ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Возможна ли циклическая модель Вселенной в Релятивистской Теории Гравитации?

Ю.В. Чугреев[1, *]

[1] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

(Поступила в редакцию 16.04.2024; после доработки 24.04.2024; подписана в печать 27.04.2024)

Новая модель темной энергии предложена в рамках плоской фридмановской модели в РТГ с глобальным скалярным полем Φ с квадратичным потенциалом, которое обеспечивает космологическое ускорение в настоящее время и отскок на поздних временах. На стадии сжатия растущая анизотропия казнеровского типа разрушает механизм отскока вблизи Большого взрыва. Существует и неосциллирующий сценарий при достаточно малых значениях массы гравитона, когда такие члены существенны только на конечной стадии расширения. На этапе сжатия анизотропия будет расти и плотность вещества достигнет планковской величины.

PACS: 04.50.Kd, 95.30.Sf УДК: 524

Ключевые слова: фридмановская Вселенная, масса гравитона, темная энергия, квинтэссенция.

DOI: 10.55959/MSU0579-9392.79.2440102

ВВЕДЕНИЕ

Фридмановское космологическое решение является одним из наиболее важных следствий любой теории гравитации. В релятивистской теории гравитации (РТГ) [1], разработанной группой А.А. Логунова, этому было посвящено немало работ [2–13]. Такое решение описывает осциллирующую Вселенную с двумя точками поворота, задаваемыми массой гравитона. В настоящей работе будет рассмотрена устойчивость такой однородной и изотропной (фридмановской) циклической модели.

В РТГ предполагается, что гравитационное поле, как и все остальные поля, развивается в пространстве Минковского, при этом тензор энергии-импульса всех полей материи, включая и гравитационное поле, является источником такого поля. Такой подход находится в полном соответствии с современными теориями калибровочных полей электрослабых и сильных взаимодействий, где сохраняющиеся заряды и их токи являются источниками векторных полей. Если тензор энергии-импульса выбран в качестве источника гравитационного поля, то и само гравитационное поле должно описываться тензором второго ранга $\varphi^{\alpha\beta}$. В дальнейшем это привело к «геометризации» теории. Подчеркивалось, что основное требование к фоновому пространству — чтобы оно было максимально симметричным, т.е. допускало существование всех 10 векторов Киллинга, что, в свою очередь, гарантировало наличие всех 10 (максимального для 4-мерного пространства) интегральных законов сохранения вещества и гравитационного поля, вместе взятых. Пространства, которые удовлетворяют этому требованию, называются пространствами постоянной кривизны. Пространство Минковского является одним из таких пространств, причем самым простым, и поэтому оно было выбрано в качестве фонового [1]. Однако, в принципе, возможно использование и других пространств постоянной кривизны.

Уравнения РТГ в этом случае можно записать в виде ($G = \hbar = c = 1$):

$$\left(\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta + m^2\right) \tilde{\varphi}^{\mu\nu} = 16\pi t^{\mu\nu}, \tag{1}$$

$$D_\beta \left(\sqrt{-\gamma}\varphi^{\alpha\beta}\right) = 0. \tag{2}$$

где D_β — ковариантная производная в пространстве Минковского с метрикой $\gamma_{\mu\nu}$, $\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta$ — оператор Даламбера и $t^{\mu\nu}$ — плотности гравитационного поля и гильбертова полного тензора энергии-импульса соответственно:

$$\tilde{\varphi}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}\varphi^{\mu\nu}, \sqrt{-\gamma} = det\left(\gamma_{\alpha\beta}\right), t^{\mu\nu} = -2\frac{\delta L}{\delta\gamma_{\mu\nu}}, \tag{3}$$

где L — плотность полного лагранжиана гравитационного поля и вещества.

Уравнение (1) гарантирует сохранение полного тензора энергии-импульса, оставляя только состояния гравитонов, отвечающих спинам 2 и 0, и исключая поляризации 1 и 0' (аналогично условию Лоренца, которое исключает фотоны со спином 0).

