

## Устойчивость течения продуктов горения предельных пламен в вертикальных трубах

И. А. Гуляев<sup>1,\*</sup>, К. А. Казаков<sup>1,†</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра теоретической физики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 13.01.2024; после доработки 18.01.2024; подписана в печать 19.01.2024)

Проведено численное исследование устойчивости течений газа, порождаемых стационарными пламенами вблизи предела воспламенения при их распространении в вертикальных трубах. Установлены основные сценарии эволюции начального течения продуктов горения в зависимости от значений коэффициента теплового расширения и нормальной скорости пламени. Показано, что реализация того или иного сценария существенно зависит от ширины области стагнации, а также расстояния, проходимого газом от фронта пламени до выхода из трубы. В частности, течение продуктов горения оказывается устойчивым в достаточно коротких трубах при ширине зоны стагнации менее половины диаметра трубы. Эволюция же неустойчивых течений может сопровождаться появлением областей рециркуляции и акустических колебаний.

PACS: 51.35.+a, 51.20.+d, 02.70.-c УДК: 533.2, 536.4.

Ключевые слова: горение газовых смесей, предел воспламенения, численные методы.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.79.2420104](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.79.2420104)

### ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на многолетние исследования пламен в газовых смесях вблизи пределов воспламенения, вопрос о механизме их затухания остается актуальным для теории горения и его многочисленных применений [1]. С одной стороны, различные способы понижения предела воспламенения обедненных смесей лежат в основе повышения экономичности аппаратов, использующих горение, и следовательно, снижения нежелательных выбросов в атмосферу. С другой стороны, наблюдение предельных пламен дает информацию о взаимодействии процессов переноса во фронте пламени с динамическими процессами в потоках газа, порождаемых его тепловым расширением. Последовательное описание этого взаимодействия является одной из важнейших задач теории горения.

За последние полвека были разработаны различные теоретические [2–5] и численные подходы [6–8] к описанию пламен вблизи пределов воспламенения. Однако на данный момент не существует сколь-нибудь универсального метода, который бы объяснял все их характерные свойства и давал бы достаточно надежные предсказания. Главными причинами этого являются существенные нелинейность и нелокальность процесса распространения пламени. Нелокальность является следствием существенно дозвуковой природы потоков газа, порождаемых пламенем. В частности, свойства распро-

странения пламени существенно зависят от структуры течения продуктов горения, в том числе от формы и размеров зон стагнации. Эти зоны занимают значительную часть трубы за фронтом пламени именно в случае смесей вблизи пределов воспламенения. Целью настоящей работы является исследование устойчивости течений продуктов горения, порождаемых предельными пламенами при наличии зоны стагнации. Этот вопрос является основным при определении реализуемости различных стационарных режимов горения, в частности при описании их частичного распространения и затухания в вертикальных трубах.

Влияние зон стагнации на структуру фронта пламени теоретически моделировалось в работах [9, 10], в которых поле скорости холодного газа описывалось простейшим одномерным решением уравнения Лапласа. Излишне говорить, что в случае пламен вблизи пределов воспламенения такое приближение неприменимо ввиду сильной нелинейности течения, выражающейся в сильном вытягивании фронта вдоль трубы. Родственной задачей является устойчивость течений в трубах со скачкообразными расширениями, которая исследовалась в ряде экспериментальных, численных и теоретических работ [11–15]. Рассматривавшиеся в них течения, однако, имели либо параболический (пуазейлев), либо плоский начальный профиль скорости, и поэтому структура этих течений совершенно отлична от порождаемой пламенами.

Форма фронта и структура течения газа предельных пламен практически полностью определяются действием поля тяжести. Адекватный способ аналитического описания таких пламен даёт недавно разработанный подход, основанный на так называемом ма-

\* E-mail: [gulyaev.ia15@physics.msu.ru](mailto:gulyaev.ia15@physics.msu.ru)

† E-mail: [kirill@phys.msu.ru](mailto:kirill@phys.msu.ru)

стер-уравнении, которое является точным следствием двумерных уравнений идеальной газодинамики [16, 17]. Мастер-уравнение становится замкнутым относительно полей скорости и положения фронта пламени при добавлении уравнения эволюции,

$$\begin{cases} \frac{d}{df} \left[ (1 + \alpha x(f)) \frac{du_-}{df} - \alpha x(f) \frac{g}{u_-} \right] + \frac{\alpha}{u_-} \left( \frac{du_-}{df} - \frac{g}{u_-} \right) (w_- - \alpha) = 0, \\ w_- = [1 - x(f)] \frac{du_-}{df}, \quad x(f) = 1 - \frac{U - f}{u_-}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $y = f(x)$  — положение фронта пламени в декартовой системе координат, начало которой выбрано в его наивысшей точке, а ось  $y$  параллельна стенкам трубы и направлена в сторону продуктов горения (рис. 1); пламя предполагается симметричным относительно этой оси;  $\mathbf{v} = (w, u)$  — скорость газа; нижний индекс «-» означает ограничение данного поля на фронт пламени со стороны холодного газа;  $\sigma = \partial u / \partial x - \partial w / \partial y$  — завихренность потока газа; все величины записаны в естественных единицах: единицей длины является диаметр трубы  $b$ , единицей скорости — нормальная скорость плоскогорного пламени относительно холодного газа  $U_f$ , единицей плотности газа — плотность холодного газа  $\rho_u$ , а единицей его давления —  $\rho_u U_f^2$ ;  $\alpha = \theta - 1$  ( $\theta$  — отношение плотностей холодного и сгоревшего газа (коэффициент расширения));  $g$  — ускорение свободного падения. Граничными условиями являются  $du_-/df|_{x=0} = \alpha/2$  и  $u_-(0) = U$ , где  $U$  — скорость распространения пламени относительно трубы.

