

## Экспериментальное исследование взаимодействия ветра с волной, индуцированной волнопродуктором в прямом канале

И.Н. Иванова,<sup>1,\*</sup> О.Н. Мельникова<sup>1,†</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра физики моря и вод суши  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 18.07.2023; после доработки 18.09.2023; подписана в печать 23.10.2023)

Проведено экспериментальное исследование влияния ветра, обдувающего волну, индуцированную волнопродуктором, в прямом канале. Показано, что при малой крутизне волны  $ak < 0.1$  и скорости ветра  $W < 2.3$  м/с на поверхности воды возникает дрейфовое течение, обусловленное воздействием вязких сил. Предложена формула для расчета его скорости. Обнаружено, что фазовая скорость волны увеличивается при появлении дрейфового течения и может быть рассчитана по формуле, полученной для линейных волн на потоке с постоянным сдвигом скорости. При увеличении крутизны волны  $ak > 0.19$  и усилении скорости ветра  $W > 2.3$  м/с в воздушном потоке над вершиной гребня волны обнаружено формирование вихря, деформирующего поверхность воды. Вихрь разрушает вязкий слой, уменьшая дрейфовую скорость. При этом уменьшается фазовая скорость и длина волны. Предложен механизм, объясняющий этот процесс.

PACS: 47.35.-i УДК: 532.5; 532.6

Ключевые слова: дрейфовая скорость, генерация ветровых волн, фазовая скорость волны, пограничный слой потока, взаимодействие ветра и волн.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.78.2360902](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.78.2360902)

### ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие ветра с волнами является одной из основных проблем динамики океана. Первые успехи в понимании генерации ветровых волн сделаны в работах [1, 2]. Майлз исследовал устойчивость невязкого параллельного сдвигового течения, решая линейную задачу на основе уравнения Рэлея. Физически эта неустойчивость соответствует резонансному взаимодействию пульсаций давления в воздушном потоке с поверхностными волнами. Значительный прогресс в изучении взаимодействия волн с ветром был достигнут в [3–7]. Однако прямое влияние ветра на спектры волн на глубокой воде так же, как на усиление молодых ветровых волн вдоль разгона, требует дальнейшего изучения. Интересным физическим явлением, связанным с взаимодействием ветра и волн, является понижение частоты, наблюдаемое в спектре ветровых волн [8, 9]. Единое объяснение этих явлений, по-видимому, отсутствует, поскольку основные механизмы взаимодействия, такие как ветер [10], обрушение волн [11], вязкость [12] действуют в натуральных условиях одновременно. При воздействии ветра на волны, бегущие в направлении ветра, добавляется существенное искажение профиля основных волн. Выделить вклад каждого механизма в деформацию спектра и форму волн является сложной проблемой теории

волн на воде [13]. Для решения этой задачи важно получить экспериментальные данные о каждом механизме взаимодействия ветра и волн для проверки теоретических результатов. Целью этой работы является выяснение основных механизмов взаимодействия ветра и псевдомонохроматических волн, бегущих в направлении воздушного потока. Задача решалась экспериментально.

### 1. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В экспериментах волны индуцировались волнопродуктором плунжерного типа (рис. 1(1)). Треугольный плунжер, совершая возвратно-поступательные вертикальные перемещения, создает волны в бассейне. Регулируя положение и частоту колебаний плунжера, можно получить систему волн различной длины, высоты и частоты. В нашем эксперименте с помощью него создавались волны частотой 2.9–3.15 с<sup>-1</sup>. Выше плунжера размещалась решетка (рис. 1(2)) из прямоугольных ячеек размером 0.01 × 0.01 м шириной 0.15 м, через которую подавался воздух. Решетка устанавливалась для создания плоскопараллельного потока воздуха над поверхностью воды. Высота решетки 0.1 м. Возмущения от крепежа плунжера затухали на расстоянии 0.2 м от входа в канал. Ниже по течению формировался однородный профиль средней скорости по вертикальной и поперечной координатам (вне пограничного слоя). Приблизительные оценки были сделаны по форме профиля средней скорости.

