### ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

## Локальная магнитная проницаемость метаповерхности в МГц- и ГГц-диапазонах

А.В. Сацкий,<sup>1,\*</sup> Н.С. Перов<sup>1,†</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра магнетизма

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 01.12.2023; после доработки 02.04.2024; подписана в печать 06.04.2023)

Работа посвящена изучению магнитного отклика метаповерхности из расщепленных кольцевых резонаторов (метаатомов) в мега- и гигагерцовом диапазонах. Предложена новая методика расчета локальной магнитной проницаемости метаповерхности в мегагерцовом диапазоне частот, учитывающая конечные размеры элементов, и впервые получен результат высокой степени точности совпадения с экспериментальными значениями. В гигагерцовом диапазоне учтены также такие факторы, как эффект запаздывания, неоднородное распределение тока в метаатоме и усложнение характера взаимодействия метаатомов по сравнению с МГц-диапазоном, в частности возникновение электрического взаимодействия между ними.

РАСS: 41.20.Gz УДК: 537.852.2

Ключевые слова: метаматериал, метаатом, взаимоиндукция, резонатор, электромагнитное поле, магнитная проницаемость.

DOI: 10.55959/MSU0579-9392.79.2430502

#### введение

На сегодняшний день изучение метаматериалов является актуальной областью современной физики. Метаматериалы смогли привлечь к себе внимание благодаря предсказанным необычным свойствам, которые невозможно наблюдать у природных материалов, например отрицательный показатель преломления [1, 2]. Началом эпохи метаматериалов можно считать создание в 2001 г. первого метаматериала с экспериментально подтверждённым отрицательным показателем преломления [3]. Материалы, в которых могут быть получены отрицательные значения эффективной магнитной проницаемости, называют магнитными метаматериалами. Как правило, они состоят из немагнитных резонансных элементов различной формы [4, 5].

В 1999 г. Пэндри и др. [6] предприняли первую попытку определить отрицательную эффективную магнитную проницаемость метаматериала. Метаматериалы рассматривались как аддитивная система, т.е. свойства совокупности метаатомов в такой системе описывались алгебраической суммой свойств метаатомов. Однако в действительности в окрестности резонансной частоты межэлементное взаимодействие приводит к возникновению медленных магнито-индуктивных волн (МИ-волн), которые по сути являются распределением токов, наводимых в резонансных элементах [7, 8]. Существование магнито-индуктивных волн доказано в разных частотных диапазонах [9], и на их основе уже разработаны различные устройства [10–14].

В метаматериале, состоящем из расщеплённых кольцевых резонаторов, их взаимная ориентация [15, 16] и рабочий диапазон частот [17] определяют коэффициент взаимодействия метаатомов  $\kappa$ , который, в свою очередь, оказывает существенное влияние на дисперсию МИ-волн [18, 19]. Таким образом, в силу наличия межэлементных взаимодействий система резонансных элементов не аддитивна. Это было впервые учтено при определении эффективной проницаемости в работе Горкунова и др. [20], где была разработана теория эффективной проницаемости бесконечного метаматериала, состоящего из взаимодействующих петель с током, в случае однородного возбуждающего переменного магнитного поля. Результатами рассмотрения бесконечного метаматериала из идентичных элементов было однородное распределение магнитного поля по всей структуре и сдвиг резонансной частоты в зависимости от межэлементного расстояния, которое тесно связано с величиной коэффициента взаимодействия к.

Подходя к проблеме с другой стороны, Шамонина и Солимар [21] использовали магнитостатическую аналогию между трехмерными магнитными метаматериалами и классическими диамагнетиками с сильной отрицательной проницаемостью для рассмотрения ограниченного материала с конечным числом резонаторов. Однако изучаемый диапазон находился вдали от резонансной частоты, вне полосы пропускания МИ-волн, поэтому возбуждение всех элементов было также однородным по всему метаматериалу, и в этом случае МИ-волны также не возбуждались.

<sup>\*</sup> E-mail: satskiyalex@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> E-mail: perov@magn.ru

Наконец, возможность неоднородного распределения компонент локальной магнитной проницаемости  $\mu_{loc}$  была теоретически предсказана и экспериментально подтверждена в работе Шурига и др. [22] для трёхмерного материала. В последнее же время стало актуальным исследование метаповерхностей — двумерных метаматериалов [23, 24], в которых могут возбуждаться как распространяющиеся, так и затухающие МИ-волны [25, 26].