Экспериментально наблюдаемые пламена вблизи предела воспламенения являются практически симметричными, хотя часто в их структуре (форме и поле скорости газа) имеется небольшая асимметрия. Как будет показано ниже, возможной причиной этой асимметрии является неустойчивость симметричных течений продуктов горения, порождаемых некоторыми решениями мастер-уравнения (т.е. идеальных газодинамических уравнений). Поэтому при исследовании этого механизма возникновения асимметрии порождаемое пламенем течение должно предполагаться полностью симметричным. У некоторых пламен, однако, с самого начала имеется существенная асимметрия, не связанная со свойствами течения продуктов горения. В этом случае для исследования устойчивости данного решения симметрия, требуемая мастер-уравнением, достигается обычным образом путем отражения данного пламени вместе со всем порождаемым им течением газа относительно одной из стенок трубы. Тогда удаление данной стенки и объединение двух течений, исходного и отраженного, дает симметричную конфигурацию в трубе удвоенной ширины. Такое построение всегда возможно в силу граничных условий  $w = 0$ ,  $f' = 0$  на стенках трубы и не требует введения каких-либо дополнительных приспособлений. Действительно, в силу предполагаемой идеальности течения, в области пламени условие

определяющего локальную скорость горения. В случае когда пламя стационарно, а его фронт сильно вытянут, мастер-уравнение и уравнение эволюции сводятся к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений [4]:

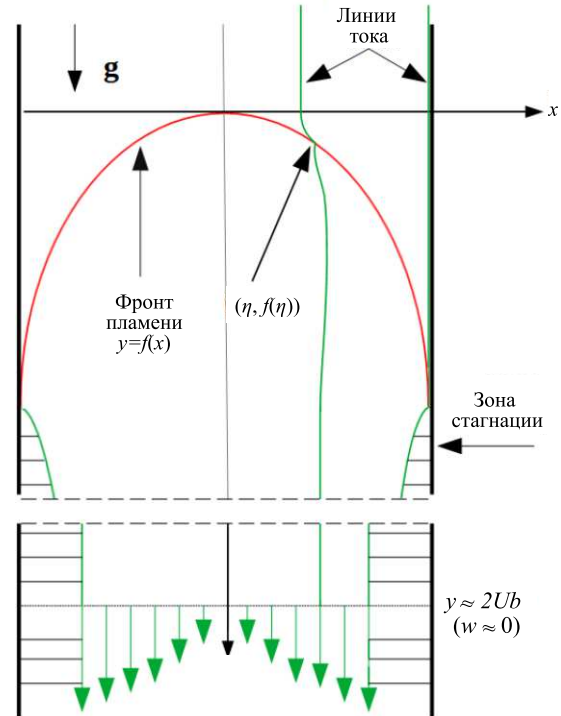


Рис. 1. Схематическое изображение течения газа, порождаемого пламенем в вертикальной трубе с открытым нижним концом. Линии тока газа имеют излом на фронте пламени из-за большого скачка нормальной скорости газа

прилипания  $u = 0$  на стенках трубы не ставится, и поэтому удаление стенки не меняет физических условий течения.

В общем случае имеются два семейства решений системы уравнений (1), которые существенно отличаются профилем фронта и распределениями скорости газа на нем [4, 18]. Соответствующие им скорости пламени  $U$  принадлежат двум непересекающимся диапазонам значений, и решения, соответствующие меньшим (большим)  $U$ , называются решениями типа I (типа II). Важной особенностью решений типа I является то, что эти решения образуют пары с близкими значениями  $U$  (эти решения обозначаются как  $Ia$  и  $Ib$ ) [4]. Существуют также решения типа II, которые характеризуются гораздо более высокой скоростью.

Как уже было отмечено выше, в потоках продуктов горения предельных пламен обычно имеются

довольно обширные зоны стагнации. В то же время в рамках разложения по  $1/|f'|$ , использованного при выводе системы (1), ширина зоны стагнации естественным образом оказывается малой в силу предполагаемой большой величины  $U$ . Однако уже предварительный анализ течения продуктов горения показывает, что ширина зоны стагнации оказывает значительное влияние на его устойчивость. Поэтому для того, чтобы избежать ограничения малой ширины зоны стагнации, предельное значение этой ширины вниз по течению принимается в качестве свободного параметра; её отношение к ширине трубы удобно обозначить как  $(1 - h)$ .

