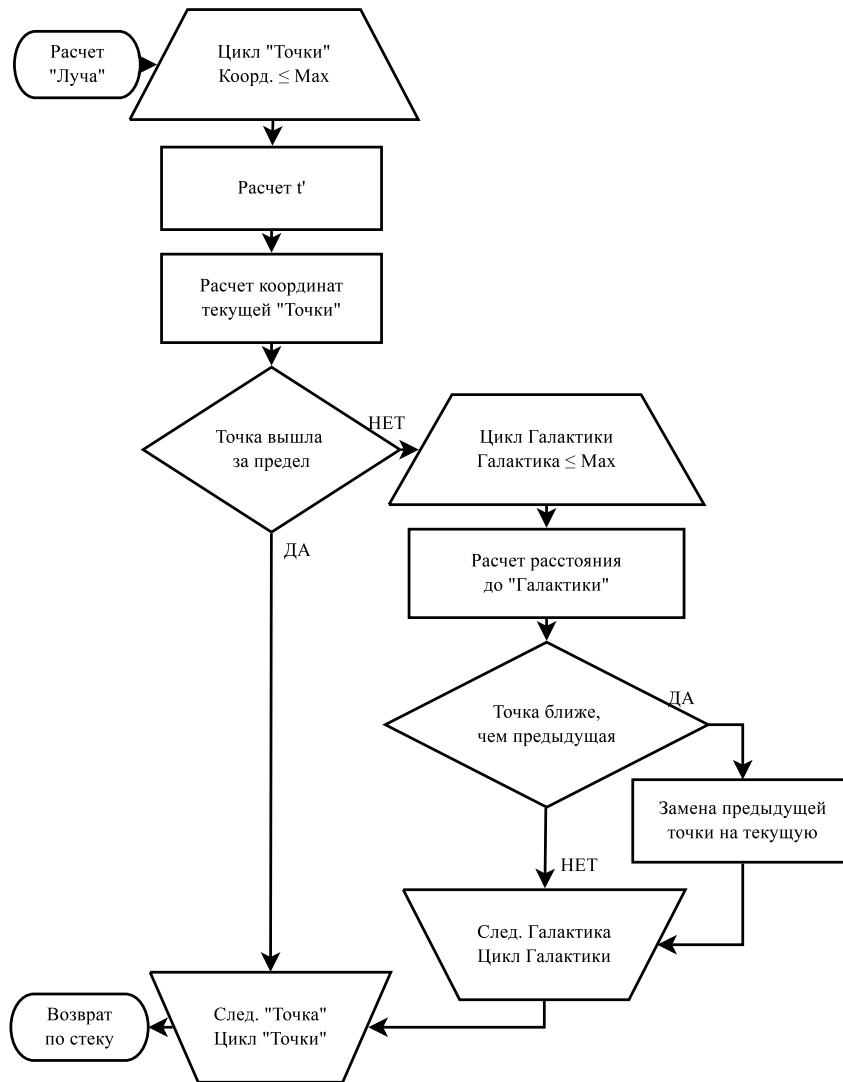


Рис. 1. Расчет «Луча»

1.2.1. 1 Этап

Цель этапа — рассчитать структуры данных, которые будут использованы далее при построении «Лучей» (рис. 1). Рассчитать и сохранить все промежуточные результаты для дальнейшего использования в расчётах с целью экономии вычислительного времени.

- Генерируется Массив t_0 на основе начальных параметров.
- Генерируется Массив t_e . Для каждого t_e просчитываются X, Y, Z, t_e по формулам (6) и (7) с использованием алгоритма *быстрый обратный квадратный корень* [4], — аппроксимирующего алгоритма вычисления обратного квадратного корня с заданной точностью.
- Генерируется Массив «Галактик» на основе начальных параметров.

В результате получаются структуры данных, ча-

стично заполненные промежуточными результатами для дальнейшего использования в расчётах.

1.2.2. 2 Этап

Цель этапа — получить грубую информацию о расположении галактик для t_0 в рамках значений углов ϕ и θ , просчитать все возможные промежуточные значения для дальнейших вычислений.