Первое теоретическое описание отклика метаповерхности в полосе пропускания магнито-индуктивных волн было сделано в работе [27]. Кольцевые резонаторы рассматривались авторами как бесконечно тонкие витки с током, а их отклик на возбуждение электромагнитным полем — как отклик магнитного диполя, усредненный по объему ячейки. Таким образом, для метаповерхности конечных размеров было рассчитано распределение локальной магнитной проницаемости, вблизи метаповерхности оказавшееся неоднородным. Однако, в работе были представлены только результаты численных расчетов.

Во всех работах, связанных с расчетом магнитной проницаемости метаматериала, использовалось усреднение отклика метаатома по объему ячейки, содержащей метаатом. Подобный подход приводит к тому, что результаты могут совпадать лишь на качественном уровне. Он не дает правильной оценки ни влияния формы метаатомов на свойства метаповерхности, ни распределения магнитного поля вблизи метаповерхности. По нашему мнению, для более точного предсказания величины локальной магнитной проницаемости метаматериала и ее пространственного распределения необходимо учитывать конечные размеры метаатомов.

В настоящей работе предложена методика расчета распределения локальной магнитной проницаемости в метаповерхностях конечных размеров с учетом особенностей взаимодействия метаатомов в мега- и гигагерцовом диапазонах, впервые учитывающая конечные размеры элементов. Также проведены анализ результатов, полученных в результате использования предложенной методики, и сравнение с результатами эксперимента.

#### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В МЕГАГЕРЦОВОМ ДИАПАЗОНЕ

Ранее было показано [27], что вблизи резонансной частоты элементов основной причиной неоднородного распределения локальной магнитной проницаемости метаповерхности является неоднородное распределение токов в метаатомах как следствие их взаимодействия между собой.

В данной работе мы покажем, что для более точного предсказания характеристик метаматериала необходимо учитывать конечные размеры метаатомов.

В МГц-диапазоне для метаатомов в виде нагруженных колебательных контуров взаимодействие в основном носит магнитный характер (рис. 1, *a*) и коэффициент взаимодействия  $\kappa$  можно определить как  $\kappa = 2M/L$ , где M — взаимная индуктивность, L — собственная индуктивность контуров [8]. Для двух элементов в одной и той же горизонтальной плоскости он отрицателен,  $\kappa < 0$ .

Рассмотрим конечную метаповерхность из  $N \times N$ расщепленных кольцевых резонаторов (рис. 1,  $\delta$ ). В МГц-диапазоне длина всей структуры много меньше длины ЭМ-волны, поэтому можно использовать квазистатический предел, или предел ближнего поля. Рассмотрим однородное гармоническое магнитное поле с амплитудой  $H_0$ , направленное вдоль оси OZ. Это поле будет создавать во всех элементах одно и то же напряжение  $V = i\omega\mu_0 H_0 \pi r_0^2$ , вызванное изменением магнитного потока в плоскости элемента.

Токи, возбуждаемые в элементах, являются, в свою очередь, гармоническими и могут быть получены из общего соотношения [7, 8]:

$$\mathbf{V} = \hat{\mathbf{Z}}\mathbf{I} \to \mathbf{I} = \hat{\mathbf{Z}}^{-1}\mathbf{V},\tag{1}$$

где V и I —  $N^2$ -мерные векторы, описывающие напряжения и токи в элементах, а  $\hat{\mathbf{Z}}$  — симметричная матрица импедансов размером  $N^2 \times N^2$  ( $N^2$  — общее количество элементов). Диагональные элементы  $Z_{ii}$  характеризуют собственный импеданс элементов в случае идентичных метаатомов  $Z_{ii} = Z_0$ и в квазистатическом пределе могут быть записаны в виде импеданса эквивалентного RLC-контура:

$$Z_0(\omega) = ((\omega/\omega_0)^2 - 1) \times i/\omega C + R, \qquad (2)$$

где  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  — частота циклического резонанса одиночного элемента, C — емкость элемента, L его индуктивность, R — сопротивление. Недиагональные элементы  $Z_{ij}$  характеризуют взаимодействие между элементами *i* и *j*. Для МГц-диапазона частот  $Z_{ij} = -i\omega M_{ij}$ , где  $M_{ij}$  — взаимная индуктивность элементов *i* и *j*, которая может быть определена из эксперимента или численного моделирования по величине  $\kappa$  [28].