Уравнения гравитационного (1)–(2) поля также можно записать в другой форме [1], где явно видно их отличие от уравнений ОТО:

$$R_{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}\left(g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}\right) = 8\pi(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T), \tag{4}$$

* E-mail: chugreev@physics.msu.ru ; E-mail: chugreyev@gmail.com

$$D_\beta \left(\sqrt{-g} g^{\alpha\beta}\right) = 0. \qquad (5)$$

Здесь $R_{\mu\nu}$ и R — соответствующие свертки тензора кривизны в эффективном римановом пространстве, а $T_{\mu\nu}$ — тензор энергии импульса (негравитационной) материи:

$$\sqrt{-g} T_{\mu\nu} = 2 \frac{\delta L_M}{\delta g^{\mu\nu}}.$$

1. FLRW-МОДЕЛЬ В РТГ

Вернемся к космологическим решениям РТГ. Как обычно, в однородной и изотропной Вселенной интервал событий в римановом пространстве представлен метрикой Фридмана–Леметра–Робертсона–Уокера (FLRW):

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = d\tau^2 - a(\tau)^2 \times \times \left[\frac{dR^2}{1 - kR^2} + R^2 \left(d\theta^2 + \sin\theta\, ^2 d\varphi^2\right) \right], \qquad (6)$$

где $k = 1, -1, 0$ — для закрытой (эллиптической), открытой (гиперболической) и плоской (параболической) Вселенных соответственно. В этом случае интервал пространства Минковского зависит от двух переменных:

$$d\sigma^2 = \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = dt(\tau, R)^2 - dr(\tau, R)^2 - - r(\tau, R)^2 \left(d\theta^2 + \sin\theta\, ^2 d\varphi^2\right). \qquad (7)$$

Подставляя (10), (11) в (4), (5), можно строго показать [9], что замкнутого решения ($k = 1$) не существует. Новый космологический сценарий, основанный на открытом Минковском фоне будет проанализирован отдельно, а теперь рассмотрим более детально традиционное в РТГ плоское решение.

Несложно решить уравнения (5) в этом случае. Используем интервалы

$$ds^2 = d\tau^2 - \beta^4 a^2(\tau) \left(dr^2 + r^2 \left(d\theta^2 + \sin\theta\, ^2 d\varphi^2\right)\right), \qquad (8)$$

$$d\sigma^2 = \frac{d\tau^2}{a^6(\tau)} - \left(dr^2 + r^2 \left(d\theta^2 + \sin\theta\, ^2 d\varphi^2\right)\right), \qquad (9)$$

где β — постоянная интегрирования [9]. Тогда гравитационные уравнения (4) для однородной и изотропной Вселенных принимают вид:

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\rho - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{3}{2\beta^4 a^2} + \frac{1}{2a^6}\right], \qquad (10)$$

$$\frac{1}{a}\frac{d^2 a}{d\tau^2} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{1}{a^6}\right]. \qquad (11)$$

Константа β имеет простой физический смысл. Для интервала (8) условия принципа причинности [4] приводят к неравенству

$$a^4(\tau) - \beta^4 \leq 0. \qquad (12)$$

Таким образом β определяет максимальное значение масштабного фактора

$$a_{max} = \beta. \qquad (13)$$

Отсюда следует, что, согласно РТГ, неограниченный рост $a(\tau)$ невозможен и, следовательно, невозможно и бесконечное расширение Вселенной.

Негравитационное вещество Вселенной описывается, как обычно, тензором энергии-импульса идеальной жидкости с плотностью вещества ρ, давлением p и 4-вектором скорости $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$. Из ковариантного закона сохранения тензора энергии-импульса материи

$$\nabla_\mu \left(\sqrt{-g} T^{\mu\nu}\right) = 0, \qquad (14)$$

где ∇_μ — ковариантная производная по отношению к римановой метрике $g_{\mu\nu}$, следует, что

$$\dot\rho + 3\frac{\dot a}{a}(\rho + p) = 0. \qquad (15)$$

Следовательно, плотность вещества с уравнением состояния $p = \omega\rho$ равна, как и в ОТО,

$$\rho = \frac{A_\omega}{a^{3(1+\omega)}}, \qquad (16)$$

где A_ω, $\omega = \mathrm{const}$.

Уравнения (10) и (11) отличаются от ОТО членами с массой гравитона, которые добавляются к компонентам, содержащими плотность и давление.

Отрицательный Λ-член, которому отвечает слагаемое $-m^2/6$, становится заметным в нерелятивистскую эру. Он хотя и может остановить расширение Вселенной, но не в состоянии обеспечить космологическое ускорение. Поэтому в состав вещества необходимо включить квинтэссенцию с $\nu < 2/3$, которая бы его компенсировала [7]. Второй, a^{-2}-член, содержащийβ, не вносит вклад во вторую производную $\ddot a$ и, следовательно, не может играть роль темной энергии, обеспечивающей необходимое ускорение. Как будет ясно из дальнейшего, это слагаемое не играет никакой роли. Наконец, третий член — «антивещество» — проявляет себя в гравитационном отталкивании. На стадии сжатия при высоком давлении (и, соответственно, малых a) он настолько велик, что может остановить формирование сингулярности типа Большого взрыва, приводя к отскоку. Ниже это будет обсуждаться более подробно.

