

Накопительное кольцо комптоновского источника НЦФМ

Д.А. Бобылев^{1,2,*}, В.И. Шведунов^{1,2}¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына (НИИЯФ МГУ)

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

²ООО «Лаборатория электронных ускорителей МГУ» (ООО «ЛЭУ МГУ»)

(Поступила в редакцию 24.01.2024; после доработки 21.02.2024; подписана в печать 28.02.2024)

В настоящей работе исследована магнитная структура накопительного кольца источника рентгеновского излучения, основанного на эффекте обратного комптоновского рассеяния, и рассчитанного на применение в диапазоне энергий пучка электронов от 35 МэВ до 120 МэВ. Для данного накопительного кольца приводятся результаты расчёта динамики электронного пучка и рассматривается влияние эффектов радиационного затухания, квантового возбуждения, лазерного затухания и внутривидового рассеяния. Обсуждаются динамическая апертура и энергетический аксептанс данного кольца. Приводятся результаты расчёта величины спектральной яркости рентгеновского излучения и её изменение с течением времени.

PACS: 29.20.Dh, 29.27.Eg, 29.27.Fh УДК: 539.1

Ключевые слова: накопительные кольца электронов, обратное комптоновское рассеяние, энергетический аксептанс.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.79.2420207](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.79.2420207)

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время во многих научных центрах ведутся работы по созданию источников рентгеновского излучения, основанных на эффекте обратного комптоновского рассеяния. Данные источники имеют на порядки большие по сравнению с рентгеновскими трубками интенсивность и яркость и позволяют получать излучение с высокой степенью монохроматичности. В источниках этого типа рентгеновское излучение генерируется в точке взаимодействия слугка ускоренных электронов и лазерного излучения. Многие из данных источников включают в себя накопительное кольцо, в котором циркулирует ускоренный пучок электронов, взаимодействующий с лазерным излучением, циркулирующим в оптическом резонаторе.

Энергию рентгеновского излучения, образующегося при обратном комптоновском рассеянии, можно оценить по формуле (1):

$$E_{\gamma} = 4E_L\gamma^2, \quad (1)$$

где E_L — энергия фотонов лазерного излучения, γ — релятивистский фактор электронов в пучке [1].

Существует потребность создания источника рентгеновского излучения с энергией, варьируемой в диапазоне десятки–сотни килоэлектронвольт, для чего необходимо использовать пучки электронов с энергией в диапазоне от нескольких десятков мегаэлектронвольт до более чем 100 МэВ.

К примеру, в рамках проекта НЦФМ [2] требуется создать накопительное кольцо комптоновского источника, рассчитанное на диапазон энергий электронов 35–120 МэВ.

1. МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА КОЛЬЦА

Взятое нами за основу накопительное кольцо состоит из четырёх ахроматичных 90° поворотов и включает восемь 45° секторных дипольных магнитов (обозначенные на схемах как ВМН), имеющих на входе и выходе угловые скосы в $+34.378^\circ$, обеспечивающих краевую фокусировку, а также фокусирующую систему из квадрупольных линз (MQ). На рис. 1. приведена схема кольца.

В состав каждого ахроматичного поворота входят два 45° дипольных магнита и размещенная посередине между ними квадрупольная линза, фокусирующая в плоскости поворота (на рис. 1 это два поворотных магнита ВМН и квадрупольная линза MQ1). Одиночная квадрупольная линза выбрана с целью сокращения длины ахроматичного поворота и увеличения прямолнейных промежутков между ними при фиксированном периметре кольца. В промежутках между дипольным магнитом и квадруполем расположены секступольные линзы (хроматические секступоли MS1, MS3, MS5, MS7) для коррекции хроматичности кольца. Непосредственно перед и после каждого ахроматичного поворота в области с нулевой дисперсией расположены секступольные линзы (гармонические секступоли MS2, MS4, MS6, MS8) для минимизации нелинейных полей, создаваемых в основном хроматиче-

* E-mail: agava2309@yandex.ru

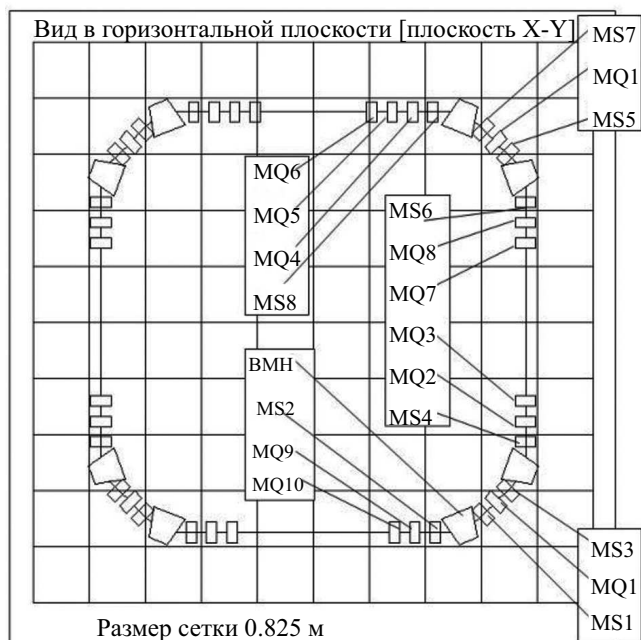


Рис. 1. Схема накопительного кольца

скими секступолями. Все секступольные линзы выполняют также функцию коррекции возмущённой орбиты. На рис. 1 обозначены магнитные элементы для правой половины кольца, левая половина кольца имеет те же элементы, но обозначенные в обратном порядке.

Формирование структурных функций кольца производится квадрупольными линзами MQ1–MQ10. Нижний промежуток предназначен для размещения системы ввода пучка. Правый и левый промежутки предназначены для размещения системы вывода пучка и ВЧ-резонатора соответственно. Верхний промежуток предназначен для размещения лазерного и рентгеновского оборудования, середина этого промежутка соответствует точке взаимодействия электронного и лазерного пучков. Таким образом, магнитная структура кольца содержит 8 дипольных магнитов, 22 квадрупольных линз и 16 секступольных линз. На рис. 2. приведен общий вид кольца.

Изначально данная конфигурация элементов кольца была разработана для проекта LEXG [3], в котором энергия пучка должна была составлять 50 МэВ. Поскольку новое кольцо должно работать в диапазоне энергий 35–120 МэВ, а магнитные поля в его поворотных магнитах не должны превышать при этом 1 Тл (из-за эффектов насыщения материала ярма), размеры элементов кольца из проекта LEXG были увеличены в 1.5 раза. В этом случае даже при работе с пучком энергии 120 МэВ поля в магнитах не будут превышать 1 Тл.

Таким образом, предлагаемое накопительное кольцо обладает следующими параметрами (расчёт с помощью программы MAD-X [4]):

Все приведённые в табл. 1 величины практически не меняются при изменении энергии пучка в диа-

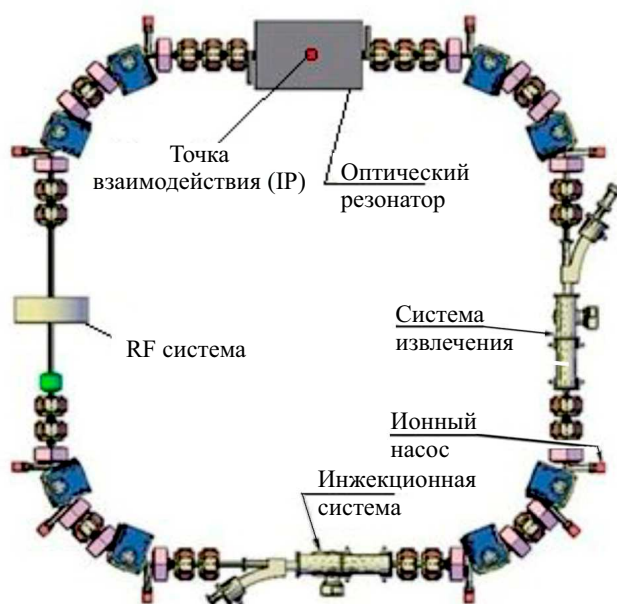


Рис. 2. Общий вид кольца

пазоне 35–120 МэВ (отличие данных величин при энергии 120 МэВ от их значений при 35 МэВ составляет менее 1% там, где такое изменение вообще возможно).

