

## Оценка сечений эксклюзивных каналов электророждения $K^+\Lambda$ и $K^+\Sigma^0$ на протонах из данных детектора CLAS

А. В. Голда,<sup>1</sup> А. А. Голубенко,<sup>1,2</sup> М. М. Давыдов,<sup>1</sup>  
Е. Л. Исупов,<sup>2,\*</sup> В. И. Мокеев,<sup>3</sup> С. А. Савкин,<sup>1,†</sup> В. В. Чистякова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра общей ядерной физики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына (НИИЯФ МГУ)  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 5

<sup>3</sup>Лаборатория им. Т. Джефферсона. США, VA 23606, Вирджиния, Ньюпорт-Ньюс  
(Поступила в редакцию 04.04.2024; после доработки 01.05.2024; подписана в печать 06.05.2024)

В работе развит метод оценки сечений электророждения  $K^+\Lambda^0$  и  $K^+\Sigma^0$  на протонах в области инвариантных масс конечных адронов  $M_K + M_Y < W < 2.65$  ГэВ ( $M_K$  и  $M_Y$  — массы каона и гиперона) и квадратов четырех-импульса виртуальных фотонов, т.н. виртуальностей фотона  $0 < Q^2 < 5$  ГэВ<sup>2</sup> на основе экспериментальных данных по сечениям этих эксклюзивных каналов, измеренных на детекторе CLAS в Hall B at Jefferson Lab. Реализован набор алгоритмов для оценки дифференциальных сечений этих каналов, их статистических и систематических неопределенностей. Разработана программа для оценки дифференциальных сечений и структурных функций с применением библиотек C++ и Python. Для интерактивной работы с программой был создан веб-сайт, позволяющий анализировать одномерные и двумерные зависимости структурных функций и дифференциальные сечения. Оценка дифференциальных сечений каналов электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  необходима для извлечения структурной функции  $\sigma_{LT'}$  из данных по поляризационной асимметрии реакций электророждения этих конечных состояний продольно поляризованными электронами. Полученные результаты также важны для развития реалистических Монте-Карло-генераторов событий при планировании будущих экспериментов и для оценки эффективности регистрации конечных частиц при извлечении сечений реакций из экспериментальных данных.

PACS: 13.40.-f, 13.60.Le, 13.60.Rj, 13.75.-n, 13.85.Fb, 13.85.Lg, 13.87.Ce. УДК: 539.171.017.

Ключевые слова: электророждение, странные каналы, дифференциальное сечение, структурные функции, детектор CLAS.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.79.2440201](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.79.2440201)

### ВВЕДЕНИЕ

Изучение эксклюзивных каналов электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  на протонах представляет собой важную часть исследований спектра и структуры возбужденных состояний нуклона ( $N^*$ ) или нуклонных резонансов в области масс  $> 1.6$  ГэВ [1–3]. Измерения на детекторе CLAS [4] в Jefferson Lab обеспечили основную часть имеющейся в мире информации о большинстве эксклюзивных каналов электророждения мезонов в области энергий возбуждения нуклонных резонансов  $W < 2.0$  ГэВ, где  $W$  — инвариантная масса конечной системы адронов, и квадратов четырехимпульсов виртуального фотона, т.н. виртуальностей фотона,  $Q^2 < 5.0$  ГэВ<sup>2</sup> [5]. Кинематические области, в которых измерены реакции электророждения мезонов на протонах и измеренные наблюдаемые, приведены в табл. 1. Измеренные наблюдаемые получены с почти пол-

ным охватом ( $\approx 4\pi$ ) угла вылета конечного каона в системе центра масс конечных адронов, что имеет особое значение для надежного извлечения амплитуд электровозбуждения нуклонных резонансов. Файлы с результатами по сечениям и поляризационным наблюдаемым реакций электророждения мезонов хранятся в CLAS Physics Data Base [6, 7].