Одно из наиболее значимых открытий в последнее время состоит в том, что Вселенная имеет положительное ускорение [14]:

$$\frac{1}{a}\frac{d^2 a}{d\tau^2} > 0. \qquad (17)$$

В нашем случае ускорение задается формулой

$$\frac{1}{a}\frac{d^2 a}{d\tau^2} = -\frac{4\pi}{3}\sum_{i=1}^{3}\rho_i(1 + 3\omega_i) - \frac{m^2}{6} + \frac{m^2}{6a^6}.$$

Для обычной барионной материи $\omega(>0)$ означает квадрат скорости звука, следовательно, единственный положительный член здесь только $m^2/6a^{-6}$. Он останавливает сжатие Вселенной и имеет тот же порядок величины, что и ρ в окрестности a_{min}, но быстро спадает, когда масштабный фактор после отскока начинает расти. В настоящее время m^2/a^6 меньше, чем ρ, более чем на 31 порядок [13]. Следовательно, есть необходимость добавить новый тип вещества — квинтэссенцию (по аналогии с ОТО). Это вещество не взаимодействует с обычной материей и имеет уравнение состояния с отрицательной $\omega<0$, что и обеспечивает ускорение. В ОТО существует и другой рецепт: добавить к лагранжиану гравитационного поля космологическую постоянную, что соответствует $\omega=-1$. Однако это невозможно сделать в РТГ для плоского фридмановского решения, так как, во-первых, вакуумное решение будет отлично от нуля и, во-вторых, принцип причинности будет нарушен [8].

Следовательно, в РТГ на базе пространства Минковского есть только одна возможность — вещество квинтэссенции [7, 8, 10] с $\omega\approx-1$. Обычно для этого используется модель космологического скалярного поля $\Phi(\tau)$ с плотностью лагранжиана

$$L_\Phi=-\sqrt{-g}K\left(\Phi,X\right),X\equiv\frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\Phi\partial_\beta\Phi,\qquad K\left(\Phi,X\right)=X^{\frac{\nu}{2(\nu-1)}}. \tag{18}$$

Но в [10] было показано, что она описывает нестабильный относительно возмущений тип вещества. Кроме этого, этап сжатия оказывается неприемлемо коротким.

2. НОВАЯ МОДЕЛЬ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ

Вместо модели квинтэссенции (18) можно предложить самосогласованную модель темной энергии, представленную простейшим массивным скалярным полем

$$K\left(\Phi,X\right)=\frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\Phi\partial_\beta\Phi-\frac{\mu^2\Phi^2}{2}.$$

В режиме медленного скатывания [15]

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2\gg\mu^2,\left(\frac{d\Phi}{d\tau}\right)^2\ll\mu^2\Phi^2,$$

$$\Phi\approx\Phi_0=\mathrm{const},\rho_\Phi\approx\frac{\mu^2\Phi^2}{2},p_\Phi\approx-\rho_\Phi$$

это поле имитирует Λ^2-член: $\Lambda^2=\frac{4\pi}{3}\mu^2\Phi_0^2$ и обеспечивает положительное ускорение в современную эпоху:

$$\frac{1}{a}\frac{d^2a}{d\tau^2}=\frac{4\pi}{3}\mu^2\Phi_0^2-\frac{4\pi}{3}\frac{A_{CDM}}{a^3}-\frac{m^2}{6}>0.$$

Позднее, когда скорость расширения $\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2$ будет постепенно уменьшаться, а скалярное поле скатится на дно своей потенциальной ямы $\Phi=0$, мы получим [15]

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2\ll\mu^2,\rho_\Phi\approx\frac{A_\Phi}{a^3},p_\Phi\approx\approx-\frac{A_\Phi}{a^3}\cos\left(2\mu\tau+\sigma\right),\quad A_\Phi,\,\sigma=\mathrm{const}.$$

На этой стадии эволюция управляется плотностью ρ_Φ, при условии, что $\rho_\Phi\gg\mu^2$. Следовательно, $\mu^2\gg m^2$. При достаточно больших a на более поздних временах $-m^2/6$ член в (10) неизбежно остановит расширение:

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2=\frac{8\pi}{3}\frac{A_\Phi}{a^3}-\frac{m^2}{6}.$$