Бета-функции и дисперсия в данном кольце показаны на рис. 3.

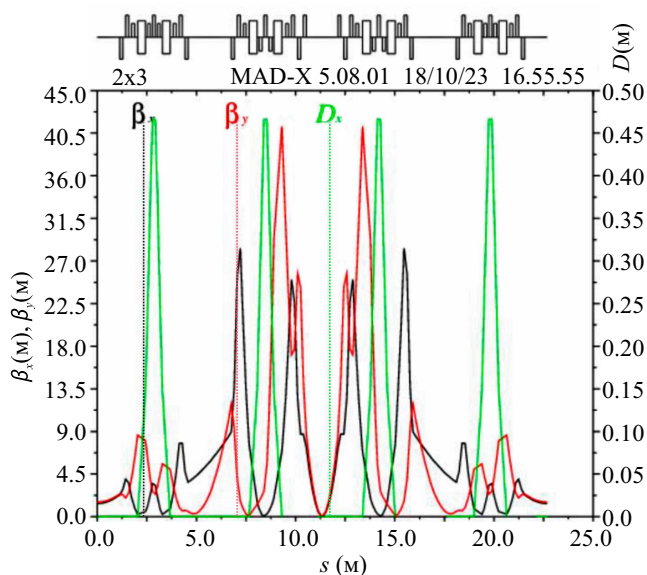


Рис. 3. Оптические функции и дисперсия в накопительном кольце

При значениях нормализованных эмиттансов пучка до 10 мм·мрад максимальные значения размеров пучка по обоим направлениям не превосходят 5 мм, что значительно меньше физической апертуры кольца, составляющей 27 мм.

На рис. 4. представлены соответственно положения рабочей точки в интервале значений отклоне-

Таблица 1. Параметры накопительного кольца

Параметр кольца	Единица	Значение
Энергия пучка	МэВ	35–120
Длина орбиты	м	22.6734
Коэффициент расширения орбит		0.0139
Бетатронные частоты Q_x, Q_y		3.7277/2.8338
Естественные хроматичности ξ_x, ξ_y		-20.9/-36.2
Скорректированные хроматичности ξ_x, ξ_y		-11.1/-10.3
Бета-функция в IP β/β_y	м	0.087/0.073
Мах бета-функции β/β_y	м	28.35/41.22
Дисперсия мах	м	0.4664
Период/частота обращения	нс/МГц	75.6/13.23
Количество дипольных магнитов		8
Количество квадрупольных линз		22
Количество секступольных линз и корректоров		16

ния импульса от опорного $\Delta_p/p = \pm 0.003$. Видно, что рабочая точка не пересекает линии резонансов до 2-го порядка включительно.

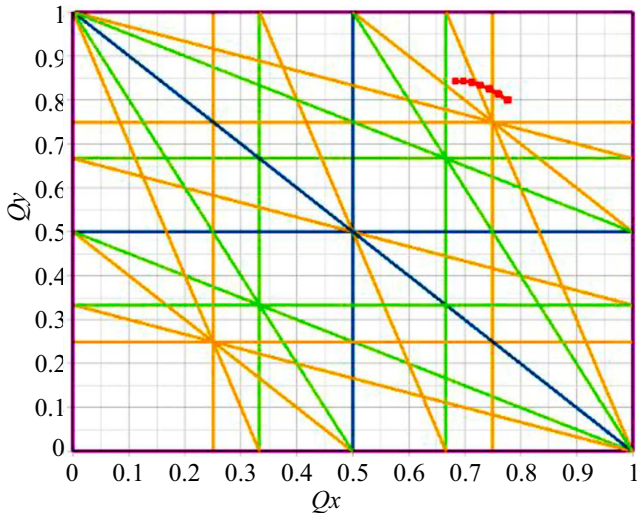


Рис. 4. Положение рабочей точки на карте резонансов

2. ДИНАМИКА ПУЧКА ЭЛЕКТРОНОВ В НАКОПИТЕЛЬНОМ КОЛЬЦЕ

Динамика пучка электронов с энергией порядка десятков–сотен мегаэлектронвольт в накопительном кольце зависит преимущественно от трёх эффектов: радиационного затухания [5, 6], внутрипучкового рассеяния [7–10] и лазерного затухания [11–13].

Все три эффекта приводят к установлению в кольце равновесных значений радиального и вертикального эмиттансов, а также равновесного энер-

гетического разброса и соответствующей ему длины электронного сгустка. Все эти эффекты зависят от параметров накопительного кольца и характеристик электронного сгустка.

2.1. Радиационное затухание

Оценка скорости затухания синхротронных и бетатронных колебаний в накопительном кольце за счёт синхротронного излучения (далее — радиационное затухание) получается путём комбинирования формул из [5, 6]: радиальный и вертикальный эмиттансы убывают согласно экспоненциальным формулам (2) и (3).

$$\varepsilon_x(t) = \varepsilon_x(0) e^{-2t/\tau_x}, \quad (2)$$

$$\varepsilon_y(t) = \varepsilon_y(0) e^{-2t/\tau_y}. \quad (3)$$

Здесь $\varepsilon_{x,y}(0)$ — значение радиального и вертикального эмиттансов в начальный момент времени соответственно, $\tau_{x,y}$ — постоянные времени радиационного затухания.

Относительное отклонение энергии частицы от опорного значения также убывает по экспоненциальному закону:

$$\delta(t) = \delta_0 e^{-t/\tau_z} \sin(\omega_s t + \theta_0). \quad (4)$$

Здесь δ_0 — начальное отклонение энергии частицы от опорного, τ_z — постоянная времени радиационного затухания для энергетического разброса, ω_s — частота синхротронных колебаний, θ_0 — начальная фаза синхротронных колебаний.

Постоянные времени затухания определяются формулой (5):

$$\tau_{x,y,z} = \frac{2}{j_{x,y,z}} \frac{E_e}{U_0} T_0. \quad (5)$$

Здесь $j_x = 1 - \frac{I_4}{I_2}$, $j_y = 1$, $j_z = 2 + \frac{I_4}{I_2}$, $U_0 = \frac{C_\gamma}{2\pi} E_e^4 I_2$ — потери энергии за оборот за счёт синхротронного излучения, I_2, I_4 — второй и четвёртый синхротронные интегралы соответственно, E_e — опорная энергия пучка, T_0 — период обращения пучка в кольце, $C_\gamma = 8.846 \times 10^{-5}$ м.ГэВ⁻³ — константа из формулы для интенсивности синхротронного излучения.

Как указано в [5], чаще всего $I_4 \ll I_2$, поскольку в дипольных магнитах вклад квадрупольного поля очень слаб, а $\eta \ll \rho$. В таком случае $j_x = 1$, $j_y = 1$, $j_z = 2$.

Важно отметить, что при любом соотношении I_4 и I_2 сумма $\frac{1}{\tau_x} + \frac{1}{\tau_y} + \frac{1}{\tau_z} = \frac{2U_0}{E_e T_0}$ сохраняется постоянной. Это теорема Робинсона.

Если кольцо периметра L состоит из n одинаковых дипольных магнитов длины l , а обратный радиус кривизны отличен от нуля только в дипольных магнитах, то для кольца, в котором выполняется $I_4 \ll I_2$, из формулы (5) легко получить оценку по постоянным времени радиационного затухания:

$$\tau_{x,y} [c] \approx 12000 \frac{L [M] l [M] n}{E_e [\text{МэВ}]^3}, \quad (6)$$

$$\tau_z [c] \approx 6000 \frac{L [M] l [M] n}{E_e [\text{МэВ}]^3}. \quad (7)$$

Формула (6) определяет постоянные времени радиационного затухания радиальных и вертикальных колебаний, а формула (7) — радиационное затухание разброса по энергии.

Отметим, что скорость затухания эмиттансов и энергетического разброса не зависит от величины самих эмиттансов и энергетического разброса.

Как следует из формул (6)–(7), постоянные времени затухания эмиттансов и энергетического разброса убывают обратно пропорционально кубу энергии.