На этом этапе мы учитываем только взаимодействие между соседями вплоть до третьего порядка, поскольку взаимодействие более высокого порядка не оказывает существенного влияния на результат и остальные элементы матрицы импедансов полагаются равными нулю.

Для рассматриваемых элементов в планарной конфигурации (структура и параметры метаповерхности будут подробно рассмотрены ниже) рассчитанные значения коэффициентов взаимодействия равны:  $\kappa_1 = -0.11$  для ближайших элементов;  $\kappa_2 = -0.032$  для соседей второго порядка и  $\kappa_3 = -0.01$  для соседей третьего порядка. Решение уравнения (1) дает распределение токов  $I_i$  в элементах метаповерхности с учетом их взаимодействия.

В МГц диапазоне можно считать, что ток распределен по поверхности кольца равномерно [8]. Используя приближение абсолютно тонкого



Рис. 1. Система взаимодействующих резонаторов в виде эквивалентных RLC-контуров (a) и схематичный вид метаповерхности ( $\delta$ )

кольца с током, распределение магнитного поля вблизи него можно рассчитать, используя закон Био-Савара-Лапласа:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot}_{\mathbf{r}} \int_{V} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \, dV', \qquad (3)$$

где  $\mathbf{r}'$  и dV' — радиус-вектор и элемент объема элементарного тока в пространстве,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор точки пространства, в которой вычисляется поле,  $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$  — плотность тока, V — объем распределения токов.

Стоит отметить, что данный подход не позволяет корректно рассчитать величину магнитного поля только в непосредственной близости резонатора (1 мм). В данной работе мы ограничимся расчетом локальной магнитной проницаемости в точках, лежащих на осях элементов, а значит, в силу симметрии задачи основную роль будет играть только вертикальная компонента магнитного поля  $H_z(\mathbf{r})$ . Напряженность магнитного поля  $\mathbf{H_n}$  в каждой точке пространства вблизи *n*-го резонатора линейно зависит от силы тока  $I_n$ , текущего в нем, следовательно, мы можем рассчитать распределение поля  $\mathbf{H_{one}}$ всего один раз для кольца с единичным током  $I_{one}$ и потом рассчитывать  $\mathbf{H_n}$  как

$$\mathbf{H}_{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_{\mathbf{one}}(\mathbf{r}) * \frac{I_n}{I_{one}}.$$
 (4)

Сначала по принципу суперпозиции мы рассчитываем в каждой точке магнитное поле  $H_z(\mathbf{r})$ , создаваемое метаповерхностью, с учетом того, что магнитные поля от соседей четвертого и более порядка полагаются равными нулю.

После этого мы можем рассчитать локальную магнитную проницаемость

$$\mu_{loc}(\mathbf{r}) = \mu_{zz} = \frac{H_z(\mathbf{r})}{H_0}.$$
(5)

Таким образом, из распределения токов  $I_n$  в метаатомах, обусловленного коэффициентами взаимодействия между ними, мы можем рассчитать распределение локальной магнитной проницаемости  $Re(\mu_{loc})$  и  $Im(\mu_{loc})$ . Данное распределение существенно зависит от частоты (рис. 4) и неоднородно вдоль метаповерхности в полосе пропускания МИволн. При этом предложенная методика учитывает не только неоднородность распределения токов в метаамтомах в данном частотном диапазоне [27], но и конечные размеры метаатомов.

#### 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В ГГЦ-ДИАПАЗОНЕ

В ГГц-диапазоне мы рассматриваем те же элементы, но уже без впаянного конденсатора (рис. 2,  $a, \delta$ ). В этом случае длина волны возбуждающего излучения становится сравнима с размерами метаатомов, поэтому необходимо учитывать запаздывание [9, 15]:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot}_{\mathbf{r}} \int_{V} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')e^{i\mathbf{k}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \, dV', \qquad (6)$$

где **k** — волновой вектор.

Теперь на локальную магнитную проницаемость метаповерхности большое влияние оказывает и неоднородность распределения магнитного поля вблизи метаатома [15], возникающая вследствие неоднородного распределения тока в нем (рис. 2,  $\delta$ ). Для учета этой неоднородности рассмотрим распределение амплитуды тока в метаатоме как и в [32]:

$$I(\phi) = a - b \frac{\phi^2}{\phi_q^2},\tag{7}$$

где a и b — константы,  $\phi$  — угол вдоль окружности резонатора,  $\phi_g$  — угол, соответствующий щели в резонаторе. Константы a и b подбираются таким образом, чтобы гарантировать отсутствие тока на границах щели и сохранить первоначальную величину среднего значения тока в метаатоме (т.е.  $\int_{-\phi_q}^{\phi_g} I(\phi) d\phi = 1$ ).