В настоящее время информация об амплитудах электровозбуждения  $N^*$  получена преимущественно из реакций электророждения  $N\pi$  и  $\pi^+\pi^-p$  [1, 8]. Сводка имеющихся результатов представлена в табл. 2. Результаты по амплитудам электровозбуждения  $N^*$ , полученные из этих двух каналов с различными нерезонансными вкладами, находятся в хорошем согласии. Этот успех обеспечил проверку надежности моделей реакций, развитых CLAS Collaboration для извлечения амплитуд электровозбуждения  $N^*$  из реакций электророждения  $N\pi$  и  $\pi^+\pi^-p$  на протонах. Значительная часть возбужденных состояний нуклона с массами выше 1.6 ГэВ распадается преимущественно с испусканием двух пионов. Экспериментальные результаты по амплитудам электровозбуждения этих резонансов были получены при исследовании двухпионного ка-

\* E-mail: [isupov@jlab.org](mailto:isupov@jlab.org)

† E-mail: [savkin.sa21@physics.msu.ru](mailto:savkin.sa21@physics.msu.ru)

Таблица 1. Доступные экспериментальные данные электророждения мезонов на протоне

Конечная адронная система	$W$ , ГэВ	$Q^2$ , ГэВ <sup>2</sup>	Измеренные наблюдаемые
$\pi^+n$	1.1 – 1.38	0.16 – 0.36	$d\sigma/d\Omega$
	1.1 – 1.55	0.3 – 0.6	$d\sigma/d\Omega$
	1.1 – 1.7	1.7 – 4.5	$d\sigma/d\Omega, A_b$
	1.6 – 2.0	1.8 – 4.5	$d\sigma/d\Omega$
$\pi^0p$	1.1 – 1.38	0.16 – 0.36	$d\sigma/d\Omega$
	1.1 – 1.68	0.4 – 1.8	$d\sigma/d\Omega, A_b, A_t, A_{bt}$
	1.1 – 1.39	3.0 – 6.0	$d\sigma/d\Omega$
$\eta p$	1.5 – 2.3	0.2 – 3.1	$d\sigma/d\Omega$
$K^+\Lambda$	$M(K^+\Lambda) - 2.6$	1.4 – 3.9	$d\sigma/d\Omega$
		0.7 – 5.4	$P^0, P'$
$K^+\Sigma^0$	$M(K^+\Sigma^0) - 2.6$	1.4 – 3.9	$d\sigma/d\Omega$
		0.7 – 5.4	$P'$
$\pi^+\pi^-p$	1.3 – 1.6	0.2 – 0.6	9 одномерных дифференциальных сечений
	1.4 – 2.1	0.5 – 1.5	
	1.4 – 2.0	2.0 – 5.0	

$A_b$  — асимметрия пучка,  $A_t$  — асимметрия мишени,  
 $A_{bt}$  — двойная асимметрия пучок-мишень,  
 $P^0, P'$  — поляризации гиперона отдачи

Таблица 2. Доступные амплитуды электровозбуждения резонансов в различных каналах из данных детектора CLAS

Каналы	Возбужденные нуклонные состояния	$Q^2$ , ГэВ <sup>2</sup>
$\pi^0p \pi^+n$	$\Delta(1232)3/2^+$	0.16 – 6.0
	$N(1440)1/2^+ \ N(1520)3/2^- \ N(1535)1/2^-$	0.3 – 4.16
$\pi^+n$	$N(1675)5/2^- \ N(1680)5/2^+ \ N(1710)1/2^+$	1.6 – 4.5
$\eta p$	$N(1535)1/2^-$	0.2 – 2.9
$\pi^+\pi^-p$	$N(1440)1/2^+ \ N(1520)3/2^-$	0.25 – 1.5
	$\Delta(1620)1/2^- \ N(1650)1/2^- \ N(1680)5/2^+$	0.5 – 1.5
	$\Delta(1700)3/2^- \ N(1720)3/2^+ \ N'(1720)3/2^+$	

нала [9]. Полезно сравнить эти результаты с доступными из других эксклюзивных каналов для проверки надежности извлечения амплитуд электровозбуждения  $N^*$ . Однако однопионный канал не обладает достаточной чувствительностью к амплитудам электровозбуждения  $N^*$  со значительными долями распадов на конечные состояния с двумя пионами. Независимое извлечение амплитуд электровозбуждения этих резонансов из реакций электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  обеспечит проверку надежности извлечения этих параметров  $N^*$ .

Важной частью экспериментов по извлечению сечений реакций электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  является оценка эффективности регистрации конечных продуктов реакции. В этих целях необходимо создание Монте-Карло-генераторов событий, использующих экспериментальные данные по сечениям реакций  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  в широкой области кинематических переменных  $W$ ,  $Q^2$  и угла эмиссии конечного каона в системе центра масс конечных адронов. Также эта информация является абсолютно необходимой для извлечения структурной функции  $\sigma_{LT'}$  из измерений асимметрии пучка в реакци-

ях с продольно-поляризованными электронами.