- Рассчитывается разность углов ϕ и θ и диапазоны смещения углов таким образом, чтобы равномерно просканировать «всё небо».
- Рассчитываются $\sin \phi, \cos \theta, \sin^2 \phi, \cos^2 \theta$ для дальнейшего использования в расчётах при построении лучей.
- Во вложенных циклах строятся лучи на основе данных полученных на предыдущих этапах.
- В рамках расчёта 1 «Луча» (рис. 2):

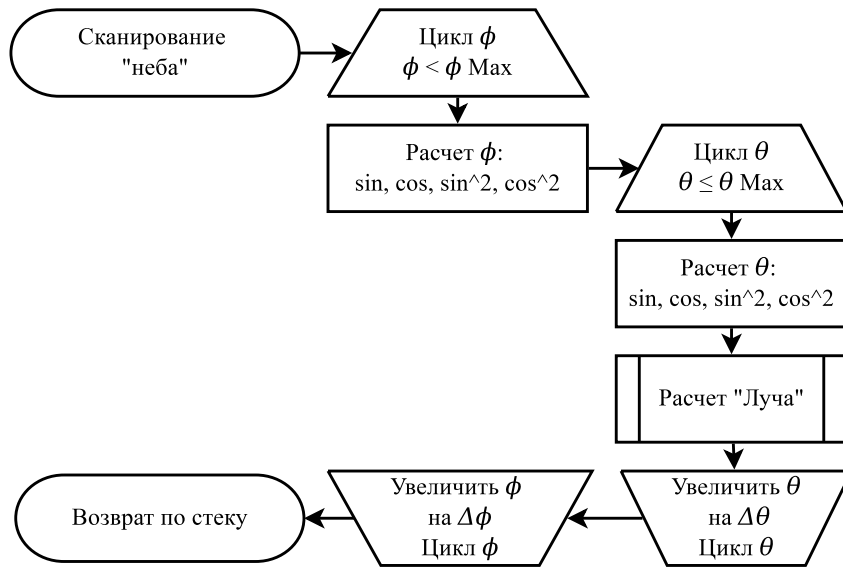


Рис. 2. Расчет «Галактик»

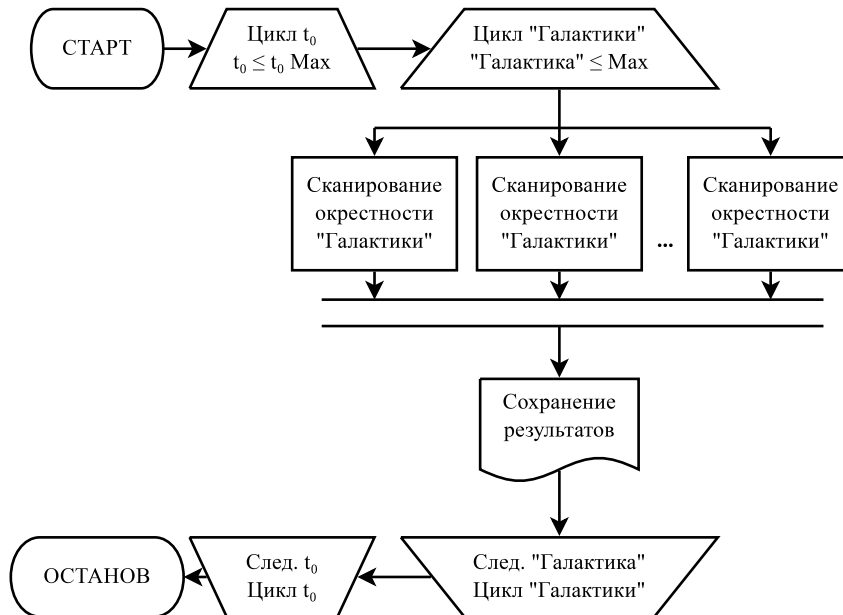


Рис. 3. Расчет диапазона t_0

– Используя значения X, Y, Z, t_0, t' , $\sin, \cos, \sin^2, \cos^2$, полученные на предыдущих этапах, рассчитывается интеграл по массиву t_e . В результате получают координаты каждой точки, принадлежащей «Лучу».