Таким образом, фридмановская модель в РТГ описывает бесконечную Вселенную, осциллирующую между a_{min} и a_{max}. Это помогает без инфляционной стадии решить проблемы сингулярности, однородности и изотропности, горизонта и концентрации реликтовых монополей [3]. Вместе с тем инфляционная теория успешно объясняет наблюдаемую структуру спектра анизотропии микроволнового излучения как результат усиления на этой стадии квантовых флуктуаций инфлатонов, а также форму спектра возмущений вещества, необходимую для формирования крупномасштабной структуры во Вселенной [16]. В рамках осциллирующего сценария РТГ (без инфляции) надежда на решение этих проблем возлагается на добавление скалярных полей со сверхжестким уравнением состояния $\omega=1+\varepsilon$, $\varepsilon>0$ [10], как в экпиротических осциллирующих моделях П. Стейнхардта и Н.Турока [17, 18]. Целью же настоящей работы является показать, что даже в своем традиционном виде однородная и изотропная осциллирующая модель в РТГ не может существовать из-за влияния анизотропии на стадии сжатия.

3. РОСТ АНИЗОТРОПИИ ВБЛИЗИ БОЛЬШОГО ВЗРЫВА

После стадии расширения в эволюции Вселенной наступает стадия сжатия, когда масштабный фактор a начинает уменьшаться, а плотность вещества растет. Как будет показано, несмотря на симметрию этих стадий во фридмановской Вселенной, стадия сжатия все же значительно отличается от фазы расширения прежде всего своей растущей нестабильностью. В работах [11, 12] были найдены линейные возмущения римановой метрики на таком фоне, которые зависят только от времени:

$$ds^2=\left(1+h_{00}\right)d\tau^2+2h_{0i}d\tau dx^i-\\-\beta^4a^2\left(\tau\right)\left(\delta_{ij}+\sigma_{ij}\right)dx^idx^j, \tag{19}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0+p_0}=\frac{1}{1+\omega}+\delta,\quad u^\mu=u_0^\mu+u_1^\mu, \tag{20}$$

$$h_{00},h_{0i,}\sigma_{ij},\delta,\ u_1^\mu\ll 1. \tag{21}$$

Было показано, что такие линеаризованные уравнения поля дают следующий результат:

$$\begin{gathered} h_{00}=-4G,\qquad \delta=3G,\\ \sigma_{ii}\,(\text{no sum})=F+K_{ii}a^{-\frac{3(1-\omega)}{2}}+L_{ii}, \end{gathered} \tag{22}$$

где $G,F,K_{ii},L_{ii}\ll 1$ — постоянные, при условии, что

$$K_{11}+K_{22}+K_{33}=0,\qquad L_{11}+L_{22}+L_{33}=0. \tag{23}$$

Отсюда следует, что на стадии расширения растущие моды отсутствуют, а на стадии сжатия, когда масштабный фактор уменьшается, 3d-компоненты метрики растут как $a^{-\frac{3(1-\omega)}{2}}$, т.е. как $a^{-\frac{3}{2}}$ на стадиях поздней квинтэссенции и на барионной и как a^{-1} на горячей CMB-стадии. Этот процесс означает рост анизотропии во фридмановской Вселенной. Основной вклад в этот процесс происходит на релятивистской стадии, когда $a\ll 1$. Несмотря на малость возмущений (19)–(23), это позволяет экстраполировать данное решение на метрику с сильной анизотропией и искать его в форме упрощенной модели Казнера [19], зависящей только от сопутствующего времени, т.е. однородной, но анизотропной. В галилеевых координатах пространства Минковского ее можно записать в виде:

$$\begin{aligned} &ds^2=a^2\left(t\right)b^2\left(t\right)c^2\left(t\right)dt^2-\\ &-\left[\beta_a^2a^2\left(t\right)dx^2+\beta_b^2b^2\left(t\right)dy^2+\beta_c^2c^2\left(t\right)dz^2\right], \end{aligned} \tag{24}$$

$$d\sigma^2=dt^2-\left(dx^2+dy^2+dz^2\right), \tag{25}$$

где β_i — постоянные интегрирования, а уравнения поля (5) удовлетворяются тождественно. Вводя сопутствующее время τ, получаем

$$ds^2=d\tau^2-\left[\beta_a^2a^2\left(\tau\right)dx^2+\beta_b^2b^2\left(\tau\right)dy^2+\beta_c^2c^2\left(\tau\right)dz^2\right], \tag{26}$$

$$d\sigma^2=\frac{d\tau^2}{a^2\left(\tau\right)b^2\left(\tau\right)c^2\left(\tau\right)}-\left(dx^2+dy^2+dz^2\right). \tag{27}$$

Функции $a\left(\tau\right),\ b\left(\tau\right),c\left(\tau\right)$ и параметры β_i являются безразмерными.