Более того, наряду с магнитным взаимодействием, большую роль в ГГц-диапазоне начинает играть и электрическое взаимодействие между метаатомами. В связи с этим появляется зависимость коэффициента связи метаатомов от частоты возбужда-





Рис. 2. Реальный резонатор в ГГц-диапазоне (a) и схематичное изображение модели резонатора с учетом конечной высоты метаатома (b)

б

ющего поля [33]:

а

$$\kappa(\omega) = \kappa_H - \kappa_E \frac{\omega_0^2}{\omega^2},\tag{8}$$

где  $\kappa_E = 2C/K$  и K — взаимная емкость двух взаимодействующий метаатомов. Стоит отметить, что в общем случае электрическая и магнитная компоненты коэффициента связи в ГГц диапазоне также могут проявлять зависимость от частоты возбуждающего поля.

Ввиду значительного ослабления взаимодействия метаатомов с расстоянием в ГГц диапазоне частот [18] в данной работе при расчете распределения локальной магнитной проницаемости метаповерхности в этом частотном диапазоне учитывалось влияние только ближайших соседей. Для расчета коэффициентов взаимодействия  $\kappa_{vert}(\omega)$  и  $\kappa_{hor}(\omega)$  использовались результаты численного моделирования пар метаатомов (соседствующих по вертикали и по горизонтали) в пакете COMSOL и формула из работы [15]:

$$-2\frac{I_2}{I_1}\left(1-\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2+\frac{i}{Q}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)=\kappa(\omega).$$
 (9)

## 3. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В качестве элементов магнитного метаматериала в МГц диапазоне использовались расщепленные медные кольца с впаянной емкостью. Такие элементы с радиусом  $r_0 = 11.5$  мм, шириной щели g = 1 мм и резонансной частотой  $\omega_0 = 50.9$ МГц подробно описаны в работе [29]. Использование подстроечных конденсаторов позволило добиться разброса резонансных частот для метаповерхности  $7 \times 7$  из 49 элементов (рис. 1,  $\delta$ ) в пределах  $\omega_0 = 50.83 \pm 0.06$  МГц, что составило ошибку  $\pm 0.02\%$ . В качестве материала подложки для крепления элементов была выбрана бальса (балсовуд или balsa), чья диэлектрическая проницаемость близка к проницаемости воздуха [30] и вносит минимальные искажения в измеряемый сигнал [5].

Для экспериментального исследования использовался векторный анализатор цепей Agilent (Keysight) Technologies FieldFox N9923A [31] в сочетании с двумерным координатным столом. Стол позволяет свободно перемещать приемную антенну в плоскости на заданной высоте над метаповерхностью. Измерение сигнала проводилось в центре метаатомов на высоте 2 мм от их верхнего края.

Были использованы два способа возбуждения:

- Локальное возбуждение одного элемента метаповерхности антенной, изготовленной из жесткой части коаксиального кабеля с диаметром петли 5 мм (рис. 3, *a*).
- 2. Однородное возбуждение всей поверхности рамочной антенной (Transmit loop antenna) (рис. 3, *б*, *в*).

В связи с тем, что вычисление значения локальной магнитной проницаемости предполагает вычисление отношения сигнала приемной антенны матаповерхности к сигналу приемной антенны в отсутствие метаповерхности, на последний из сигналов накладываются ограничения по отношению сигнал/шум. Для улучшения данного отношения к этому сигналу был применен фильтр Баттерворта шестого порядка.

В результате измерений были получены экспериментальные значения магнитной проницаемости, усредненные по площади приемной антенны диаметром 5 мм (рис. 3,  $\epsilon$ ). Однако поскольку эта площадь во много раз меньше площади метаатома, то, с нашей точки зрения, вполне уместно говорить о локальной магнитной проницаемости  $\mu_{loc}$ .