В результате получается Массив «Галактик» с данными по ближайшим точкам и лучам, которым эти точки принадлежат.

1.2.3. 3 Этап

– Используя координаты, проверяется Евклидово расстояние от текущей точки до каждой «Галактики» в цикле и сравнивается текущая точка с «наиближайшей» точкой галактики. Если текущая точка ближе, чем «наиближайшая» для «Галактики», то последняя отбрасывается, а текущая сохраняется на место отброшенной (рис. 2).

Цель этапа — уточнить результаты, полученные на предыдущем этапе, посредством уменьшения расстояния между галактиками и новыми точками/лучами. Изменяя t_0 , проследить за изменениями точек/лучей в цикле, используя данные предыдущей итерации цикла для построения новых пучков лучей в окрестностях уже известных лучей (рис. 3).

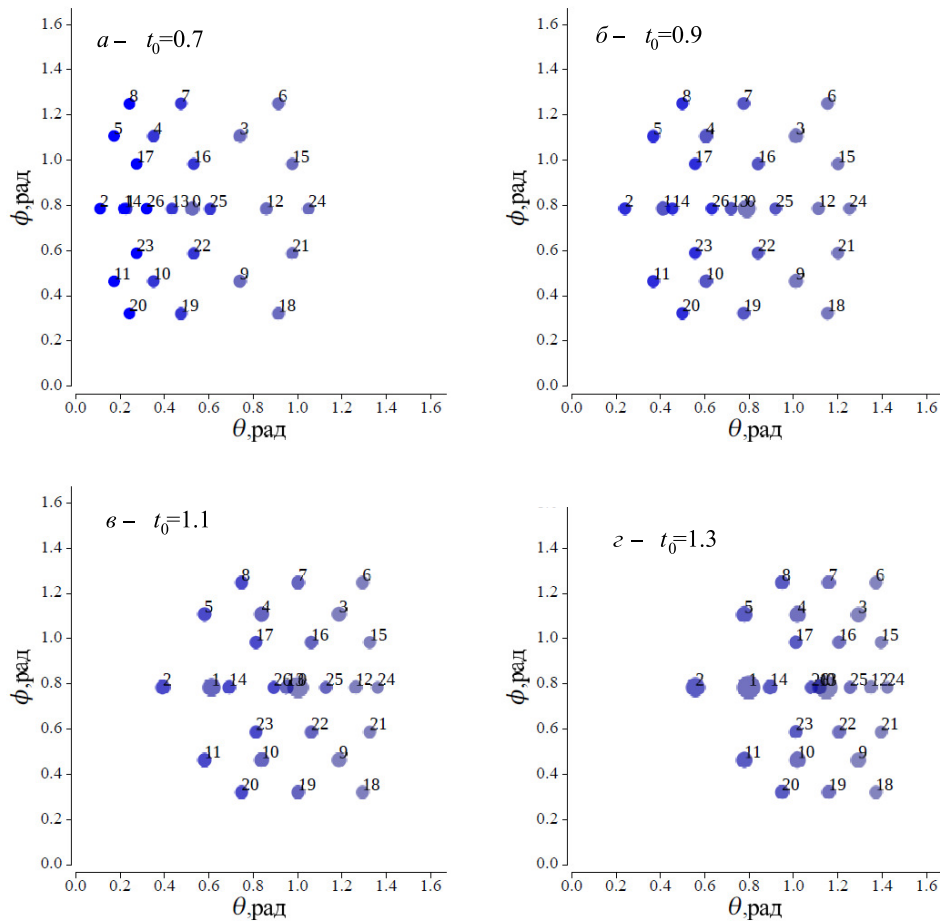


Рис. 4. Углы, под которыми наблюдаются источники света в зависимости от времени наблюдения. Цвет показывает смещение (красное/голубое), величина точки кодирует ее яркость. Метрика взята в виде (6)