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД ЕЁ РЕШЕНИЯ

Стационарный режим горения, описываемый данным решением мастер-уравнения, может оказаться фактически нереализуемым из-за неустойчивости течения продуктов горения. Речь здесь идет об эффектах вязкости, которые при выводе мастер-уравнения считались пренебрежимо малыми. Как известно, такое пренебрежение законно на не слишком больших расстояниях от фронта пламени (много меньших вязкой длины  $U_f b^2/\nu$ , где  $\nu$  — кинематическая вязкость течения продуктов горения), чем оправдывается применимость мастер-уравнения для нахождения формы пламени. Однако при исследовании устойчивости решений вязкостью газа, вообще говоря, пренебрегать нельзя, поскольку она зависит и от свойств течения в целом, в частности от его характера на больших расстояниях от фронта, где вязкие эффекты могут оказаться определяющими. Для выяснения этого вопроса в настоящей работе применяется следующая стратегия. Распределение скорости сгоревшего газа на фронте пламени, вычисляемое на решениях системы (1), принимается в качестве одного из граничных условий для течения продуктов горения. Эволюция этого течения затем определяется путем численного решения уравнения Навье–Стокса (с вязкостью газа, равной вязкости воздуха при адиабатической температуре пламени). Исходное распределение скорости удобно задавать на поперечном сечении трубы, настолько удаленном от фронта вниз по течению, чтобы линии тока частиц газа можно было считать параллельными друг другу. Последнее условие практически выполняется на расстоянии от фронта, примерно равном длине фронта пламени,  $y \approx y_0 = 2U$  (в обычных единицах,  $y_0 = 2(U/U_f)b$ ). Для этого распределение скорости продуктов горения пересчитывается с фронта пламени на указанное сечение следующим образом [4]:

$$\theta N(\eta) d\eta = u(x(\eta), U) dx,$$

$$u(x(\eta), U) = \left\{ \theta u_1^2 - \alpha u_2^2(\eta) + 2\alpha g [f(\eta) - U] \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

где  $N = \sqrt{1 + (f')^2}$ ;  $u_1$  — значение продольной компоненты скорости свежего газа в точке  $(1, U)$ . Здесь

первое уравнение определяет точку пересечения поверхности  $y = U$  и линии тока, проходящей через  $(\eta, f(\eta))$  (точка пересечения фиксированной линии тока и фронта пламени), а второе — пересчитанную продольную компоненту сгоревшего газа. Примеры такого пересчета для пламен типа I вблизи предела воспламенения приведены на рис. 2. Важной особенностью этих решений является уменьшение скорости продуктов горения в направлении от стенок трубы к ее центру. Эффект поля тяжести на распределение скорости описывается последним членом под корнем в выражении (2) и оказывается доминирующим именно в случае предельных пламен типа I. Торможение продуктов горения вблизи оси трубы действительно наблюдается экспериментально [21, 22] и играет важную роль в объяснении затухания предельных пламен [4].

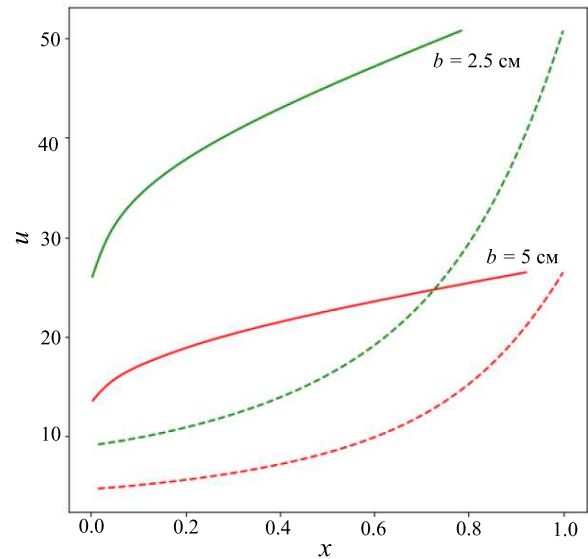


Рис. 2. Продольная компонента скорости газа на фронте пламени ( $u(x, f)$  — пунктирная линия) и скорости, пересчитанной на поверхность  $y = y_0$  ( $u(x, U)$  — сплошная линия) для пламен в метано-воздушных смесях в трубах с диаметрами 5 см и 9.5 см. Используются естественные единицы.  $U_f = 7.5$  см/с,  $\theta = 4.75$ ,  $\mathcal{L}_s = -0.45$  мм ( $\mathcal{L}_s$  — длина Маркштейна, связанная с влиянием растяжения пламени [19, 20] на эволюцию фронта)

Таким образом, исследуемое течение заполняет прямоугольную область, начиная с  $y = y_0$  вплоть до выхода из трубы (рис. 3). Далее, на выходе из трубы задается обычное условие постоянства давления газа по выходному сечению, т.е. условие свободного истечения газа с отрывом линий тока на конце трубы. Наконец, выход течения на истинно стационарный режим (в пренебрежении тепловыми потерями) происходит именно вследствие действия вязких сил, соответственно чему граничным условием на стенках трубы является обращение в нуль скорости газа в лабораторной системе. С другой стороны, при наличии областей стагнации вязкость течения у стенок трубы практически не влияет на основное течение. В самом деле, поскольку рассматриваемые в настоящей работе течения являются ламинарными

ми, пограничный слой, образующийся у стенок в областях стагнации, относительно медленно ( $\sim \sqrt{y}$ ) растет при удалении от фронта, и на практике его толщиной можно пренебречь. Поэтому для того, чтобы исключить эффект трения газа о стенки полностью, в качестве граничного условия на стенках трубы требуется (помимо обращения в нуль нормальной компоненты скорости) обращение в нуль не самой продольной компоненты скорости, а её нормальной производной:  $\partial u / \partial x = 0$  ( $\sigma = 0$ ).