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В табл. 1 приведены экспериментальные значения параметров изолированного метаатома в МГц-



Рис. 3. Внешний вид антенны и метаповерхности, использованных в работе. Рамочная антенна для однородного возбуждения (внешний диаметр 305 мм, внутренний — 245 мм) вместе с резонансным элементом метаповерхности в центре (a), вместе с метаповерхностью 7 × 7 метаатомов (размеры ячейки 24 × 24 мм, внешний диаметр метаатома 23 мм) ( $\delta$ ) и измерительная антенна (диаметр кольца 5 мм)( $\epsilon$ )



Рис. 4. Зависимость действительной и мнимой компоненты магнитной проницаемости уединенного резонатора  $(a, \delta)$  и центрального элемента метаповерхности размером  $7 \times 7$  при возбуждении однородным полем (s, z) от частоты на высоте 2 мм от верхнего края метаатома. Пунктирная линия — результаты моделирования филаментных токов, сплошная линия — результаты моделирования с учетом конечных размеров метаатомов, точки — результаты эксперимента

диапазоне частот и значения, используемые при моделировании его отклика.

Частотная зависимость магнитной проницаемости для уединенного резонатора показана на рис. 4, *a*, *б*. Как видно из рисунков, результаты моделирования  $Re(\mu_{loc})$  и  $Im(\mu_{loc})$  для изолированного метаатома (сплошная линия) находятся в очень хорошем согласии с экспериментом (точки). Для сравнения показаны результаты, полученные без учета конечных размеров метаатома, с использованием модели филаментного тока [27] (рис. 4, *в*, *г*). Видно, что предыдущие результаты лишь качественно совпадают с экспериментом.



Рис. 5. Локальная магнитная проницаемость в плоскости XY (оси координат согласно рис. 1,  $\delta$ ; расстояния в мм) при возбуждении метаповерхности 7 × 7 метаатомов однородным полем. Экспериментальные значения реальной части  $\operatorname{Re}(\mu_{loc})$  (a) и мнимой части  $\operatorname{Im}(\mu_{loc})$  ( $\delta$ ) на высоте 2 мм над поверхностью, результаты моделирования  $\operatorname{Re}(\mu_{loc})$  (b) и  $\operatorname{Im}(\mu_{loc})$  (s) в центрах метаатомов на частоте 50.2 МГц. Резонансная частота  $\omega_0 = 50.85$  МГц

Таблица 1. Параметры изолированного метаатома в МГц-диапазоне

	Эксперимент	Моделирование
$f_0$ , МГц	50.96	50.96
Q	145.6	141.7
С, пФ	335 - 350	340
R, Om		0.065

Отклик метаатома существенно меняется в случае, если он окружен подобными элементами (рис. 4 a, 6). За счет взаимодействия с соседними метаатомами происходит возбуждение МИволн в метаматериале, что приводит к усложнению характера отклика. Видно, что учет конечных размеров метаатома приводит к хорошему количественному согласию экспериментальных данных и данных моделирования отклика уединенного резонатора. В то же время можно отметить некоторое расхождение результатов в полосе пропускания МИ-волн.

В дальнейших исследованиях необходимо учесть взаимодействие большего числа соседей, вплоть до самых удаленных, а также увеличить точность позиционирования метаатомов в эксперименте и точность подбора величины коэффициента взаимодействия при моделировании.

На рис. 5 приведено сравнение распределений локальной магнитной проницаемости вблизи всей метаповерхности, рассчитанных численно и полученных экспериментально на высоте 2 мм. Для удобства сравнения результатов на рис. 5 были показаны данные только для случаев расположения антенны прямо над центрами каждого из метаатомов, хотя предоженный в данной работе численный подход позволяет получить гораздо более высокую детализацию. Здесь также наблюдается хорошее согласие результатов не только на качественном, но и на количественном уровнях (на рис. 5, г присутствует примесь соседней моды).

Наконец, приведем результаты численного моделирования в ГГц-диапазоне для метаатома с параметрами, указанными в табл. 2.

Здесь мы также рассматривали метаповерхность размерами  $7 \times 7$ , состоящую из элементов той же



Рис. 6. Локальная магнитная проницаемость в плоскости XY (оси координат согласно рис. 1,  $\delta$ ; расстояния в мм) при возбуждении метаповерхности  $7 \times 7$  метаатомов однородным полем. Результаты моделирования  $\operatorname{Re}(\mu_{loc})$  и  $\operatorname{Im}(\mu_{loc})$  в центрах метаатомов на частоте 2.11 ГГц ( $a, \delta$ ) при резонансной частоте метаатома  $f_0 = 1.814$  ГГц. Зависимость  $\operatorname{Re}(\mu_{loc})$  и  $\operatorname{Im}(\mu_{loc})$  центрального элемента метаповерхности размером  $7 \times 7$  при возбуждении однородным полем от частоты (e, z)