Поскольку синхротронное излучение испускается отдельными квантами, эмиттансы и энергетический разброс пучка не могут полностью затухнуть. Скорость роста эмиттансов и энергетического разброса, вызываемая эффектом квантового возбуждения [5], определяется формулами (8)–(9):

$$\left(\frac{d\varepsilon_x}{dt} \right)_{quant} = C_q \gamma^2 \frac{2}{j_x \tau_x} \frac{I_5}{I_2}, \quad (8)$$

$$\left(\frac{d\sigma_\delta^2}{dt} \right)_{quant} = C_q \gamma^2 \frac{2}{j_z \tau_z} \frac{I_3}{I_2}. \quad (9)$$

Здесь $C_q = 3.832 \times 10^{-13}$ м, γ — релятивистский фактор электронов, I_5 — 5-й синхротронный интеграл.

Равновесное значение радиального эмиттанса, соответствующее равенству скоростей радиационного затухания и квантового возбуждения, определяется выражением (10):

$$\varepsilon_0 = C_q \gamma^2 \frac{I_5}{j_x I_2}. \quad (10)$$

Для равновесного значения среднеквадратичного энергетического разброса σ_δ и среднеквадратичной длины сгустка σ_z верны формулы [5]:

$$\sigma_\delta^2 = C_q \gamma^2 \frac{I_3}{j_z I_2}, \quad (11)$$

$$\sigma_z = \frac{\alpha_p c}{\omega_s} \sigma_\delta. \quad (12)$$

Здесь α_p — коэффициент расширения орбит; $\omega_s^2 = \frac{-q V_{RF} \omega_{RF}}{E_e T_0} \alpha_p \cos \varphi_s$ — частота синхротронных колебаний;

$\sin \varphi_s = \frac{U_0}{q V_{RF}}$ — равновесная фаза, при которой потери энергии на синхротронное излучение в точности компенсируются резонатором.

Вертикальный эмиттанс будет обсуждаться ниже.

Как указано в [14],

$$\delta(t) = \delta_0 \sin(\omega_s t - \theta_0), \quad (13)$$

$$z(t) = \frac{\alpha_p c}{\omega_s} \delta_0 \cos(\omega_s t - \theta_0). \quad (14)$$

Таким образом, зная среднеквадратичные длину сгустка и его энергетический разброс при инжекции, можно найти среднеквадратичную длину и энергетический разброс сгустка после первых нескольких прохождений через резонатор:

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 + \left(\frac{\omega_s}{\alpha_p c} l_0 \right)^2, \quad (15)$$

$$l = \alpha_p \frac{c}{\omega_s} \sigma. \quad (16)$$

Энергетический разброс пучка при инжекции составляет [2] около 0.2%, а его длина — 10 пс или 3 мм. После первых нескольких прохождений через резонатор обе эти величины будут синхронно изменяться, согласно соотношению (16), в котором частота синхротронных колебаний ω_s зависит от энергии электронов.

Величины синхротронных интегралов для данного кольца можно найти с помощью модуля TWISS MAD-X [4].

Для нескольких энергий пучка их значения, а также ряд других параметров кольца приведены в табл. 2.

Равновесные значения радиального и вертикального эмиттансов и энергетического разброса в реальности определяются не только эффектом квантового возбуждения, но и эффектами внутрипучкового рассеяния, лазерного затухания и значением коэффициента бетатронной связи.

2.2. Внутрипучковое рассеяние

Эффект внутрипучкового рассеяния в кольце связан с рассеянием электронов в сгустке. Данный

Таблица 2. Синхротронные интегралы и некоторые другие параметры накопительного кольца, связанные с радиационным затуханием и квантовым возбуждением

Параметры	35 МэВ	50 МэВ	100 МэВ	120 МэВ
I_1	0.3166			
I_2	12.4313			
I_3	24.5953			
I_4	-1.9324			
I_5	13.9477			
j_x	0.8446			
j_z	2.1554			
Постоянная времени затухания T_x , с	23.85	8.18	1.02	0.59
Постоянная времени затухания T_y , с	20.14	6.91	0.86	0.50
Постоянная времени затухания T_z , с	9.35	3.21	0.40	0.23
Потери энергии на СИ, эВ	0.26	1.1	17.5	36.3
Синхронная фаза, $(\pi - \varphi) \times 10^6$	0.88	3.65	58.34	120.97
Частота синхротронных колебаний, кГц	425	355	251	229
Равновесный нормализованный радиальный эмиттанс, мм·мрад	0.16	0.48	3.82	6.59
Равновесный энергетический разброс, %	0.0041	0.0058	0.012	0.014
Равновесная длина сгустка, мм	0.064	0.11	0.31	0.41

эффект описывается формулами Бьёркена–Мтингвы, различные модификации которых получены в целом ряде дальнейших исследований [7–10]. Постоянные времени роста эмиттансов, вызванных данным эффектом, зависят от величины самих эмиттансов и энергетического разброса, числа частиц в электронном сгустке, а также от параметров накопительного кольца. Расчёт данных величин для нашего кольца осуществлялся с помощью модуля IBS MAD-X [4].

2.3. Вертикальный эмиттанс и коэффициент бетатронной связи

Поскольку формулы для вертикального эмиттанса получаются из тех же соображений, что и формулы для радиального, то в случае движения пучка исключительно в горизонтальной плоскости равновесное значение вертикального эмиттанса должно было бы обратиться в нуль, поскольку функция $H_y = \gamma_y \eta_y^2 + \alpha_y \eta_y \eta_{py} + \beta_y \eta_{py}^2$ равна нулю во всех точках кольца [14].

Однако, учёт того факта, что синхротронное излучение частицы идёт в узкий конус с углом раствора порядка $1/\gamma$, приводит к тому [14], что равновесное значение вертикального эмиттанса не будет в точности равно нулю, а будет определяться по формуле (17):

$$\varepsilon_{e,min} = \frac{13}{55} \frac{C_q}{j_y I_2} \oint \frac{\beta_y}{|\rho^3|} ds. \quad (17)$$

Для нашего кольца данная величина составляет порядка 1.4×10^{-6} мм·мрад. Данное значение при-

мерно на 4 порядка меньше, чем значение равновесного радиального эмиттанса.

Как известно [14], в реальности равновесный вертикальный эмиттанс определяется наличием вертикальной дисперсии и связью бетатронных колебаний. Оба эти эффекта вызваны наличием неизбежных погрешностей в установке магнитных элементов кольца: поворотных магнитов и квадрупольных и секстипольных линз.

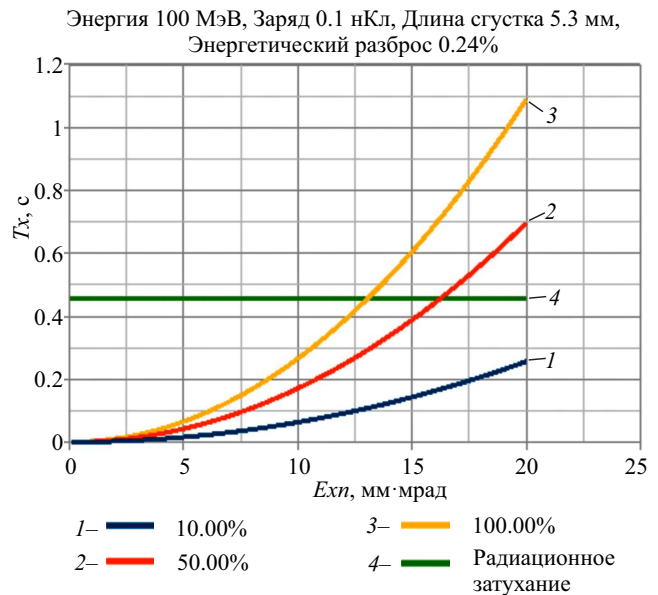


Рис. 5. Постоянная времени роста радиального эмиттанса из-за эффекта внутрипучкового рассеяния в зависимости от величины самого радиального эмиттанса при энергии 100 МэВ и различных значениях коэффициента бетатронной связи

Точный расчёт вертикальной дисперсии и коэффициента бетатронной связи является сложной задачей, поэтому были проведены расчёты для трёх значений коэффициента бетатронной связи: 10% (то есть вертикальный эмиттанс составляет 10% от радиального), 50% и 100% (полностью круглый пучок). Согласно этим расчётам, зависимость постоянной времени роста радиального эмиттанса из-за внутрипучкового рассеяния в сравнении с временем радиационного затухания при энергии 100 МэВ в зависимости от нормализованного радиального эмиттанса и коэффициента бетатронной связи имеет вид, показанный на рис. 5.