Пренебрегая членами с плотностью вещества (справедливость этого приближения будет ниже обоснована), полевые уравнения (4)

$$R_{\mu\nu}=\frac{m^2}{2}\left(g_{\mu\nu}-\gamma_{\mu\nu}\right)$$

дают (точка обозначает производную по τ):

$$\frac{\ddot a}{a}+\frac{\ddot b}{b}+\frac{\ddot c}{\mathbf{c}}=-\frac{m^2}{2}\left(1-\frac{1}{a^2\left(\tau\right)b^2\left(\tau\right)c^2\left(\tau\right)}\right), \tag{28}$$

$$\begin{aligned} \frac{(b\dot a c)^{\cdot}}{abc}&=\frac{m^2}{2}\left(1-\frac{1}{\beta_a^2a^2}\right),\\ \frac{\left(a\dot b c\right)^{\cdot}}{abc}&=\frac{m^2}{2}\left(1-\frac{1}{\beta_b^2b^2}\right),\\ \frac{(a\dot c b)^{\cdot}}{abc}&=\frac{m^2}{2}\left(1-\frac{1}{\beta_c^2c^2}\right). \end{aligned} \tag{29}$$

Будем искать решение уравнений (28)–(29) при $\tau\to 0$ в казнеровской форме:

$$a\left(\tau\right)=\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{p_1},\quad b\left(\tau\right)=\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{p_2},\quad c\left(\tau\right)=\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{p_3}, \tag{30}$$

где p_1, p_2, $p_3=\text{const}$ — степени, которые нужно найти, τ_0 — некоторый характерный момент на ультрарелятивистской стадии сжатия, когда анизотропия становится существенной и имеет вид (30). Тогда из (28)–(29) получим:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\tau^2}\left[p_1^2+p_2^2+p_3^2-(p_1+p_2+p_3)\right]=\\ &\qquad=-\frac{m^2}{2}\left(1-\frac{\tau_0^{2(p_1+p_2+p_3)}}{\tau^{2(p_1+p_2+p_3)}}\right), \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{gathered} \frac{p_i}{\tau^2}\left[p_1+p_2+p_3-1\right]=\frac{m^2}{2}\left(1-\frac{\tau_0^{2p_i}}{\beta_i^2\tau^{2p_i}}\right),\\ i=1,2,3,\quad \beta_i^2=\beta_a^2,\beta_b^2,\beta_c^2. \end{gathered} \tag{32}$$

Отсюда следует, что в конце коллапса (в пределе $\tau\to 0$), уравнения (31)–(32) принимают вид

$$p_1+p_2+p_3=1+O\left(m^2\tau^\alpha\right), \tag{33}$$

$$p_1^2+p_2^2+p_3^2=1+\frac{\left(m\tau_0\right)^2}{2}+O\left(m^2\tau^2\right), \tag{34}$$

$\alpha=\min\left(2,\,2\left(1-p_1\right),\,2\left(1-p_2\right),\,2\left(1-p_3\right)\right)>0.$

Это означает, что все $|p_a|<\sqrt{1+\frac{(m\tau_0)^2}{2}}$. Можно параметризовать эти показатели степени одним параметром u аналогично случаю $m=0$ в ОТО [20]:

$$\begin{gathered} p_1=-\frac{u}{D},\quad p_2=\frac{u+1}{D},\quad p_3=\frac{D-1}{D},\\ D=\frac{\sqrt{1+\left(m\tau_0\right)^2\left(u^2+u+1\right)}-1}{\left(m\tau_0\right)^2/2},\quad 0\le u\le\infty. \end{gathered}$$

Параметр $m\tau_0$ должен быть очень мал. Действительно, в современную эпоху реализуется режим медленного скатывания [15], для которого $\left(\dot a/a\right)^2\gg\mu^2$. Отсюда $\mu\ll 1/t_0\sim H_0$, где $t_0\sim 10^{10-1}$ — возраст Вселенной, H_0 — постоянная Хаббла. Но $\mu^2\gg m^2$, и поэтому

$$m\tau_0\sim\frac{\tau_0}{T}\ll\mu\tau_0\ll\frac{\tau_0}{t_0}<1.$$

τ_0 — время, когда начинается фаза сильной казнеровской анизотропии. Тогда можно получить интервалы изменения параметров p_a, разложив их по малому параметру $m\tau_0$:

$$-\frac{1}{3}-\frac{11}{16}(m\tau_0)^2 \le p_1 < -\frac{m\tau_0}{2},$$
$$\frac{m\tau_0}{2} < p_2 \le 1+\frac{(m\tau_0)^2}{4}, \quad -\frac{(m\tau_0)^2}{4} \le p_3 < 1.$$

Это решение казнеровского типа описывает Вселенную, заканчивающую свою эвлюцию в сингулярности без отскока. Анизотропия растет при $\tau \to 0$, причем объем стремится к нулю, так как $abc \sim \tau \to 0$, как и в ОТО.