В работе развит метод оценки дифференциальных сечений реакций электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  на протонах в области  $W \in [M_K + M_Y, 2.65]$  ГэВ и  $Q^2 \in [0, 5]$  ГэВ<sup>2</sup> из данных, полученных на детекторе CLAS. Из сравнения с имеющимися результатами продемонстрирована надежность метода, выполнены оценки неопределенностей предсказанных сечений.

### 1. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЯ $K^+\Lambda$ И $K^+\Sigma^0$ НА ПРОТОНАХ ИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ CLAS

Оценка дифференциальных сечений реакций электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  на протонах выполнена, используя данные детектора CLAS по структурным функциям  $\frac{d\sigma_U}{d\Omega_K}(E, W, Q^2, \cos \theta)$ ,  $\frac{d\sigma_{TT'}}{d\Omega_K}(W, Q^2, \cos \theta)$  и  $\frac{d\sigma_{LT'}}{d\Omega_K}(W, Q^2, \cos \theta)$ , извлеченные из измеренных дифференциальных сечений

этих реакций [10, 11], где  $E$  — энергия пучка налетающих электронов,  $\theta$  — полярный угол эмиссии конечного каона в системе центра масс конечных адронов.

### 1.1. Формализм описания реакций электророждения $K^+\Lambda$ и $K^+\Sigma^0$ на протонах

В приближении однофотонного обмена перечисленные выше структурные функции связаны с дифференциальными сечениями электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  на протонах под действием виртуальных фотонов  $\frac{d\sigma_{\gamma^*}}{d\Omega_K}$  следующим образом [12]:

$$\frac{d\sigma_{\gamma^*}}{d\Omega_K} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega_K} + \varepsilon \frac{d\sigma_L}{d\Omega_K} + \sqrt{\varepsilon(1+\varepsilon)} \frac{d\sigma_{LT}}{d\Omega_K} \cos \varphi + \varepsilon \frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K} \cos 2\varphi, \quad (1)$$

где  $\varphi$  — азимутальный угол эмиссии каона в системе центра масс  $\gamma^*p$  относительно плоскости, в которой лежат 3-импульсы падающего и рассеянного электронов в лабораторной системе. Первые два члена в правой части (1) описывают динамику электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  на протонах под действием виртуальных фотонов в состояниях с поперечной  $\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}$  и продольной  $\frac{d\sigma_L}{d\Omega_K}$  поляризациями. Их сумма представляет собой т.н. неполяризованную структурную функцию  $\frac{d\sigma_U}{d\Omega_K}$ :

$$\frac{d\sigma_U}{d\Omega_K} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega_K} + \varepsilon \frac{d\sigma_L}{d\Omega_K}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  — поперечная поляризация виртуального фотона, определяемая кинематикой рассеяния электронов на протонах:

$$\varepsilon = \left( 1 + 2 \frac{|\vec{q}|^2}{Q^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_{e'}}{2} \right)^{-1}, \quad (3)$$

где  $|\vec{q}|$  — модуль трехимпульса виртуального фотона,  $\theta_{e'}$  — угол рассеяния электрона в лабораторной системе. Поскольку виртуальные фотоны, формируемые в процессе рассеяния электронов на протонах, оказываются поляризованными, возникают  $\varphi$ -зависимости дифференциальных сечений, описываемые (1).

Структурная функция  $\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K}(W, Q^2, \cos \theta)$  описывает электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  виртуальными фотонами в состояниях со смешанными поперечными поляризациями. Структурная функция  $\frac{d\sigma_{LT}}{d\Omega_K}(W, Q^2, \cos \theta)$  описывает эту реакцию под действием фотонов в состояниях со смешанными продольной и поперечной поляризациями. Соотношение (1) является следствием лоренц-инвариантности амплитуд реакций электророждения и применимо для описания  $\varphi$ -распределений конечных адронов во всех эксклюзивных реакциях электророждения мезонов на протонах.