\* [ivair@yandex.ru](mailto:ivair@yandex.ru)

† [olamel@yandex.ru](mailto:olamel@yandex.ru)

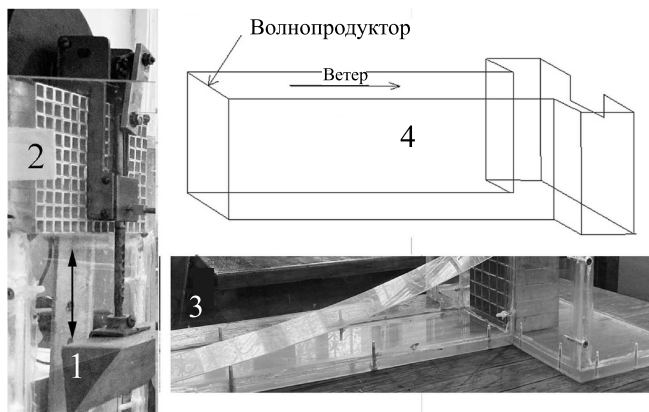


Рис. 1. Плунжер — 1, решетка, через которую подается плоскопараллельный поток воздуха — 2, система гашения волн — 3, схема канала — 4

Для гашения волн в торце канала сделано прямоугольное расширение (рис. 1(3)) до 0.45 м. Кроме того, на дно канала помещалась наклонная плоскость, которая занимает всю ширину канала. Общий вид экспериментальной установки приведен на рис. 1(4). Длина открытого канала 3.5 м, высота боковых стенок 0.4 м. Толщина слоя воды в канале  $h = 0.3$  м.

Скорость ветра в серии экспериментов задавалась в интервале 1.4–4 м/с. Измеритель скорости помещался в однородной части вертикального профиля средней скорости воздушного потока. Дрейфовое течение определялось по перемещению шарика нейтральной плавучести от кадра к кадру с учетом касательной составляющей орбитальной скорости волны. Параметры волн и скорость дрейфового течения определялись по видеозаписи, сделанной со скоростью 25 кадров в секунду, скорость ветра измерялась с помощью анемометра. Доверительный интервал составлял 10% от измеряемых величин для вероятности 0.67.

В первой части работы исследовано влияние ветра на волны малой крутизны  $ak < 0.1$ , где  $a$  — амплитуда волны,  $k$  — волновое число: вначале возбуждали монохроматическую волну без ветра, определяли ее параметры, затем включали вентилятор и определяли параметры волны при воздействии ветра при скорости  $W < 2.3$  м/с. Определялись параметры дрейфового течения, возникающего под воздействием ветра. В работе [14] показано, что скорость дрейфа пропорциональна скорости трения в воздухе и увеличивается с ростом крутизны волны.

Во второй части работы увеличивалась крутизна волны и скорость ветра до тех пор, пока гладкая поверхность слабо нелинейной псевдомонохроматической волны сохранялась. Начало деформации поверхности волны было обнаружено при скорости ветра  $W \approx 2.3$  м/с и  $ak > 0.19$ . Многочисленные натурные наблюдения и лабораторные эксперименты [15] дают диапазон значений критической скоро-

сти ветра, при которой появляются ветровые волны  $2 < W < 3$  м/с. Скорость, при которой обнаружено начало деформации поверхности волны, индуцированной волнопродуктором, в наших экспериментах лежит в указанном интервале.