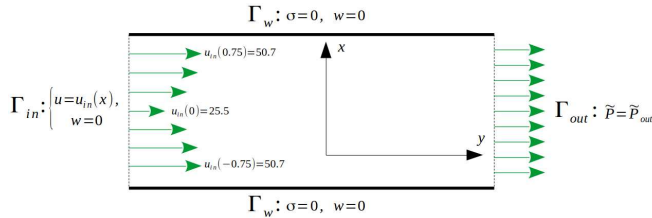


Рис. 3. Область симуляции, где поток газа входит в  $\Gamma_{in}$  и выходит из  $\Gamma_{out}$ ,  $\Gamma_w$  — стенки трубы. В качестве примера указаны экстремальные значения  $u_{in}(x)$  в естественных единицах для пламени на рис. 2 в трубе диаметром 9.5 см

Эффективность методов моделирования динамики несжимаемого газа зависит от геометрии исследуемых систем, граничных условий и общего характера течения. Поскольку ни единственность решения рассматриваемой задачи, ни даже его существование заранее не известны, применение к ней классических численных алгоритмов, использующих метод конечных элементов или неявные схемы, оказывается затруднительным. Ниже используется так называемый метод энтропийного затухания искусственной сжимаемости (*Entropically damped form of artificial compressibility*) [23, 24]. Он основан на следующей модификации уравнений Навье–Стокса для несжимаемого газа:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{v} - \nabla \left( \frac{\tilde{P}}{\rho} \right), \\ \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} = -\frac{1}{Ma^2} \nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \tilde{P}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\tilde{P} = P + \phi / \theta$  — приведенное давление,  $\phi = -gy$  — гравитационный потенциал,  $\rho = 1/\theta$  — плотность сгоревшего газа,  $Re = U_f b / \nu$  — число Рейнольдса,  $\nu$  — кинематическая вязкость сгоревшего газа. Следуя работе [23], здесь введена искусственная сжимаемость, которая характеризуется числом Маха  $Ma$ . Соответственно существенно дозвуковой природе рассматриваемых течений это число является малым. Дивергенция скорости газа, таким образом, входит в уравнение эволюции давления с коэффициентом, много большим единицы. Физический смысл этого построения состоит в том, что из ограниченности вариации давления газа следует ограниченность члена  $\nabla \cdot \mathbf{v} / Ma^2$ , и поэтому нужной точности выполнения условия несжимаемости можно

добиться путем выбора достаточно малого значения  $Ma$ . Наконец, последний член в уравнении эволюции приведенного давления является сглаживающим и необходим для подавления колебаний поля давления, возникающих в ходе поиска стационарного решения. Его наличие не влияет на конечные распределения рассматриваемых величин.

Граничные условия для рассматриваемой системы дифференциальных уравнений имеют вид:

$$\begin{aligned} w|_{\Gamma_{in}} &= 0, & u|_{\Gamma_{in}} &= u_{in}(x), \\ \tilde{P}|_{\Gamma_{out}} &= \tilde{P}_{out}, & w|_{\Gamma_w} &= 0, & \sigma|_{\Gamma_w} &= \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{\Gamma_w} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $u_{in}(x)$  — результат пересчета распределения продольной компоненты поля скорости на фронте пламени на поверхность  $y = y_0$ , обозначенной  $\Gamma_{in}$  на рис. 3,  $\tilde{P}_{out}$  — приведенное атмосферное давление на выходе из трубы ( $\Gamma_{out}$ ); как было указано выше, на стенках трубы ( $\Gamma_w$ ) ставится условие исчезновения поперечной компоненты скорости газа и её завихренности. В качестве начального условия задается параллельный поток  $u(x, y) = u_{in}(x)$ ,  $w(x, y) = 0$ ,  $\tilde{P}(x, y) = \tilde{P}_{out}$ . Для удобства чтения представляемых ниже результатов труба повернута на  $90^\circ$ , так что газ в начальный момент движется слева направо.

Для решения модифицированной системы уравнений Навье–Стокса используется усовершенствованный метод Мак–Кормака [25–27]. Одним из достоинств используемого метода является высокая теоретическая точность по временным и пространственным координатам —  $O(\Delta t^2, (\Delta \mathbf{x})^4)$  ( $\Delta \mathbf{x} = (\Delta x, \Delta y)$ ,  $\Delta t$  — постоянные шаги сетки вдоль осей  $x, y$  и времени соответственно), которая определяется условием на шаг по времени [28]. Другим достоинством метода является то, что он основан на явной схеме, допуская тем самым параллельные вычисления.

Для оценки вычислительной ошибки получаемые решения подставлялись в систему исходных уравнений Навье–Стокса и условия несжимаемости газа. Относительная ошибка  $E$  выполнения каждого уравнения, записанного в виде  $\sum_i \kappa_i = 0$ , определялась как  $E = \sum_i \kappa_i / \max |\kappa_i|$ , где  $\kappa_i$  обозначает  $i$ -й член уравнения, а операция  $\max$  возвращает наибольший из принимаемых аргументов.

Как показывают вычисления, условие несжимаемости в полученных решениях выполняется с относительной ошибкой порядка  $10^{-5} - 10^{-3}$ . Примерно с той же точностью удовлетворяются и уравнения Навье–Стокса, но при этом в некоторых точках границы области стагнации, где происходит резкое изменение скорости, относительная ошибка  $\sim 10 - 20\%$ . Эти ошибки имеются в основном вблизи входа в трубу, где разрыв скорости еще недостаточен «размыт» действием вязких сил.



## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ

Для исследования влияния ширины зоны стагнации на динамику сгоревшего газа было проанализировано 12 течений, порождаемых пламенами типа  $Ia$  вблизи нижнего предела воспламенения. Основные параметры этих пламен указаны в табл. 1. Одним из параметров моделирования является длина трубы  $L$  (расстояние между  $y = y_0$  и выходом из трубы). Большая часть симуляций связана с динамикой сгоревшего газа в сравнительно коротких трубах ( $L = 2.5b$ ). Основным качественным выводом из результатов численного моделирования является существование трех различных сценариев срыва первоначального (симметричного) режима течения газа.

Таблица 1. Параметры пламен, определяющие рассматриваемые решения типа  $Ia$ . В последней колонке указан сценарий эволюции потока газа, порождаемого данным пламенем при  $h = 0.5$

$U_f$ , см/с	$\theta$	$U$	Сценарий
6.5	5.7	5.45	<i>кол</i>
6.6	5.2	5.72	<i>кол</i>
6.7	5.3	5.46	<i>кол</i>
6.9	5.5	4.98	<i>кол</i>
7.0	5.2	5.08	<i>кол</i>
7.2	4.9	5.04	<i>кол</i>
7.4	5.1	4.61	<i>кол</i>
7.4	5.4	4.39	<i>асим</i>
7.5	5.1	4.49	<i>кол</i>
7.5	5.4	4.27	<i>асим</i>
8.1	5.4	3.58	<i>асим</i>

Рис. 4 иллюстрирует основные этапы перехода течения продуктов горения в *асимметричный* стационарный режим, обозначаемый как *асим* (здесь и далее  $L = 2.5b$ , если явно не указано другое значение). Сравнительно быстро (за время  $\approx 0.5$  с) после начала симуляции формируется псевдостационарная симметричная картина течения. Она сохраняется практически неизменной в течение примерно 3 с, рис. 4, б, а затем начинает терять симметрию. Переход в конечное асимметричное состояние занимает еще около 6 с, после чего течение становится истинно стационарным, рис. 4, г.

Второй сценарий (*колебательный*), обозначенный в табл. 1 символом *кол*, отличается от первого тем, что асимметричная картина оказывается нестационарной. А именно по истечении достаточно большого промежутка времени ( $\approx 7$  с в случае  $L = 2.5b$ ) наблюдается переход псевдостационарного течения в режим периодических колебаний. Это иллюстрируется рис. 5, на котором приведены распределения продольной компоненты скорости газа. Оказывается, далее, что период колебаний, вычисленный в единицах  $b/U_f$ , с высокой точностью сов-

падает для всех приведенных в табл. 1 решений сценария *кол*.

Наконец, имеется также *симметричный* сценарий (*сим*), в котором спустя определенный интервал времени после начала симуляции (несколько секунд для  $L = 2.5b$ ) формируется практически симметричная стационарная картина течения, существенно отличающегося от исходного, никак не разрушающаяся со временем.

Табл. 1 иллюстрирует смену сценариев эволюции сгоревшего газа при движении по «фазовой плоскости»  $(\theta, U_f)$ , т.е. при изменении состава горючей смеси (при заданных длине трубы и ширине области стагнации). Важно, что смена сценариев наблюдается также и при плавном изменении параметра  $h$ , определяющего ширину зоны стагнации. В трубах с  $L = 2.5b$  такие переходы наблюдаются уже при сравнительно малых отклонениях от  $h = 0.5$  (см. табл. 2, а). А именно диапазон значений  $h$ , характеризующий сценарий *асим*, является сравнительно узким, порядка 10% от абсолютного значения  $h$ . В трубах с  $L = 2.5b$  точка перехода между *асим* и *кол* зависит от распределения полей скорости на сечении  $y = y_0$ . Далее, при увеличении ширины области стагнации до  $0.53b$  (т.е.  $h = 0.47$ ) эволюция газа, порождаемая решением  $Ia$  ( $U_f = 9.0$  см/с,  $\theta = 4.60$ ,  $U = 3.41$ ), идет по сценарию *асим*. Из полученных решений следует, что для данных  $(\theta, U_f)$  граница между сценариями *сим* и *асим* не зависит от  $L$  (см. табл. 2, б).

Исследование решений в более длинных трубах показывает, далее, что при  $L > 4b$  остается лишь один сценарий *асим*. Нахождение решений в случае труб, длина которых превышает её диаметр на порядок, требует существенных вычислительных ресурсов. Полученные решения показывают, что общим для труб с  $L > 20b$  свойством является практически однородный поток газа на выходе из трубы.

### 2.1. Образование областей рециркуляции

Важной особенностью колебательного сценария является образование областей рециркуляции продуктов горения, которые распространяются в направлении выхода из трубы. Положение и форма этих областей иллюстрируется замкнутыми линиями тока на рис. 6. Возникновение колебаний означает неустойчивость течения, определяемого данным решением стационарного мастер-уравнения, так что для аналитического описания этой неустойчивости следовало бы просто перейти к соответствующим нестационарным уравнениям [17]. Появление же областей рециркуляции означает сверх того, что мастер-уравнение требует дальнейшего обобщения для учета влияния этих областей на структуру самого фронта пламени.