Измеренные дифференциальные сечения реакций электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$   $\frac{d\sigma}{dQ^2 dW d\Omega_K}$  связаны с сечениями реакций под действием виртуальных фотонов  $\frac{d\sigma_{\gamma^*}}{d\Omega_K}$  соотношением

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dW d\Omega_K} = \Gamma_{\gamma^*} \frac{d\sigma_{\gamma^*}}{d\Omega_K}. \quad (4)$$

Поток виртуальных фотонов  $\Gamma_{\gamma^*}$  определяется кинематикой рассеяния электронов. Поток виртуальных фотонов не является измеряемым потоком частиц и, будучи частью амплитуды рассеяния электронов на протонах, зависит от соглашений. Нами использовано следующее соглашение о потоке виртуальных фотонов (Hand convention), для которого были получены сечения электророждения мезонов на протонах из измерений на установке CLAS:

$$\Gamma_{\gamma^*} = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{W}{M_p^2 E^2} \frac{W^2 - M_p^2}{Q^2} \frac{1}{1 - \varepsilon}, \quad (5)$$

где  $M_p$  — масса протона,  $\alpha = \frac{1}{137}$ .

В работе используются экспериментальные данные CLAS с неполяризованной протонной мишенью при энергиях пучка электронов 2.567, 4.056 и 5.499 ГэВ [10, 11]. Кинематические области по  $W$  и  $Q^2$ , где получены сечения электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$ , показаны на рис. 1.  $M(K^+Y)$  — инвариантная масса системы  $K^+Y$  в системе центра масс  $\gamma^*p$ .

Из экспериментальных данных детектора CLAS были получены неполяризованные структурные функции  $\frac{d\sigma_U}{d\Omega_K}$ , описываемые суммой (2). Неполяризованные структурные функции оказываются зависящими от энергии пучка электронов, которая определяет величину параметра поляризации виртуального фотона  $\varepsilon$  (3). Оценка отношения продольной  $\frac{d\sigma_L}{d\Omega_K}$  и поперечной  $\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}$  структурных функций выполнена в приближении [13]:

$$\frac{d\sigma_L}{d\Omega_K} : \frac{d\sigma_T}{d\Omega_K} = 0.2. \quad (6)$$

Используя (2) и (6), получаем для структурных функций  $\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}(W, Q^2, \cos \theta)$  и  $\frac{d\sigma_L}{d\Omega_K}(W, Q^2, \cos \theta)$ :

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K} = \frac{\frac{d\sigma_U}{d\Omega_K}}{1 + 0.2\varepsilon}, \quad \frac{d\sigma_L}{d\Omega_K} = \frac{\frac{d\sigma_U}{d\Omega_K}}{5 + \varepsilon}. \quad (7)$$

Структурные функции  $\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}$  и  $\frac{d\sigma_L}{d\Omega_K}$  не зависят от энергии пучка электронов. Таким образом, результаты по структурным функциям  $\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}$  и  $\frac{d\sigma_L}{d\Omega_K}$  дают возможность оценить дифференциальные сечения для любой энергии пучка электронов.

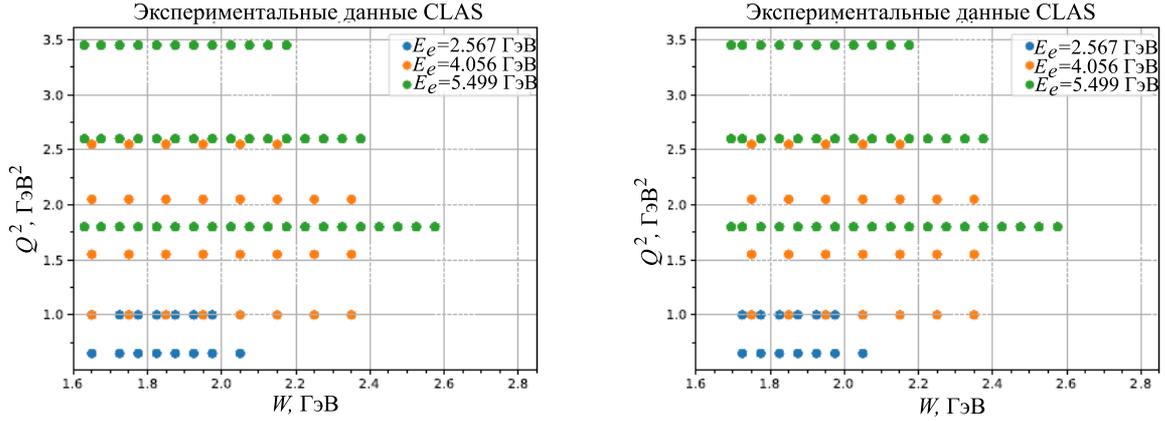


Рис. 1. Кинематические области по инвариантной массе конечной системы адронов ( $W$ ) и виртуальностей фотона ( $Q^2$ ), где были получены данные по сечениям каналов  $K^+\Lambda$  (слева) и  $K^+\Sigma^0$  справа из измерений на детекторе CLAS [10, 11]. Синими точками показаны значения, полученные при энергии пучка  $E_e = 2.567$  ГэВ, оранжевыми — при  $E_e = 4.056$  ГэВ, зелёными — при  $E_e = 5.499$  ГэВ