## 2. ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОГО ВЕТРОВОГО ДРЕЙФА НА ПАРАМЕТРЫ ВОЛНЫ МАЛОЙ КРУТИЗНЫ, ИНДУЦИРОВАННОЙ ВОЛНОПРОДУКТОРОМ

В [16] показано, что при выполнении условия  $\lambda < 2h$ , где  $\lambda$  — длина волны на поверхности потока,  $h$  — глубина потока, фазовая скорость линейной волны  $C$  на потоке воды с постоянным сдвигом скорости по вертикали  $\Omega = \frac{\partial u}{\partial z} = \text{const}$ , определяется выражением, справедливым для волн на глубокой воде:

$$C = -\frac{\Omega}{2k} + \sqrt{\frac{g}{k} + \left(\frac{\Omega}{2k}\right)^2}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (1)$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести. При обдуве волны, созданной волнопродуктором на поверхности неподвижного слоя воды, возникает дрейфовое течение с линейным вертикальным профилем скорости. Течение формируется в тонком слое у поверхности воды за счет сил вязкости. В [17] экспериментально показано, что дрейфовая скорость  $U_{dr}$  может быть рассчитана по эмпирическому выражению:

$$U_{dr} = \frac{W}{1.33 + \frac{\mu_w \delta_a}{\mu_a \delta_w}}, \quad (2)$$

где  $W$  — скорость ветра у поверхности воды,  $\frac{\mu_w}{\mu_a}$  — отношение коэффициентов вязкости воды и воздуха,  $\frac{\delta_a}{\delta_w}$  — отношение толщин слоев с линейным профилем скорости воздуха и воды. Возникает вопрос: можно ли использовать выражение (1) для расчета фазовой скорости волны, обдуваемой ветром? Для ответа был проведен эксперимент, в котором создавалась линейная волна с помощью волнопродуктора на поверхности неподвижного слоя воды высотой  $h = 0.3$  м. Были определены параметры волны: длина  $\lambda$ , амплитуда  $a$ , крутизна  $ak$  и фазовая скорость  $C$ . Затем был включен вентилятор, создающий воздушный поток над поверхностью воды. Скорость ветра была ниже критического значения, при котором появляются ветровые волны [18]. Параметры волны, индуцированной волнопродуктором в этих экспериментах, приведены в двух верхних строчках таблицы. Крутизна линейной волны составила  $ak = 0.1$ , частота в экспериментах, выполненных без обдува волны,  $f = 2.9$  Гц, с обдувом —  $f = 3.15$  Гц.

В таблице приведены значения дрейфовой скорости, полученные в эксперименте и рассчитанные по (2) для температуры воды и воздуха 20°C. При расчете экспериментальных данных проводилось

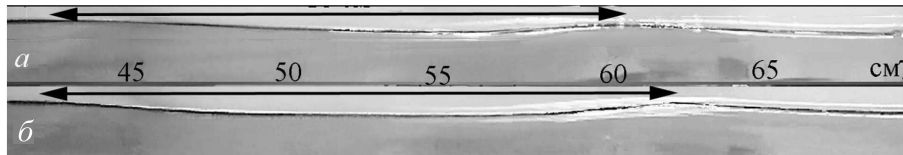


Рис. 2. Поверхность воды: *а* — без ветра, *б* — с ветром. На шкале указано расстояние в сантиметрах от входа в канал