Введем теперь в рассмотрение вещество и сделаем замену переменных для того, чтобы записать уравнения поля в форме, напоминающей фридмановскую (10)–(11) [19]:

$$a(\tau)^3 \equiv abc,$$
$$b_1(\tau) = ln\frac{a}{(abc)^{1/3}}, \quad b_2(\tau) = ln\frac{b}{(abc)^{1/3}}, \quad b_3(\tau) = ln\frac{c}{(abc)^{1/3}}. \tag{35}$$

Тогда

$$ds^2 = d\tau^2 - a^2(\tau)\sum_{i=1}^{3}\frac{e^{2b_i(\tau)}\left(dx^i\right)^2}{\beta_i^2}. \tag{36}$$

Здесь, в соответствии с (24) и (35), функция $a(\tau)$ выбрана так, что

$$\sum_{i=1}^{3} b_i = 0, \tag{37}$$

Закон сохранения (14) в этом случае имеет ту же форму (15) и то же решение:

$$\rho = \frac{A_\omega}{a^{3(1+\omega)}}\omega \le 1.$$

Полевые уравнения (5) в этом случае для $\alpha = 0$ дают метрику Минковского:

$$d\sigma^2 = \frac{d\tau^2}{a^6} - \left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right). \tag{38}$$

Остальные уравнения (4), (5) можно записать в форме

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\rho + \frac{1}{6}\sum_i \dot b_i^2 - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{1}{2a^2}\sum_i\frac{e^{-2b_i(\tau)}}{\beta_i^2} + \frac{1}{2a^6}\right], \tag{39}$$

$$\ddot b_k + 3\frac{\dot a}{a}\dot b_k - \frac{m^2}{6a^2}\left(3\frac{e^{-2b_k(\tau)}}{\beta_k^2} - \sum_i\frac{e^{-2b_i(\tau)}}{\beta_i^2}\right) = 0, \quad k = x, y, z, \tag{40}$$

$$\frac{\ddot a}{a} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) - \frac{1}{3}\sum_i \dot b_i^2 - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{1}{a^6}\right]. \tag{41}$$

Вводя новые переменные d_i,

$$\dot b_i \equiv \frac{d_i}{a^3}, \qquad \sum_i d_i = 0, \tag{42}$$

можно получить уравнения поля (39) в этом приближении:

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\frac{A_r}{a^4} + \frac{1}{12a^6}\left(2\sum_i {d_i}^2 - m^2\right) + \frac{m^2}{12a^2}\sum_i\frac{e^{-2b_i(\tau)}}{\beta_i^2}. \tag{43}$$

Функции $a(\tau)$, $b(\tau)$, $c(\tau)$ (37) с помощью (42), (43), (47) дают окончательно

$$\sum_i \dot b_i^2 = \frac{2}{3\tau^2} + \frac{(m\tau_0)^2}{2\tau^2},$$
$$2\sum_i {d_i}^2 = 2a^6\sum_i \dot b_i^2 = \frac{4}{3{\tau_0}^2} + m^2. \tag{44}$$

Самый важный результат состоит в том, что m^2/a^6-член в (43), который останавливал сжатие и обеспечивал отскок на горячей стадии фридмановского изотропного сценария, точно сокращается анизотропным слагаемым в (44). Следовательно, уравнение (43) содержит только положительные члены:

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\frac{A_r}{a^4} + \frac{1}{9{\tau_0}^2}\frac{1}{a^6} + \frac{m^2}{12a^2}\sum_i\frac{e^{-2b_i(\tau)}}{\beta_i^2} \tag{45}$$

и описывает неизбежное движение к сингулярности при $\tau \to 0$. Ведущая степень здесь a^{-6}, обосновывая предположение о доминировании анизотропных членов над плотностью вещества. Уравнение (41) в этом случае имеет строго отрицательную правую часть:

$$\frac{\ddot a}{a} = -\frac{8\pi}{3}\frac{A_r}{a^4} - \frac{2}{9{\tau_0}^2}\frac{1}{a^6}. \tag{46}$$

Как видно из (45), (46), эти уравнения совпадают с аналогичными уравнениями ОТО. Единственный m^2-член в (45) является самым слабым для малых τ и в этом пределе может быть отброшен.