## 2. ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ЭКСКЛЮЗИВНЫХ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ

Целью настоящей работы является оценка дифференциальных сечений электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  в кинематической области  $W \in [M_K + M_Y, 2.65]$  ГэВ,  $Q^2 \in [0, 5]$  ГэВ<sup>2</sup> и  $\cos\theta \in [-1, 1]$  из данных CLAS без использования специфических модельных предположений о динамике этих реакций. Для реализации поставленной задачи необходимо получить доступ

ко всему указанному выше фазовому пространству. Так как исходные данные были получены на дискретной сетке величин  $(W, Q^2, \cos\theta)$ , необходимо провести интерполяцию/экстраполяцию эксклюзивных структурных функций на сетку кинематических переменных, где будут оцениваться дифференциальные сечения.

Зависимости структурных функций от полярного угла эмиссии каона в системе центра масс конечных адронов описывались разложением по полиномам Лежандра:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{T/L}}{d\Omega_K} &= A_{T/L} \cdot P_0(\cos\theta) + B_{T/L} \cdot P_1(\cos\theta) + C_{T/L} \cdot P_2(\cos\theta) + D_{T/L} \cdot P_3(\cos\theta) + E_{T/L} \cdot P_4(\cos\theta), \\ \frac{d\sigma_{LT}}{d\Omega_K} &= \sin\theta [A_{LT} \cdot P_0(\cos\theta) + B_{LT} \cdot P_1(\cos\theta) + C_{LT} \cdot P_2(\cos\theta) + D_{LT} \cdot P_3(\cos\theta) + E_{LT} \cdot P_4(\cos\theta)], \\ \frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K} &= \sin^2\theta [A_{TT} \cdot P_0(\cos\theta) + B_{TT} \cdot P_1(\cos\theta) + C_{TT} \cdot P_2(\cos\theta) + D_{TT} \cdot P_3(\cos\theta) + E_{TT} \cdot P_4(\cos\theta)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Для полученных из экспериментальных данных коэффициентов разложения по полиномам Лежандра (8) использовалась линейная интерполяция по переменным  $W$  и  $Q^2$ .

Сравнение с экспериментальными данными (рис. 2) показало, что пять полиномов Лежандра обеспечивают хорошее описание во всем кинематическом диапазоне интерполяции. Неопределенности структурных функций получены из неопределенностей экспериментальных результатов при их интерполяции кубическим сплайном. Данная процедура позволила получить структурные функции на сетке  $(W, Q^2)$ , где имеются экспериментальные данные (рис. 2).

Описанные процедуры позволяют оценить дифференциальные сечения из структурных функций  $\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}$ ,  $\frac{d\sigma_L}{d\Omega_K}$ ,  $\frac{d\sigma_{LT}}{d\Omega_K}$  и  $\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K}$  на исследуемой сетке кинематических переменных  $W$ ,  $Q^2$ ,  $\cos(\theta_K)$  там, где возможно использовать интерполяцию структурных функций. Были развиты процедуры экстраполяции структурных функций по переменным  $W$ ,

$Q^2$ ,  $\cos\theta$ , позволяющие выполнить их оценку в области  $W < 2.65$  ГэВ. Расширение диапазона оценки структурных функций по  $W$  до 2.65 ГэВ необходимо для экспериментов на детекторе CLAS12 по поиску т.н. гибридных барионов с одетыми глюонами в качестве активной компоненты их структуры наряду с тремя одетыми кварками [14].