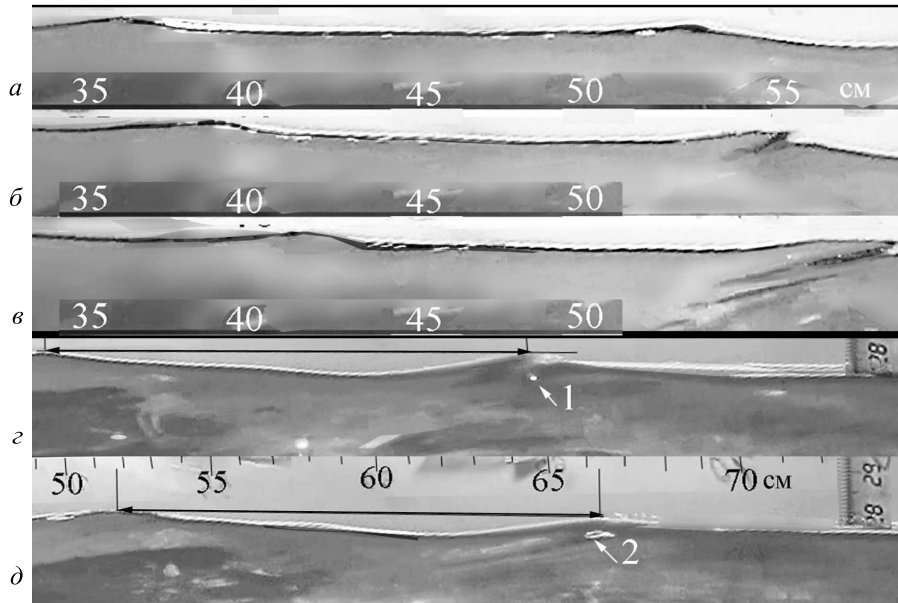


Рис. 3. Последовательные кадры поверхности воды при обдуве монохроматической волны ветром  $W = 2.4$  м/с *а*, *б*, *в* — формирование вихря на вершине волны, *г*, *д* — перемещение частицы нейтральной плавучести на гребне волны; 1 — частица в зоне отрыва вихря. 2 — та же частица на заднем склоне волны

осреднение по 10 реализациям в пределах одного эксперимента при неизменных условиях. Температуре  $20^\circ\text{C}$  соответствует отношение  $\frac{\mu_w}{\mu_a} = 55.6$ . Экспериментальные значения толщин вязких слоев  $\delta_a = 0.006$  м и  $\delta_w = 0.007$  м для данной скорости ветра приведены в [17]. Так как скорость дрейфового течения убывает с глубиной по линейному закону от максимального значения на поверхности воды  $U_{dr}$  до нуля на нижней границе вязкого слоя, то величина завихренности, образующейся в замедляющемся потоке, может быть рассчитана по формуле

$$\Omega = -\frac{U_{dr}}{\delta_w}, \quad (3)$$

(начало координат на поверхности воды, ось  $z$  направлена вверх, ось  $x$  вдоль по потоку).

Из приведенных данных следует, что до включения вентилятора параметры волны, возбужденной волнопродуктором, соответствуют линейному дисперсионному соотношению. Перемещение частиц нейтральной плавучести, зафиксированное в эксперименте, соответствует круговой траектории без смещения вдоль оси  $x$ . Такие параметры соответствуют определению линейной волны.

Эксперимент показал, что при воздействии воздушного потока на линейную волну во второй части

эксперимента ее длина увеличивается, а фазовая скорость растет (рис. 2).

Частица на поверхности воды смещается вдоль оси  $x$ , что свидетельствует о формировании дрейфового течения. Экспериментальное значение дрейфовой скорости близко значению, рассчитанному по (2). Выражение (2) получено при воздействии ветрового потока на плоскую поверхность воды, ранее оно не проверялось для обдува волн, индуцированных волнопродуктором. Скорость Стокса  $U_{\text{Стокс}} = (ak)^2 \sqrt{\frac{g}{k}}$  для волны такой крутизны в пять раз меньше дрейфовой скорости и может не учитываться. Хорошее соответствие полученных экспериментальных и расчетных данных показывает, что выражение (2) может быть использовано для расчета дрейфовой скорости при обдуве линейной волны.

Результаты расчета фазовой скорости по (1) (таблица) близки значениям, полученным в эксперименте, и превышают значение, соответствующее линейному дисперсионному соотношению  $\sqrt{g/k}$ . В соответствии с (1) увеличение фазовой скорости  $\Delta C$  определяется появлением дрейфового течения за счет сил вязкости на границе вода–воздух. Основной вклад в фазовую скорость волны вносит первое

Таблица. Параметры линейной волны ( $ak = 0.1$ ), полученные в экспериментах, выполненных без обдува волны и с ветром

$W$ , м/с	$\lambda$ , м	$a$ , м	$\delta_a$ , м	$U_{dr}$ , м/с по (2)	$U_{dr}$ , м/с, эксп	$\Omega = -\frac{U_{dr}}{\delta_w} \text{ c}^{-1}$	$\sqrt{\frac{g}{k}}$ , м/с	$C$ , м/с, эксп	$C$ , м/с по (1)
–	0.18	0.003	–	–	–	–	0.53	0.53	–
1.4	0.19	0.003	0.006	0.028	0.026	4	0.55	0.60	0.61
2.4	0.145	0.004	0.004	0.062	0.057	14	0.47	0.58	0.63