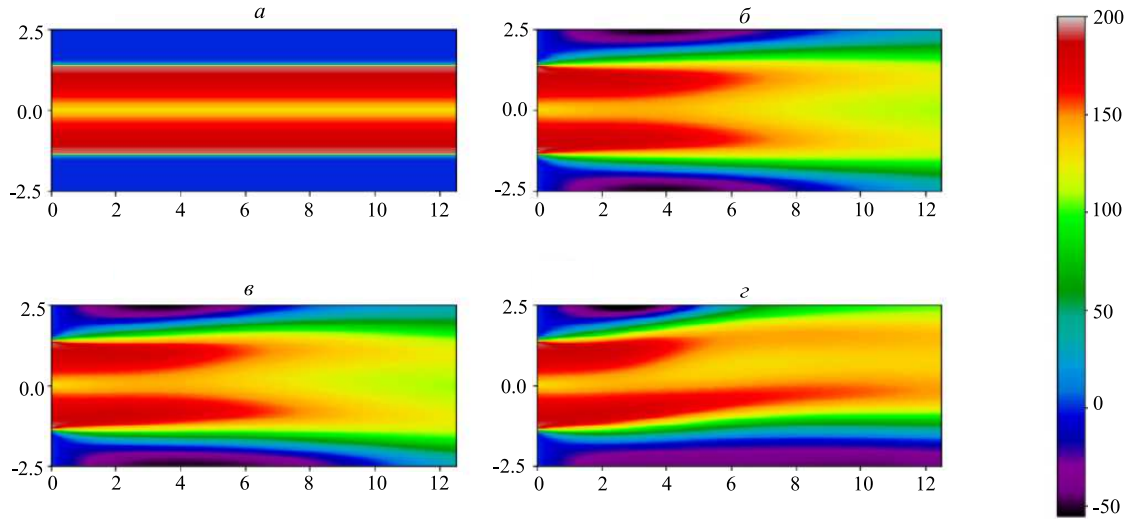


Рис. 4. Динамика течения газа, порожденного пламенем типа  $Ia$ , в сценарии *асим* (переход в режим асимметричного стационарного течения) в трубе диаметром 5 см и длиной 12.5 см. Скорость измеряется в см/с. На рисунке обозначены моменты времени  $a - t=0$  с ( $t=0$ );  $б - t=2.89$  с ( $t=4.34$ );  $в - t=4.2$  с ( $t=6.3$ );  $г - t=9.53$  с ( $t=14.3$ ). В скобках указано время в единицах  $b/U_f$

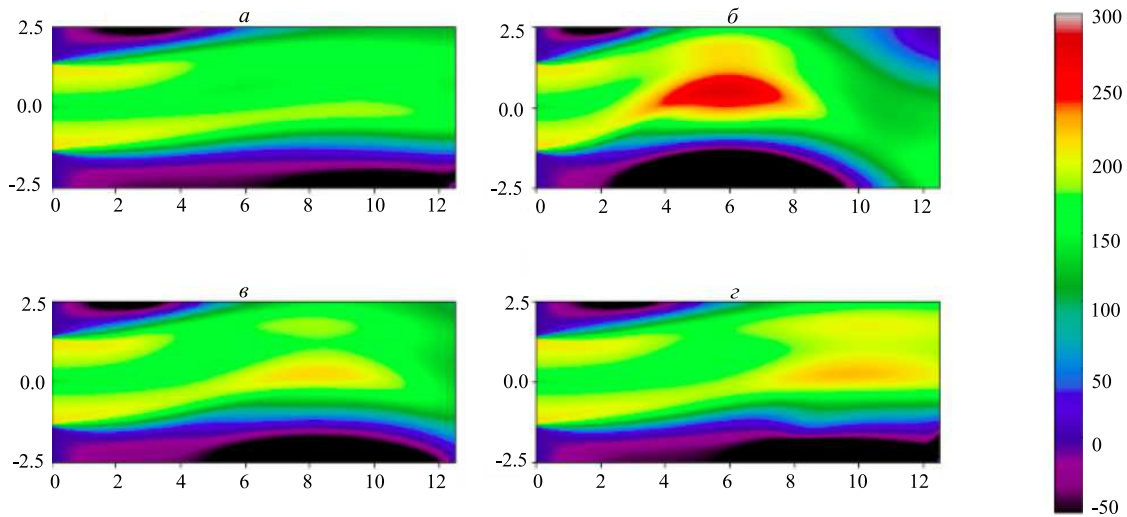


Рис. 5. Динамика течения газа, порожденного пламенем типа  $Ia$ , после перехода в колебательный режим в трубе диаметром 5 см и длиной 12.5 см. Скорость измеряется в см/с. На рисунке обозначены моменты времени:  $a - t=6.56$  с ( $t=8.79$ );  $б - t=7.04$  с ( $t=9.43$ );  $в - t=7.78$  с ( $t=10.43$ );  $г - t=8.34$  с ( $t=11.17$ ). В скобках указано время в единицах  $b/U_f$

## 2.2. Случай нулевой ширины области стагнации: $h = 1$

Определенный интерес представляет также случай нулевой ширины области стагнации ( $h = 1$ ), хотя он и не наблюдается в опытах по воспламенению смесей в стандартной трубе. Здесь следует различать два случая, когда на стенках трубы фиксируется нулевая или ненулевая завихренность, т.е. учитывается трение о стенки трубы. Результаты численного моделирования показывают, что при нулевой завихренности на стенках трубы ( $\sigma = 0$ ) наблюдается рассмотренный выше сценарий *сим*. При ненулевой завихренности на стенках ( $\sigma \neq 0$ ) и достаточно малых значениях вязкости, таких что

$Re \gtrsim 15$ , течение также эволюционирует по сценарию *сим*. Однако при значительном увеличении вязкости (примерно в десять раз) появляется новый сценарий, в котором течение сначала порождает высокочастотные колебания, которые затем медленно затухают. Частота этих колебаний обратно пропорциональна длине трубы, т.е. колебания являются акустическими.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в настоящей работе результаты показывают, что имеются три различных сценария эволюции течений продуктов горения, порождае-