Таким образом, масса гравитона не способна обеспечить отскок на горячей стадии.

4. НЕЦИКЛИЧЕСКИЙ СЦЕНАРИЙ

Тем не менее, можно ли предложить жизнеспособный сценарий для плоской фридмановской Вселенной в РТГ? Ответ будет утвердительным, если отказаться от парадигмы цикличности. Уравнение эволюции при высоких температурах можно записать в виде (10):

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\rho_{CMB} - \frac{m^2}{12a^6},$$

где $\rho_{CMB} = A_r/a^4$ — плотность вещества реликтового излучения. У него есть естественный квантовый предел — планковская плотность Большого взрыва (восстанавливая размерность):

$$\rho_{CMB} < \rho_{Pl} = \frac{c^5}{G^2\hbar} = 5.1 \cdot 10^{99}\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

И если в начальный момент τ_{Pl}, когда $\rho_{CMB} = \rho_{Pl}$, масса гравитона достаточно мала:

$$\frac{m^2}{12a_{Pl}^6} \ll \frac{8\pi}{3}\rho_{Pl}, \tag{47}$$

где $a_{Pl} \equiv a(\tau_{Pl})$, то последующая эволюция будет такой же, как в ОТО, поскольку член $m^2/12a^6$ будет спадать быстрее остальных. В этом случае наличие m^2-членов в (10) не будет оказывать никакого влияния на инфляционную стадию, постинфляционный разогрев и горячий гамовский период. Дальнейшая эволюция во время этапа квинтэссенции будет проходить по описанному выше образцу. Точка разворота будет определяться отрицательным $m^2/6$ константным членом в (10), когда убывающая как a^{-3}-плотность вещества квинтэссенции подойдет к этому вехнему пределу. В последствии фридмановская изотропия будет разрушена во время стадии сжатия, и эволюция закончится в сингулярности Большого взрыва. Таким образом, история Вселенной будет состоять только из одного единственного периода.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе анализируется устойчивость хорошо известной циклической модели развития Вселенной в РТГ. Показано, что на стадии сжатия нестабильность казнерового типа растет и механизм отскока, существовавший для однородной и изотропной фридмановской Вселенной в пределе стремящегося к нулю масштабного фактора, больше не работает.

Тем не менее существует и непротиворечивый плоский фридмановский сценарий. В этом случае m^2-члены слишком малы и проявляют себя только на последнем этапе стадии расширения, опять таки приводя к отскоку. В этом случае эволюция совпадает с другими стадиями инфляционной модели ОТО, а именно: Большой взрыв, инфляция, разогрев, нерелятивистская стадия, квинтэссенция. На этапе сжатия анизотропия растет и плотность вещества достигает планковского значения без отскока.

Благодарности

Автор благодарит В.И. Денисова за ценные обсуждения.

[1] *Логунов А.А.* Релятивистская теория гравитации. М: Наука, 2012. (*Logunov A.A.* Relativistic Theory of Gravity, Horizons in World Physics. Moscow: Nauka. 2012; New York: Nova Science, 1999).

[2] *Логунов А.А., Мествиришвили М. А., Чугреев Ю.В.* // Теор. Мат. Физ. *74*, № 1. 3 (1988). (*Logunov A.A., Mestvirishvili M.A., Chugreev Yu.V.* // Theor. Math. Phys. **74**. N 1. 1 (1988)).

[3] *Чугреев Ю.В.* // Теор. Мат. Физ. **79**, № 2. 307 (1989). (*Chugreev Yu.V.* // Theor. Math. Phys. **79**. 554 (1989)).

[4] *Мествиришвили М. А., Чугреев Ю.В.* // Теор. Мат. Физ. **80**, № 2. 305 (1989). (*MestvirishviliM. A., ChugreevYu.V.* // Theor. Math. Phys. **80**. 886 (1989)).

[5] *Герштейн С.С., Логунов А.А., Мествиришвили М.А.* // ЯФ. **61**, № 8. 1526 (1998). (*Gershtein S.S., Logunov A.A., Mestvirishvili M.A.* // Phys. Part. Nucl. **61**. 1420 (1998)).