слагаемое в (1), которое запишем с учетом (3):

$$\Delta C = \frac{\Omega}{2k} = -\frac{U_{dr}}{2k\delta_w}. \quad (4)$$

В соответствии с (4) вклад в увеличение фазовой скорости волны  $\Delta C$  пропорционален дрейфовой скорости и обратно пропорционален толщине вязкого слоя. В соответствии с данными таблицы, расчет, выполненный по (4), дает значение  $\Delta C = 0.06$  м/с. С учетом этой поправки расчетное значение фазовой скорости  $C = 0.61$  м/с. Экспериментальное значение  $C = 0.60$  м/с отличается от расчетного на несколько процентов. Хорошее соответствие полученных данных позволяет использовать (1) не только для волн на сдвиговом потоке, но и для линейных волн на неподвижной воде, обдуваемых ветром. Если скорость дрейфового течения меняется вдоль канала, то меняется и вклад вязкого дрейфа в фазовую скорость основной волны. На начальном участке канала скорость дрейфа быстро растет, в результате растет фазовая скорость и длина основной волны (таблица). Следует учесть, что исследуемые волны с частотой около 3 Гц близки к порогу между турбулентными и классическими волновыми движениями [18]. При возникновении турбулентности появляются дополнительные затраты энергии, которые могут скрыть эффект перекачки энергии ветра в линейную волну, в результате чего происходит увеличение длины волны и ее фазовой скорости.

### 3. ДЕФОРМАЦИЯ СКЛОНОВ ВОЛНЫ, ИНДУЦИРОВАННОЙ ВОЛНОПРОДУКТОРОМ

Выражение для расчета дрейфовой скорости (2) было получено в [17] для стационарного ветрового потока, скорость которого не менялась в направлении движения, а вертикальный профиль скорости в вязких слоях представлял собой линейную зависимость от вертикальной координаты  $z$ .

В [19] предложен физический механизм торможения дрейфового течения на переднем склоне ветровой волны, обнаруженный экспериментально. Под действием силы трения и обратного градиента давления происходит периодический процесс торможения воздуха в пограничном слое потока. В процессе торможения формируется мгновенный вертикальный профиль скорости с локальным минимумом,

расположенным выше вязкого слоя между двумя точками перегиба вертикального профиля скорости [20]. Показано, что в тонком слое, содержащем верхнюю точку перегиба, плоскопараллельное течение неустойчиво, что подтверждено в эксперименте. В этом слое зафиксировано формирование цилиндрического вихря в конце цикла торможения при достижении критического значения перепада скорости по продольной оси. Горизонтальная ось цилиндров направлена по нормали к продольной координате  $x$ . В работе [21] получены условия потери устойчивости ламинарного течения при переходе равномерного потока жидкости в зону, где скорость потока уменьшается в направлении движения. В конце цикла торможения на границе возникает максимальный перепад скорости потока. Если градиент скорости в направлении движения достигает критического значения, то на границе зон формируется вихрь. При обдуве волны, индуцированной волнопродуктором, на вершине волны тоже существует граница между равномерным и замедляющимся воздушными потоками. На переднем склоне скорость ветра уменьшается в направлении движения, так как сечение потока воздуха расширяется. На вершине перепад скорости меняет знак, градиент скорости ветра в этой зоне растет в процессе торможения, достигая максимума в конце цикла. Если максимальное значение продольного градиента скорости превышает критическое, то на вершине волны сворачивается вихрь. При сворачивании вихря вертикальный градиент скорости в вязком слое близко к нулю [21], а дрейфовое течение исчезает. Перепад скорости ветра на вершине волны определяется скоростью ветра и крутизной волны. Похожие данные получены в [22] для модели турбулентного воздушного потока над моногармонической волной, где показано наличие вихревых структур, отрывающихся от водной поверхности вблизи гребней волн и «уходящих» вглубь воздушного потока, типичных для турбулентного погранслоя.