Таблица 2. Параметры изолированного метаатома в ГГц диапазоне

	Моделирование
$f_0, \Gamma \Gamma$ ц	1.814
Q	29
С, пФ	0.267
R, Om	11.5

геометрии, что и в МГц-диапазоне, но без впаянного конденсатора. Щели всех элементов ориентированы в одну сторону (рис. 1,  $\delta$ ). Как показано в работах [15, 32], в ГГц-диапазоне для элементов данной геометрии наведенный ток уже неоднороден вдоль метаатома, это не только приводит к возникновению существенного электрического взаимодействия, но и появляется различие в значениях для коэффициентов взаимодействия вдоль оси Y и вдоль оси X. Подобная асимметрия взаимодействия в плоскости метаповерхности приводит к преобладанию полосового характера возбуждения (рис. 6, a,  $\delta$ ). На рис. 6, e, e показаны значения  $\operatorname{Re}(\mu_{loc})$  и  $\operatorname{Im}(\mu_{loc})$  для центрального метаатома при возбуждении однородным полем.

Так же, как и в МГц-диапазоне (рис. 4) видно существенное влияние взаимодействия метаатома с его соседями на характер частотной зависимости проницаемости. При этом при переходе от МГц к ГГц-диапазону частот для элементов подобной геометрии происходит резкое уменьшение показателя добротности почти в пять раз от 141.7 до 29. При той же величине возбуждающего поля это приводит к сильному уменьшению величины наведенного тока в метаатомах и, следовательно, их локального магнитного момента. Что, в свою очередь, приводит к существенному уменьшению диапазона значений локальной магнитной проницаемости.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был предложен усовершенствованный метод расчета локальной магнитной проницаемости метаповерхности с учетом не только взаимодействия метаатомов и конечного размера метаповерхности, но и реальных конечных размеров метаатомов в МГц- и ГГц-диапазонах. Проведено сравнение результатов численных расчетов в MATLAB и экспериментальных результатов при однородном возбуждении метаповерхности в диапазоне частот пропускания магнито-индуктивных волн. При моделировании  $\mu_{loc}$  в МГц-диапазоне впервые получен результатов моделирования с экспериментальными значениями. Разработанная модель для расчета пространственного распределения напряженности магнитного поля  $H_z$  и локальной магнитной проницаемости  $\mu_{loc}$  метаповерхности позволяет прогнозировать отклик метаповерхности с хорошей степенью точности и будет несомненно полезна при проектировании метаматериалов с заданными свойствами в МГц и ГГц-диапазонах. Результаты, полученные с использованием данного подхода, обладают высоким уровнем достоверности.

Авторы выражают благодарность доценту А.А. Радковской за ценные советы при планировании исследования и рекомендации по оформлению статьи.

- [1] Veselago V.G. // Sov. Phys. Usp. 10. 509 (1968).
- [2] Pendry J.B. // Phys. Rev. Lett. 85. 3966 (2000).
- [3] Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C. et al. // Phys. Rev. Lett. 84. 4184 (2000).
- [4] Zhou J., Koschny Th., Kafesaki M. et al. // Phys. Rev. Lett. 95. Art. 223902 (2005).
- [5] Radkovskaya A., Shamonin M., Stevens C.J. et al. // Microwave Opt. Technol. Lett. 46. 473 (2005).
- [6] Pendry J.B., Holden A.S., Robbins D.J., Stewart W.J. // IEEE Trans. Microwave Theory Technol. 47. 2075 (1999).
- [7] Shamonina E., Kalinin V.A., Ringhofer K.H., Solymar L. // Electron. Lett. 38. 371 (2002).
- [8] Solymar L., Shamonina E. // Waves in metamaterials. Ox. Uni. Press. 213 (2009).
- [9] Radkovskaya A., Shamonin M., Stevens C.J. et al. // J. Magn. Magn. Mater. 300. 29 (2006).
- [10] Shamonina E. // Phys. Stat. Sol. (b). 245. 1471 (2008).
- [11] Stevens C.J. // IEEE Trans. Power Electr. 30. 6182 (2015).
- [12] Syms R.R.A., Floume T., Young I.R. et al. // Metamaterials. 4 1 (2010).
- [13] Solymar L., Zhuromskyy O., Sydoruk O. et al. // J. Appl. Phys. 99. Art. 123908 (2006).
- [14] Bui H.N., Pham T.S., Kim J. et al. // J. Magn. Magn. Mater. 494. 165778. (2020).
- [15] Tatartschuk E., Gneiding N., Hesmer F. et al. // J. Appl. Phys. 111. Art. 094904 (2012).
- [16] Radkovskaya A.A., Pal'vanova G.S., Lebedeva E.I. et al. // Bull. Russian Acad. Sci.: Phys. 77. 1401 (2013).
- [17] Hesmer F., Tatartschuk E., Zhuromskyy O. et al. // Phys. Stat. Sol. (b). 244. 1170 (2007).
- [18] Radkovskaya A., Sydoruk O., Tatartschuk E. et al. //