[6] *Байдерин А.А., Денисова И.П., Ростовский В.С.* // Изв. Вузов. Физика. **64**, № 1. 10 (2021). (*Baiderin A.F., Denisova I.P., Rostovskiy V.S.* // Rus. Phys. Journ. **64**. N 1. 9(2021)).

[7] *Герштейн С.С., Логунов А.А., Мествиришвили М.А., Ткаченко Н. П.* // ЭЧАЯ. **36**, № 5. 1003 (2004). (*Gershtein S.S., Logunov A.A., Mestvirishvili M.A., Tkachenko N.P.* // Phys.Part.Nucl. **67**. 1596 (2004)). (arXiv:astro-ph/0305125).

[8] *Мествиришвили М.А., Модестов К.А., Чугреев Ю.В.* // Теор. Мат. Физ. **152**, № 3. 551 (2007). (arXiv:gr-qc/0612105).

[9] *Чугреев Ю.В.* // Письма в ЭЧАЯ. **12**, № 2. 281 (2015). (*Chugreev Yu.V.* // Phys. Part. Nucl. Lett. **12**. 281 (2015)).

[10] *Чугреев Ю.В.* // Теор. Мат.Физ. **194**, № 3. 510 (2018). (*Chugreev Yu. V.* // Theor. Math. Phys. **194**, N 3. 439 (2018)).

[11] *Чугреев Ю.В., Модестов К.А.* // Письма в ЭЧАЯ. **10**, № 4. 478 (2013). (*Chugreev Yu.V., Modestov K.A.* // Phys. Part. Nucl. Lett. **10**, N 4. 295 (2013)).

[12] *Чугреев Ю.В., Модестов К.А.* // Письма в ЭЧАЯ. **10**, № 4. 486 (2013). (*Chugreev Yu.V., Modestov K.A.*// Phys. Part. Nucl. Lett. **10**, N 4. 300 (2013)).

[13] *Чугреев Ю.В.* // Письма в ЭЧАЯ. **14**, № 4. 346 (2017). (*Chugreev Yu.V.* // Phys. Part. Nucl. Lett. **14**, N 4. 346 (2017)).

[14] *Riess A.G.* et al.(*Supernova Search Team Collab.*) // Astrophys. Journ. **607**. 665 (2004). (arXiv: astro-ph/0402512).

[15] *Горбунов Д.С., Рубаков В.А.* Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого Взрыва. М.: Красанд, 2016. 488. (*Gorbunov D.S., Rubakov V.A.* Introduction to the Theory of the Early Universe: Hot Big Bang Theory. Hackensack: World Scientific, 2011. 488).

[16] *Mukhanov V.* Physical Foundations of Cosmology. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2012. 421.

[17] *Turok N.,.Steinhardt P.J.* // Phys. Rev. **D65**. 126003 (2002). (arXiv:hep-th/0111098).

[18] *Erickson J.K., Wesley D.H., Steinhardt P.J., Turok N.* // Phys. Rev. **D69**. 063514 (2004). (arXiv:hep-th/0312009).

[19] *Рубаков В.А.* // УФН. **184**. 137 (2014). (*Rubakov V.A.* // Physics–Uspekhi. **57**. 128 (2014).).

[20] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. Т. 2. М: Наука, 1988. (*Landau L.D.,Lifshitz E.M.* The Classical Theory of Fields. Vol. 2. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1975.)

Is the Cyclic Model of the Universe Possible in the Relativistic Theory of Gravitation?

Yu.V. Chugreev[a,b]

Department of Quantum Theory and High Energy Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia
E-mail: [a] *chugreev@physics.msu.ru*, [b] *chugreyev@gmail.com*

For the flat FLRW model of Universe evolution in RTG a new model of Dark Energy is proposed. It is a global scalar field Φ with the quadratic potential. It ensures cosmological acceleration at the present time and a bounce at the late times. At the contraction stage Kazner-like growing anisotropy of Riemannian metrics will break a mass-of- the-graviton bounce mechanism near the Big Bang in FLRW case. There is also noncyclic option, when small enough graviton-mass-terms are significant only at the end of expansion. After bounce, during next contraction epoch, an anisotropy grows and the matter density finally reaches the Planck one.

PACS: 04.50.Kd, 95.30.Sf
Keywords: Friedmanian Universe, mass of the graviton, dark energy, quintessence.
Received 16 April 2024.
English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2024. **79**, No. 4. Pp. 432–438.

Сведения об авторе
Чугреев Юрий Викторович — канд. физ-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-16-47, e-mail: chugreyev@gmail.com.