Для проверки сделанных предположений был проведен ряд экспериментов при скорости ветра  $W > 2.3$  м/с и крутизне слабо нелинейной волны  $ak = 0.19$ . На рис. 3 приведены последовательные кадры записи, сделанные в нашем эксперименте при обдуве волны крутизной  $ak = 0.19$  воздушным потоком при скорости ветра 2.4 м/с.

На рис. 3 (а) видны два гребня на гладкой поверхности воды крутизной  $ak = 0.16$  — левый гребень и  $ak = 0.19$  — правый гребень. На кадре b на правом

гребне на вершине появляется деформация поверхности воды, возникающая при образовании вихря в пограничном слое воздушного потока. Вихрь подтягивает поверхность воды вверх из-за падения давления под ним за счет увеличения скорости в слое. Диаметр вихря соответствует толщине вязкого слоя воздушного потока  $\delta_a = 0.004$  м для данной скорости ветра  $W = 2.4$  м/с [17]. На кадрах *b-c* деформация смещается вниз по склону правого гребня, что обусловлено образованием дополнительных вихрей при увеличении перепада скорости воздуха после формирования вихря. Разрушение вязкого слоя под вихрями приводит к уменьшению дрейфовой скорости и, в соответствии с (4), фазовой скорости волны. В результате на кадре *d* частица (1) под вихрем имеет минимальный трек, а на следующем кадре частица оказывается на заднем склоне волны, где дрейфовая скорость и длина трека частицы (2) возрастают. В таблице приведены значения фазовой скорости для правого гребня, полученные в эксперименте и при расчете по (1) для максимального значения дрейфовой скорости (2). Величина вклада дрейфовой скорости  $\Delta C = 0.16$  м/с в зоне деформации поверхности вихрем убывает почти на треть. Уменьшение фазовой скорости правого гребня хорошо видно по смещению его вершины на кадрах (рис. 3, *a-c*). Левый гребень сохраняет свою начальную форму и фазовую скорость, значение которой соответствует дрейфовой скорости, рассчитанной по (2). Скорость левого гребня выше, чем правого, что приводит к уменьшению длины волны

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено экспериментальное исследование влияния ветра, обдувающего монохроматическую волну, индуцированную волнопродуктором, на параметры этой волны.

1. Показано, что при обдуве линейной волны крутизной  $ak < 0.1$ , индуцированной волнопродуктором, при условии  $W < 2.3$  м/с на поверхности волны возникает дрейфовое течение, скорость которого может быть рассчитана по формуле, полученной ранее для плоской поверхности воды потока с постоянной завихренностью.
2. Обнаружено, что обдув линейной волны, индуцированной волнопродуктором, приводит к росту фазовой скорости и длины волны при условии  $W < 2.3$  м/с.
3. При  $W > 2.3$  м/с над вершиной гребня слабо нелинейной волны  $ak = 0.19$  на границе равномерного и замедляющегося потоков воздуха обнаружено формирование вихря. Под вихрем в зоне понижения давления поверхность воды смещается вверх, а вязкий слой разрушается. Это приводит к снижению скорости дрейфового течения и к уменьшению фазовой скорости волны.