Как следует из рис. 5, чем больше коэффициент бетатронной связи, тем слабее ВПР. Это следует из того факта, что с ростом этого коэффициента растёт вертикальный размер пучка (радиальный эмиттанс перетекает в вертикальный), что ослабляет ВПР. Максимально возможное значение этого коэффициента равно единице и соответствует полностью круглому пучку. На практике такое значение этого коэффициента можно реализовать либо введением в накопительное кольцо соленоида, либо установкой косых квадрупольных и секстипольных линз.

2.4. Лазерное затухание

Электромагнитное поле лазерного излучения действует на пучок подобно ондулятору, то есть лазерное затухание аналогично радиационному затуханию в поворотных магнитах, рассмотренному ранее. Скорости лазерного затухания [11] определяются по формуле (18)

$$\alpha_i = j_i \frac{L \sigma_c \langle E_\gamma \rangle}{2E_e}. \quad (18)$$

Здесь $\sigma_c = 6.65 \times 10^{-29} \text{ м}^2$ — комптоновское сечение рассеяния, L — светимость источника, приходящаяся на один электрон, E_e — энергия пучка электронов, $\langle E_\gamma \rangle$ — средние потери энергии электрона в одном акте рассеяния.

$$L = N_{ph} f \frac{\cos \varphi}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\sigma_{y,e}^2 + \sigma_{y,\gamma}^2} \sqrt{(\sigma_{x,e}^2 + \sigma_{x,\gamma}^2) \cos^2 \varphi + (\sigma_{z,e}^2 + \sigma_{z,\gamma}^2) \sin^2 \varphi}}, \quad (21)$$

где N_{ph} — число фотонов в импульсе лазера, $\sigma_{x,y,z/e,\gamma}$ — среднеквадратичные размеры электронного сгустка и лазерного импульса в двух поперечных и продольном направлениях соответственно, φ — половина угла пересечения лазерного излучения и электронного пучка, f — частота обращения сгустка.

Поскольку данная формула является приближительной, её применимость для взаимодействия электронного пучка и лазерного импульса, имеющих параметры, указанные в табл. 3 ниже, была проверена с помощью программы *TSourceXG* [15],

Равновесное значение нормализованных эмиттансов и относительного энергетического разброса под действием одновременно эффектов радиационного и лазерного затухания составляет [11]:

$$\varepsilon_{x,y}^N = \frac{\varepsilon_{x,y}^N (Synch) (\Delta E)_{Synch} + \varepsilon_{x,y}^N (Comp) (\Delta E)_{Comp}}{(\Delta E)_{Synch} + (\Delta E)_{Comp}}, \quad (19)$$

$$\delta_E^2 = \frac{\delta_{Synch}^2 (\Delta E)_{Synch} + \delta_{Comp}^2 (\Delta E)_{Comp}}{(\Delta E)_{Synch} + (\Delta E)_{Comp}}. \quad (20)$$

Здесь $(\Delta E)_{Synch}$ — средние потери за оборот на синхротронное излучение в кольце для одного электрона (приведены в табл. 2);

$(\Delta E)_{Comp} = L_1 \sigma_c \langle E_\gamma \rangle \approx L_1 \frac{8\pi r_e^2}{3} 2E_L \gamma^2$ — потери на комптоновское рассеяние, которые зависят от светимости источника L_1 , приходящейся на один электрон за один оборот;

$$\delta_{Comp} = \sqrt{\frac{7}{10} \frac{2.43 \times 10^{-12}}{\lambda_L} \gamma} - \text{равновесный энергетический разброс, определяемый исключительно лазерным затуханием. Здесь } \lambda L - \text{длина волны лазерного излучения;}$$

$\varepsilon_x^N (Comp) = \frac{3}{10} \frac{2.43 \times 10^{-12}}{\lambda_L} \beta_x \approx 6.34 \times 10^{-8} =$

$$= 0.0634 \text{ мм·мрад, } \varepsilon_y^N (Comp) = \frac{3}{10} \frac{2.43 \times 10^{-12}}{\lambda_L} \beta_y \approx$$

$\approx 5.32 \times 10^{-8} = 0.0532 \text{ мм·мрад}$ — равновесные нормализованные эмиттансы, определяемые исключительно лазерным затуханием. Нормализованные эмиттансы и относительный энергетический разброс, определяемые исключительно эффектами квантового возбуждения и радиационного затухания, были оценены ранее.

Для светимости источника, приходящейся на один электрон, в пренебрежении наличием перетяжки лазерного импульса в точке взаимодействия и изменением ширины электронного сгустка в этой области верна формула [12]:

в основу которой заложена аналитическая модель взаимодействия электронного и лазерного пучков, детали которой указаны в работе [16].

3. ИЗМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПУЧКА С ТЕЧЕНИЕМ ВРЕМЕНИ

Включив в программу расчёта вычисление всех трёх эффектов (радиационного затухания, внутрипучкового рассеяния и лазерного затухания), были получены зависимости от времени для радиального и вертикального эмиттансов, энергетического раз-