Таблица 2. *a* — Реализация различных сценариев эволюции продуктов горения пламени с  $\theta = 5.7$ ,  $U_f = 6.5$  см/с в трубе с  $L = 2.5b$  в зависимости от ширины области стагнации; *b* — реализация сценариев *сим* и *асим* в трубах различной длины и различной ширины области стагнации

<i>a</i>		<i>b</i>				
<i>h</i>	Сценарий	<i>L/b</i>	$\theta$	$U_f$	<i>h</i>	Сценарий
0.5	<i>кол</i>	2.5	5.7	6.5	0.53	<i>асим</i>
0.53	<i>асим</i>	2.5	5.7	6.5	0.56	<i>сим</i>
0.535	<i>асим</i>	5	5.7	6.5	0.53	<i>асим</i>
0.54	<i>асим</i>	5	5.7	6.5	0.56	<i>сим</i>
0.545	<i>асим</i>	2.5	4.6	9	0.47	<i>асим</i>
0.55	<i>асим</i>	2.5	4.6	9	0.5	<i>сим</i>
0.555	<i>сим</i>	10	4.6	9	0.47	<i>асим</i>
0.565	<i>сим</i>	10	4.6	9	0.5	<i>сим</i>
0.57	<i>сим</i>	2.5	5.3	6.7	0.53	<i>асим</i>
0.575	<i>сим</i>	2.5	5.3	6.7	0.625	<i>сим</i>
0.58	<i>сим</i>	5	5.3	6.7	0.5	<i>асим</i>
		5	5.3	6.7	0.75	<i>сим</i>

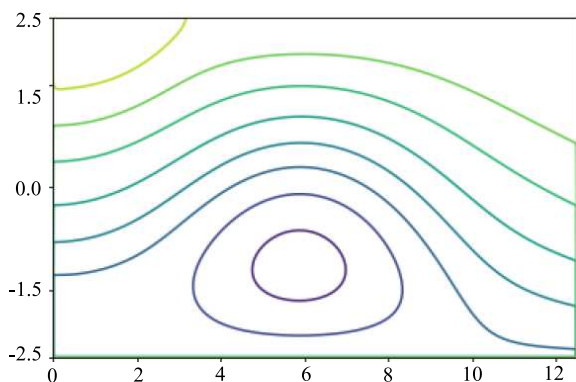


Рис. 6. Линии тока в потоке газа, порожденного пламенем типа *Ia*, в колебательном режиме в трубе диаметром 5 см и длиной 12.5 см при  $h = 0.5$

мых пламенами вблизи предела воспламенения при их распространении в вертикальной трубе. Реализация того или иного сценария существенно зависит от типа пламени, ширины зоны стагнации, а также расстояния, проходимого газом от фронта пламени до выхода из трубы. Из проведенного моделирования можно сделать общий вывод, что при ширине зоны стагнации менее половины диаметра трубы течение оказывается устойчивым в достаточно коротких трубах (длина столба продуктов горения порядка нескольких диаметров трубы). В этом случае исходный профиль скорости газа лишь незначительно изменяется под действием вязких сил. Однако оказывается невозможным указать точные границы области устойчивости, т.к. они зависят от коэффициента теплового расширения и нормальной скорости пламени. В принципе, такую границу можно было бы указать для каждой отдельной «фазовой траектории», описываемой данной смесью го-

ручего и окислителя при изменении их относительных концентраций. Но даже в случае такой хорошо изученной смеси как метано-воздушная, существующие в настоящее время расхождения в значениях  $\theta$  и  $U_f$  (порядка 10%) в значительной степени лишают смысла это понятие.

Устойчивость течения продуктов горения означает, в свою очередь, устойчивость решения стационарного мастер-уравнения, порождающего данное течение. Действительно, хотя это уравнение справедливо в предположении идеальности течения продуктов горения, само существование его нетривиальных стационарных решений, которые зависят от ряда непрерывных параметров ( $\theta$ ,  $U_f$  и др.), говорит об устойчивости этих решений по отношению к малым возмущениям, а следовательно, и по отношению к достаточно малым изменениям, вызванным действием вязких сил. Однако при увеличении ширины области стагнации решения типа *Ia* теряют устойчивость, что выражается либо в потере симметрии течения, либо в срыве его стационарности. Поскольку стационарные конфигурации пламен вблизи предела воспламенения описываются решениями как раз этого типа [4], часто наблюдаемая небольшая асимметрия фронта у таких пламен, по-видимому, обязана именно указанной неустойчивости симметричного течения продуктов горения.

К более глубокой перестройке структуры пламени может приводить неустойчивость, связанная с возникновением периодических движений (колебательный режим). С одной стороны, появление таких движений означает разрушение данного стационарного решения, а с другой — открывает возможность переходов в другие стационарные режимы горения. В применении к пламенам вблизи предела воспламенения это означает прежде всего переход из решения *Ia* в близкое к нему решение *Ib*, кото-

рое играет важную роль в теории частичного распространения пламен [4]. Вопрос о том, насколько сильно рассматриваемая неустойчивость возмущает течение газа вблизи фронта пламени и таким образом меняет его форму, находится за пределами настоящего исследования. Численно-аналитическое исследование этого вопроса требует рассмотрения решений нестационарного мастер-уравнения [17]. К настоящему моменту, однако, такие реше-

ния еще не получены. Больше того, появление областей рециркуляции в потоке продуктов горения означает, что само нестационарное мастер-уравнение требует дальнейшего обобщения для учета влияния этих областей на структуру пламени.