- Для каждого t_0 задача разбивается на N потоков операционной системы (по количеству галактик, обнаруженных на предыдущем этапе, и по числу ядер процессора) и производятся дальнейшие расчёты в многопоточном режиме в целях минимизации времени исполнения. Используется тот факт, что расчёты в рамках пучка лучей независимы друг от друга на уровне структур данных, не приводят к *состоянию гонки данных*, когда изменяющие одни и те же участки памяти разные операторы приводят к некорректному выполнению программы, и не требуют процессорного времени на синхронизацию данных между потоками исполнения [5].
- Для каждой «Галактики» рассчитывается пучок лучей и точек на каждом луче, аналогично тому, как это происходило на этапе 2. На этот раз в меньшем диапазоне и с меньшей разностью углов ϕ и θ , т.е. с большей плотностью лучей в пучке.
- Дополнительно рассчитываются красное смещение и наблюдаемая яркость для каждой «наиближайшей» точки, используя данные X, Y, Z, t_e , рассчитанные на 1 этапе.

В результате получается Массив «Точек» для каждой «Галактики» для каждого t_0 с данными об углах ϕ и θ луча, которому эта точка принадлежит, значениях красного смещения и наблюдаемой яркости для этой точки в t_e .

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для расчетов мы положили, что источники света («галактики») находятся в узлах 3-мерной решетки с сопутствующими координатами по каждой оси от 0.1 до 0.3 (всего 27 штук) и обладают одинаковой интенсивностью. Результаты расчетов показаны на рис. 4, 5.

Каждый рисунок содержит четыре подрисунка, на которых показаны углы, под которым наблюдатель видит источники света для различных значений времени наблюдения t_0 . Кроме того, относительная яркость источников кодируется величиной соответствующего кружка, а красное/голубое смещение — соответствующим цветом различной насыщенности. Источники света пронумерованы, что позволяет по построенным отдельным «кадрам» получить представление о видимом пути источников света по небу с течением времени. Как и ожидалось,