## 3. ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ КАНАЛОВ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЯ $K^+\Lambda$ И $K^+\Sigma^0$ НА ПРОТОНАХ

Данные CLAS по структурным функциям электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  ограничены в основном кинематической областью  $W < 2.4$  ГэВ и  $Q^2 < 3.6$  ГэВ<sup>2</sup> (рис. 1). В настоящей работе выполнена экстраполяция структурных функций в области  $W < 2.65$  ГэВ и  $Q^2 < 5$  ГэВ<sup>2</sup>. Экстраполяция позволяет развить Монте-Карло-генераторы событий для перечисленных каналов электророждения, используя предсказанные сечения в об-

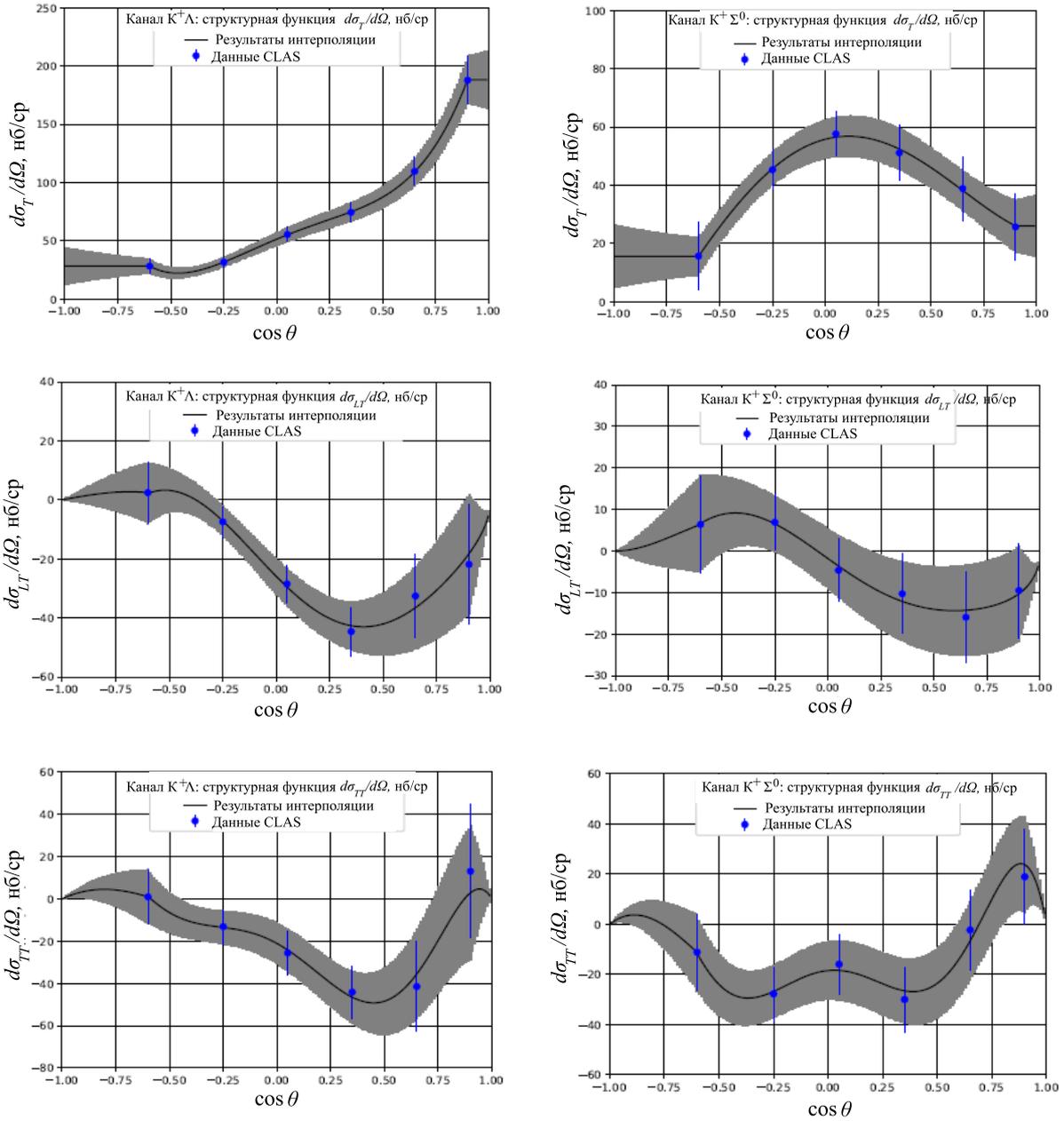


Рис. 2. Сравнение результатов интерполяции структурных функций (чёрная линия) и экспериментальных данных для канала  $K^+\Lambda$  (слева) и  $K^+\Sigma^0$  (справа) при  $W = 1.95$  ГэВ,  $Q^2 = 1.0$  ГэВ<sup>2</sup>. Синим показаны экспериментальные данные CLAS [10, 11] и их неопределенности. Неопределенности интерполяции представлены серой областью