Работа частично выполнена при поддержке фонда «БАЗИС» (грант № 19-2-6-35-1).

- [1] Zel'dovich A. B., Barenblatt G. I., Librovich V. I., Makhviladze G. M. // *The Mathematical Theory of Combustion and Explosions*. New York: Consultants Bureau, 1985.
- [2] Lovachev L. A. // *Combust. Flame*. **17**, N 3. 275. (1971).
- [3] Law C. K., Egolfopoulos F. N. // *Symposium (International) on Combustion*. **24**, N 1. 137. (1992).
- [4] Kazakov K. A. // *Phys. Fluids*. **28**, N 4. 042103. (2016).
- [5] Bertolino A., Stagni A., Cuoci A. et al. // *Combust. Flame*. **207**. 120. (2019).
- [6] Bregeon B., Gordon A. S., Williams F. A. // *Combust. Flame*. **33**. 33. (1978).
- [7] Van den Schoor F., Hermanns R. T. E., van Oijen J. A. et al. // *J. Hazard. Mater.* **150**, N 3. 573. (2008).
- [8] Wang T., Liang H., Luo Z. et al. // *Fuel*. **294**. 120550. (2021).
- [9] Zel'dovich A. B., Istratov A. G., Kidin N. I., Librovich V. B. // *Combust. Sci. and Technol.* **24**. 1. (1980).
- [10] Pelce P. // *J. de Physique*. **46**, N 4. 503. (1985).
- [11] Cherdron W., Durst F., Whitelaw J. H. // *J. Fluid Mech.* **84**, N 1. 13. (1978).
- [12] Rusak Z., Hawa T. // *Phys. Fluids*. **11**, N 12. 3629. (1999).
- [13] Fani A., Camarri S., Salvetti M. V. // *Phys. Fluids*. **24**, N 8. 084102. (2012).
- [14] Moallemi N., Brinkerhoff J. R. // *Comput. Fluids*. **140**. 209. (2016).
- [15] Debuyschere R., Siconolfi L., Rimez B. et al. // *J. Fluid Mech.* **909**. A13. (2020).
- [16] Kazakov K. A. // *Phys. Fluids*. **17**, N 3. 032107. (2005).
- [17] Joulin G., El-Rabii H., Kazakov K. A. // *J. Fluid Mech.* **608**. 217. (2008).
- [18] Kazakov K. A. // *Phys. Fluids*. **24**, N 2. 022108. (2012).
- [19] Eckhaus W. // *J. Fluid Mech.* **10**, N 1. 80. (1961).
- [20] Markstein G. H., (Ed.) *Nonsteady Flame Propagation* // Pergamon **75**. 1. (1964).
- [21] Shoshin Y., Gorecki G., Jarosinski J., Fodemski T. // *Combust. Flame*. **157**, N 5. 884. (2010).
- [22] Muntean V., Higuera F. J. // *Flow Turbulence Combust.* **96**. 263. (2016).
- [23] Chorin A. J. // *J. Comput. Phys.* **135**, N 2. 118. (1997).
- [24] Clausen J. R. // *Phys. Rev. E*. **87**, N 1. 013309. (2013).
- [25] MacCormack R. W. // *Front. Comput. Fluid Dyn.* **27**. (2002).
- [26] Gottlieb D., Turkel E. // *Math. Comput.* **30**, N 136. 703. (1976).
- [27] Bayliss A., Parikh P., Maestrello L., Turkel E. // *18th Fluid Dynamics and Plasmadynamics and Lasers Conference*. 1. (1985).
- [28] Anderson D. A., Tannehill J. C., Pletcher R. H. // *Computational fluid mechanics and heat transfer*. Washington: Hemisphere Pub. Corp., 1984.

## The burnt gas flow stability of limit flames in vertical tubes

I. A. Gulyaev<sup>1,a</sup>, K. A. Kazakov<sup>1,b</sup>

<sup>1</sup>Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia  
E-mail: <sup>a</sup>[gulyaev.ia15@physics.msu.ru](mailto:gulyaev.ia15@physics.msu.ru), <sup>b</sup>[kirill@phys.msu.ru](mailto:kirill@phys.msu.ru)

Stability of the gas flows generated by steady near-limit flames propagating in vertical tubes is studied numerically. Basic scenarios of the burnt gas flow evolution are identified in relation to the thermal gas expansion parameter and the normal flame speed. It is shown that the realization of specific scenario essentially depends on the stagnation zone width as well as on the distance travelled by the gas from the flame front to the tube end. In particular, it is found that for sufficiently short distances, the burnt gas flows are stable provided that the stagnation zone width is less than half the tube diameter. Otherwise, an unstable flow evolution can lead to the appearance of recirculation domains and acoustic perturbations.

PACS: 51.35.+a, 51.20.+d, 02.70.-c.

Keywords: premixed flames, inflammability limit, numerical methods.

Received 13 January 2024.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2024. **79**, No. 2. Pp. .

### Сведения об авторах

1. Гуляев Игорь Андреевич — аспирант; e-mail: [gulyaev.ia15@physics.msu.ru](mailto:gulyaev.ia15@physics.msu.ru).

2. Казаков Кирилл Александрович — канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент; e-mail: [kirill@phys.msu.ru](mailto:kirill@phys.msu.ru).