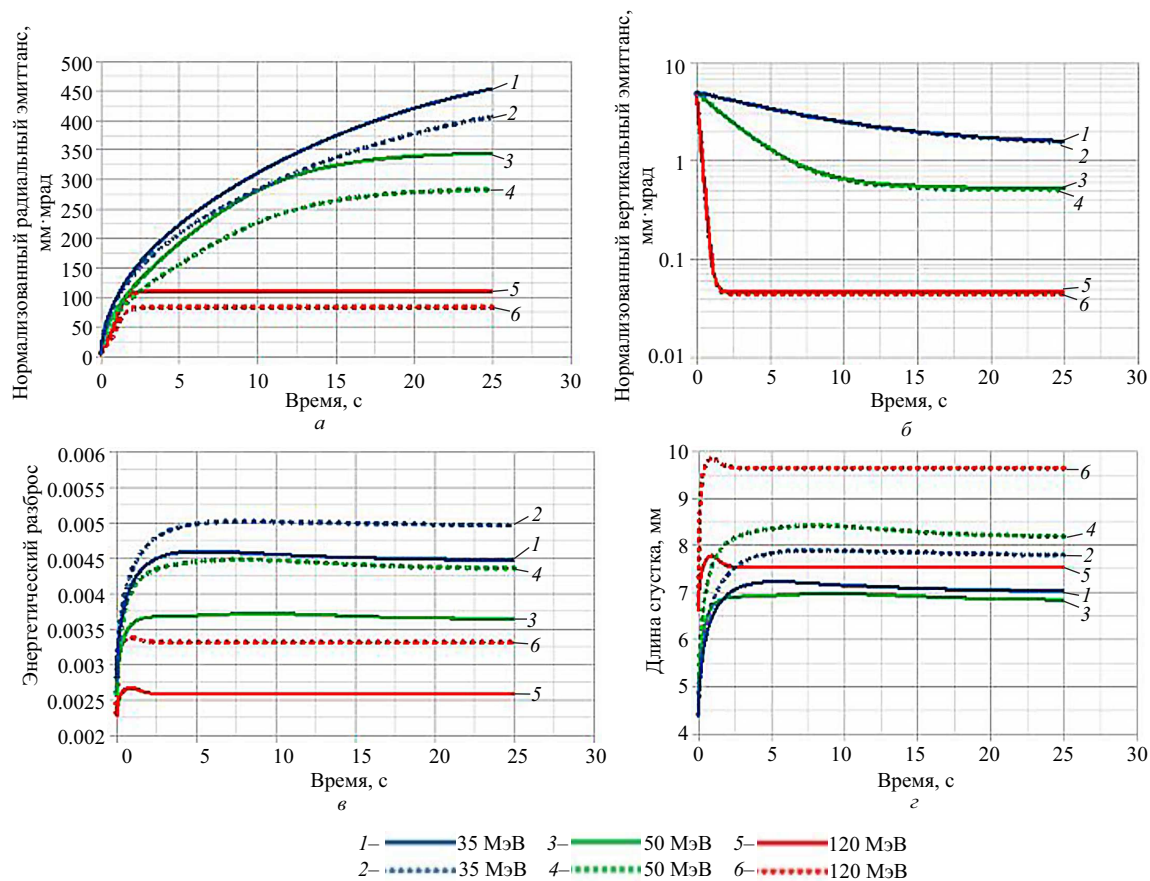


Рис. 6. *а* — Изменение радиального эмиттанса с течением времени при отсутствии бетатронной связи (сплошная линия — лазер на 1-й гармонике, пунктир — лазер на 2-й гармонике); *б* — изменение вертикального эмиттанса с течением времени при отсутствии бетатронной связи (сплошная линия — лазер на 1-й гармонике, пунктир — лазер на 2-й гармонике); *в* — изменение величины энергетического разброса с течением времени при отсутствии бетатронной связи (сплошная линия — лазер на 1-й гармонике, пунктир — лазер на 2-й гармонике); *г* — изменение длины электронного сгустка с течением времени при отсутствии бетатронной связи (сплошная линия — лазер на 1-й гармонике, пунктир — лазер на 2-й гармонике)

броса, длины сгустка в накопительном кольце нашего комптоновского источника.

Поскольку один из ключевых параметров накопительного кольца — коэффициент бетатронной связи — на данном этапе не определён, вычисления проводились для двух предельных случаев: полного отсутствия бетатронной связи и 100% бетатронной связи.

Расчёт проводился для параметров электронного сгустка и лазерного излучения, приведённых в табл. 3.

При отсутствии бетатронной связи интересующие нас параметры изменяются со временем следующим образом (рис. 6, *а-г*):

Здесь всюду сплошной линией показана динамика интересующих нас параметров при работе с лазером на 1-й гармонике (1.204 эВ), а пунктирной линией — на 2-й гармонике (2.408 эВ).

Во втором случае (100% бетатронная связь, рис. 7, *а-г*) данные зависимости имеют несколько иной вид:

Изменение эмиттансов, энергетического разброса и длины сгустка неизбежно приводит к изменению спектральной яркости источника. С помощью про-

граммы TSourceXG можно определить спектральную яркость источника в различные моменты времени. К примеру, спектральная яркость при энергиях 35 и 120 МэВ и нулевом угле наблюдения в начальный момент и через 1 с приведены на рис. 8, *а-г*:

Зависимости спектральной яркости в максимуме от времени при нулевом угле наблюдения для энергий пучка 35 МэВ и 120 МэВ приведены на рис. 9, *а-б*:

Из рис. 9, *а-б* видно, что для поддержания яркости источника на постоянном уровне с точностью в десятки процентов необходимо проводить замену электронных сгустков с частотой порядка 100 Гц.

4. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ АКСЕПТАНС КОЛЬЦА

Согласно теории обратного комптоновского рассеяния, при лобовом столкновении фотона лазерного излучения энергии E_L с электроном пучка с лоренц-фактором γ , энергия рассеянного γ -кванта определяется по формуле (1).

Таблица 3. Параметры электронного пучка и лазерного импульса, использованные для расчёта динамики пучка в кольце

Заряд сгустка	0.1 нКл
Начальный нормализованный эмиттанс	5 мм·мрад
Начальный среднеквадратичный энергетический разброс	0.2%
Начальная среднеквадратичная длина сгустка	3 мм
Угол пересечения лазерного излучения и пучка	3°
Энергия лазерного импульса	1 мДж
Частота импульсов лазера	около 13 МГц (равна частоте вращения сгустка в кольце)
Длина волны лазера	1.03 мкм (1-я гармоника), 0.515 мкм (2-я гармоника)
Длина лазерного сгустка	5 пс
Среднеквадратичный размер лазерного пятна в точке взаимодействия	50 мкм
Частота колебаний поля резонатора	714 МГц
Напряжение на зазоре резонатора	300 кВ

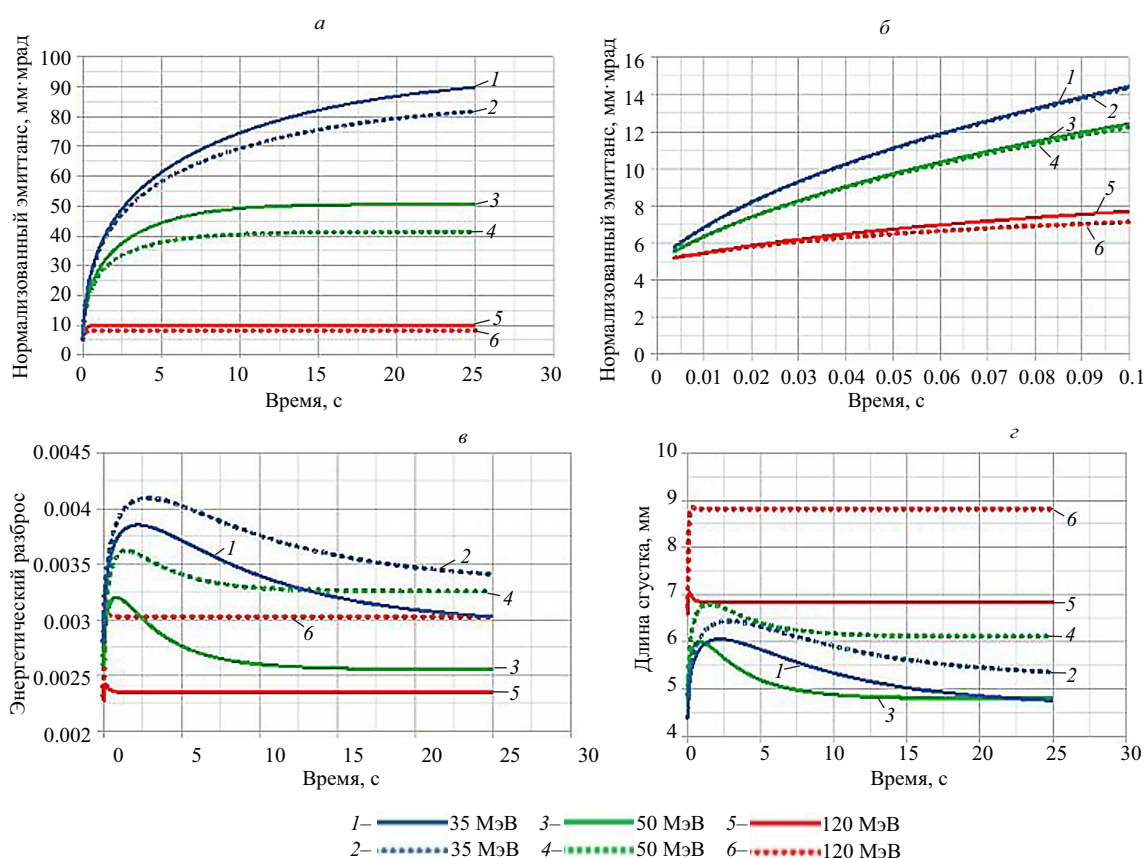


Рис. 7. *a* — Изменение эмиттанса с течением времени при 100% бетатронной связи (сплошная линия — лазер на 1-й гармонике, пунктир — лазер на 2-й гармонике); *б* — изменение эмиттанса с течением времени (первые 100 мс) при 100% бетатронной связи (сплошная линия — лазер на 1-й гармонике, пунктир — лазер на 2-й гармонике); *в* — изменение величины энергетического разброса с течением времени при 100% бетатронной связи (сплошная линия — лазер на 1-й гармонике, пунктир — лазер на 2-й гармонике); *г* — изменение длины электронного сгустка с течением времени при 100% бетатронной связи (сплошная линия — лазер на 1-й гармонике, пунктир — лазер на 2-й гармонике)