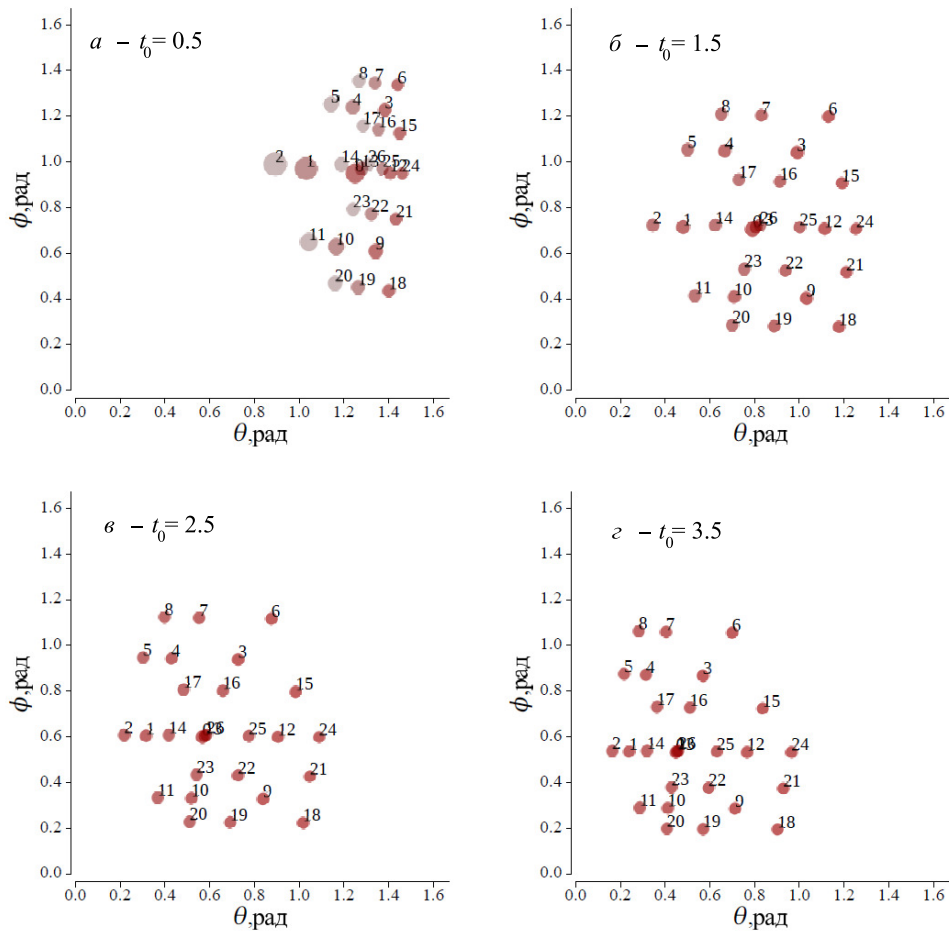


Рис. 5. Углы, под которыми наблюдаются источники света в зависимости от времени наблюдения. Цвет показывает смещение (красное/голубое), величина точки кодирует ее яркость. Метрика взята в виде (7)

для первого случая, в котором расширение Вселенной изотропно в плоскости (x, y) , видимое смещение источников направлено строго по углу θ , во втором случае есть компонента смещения по ϕ . В качестве контроля алгоритм был применен и к случаю изотропного расширения. В этом случае как и ожидалось, источники выглядят неподвижными, а космологическое смещение является красным. В случае решения Казнера, как видно из рисунков, может наблюдаться как красное, так и голубое смещение. Кроме представленных рисунков нами созданы видеоролики, в которых время наблюдения меняется с шагом 0.001, что создает иллюзию непрерывного наблюдения.

Движение источников приемлемо гладкое для визуализации, это позволяет надеяться, что применяемый достаточно простой алгоритм можно будет использовать для решения аналогичных, но требующих большего счета задач, таких как построение вида неба при падении в черную дыру, где для построения траекторий световых лучей надо будет численно решать дифференциальные уравнения. Эту задачу мы планируем рассмотреть в будущем. Кроме того, планируется приведение упомянутых выше видеороликов к виду, имеющему не только информативную, но и по возможности эстетическую ценность, показывая «небо» Вселенных с отличными от нашей Вселенной свойствами.

[1] Saunders P.T. // Mon. Not. R. astr. Soc. **142**. 213. (1969).
 [2] Fleury P., Pitrou C., Uzan J-P. // Phys. Rev. D. **91**: 043511. (2015).
 [3] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Теория поля. Т. 2. М., 1986.

[4] Schulte M.J., Wires K.E. // 14th IEEE Symposium on Computer Arithmetic (Cat. No.99CB36336) 1999, pp. 124-131.
 [5] Hoare Tony // Hansen, P.B. (eds) The Origin of Concurrent Programming, 1978.

What does the Hubble flow look like in an anisotropic universe?

A.V. Toporensky^{1,a}, I.V. Stepanyan^{2,b}, R.V. Ivanov^{3,c}

¹*Lomonosov Moscow State University – Sternberg Astronomical Institute Moscow 119991, Russia*

²*Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute, Russian Academy of Sciences Moscow 101000, Russia*

³*RUDN-University Moscow 117198, Russia*

E-mail: ^aatopor@rambler.ru, ^bneurocomp.pro@gmail.com, ^cr23vme@gmail.com

Using formulae for light propagation, redshift and photometric distance in a Bianchi I anisotropic Universe, we create a picture of the Hubble flow that could be observed by a hypothetical observer in the anisotropic Universe. The algorithm used can be applied (after some modification) for more complicated visualizations of a sky seen by an observer in strong gravitational fields.

PACS: 98.80.Es, 98.80.Jk.

Keywords: flat anisotropic Universe, photometric distance, Hubble flow.

Received 12 April 2023.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2023. **78**, No. 4. Pp. 564-570.

Сведения об авторах

1. Топоренский Алексей Владимирович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; e-mail: atopor@rambler.ru.
2. Степанян Иван Викторович — канд. техн. наук, доктор биол. наук, вед. науч. сотрудник; e-mail: Neurocomp.pro@gmail.com.
3. Иванов Роман Владиславович — аспирант РУДН; e-mail: r23vme@gmail.com.