- [1] Miles J.W. // *Journal of Fluid Mechanics*. **3**. 185. (1957).
- [2] Phillips O.M. // *Journal of Fluid Mechanics*. **2**. 417. (1957).
- [3] Janssen P.A.E.M. // *Journal of Physical Oceanography*. **21**. 1631. (1991).
- [4] Waseda T., Tulin M.P. // *Journal of Fluid Mechanics*. **401**. 55. (1999).
- [5] Miles J.W. // *Journal of Fluid Mechanics*. **322**. 131. (1996).
- [6] Leblanc S. // *Physics of Fluids*. **19**. 101705. (2007).
- [7] Janssen P.A.E.M. // *The Interaction of Ocean Waves and Wind* (Cambridge University Press). P. 312 (2009).
- [8] Snodgrass F.E. et al. // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. **259**. 431. (1966).
- [9] Henderson D., Segur H. // *Mathematics and Computers in Simulation*. **82**, 1172. (2012).
- [10] Schober C., Straun M. // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. **313**. 81. (2015).
- [11] Kato Y., Oikawa M. // *Journal of the Physical Society of country-regionplaceJapan*. **64**. 4660. (1995).
- [12] Carter J.D., Govan A. // *European Journal of Mechanics - B/Fluids*. **59**. 177. (2016).
- [13] Eeltink D. et al. // *Phys. Fluids*. **29**. 107103. (2017). DOI:10.1063/1.4993972
- [14] Полников В.Г. // *Процессы в геосредах*. № 2(20). 216. (2019).
- [15] Caulliez, G., Ricci N., Dupont R. // *Phys. Fluids* **10**. N 4. 757. (1998).
- [16] Christian K., Malek A. // *J. Mar. Sci. Eng.* **8**, 623. (2020).
- [17] Иванова И.Н., Мельникова О.Н., Ильгисонис И.В., Показеев К.В. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. **41**. № 6. 851. (2005).
- [18] Кузнецов С.Ю., Сапрыкина Я.В., Дулов В.А., Чухарев А.М. // *Морской гидрофизический журнал*. № 5 (185). 23. (2015).
- [19] Мельникова О.Н., Показеев К.В., Рожновская А.А. // *Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия*. № 4. 55. (2013). (Mel'nikova O.N., Pokazeev K.V., Rozhnovskaya A.A. // *Moscow Univ. Phys. Bull.* **68**, N 4. 320. (2013)).
- [20] Мельникова О.Н., Ян Х. // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* № 2. 49. (2021). (Melnikova O.N., Yang H. // *Moscow Univ. Phys. Bull.* **76**. N 2. 109 (2021)).
- [21] Мельникова О.Н., Ян Х. // *Изв. РАН. Сер. физ. Бюллетень of the Russian academy of sciences: Physics*. **86**. N 2. 186. (2022).
- [22] Дружинин О.А., Троицкая Ю.И., Ву Т.Ц. *Вычислительные технологии в естественных науках. Методы суперкомпьютерного моделирования*. 84. (2017).

## Experimental study of the interaction of wind with a wave induced by a wave producer in a direct channel

I.N. Ivanova<sup>a</sup>, O.N. Melnikova<sup>b</sup>

<sup>1</sup>*Department of Physics of Sea and Inland Water, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>[ivair@yandex.ru](mailto:ivair@yandex.ru), <sup>b</sup>[olamel@yandex.ru](mailto:olamel@yandex.ru)*

An experimental study of the effect of wind blowing a wave induced by a wave generator in a direct channel has been carried out. It is shown that at low wave steepness  $ak < 0.1$  and wind speed  $W < 2.3$  m/s, a drift current occurs on the water surface due to the influence of viscous forces. A formula for calculating its velocity is proposed. It is found that the phase velocity of the wave increases with the appearance of a drift flow and can be calculated using the formula obtained for linear waves on a flow with a constant velocity shift. With an increase in the steepness of the wave  $ak > 0.19$  and an increase in wind  $W > 2.3$  m/s, the formation of a vortex deforming the water surface was detected in the air flow above the top of the wave crest. The vortex destroys the viscous layer, reducing the drift velocity. At the same time, the phase velocity and wavelength decrease. A mechanism explaining this process is proposed.

PACS: 47.35.-i

*Keywords:* drift velocity, generation of wind waves, phase velocity of the wave, boundary layer of the flow, interaction of wind and waves.

*Received 18 July 2023.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin. 2023. 78, No. 6. Pp. 870–875.*

### Сведения об авторах

1. Иванова Ирина Николаевна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; e-mail: [ivair@yandex.ru](mailto:ivair@yandex.ru).
2. Мельникова Ольга Николаевна — доктор физ.-мат. наук, доцент; e-mail: [olamel@yandex.ru](mailto:olamel@yandex.ru).