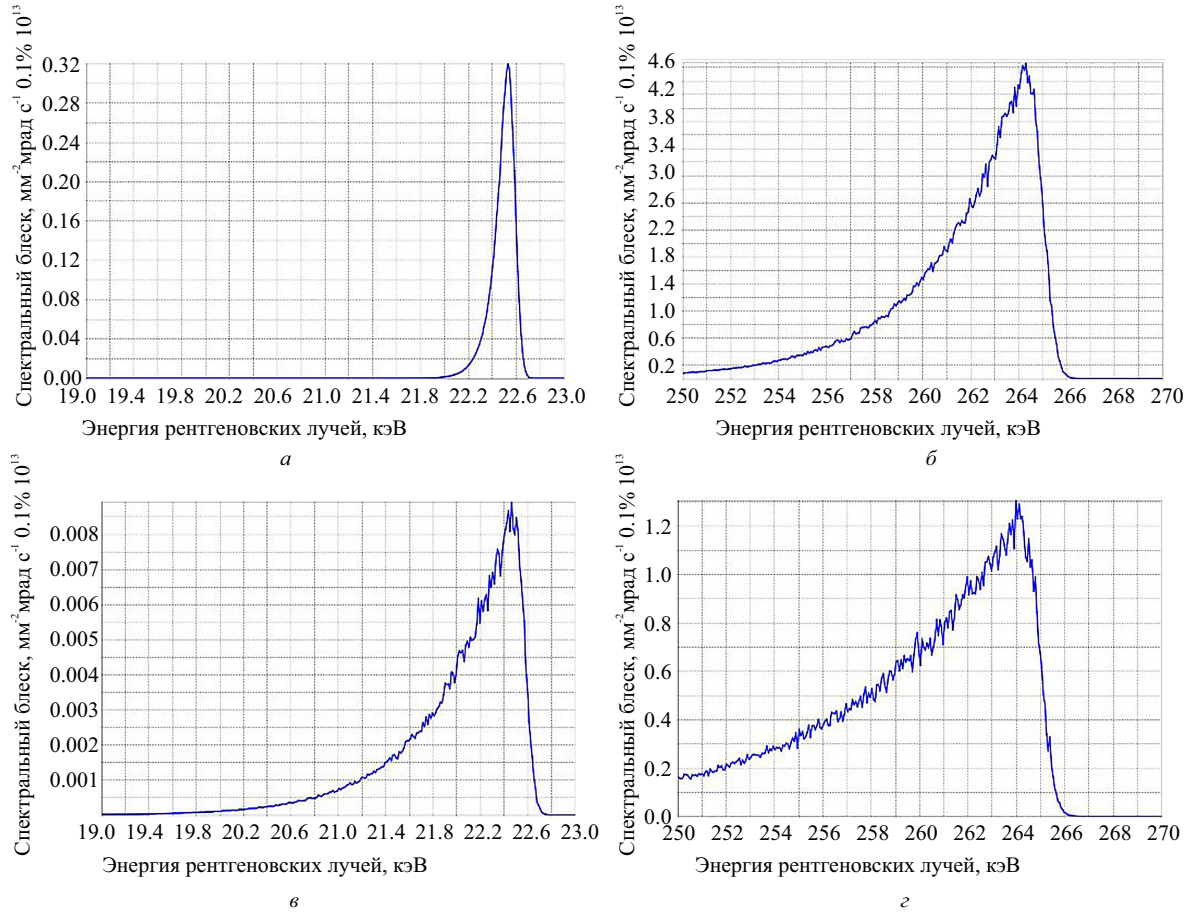


Рис. 8. *а* — Спектральная яркость источника, энергия 35 МэВ, начальный момент времени; *б* — спектральная яркость источника, энергия 120 МэВ, начальный момент времени; *в* — спектральная яркость источника, энергия 35 МэВ, через 1 с после начала движения сгустка; *г* — спектральная яркость источника, энергия 120 МэВ, через 1 с после начала движения сгустка

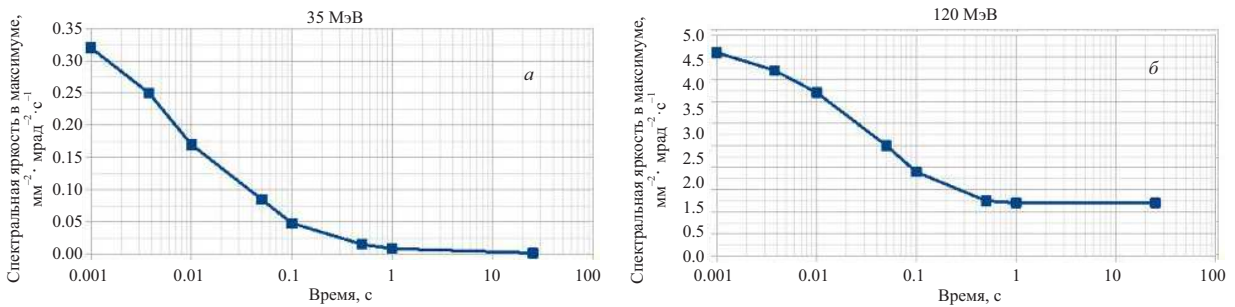


Рис. 9. *а* — Изменение спектральной яркости в максимуме с течением времени, энергия пучка 35 МэВ; *б* — изменение спектральной яркости в максимуме с течением времени, энергия пучка 120 МэВ

Поскольку в нашем накопительном кольце $E_L \sim 2.4$ эВ, то максимально возможная энергия рассеянных γ -квантов составляет порядка 530 кэВ при энергии пучка 120 МэВ. Соответственно на такую же величину уменьшится энергия электрона. Поскольку желательно, чтобы данный электрон после рассеяния продолжал движение в накопительном кольце, необходимо, чтобы энергетический акцептанс кольца составлял более

$$\delta [\%] > \frac{E_\gamma}{E_e} \cdot 100 = 400 E_L \frac{E_e}{0.511^2} \approx 0.0037 E_e \text{ [МэВ]}. \quad (22)$$

При энергии пучка, равной 35 МэВ, эта величина составляет порядка 0.13%, при энергии пучка 120 МэВ — 0.44% соответственно.

Энергетический акцептанс определяется различными факторами, одним из которых является влияние резонатора. Вклад этого влияния в акцептанс

определяется [17] формулой (23)

$$\delta \approx \sqrt{\frac{-eV_{rf}}{\pi h \eta E_0} (2 \cos(\varphi_s) + (2\varphi_s - \pi) \sin(\varphi_s))}. \quad (23)$$

В нашем кольце частота резонатора предполагается равной 714 МГц, что является 4-й гармоникой от частоты 2856 МГц. Таким образом, номер гармоники h , равный отношению частоты оборота частицы в кольце и частоты колебаний поля в резонаторе, составляет:

$$h = \frac{T_0}{T_{RF}} = \frac{\nu_{RF}}{c/L_{ring}} = 54. \quad (24)$$

Коэффициент сдвига фазы в нашем кольце составляет $\eta = \alpha_p - 1/\gamma^2 \sim 0.014$.

Потери энергии на синхротронное излучение U_0 в нашем случае составляют менее 50 эВ (см. табл. 2). Поскольку напряжение на резонаторе составляет 300 кВ, равновесная фаза практически в точности равна π , а её косинус — минус единице. В таком случае формула (25) даёт связь необходимого напряжения на резонаторе в зависимости от требуемого акцептанса:

$$V = \frac{\pi h \eta E_e}{2 e} \delta^2, \quad (25)$$

откуда в нашем кольце при максимально возможной энергии пучка 120 МэВ

$$V [\text{МВ}] \approx 143 \delta^2. \quad (26)$$

Таким образом, при напряжении на резонаторе порядка 300 кВ данный вклад в акцептанс составит около 4.6% и десятикратно перекроет потери энергии на комптоновское излучение. Аналогично при энергии пучка 35 МэВ вклад влияния резонатора в акцептанс составит около 8.5% и шестидесятикратно перекроет потери на комптоновское излучение.

Акцептанс, связанный с физической апертурой элементов кольца, можно оценить из следующих соображений. В нашем кольце дисперсия ни в одной точке не превышает 0.5 м. Физическая апертура нашего кольца составляет ± 2.7 см. По определению дисперсии, это означает, что в кольце могут устойчиво двигаться частицы, энергия которых отклоняется от опорной менее чем на $\pm 5.4\%$, что также на порядок больше величины относительных потерь на комптоновское рассеяние.