ласти  $W < 2.65$  ГэВ и  $Q^2 < 5$  ГэВ<sup>2</sup> и применить их для надежного определения эффективности регистрации  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  событий в экспериментах на детекторе CLAS12. Сечения этих каналов играют важную роль в исследованиях спектра и структуры нуклонных резонансов, в особенности в поиске т.н. гибридных барионов и «missing»-резонансов [14, 15].

### 3.1. Экстраполяция структурных функций по $W$ и $Q^2$

Полученные из данных детектора CLAS структурные функции электроорождения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$

в основном ограничены областью  $W < 2.4$  ГэВ. В то же время при  $Q^2 = 1.8$  ГэВ<sup>2</sup> они получены в области  $W$  до 2.57 ГэВ. Экстраполяция структурных функций в область  $W$  до 2.575 ГэВ для интервала  $Q^2 < 3.6$  ГэВ<sup>2</sup> выполнена в предположении, что при любом значении  $Q^2$  отношение структурных функций в соседних значениях по  $W$ :  $W_j$  и  $W_{j+1}$  такое же, как из измерений при  $Q^2 = 1.8$  ГэВ<sup>2</sup>. Это дает возможность экстраполяции структурных функций по  $W$  в области  $W$  до 2.575 ГэВ и  $Q^2 < 3.6$  ГэВ<sup>2</sup> следующим образом:

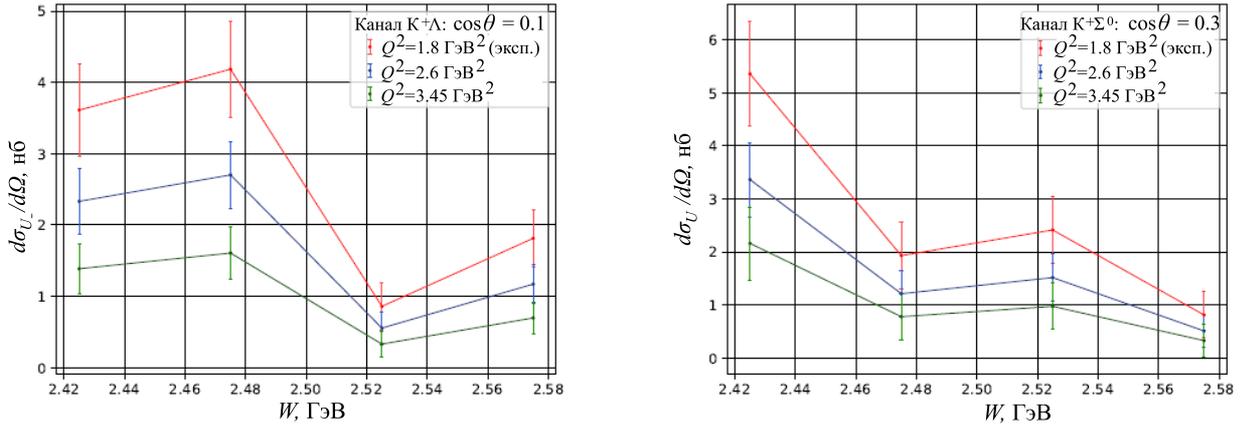


Рис. 3. Результаты экстраполяции неполяризованных структурных функций для эксклюзивных каналов электропроизводства  $K^+\Lambda$  (слева) и  $K^+\Sigma^0$  (справа) на протонах в области  $2.40 < W < 2.57$  ГэВ и  $1.8 < Q^2 < 3.50$  ГэВ<sup>2</sup> согласно (9) в сравнении с экспериментальными данными [10, 11] при  $Q^2 = 1.8$  ГэВ<sup>2</sup> и  $\cos(\theta_K) = 0.1$  для канала  $K^+\Lambda$ ,  $\cos(\theta_K) = 0.3$  для канала  $K^+\Sigma^0$  при энергии пучка электронов 5.499 ГэВ