Phys. Rev. B. 84. Art. 125121 (2011).

- [19] Radkovskaya A., Shamonina E. // Proceedings of Advanced electromagnetic materials in microwaves and optics (Metamaterials 2013). 79 (2013).
- [20] Gorkunov M., Lapine M., Shamonina E., Ringhofer K.H. // Eur. Phys. J. B. 28. 263 (2002).
- [21] Shamonina E., Solymar L. // Eur. Phys. J. B. 41. 307 (2004).
- [22] Schurig D., Mock J.J., Justice B.J. et al. // Science. 314. 977 (2006).
- [23] Chen H.-T., Taylor A.J., Yu N. // Rep. Progr. Phys. 79. 076401. (2016).
- [24] Schmidt R., Slobozhanyuk A., Belov P., Webb A. // Scientific Reports. 7, Art. 1678. (2017).
- [25] Tatartschuk E., Radkovskaya A., Shamonina E., Solymar L. // Phys. Rev. B. 81. Art. 115110 (2010).
- [26] Radkovskaya A., Tatartschuk E., Sydoruk O. et al. // Phys. Rev. B. 82. Art. 045430 (2010).
- [27] Radkovskaya A., Petrov P., Kiriushechkina S. et al. // J. Magn. Mater. 459. 187 (2018).
- [28] Petrov P., Radkovskaya A., Shamonina E. // Proceedings of Advanced electromagnetic materials in microwaves and optics (Metamaterials 2015). 259 (2015).
- [29] Radkovskaya A.A., Prudnikov V.N., Kotelnikova O.A. et al. // Bull. Russian Acad. Sci. Phys. 78. 136 (2014).
- [30] http://www.rfcafe.com/references/electrical/ dielectric-constants-strengths.htm
- [31] https://www.keysight.com/
- [32] Sydoruk O., Radkovskaya A., Zhuromskyy O. et al. // Magnetoinductive waves I: Chapter 14 in Theory and Phenomena of Metamaterials. Handbook of Artificial Materials. F. Capolino (Ed), CRC Press. 2009.
- [33] Liu N., Kaiser S., Giessen H. // Adv. Mater. 20. 4521 (2008).

# Local Permeability of a Metasurface in the MHz and GHz Ranges

A. V. Satskii<sup>a</sup>, N. S. Perov<sup>b</sup>

Department of Magnetism, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University

Moscow 119991, Russia

 $E\text{-}mail:\ ^{a}satskiyalex@gmail.com,\ ^{b}perov@magn.ru$ 

The work is dedicated to the study of the magnetic response of a metasurface made of split ring resonators (meta-atoms) in the MHz and GHz ranges. A new method for calculating the local permeability of a

metasurface in the MHz frequency range is proposed, taking into account the finite sizes of the elements, and for the first time, a result of high degree of accuracy matching with experimental values has been obtained. In the GHz range, additional factors such as the retardation effect, non-uniform current distribution in the meta-atom, and the complexity of the nature of meta-atoms' interaction compared to the MHz range are also considered, in particular, the emergence of electrical interaction between them.

PACS: 41.20.Gz. Keywords: metamaterial, metaatom, coupling, resonator, electromagnetic field, permeability. Received 01 December 2023. English version: Moscow University Physics Bulletin. 2024. **79**, No. 3. Pp. .

#### Сведения об авторах

- 1. Сацкий Алексей Владимирович выпускник аспирантуры физического факультета; тел.: (495)-939-1847, e-mail: satskiyalex@gmail.com.
- 2. Перов Николай Сергеевич доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой магнетизма; тел.: (495)-939-1847, e-mail: perov@magn.ru.