Для того, чтобы более точно оценить величину энергетического акцептанса нашего кольца, был проведён его трекинг с использованием модуля РТС-TRACK MAD-X [4].

Больше всего нас интересует акцептанс в двух точках: в точке инжекции и в точке взаимодействия, где энергия электронов может значительно измениться в результате комптоновского рассеяния.

Для расчёта акцептанса мы поступили традиционным способом: в интересующей нас точке кольца

был задан ансамбль из 1000 частиц с нулевыми отклонениями от опорной орбиты и нулевыми поперечными импульсами, имеющими случайный энергетический разброс, после чего проведён их трекинг в течение 500 оборотов. Тот энергетический разброс, при котором все частицы сохраняются спустя 500 оборотов, был принят за оценку энергетического акцептанса в данной точке.

Величина в 500 оборотов была взята, поскольку после 500 оборотов число «выживших» частиц становится практически неизменно, что видно на рис. 10.

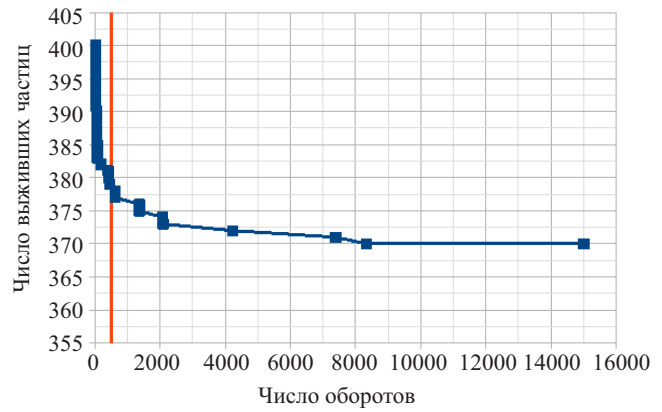


Рис. 10. Число «выживших» частиц при трекинге в предложенном нами кольце. Красной линией отмечено 500 оборотов

Кроме того, 500 оборотов совершается за время порядка 40 мкс, что соответствует примерно 10 периодам синхротронных колебаний. Следует ожидать, что за данное время длина электронного сгустка и его энергетический разброс достигнут состояния равновесия, определяемого формулой (16), после чего все параметры сгустка будут лишь медленно (по сравнению с временем одного оборота) меняться из-за эффектов внутривидового рассеяния, радиационного затухания, эффекта Тушека и прочих «медленных» эффектов. Результаты трекинга приведены на рис. 11 и 12:

В точке взаимодействия с лазерным излучением ситуация аналогична:

В первом случае акцептанс составляет порядка $\pm 1\%$, во втором — порядка $\pm 0.7\%$, что в несколько меньше, чем дают аналитические оценки.

Таким образом, энергетический акцептанс превышает максимально возможное отклонение частицы от опорной энергии, вызванное комптоновским рассеянием, как минимум в два раза, а значит, рассеянные электроны продолжают устойчивое движение в кольце.

5. ДИНАМИЧЕСКАЯ АПЕРТУРА КОЛЬЦА

Другой важной характеристикой накопительного кольца является динамическая апертура — макси-

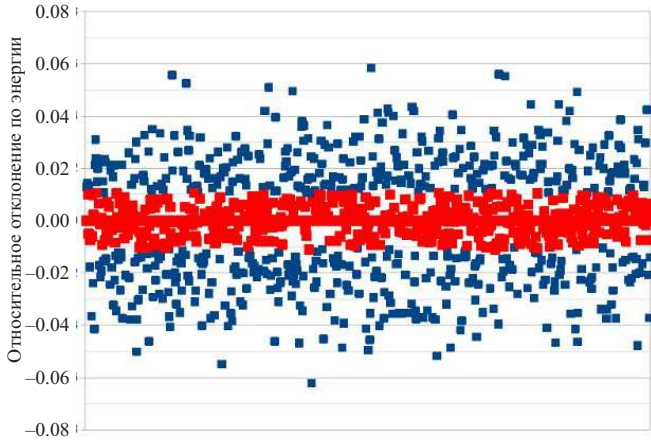


Рис. 11. Энергетический аксептанс в точке инжекции. Синие точки — начальный энергетический разброс частиц, красные точки соответствуют тем частицам, которые сохранились после 500 оборотов

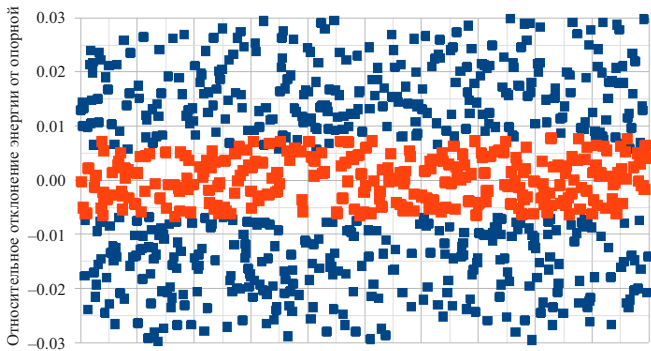


Рис. 12. Энергетический аксептанс в точке взаимодействия с лазерным излучением. Синие точки — начальный энергетический разброс частиц, красные точки соответствуют тем частицам, которые сохранились после 500 оборотов

мальная амплитуда устойчивых бетатронных колебаний, которые могут присутствовать в кольце [12].

Обычно для определения динамической апертуры в заданной точке кольца в данной точке запускают трекинг некоего набора частиц с некоторыми поперечными отклонениями от опорной орбиты, но с нулевыми поперечными скоростями [12]. Совокупность устойчиво циркулирующих частиц и определяет апертуру кольца в данной точке. Наиболее интересно определить динамическую апертуру в точке инжекции, поскольку инжекция пучка может быть связана с определённым смещением пучка в сторону от опорной орбиты. Необходимо, чтобы динамическая апертура в точке инжекции значительно превышала поперечные размеры пучка. Результаты расчёта динамической апертуры в точке инжекции при разных энергиях показаны на рис. 13.

Таким образом, динамическая апертура в точке инжекции при нулевом отклонении энергии от опорной составляет около $2 \text{ мм} \times 2 \text{ мм}$.

Поскольку горизонтальная и вертикальная бета-

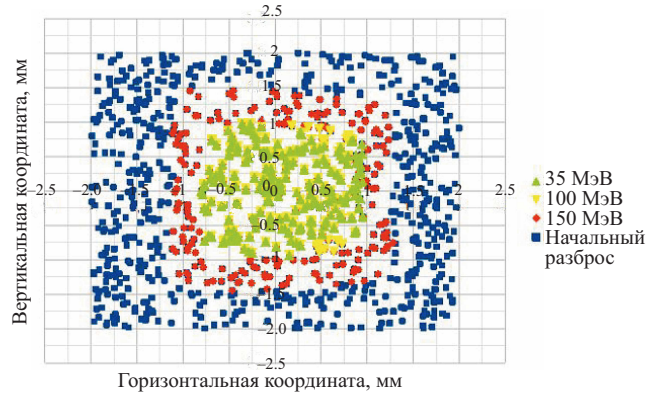


Рис. 13. Динамическая апертура в точке инжекции. Синие точки — начальный разброс по поперечным координатам, зеленые — начальные поперечные координаты частиц, совершивших 500 оборотов при энергии пучка 35 МэВ, жёлтые — начальные поперечные координаты частиц, совершивших 500 оборотов при энергии пучка 100 МэВ, красные — начальные поперечные координаты частиц, совершивших 500 оборотов при энергии пучка 150 МэВ

функции в точке инжекции составляют около 1.4 и 1.5 м соответственно, а нормализованный эмиттанс инжектируемого пучка — от 1 до 10 мм·мрад, то максимально возможные размеры пучка в точка инжекции составляют от 0.15 до 0.46 мм, что практически на порядок меньше динамической апертуры в данной точке. Таким образом, ограничения на точность инжекции пучка в накопительное кольцо относительно слабые.

6. ВРЕМЯ ЖИЗНИ ПУЧКА, ОПРЕДЕЛЯЕМОЕ ЭФФЕКТОМ ТУШЕКА

Наряду с эффектом внутрипучкового рассеяния, электроны в накопительном кольце испытывают влияние похожего на него эффекта, называемого эффектом Тушека. Если в эффекте внутрипучкового рассеяния электроны после рассеяния друг на друге не выходят за аксептанс кольца и продолжают своё движение, то в эффекте Тушека углы рассеяния оказываются достаточно велики для того, чтобы рассеянный электрон вышел за энергетический аксептанс кольца и потерялся, попав на стенку камеры. Эффект Тушека приводит к уменьшению тока пучка со временем, что приводит к необходимости замены электронного сгустка на новый.

Формула средней скорости потерь пучка в общем случае включает в себя достаточно сложные интегралы [18], однако существуют различные приближенные оценки данной величины. Согласно оценке [19], скорость потерь тока пучка из-за эффекта Тушека определяется по формуле (27):

$$\frac{1}{\tau} = \left\langle \frac{r_e^2 c N_b}{8\pi\sigma_x\sigma_y\sigma_l\gamma^2\delta_{acc}^3} D \left(\left(\frac{\delta_{acc}}{\gamma} \right)^2 \frac{\beta_x}{\varepsilon_x} \right) \right\rangle, \quad (27)$$

где $\sigma_{x,y,l}$ — размеры пучка в поперечных и продольном направлении, δ_{acc} — энергетический аксептанс кольца, $D(\varepsilon)$ — функция, значение которой можно определить из графика, изображённого на рис. 14.

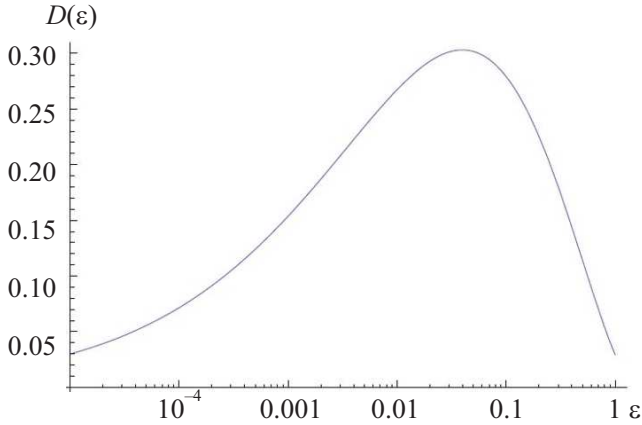


Рис. 14. Функция $D(\varepsilon)$, согласно [19]

Поскольку для нашего кольца энергетический аксептанс составляет порядка 1%, а функция β_x изменяется в кольце в диапазоне от 0.08 до 28.3 м, время жизни пучка по Тушеку можно оценить в несколь-

ко минут, что намного больше необходимой частоты смены сгустков в кольце. Таким образом, эффект Тушека практически не оказывает влияния на динамику пучка в накопительном кольце.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами исследована магнитная структура компактного накопительного кольца комптоновского источника рентгеновского излучения. Для данного кольца рассчитан вклад в динамику пучка таких эффектов, как радиационное затухание, квантовое возбуждение, лазерное затухание и внутрипучковое рассеяние. Оценены величины энергетического аксептанса и динамической апертуры для данного кольца. Основной недостаток разработанного накопительного кольца — быстрое увеличение радиального эмиттанса из-за эффекта внутрипучкового рассеяния при энергиях порядка 35–50 МэВ и, соответственно, столь же быстрое уменьшение яркости рентгеновского излучения. Однако, согласно расчётам, для поддержания величины яркости данного излучения на примерно постоянном уровне требуется замена электронных сгустков в кольце с частотой порядка 100 Гц, что не является существенной сложностью для современных ускорителей.

- [1] [Hornberger B., Kasahara J., Gifford M., Feser M. Recent developments in compact X-ray and gamma-ray sources based on inverse Compton scattering. OSA Highbrihtness sources and light-driven interactions congress 2020.](#)
- [2] [Анисимов А.В., Завьялов Н.В., Васильев А.В. и др. Техническое задание на создание лаборатории ядерной фотоники. 2023.](#)
- [3] [Artyukov I., Savelev A., Shvedunov V., Vinogradov A. Compton X-ray source based on 50-MeV accelerator and its applications. In Proceedings of the LXXII International Conference «NUCLEUS-2022: Fundamental Problems and Applications». Moscow, Russia. 11-16 July 2022. Eds. Stopani K., Zelenskaya N. Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics. Amirit: Saratov Russia. 2022. pp. 273–274.](#)
- [4] [Deniau L., Grote H., Roy G., Schmidt F. The MAD-X Program \(Methodical Accelerator Design\). User's reference manual. Geneva. 2021.](#)
- [5] [Wolski A. Introduction to beam dynamics in high-energy electron storage rings. IOP Publishing. Bristol. 2018.](#)
- [6] [Sands M. The physics of electron storage rings. 1970.](#)
- [7] [Bjorken J., Mtingwa S. // Intrabeam scattering. Particle accelerators. **13**. 115 \(1983\).](#)
- [8] [Wolski A. Space charge, intrabeam scattering and Touschek effects. Lecture 7. USPAS 2007. Texas. Damping ring design and physics issues.](#)
- [9] [Bane K. Intra-beam scattering theory and measurements. LER2011 Workshop. Heraklion. Crete. 2011.](#)
- [10] [Левичев Е.Б. ЦКП «СКИФ» ИК СО РАН/ИЯФ СО РАН. Школа по физике и технике ускорителей. ОИЯИ. Дубна. 2023.](#)
- [11] [Chaikovska I., Variola A. // Phys. Rev. Accel. Beams **17**. 044004 \(2014\).](#)
- [12] [Посеряев А. Расчёт динамики и оптимизация параметров ускорительных комплексов различного назначения. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Москва 2006.](#)
- [13] [Pan Zh., Byrd J., Huang W. et al. // Phys. Rev. Accel. Beams **22**. 040702 \(2019\).](#)
- [14] [Wolski A. // Low-emittance storage rings. Proceedings of the CAS-CERN Accelerator School, Trondheim. 2013.](#)
- [15] [Vinogradov A., Feshchenko R., Shvedunov V., Artyukov I. // Symmetry **15**. 1068. \(2023\).](#)
- [16] [Feshchenko R.M., Vinogradov A.V., Artyukov I.A. // Phys. Rev. Accel. Beams **19**, N 11. 114702. \(2016\).](#)
- [17] [Le Duff J. Longitudinal dynamics. CAS on Intermediate accelerator physics course. Zeuten. 2003.](#)
- [18] [Piwinski A. The Toushek effect in strong focusing storage rings. DESY. 1998.](#)
- [19] [Carmignani N. Toushek lifetime studies and optimization of the ESRF: present and upgrade lattice. Universiteta di Pisa. Tesi di dottorato.](#)

The storage ring of the Compton source of the NCPM

D.A. Bobylev^{1,2,a}, V.I. Shvedunov^{1,2,b}

¹*D.V. Scobel'syn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University*

²*LLC «Laboratory of Electronic Accelerators of Lomonosov Moscow State University» (LLC «LEA MSU»)
Moscow 119991, Russia*

E-mail: ^aagava2309@yandex.ru, ^bshved@depni.sinp.msu.ru

In this paper, the magnetic structure of the storage ring of an X-ray source based on the effect of Compton backscattering and designed for use in the electron beam energy range from 35 MeV to 120 MeV is investigated. For this storage ring, the results of calculating the dynamics of the electron beam are presented and the effects of radiation damping, quantum excitation, laser damping and intrabeam scattering are considered. The dynamic aperture and energy acceptance of this ring are discussed. The results of calculating the magnitude of the spectral brightness of X-ray radiation and its change over time are presented.

PACS: 29.20.Dh, 29.27.Eg, 29.27.Fh.

Keywords: electron storage rings, inverse Compton scattering, energy acceptance.

Received 24 January 2024.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2024. **79**, No. 3. Pp. .

Сведения об авторах

1. Бобылев Дмитрий Алексеевич — аспирант; e-mail: agava2309@yandex.ru.
2. Шведунов Василий Иванович — доктор физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник; e-mail: shved@depni.sinp.msu.ru.