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_i}{d\Omega_K}(W_{j+1}, Q_{curr}^2 \text{ ГэВ}^2, \cos\theta) &= \frac{d\sigma_i}{d\Omega_K}(W_{j+1}, Q^2 = \\ &= 1.8 \text{ ГэВ}^2, \cos\theta) \times \frac{d\sigma_i}{d\Omega_K}(W_j, Q_{curr}^2 \text{ ГэВ}^2, \cos\theta) : \\ &: \frac{d\sigma_i}{d\Omega_K}(W_j, Q^2 = 1.8 \text{ ГэВ}^2, \cos\theta), \quad (9) \end{aligned}$$

где  $Q_{curr}^2$  — текущее значение виртуальности,  $i=U, T, TT, TL$ .

На рис. 3 представлены результаты экстраполяции  $W$  зависимостей дифференциальных сечений каналов  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  в диапазоне  $Q^2 > 1.8$  ГэВ<sup>2</sup>, согласно (9), в сравнении с экспериментальными данными при  $Q^2=1.8$  ГэВ<sup>2</sup> и  $\cos(\theta_K) = 0.1$  для канала  $K^+\Lambda$ ,  $\cos(\theta_K) = 0.3$  для канала  $K^+\Sigma^0$ . Экстраполяция в область  $2.57 < W < 2.65$  ГэВ проведена с помощью квадратичного сплайна.

### 3.1.1. Экстраполяция в область $3.45 < Q^2 < 5.00$ ГэВ<sup>2</sup>

В этой области используется экстраполяция всех структурных функций из области интерполяции с помощью степенной функции:

$$\frac{d\sigma_i}{d\Omega_K} = A + \frac{B}{Q^2} + \frac{C}{Q^4}. \quad (10)$$

Использование зависимости (10) основано на предположении, что эволюция эксклюзивных структурных функций описывается теми же степенными зависимостями, что и  $Q^2$ -эволюция моментов инклюзивных структурных функций [16]. Зависимость (10) хорошо описывает  $Q^2$  эволюцию структурных функций при  $Q^2 > 3.45$  ГэВ<sup>2</sup>, где имеются экспериментальные данные с параметрами, подстраиваемыми к данным независимо в каждом из  $W$ -интервалов. Описание данных и результаты их экстраполяции в область  $3.45 < Q^2 < 5$  ГэВ<sup>2</sup> показаны на рис. 4.

### 3.1.2. Экстраполяция в области $Q^2 < 0.65$ ГэВ<sup>2</sup>

В области малых значений  $Q^2$  нет возможности использовать степенную функцию (10) для экстраполяции, так как особенность при  $Q^2 = 0$  ГэВ<sup>2</sup> будет приводить к нефизической расходимости. Разложение (10) может быть использовано лишь в области  $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$ . Для экстраполяции структурных функций в области  $Q^2 < 0.65$  ГэВ<sup>2</sup> использовались ограничения, налагаемые данными по реакциям фоторождения. Измеренные сечения фоторождения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  в реакциях с неполяризованными фотонами на неполяризованной мишени обеспечивают информацию о структурной функции  $\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}$  в фотонной точке при  $Q^2 = 0$  ГэВ<sup>2</sup>. Структурная функция  $\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}$  интерполировалась по  $Q^2$  в области  $0 < Q^2 < 0.65$  ГэВ<sup>2</sup> с использованием полинома:

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K} = A \cdot Q^4 + B \cdot Q^2 + C. \quad (11)$$

Структурная функция  $\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K}$  в фотонной точке оценена из данных по поляризационной асимметрии пучка фотонов  $\Sigma$  в экспериментах по фоторождению  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  с пучком линейно-поляризованных фотонов на неполяризованной мишени:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K}(W, Q^2 = 0 \text{ ГэВ}^2, \cos\theta) &= \\ &= (-1) \cdot \Sigma \cdot \frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}(W, Q^2 = 0 \text{ ГэВ}^2, \cos\theta). \quad (12) \end{aligned}$$

Однако экспериментальные данные по этой наблюдаемой ограничены в интервале по  $W$ :

- $W \in [1.72, 2.18]$  ГэВ для  $K^+\Lambda$ ,
- $W \in [1.78, 2.17]$  ГэВ для  $K^+\Sigma^0$ .

Оценки структурной функции  $\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K}$  в области  $2.17 < W < 2.65$  ГэВ и  $Q^2 < 1.8$  ГэВ<sup>2</sup> получены

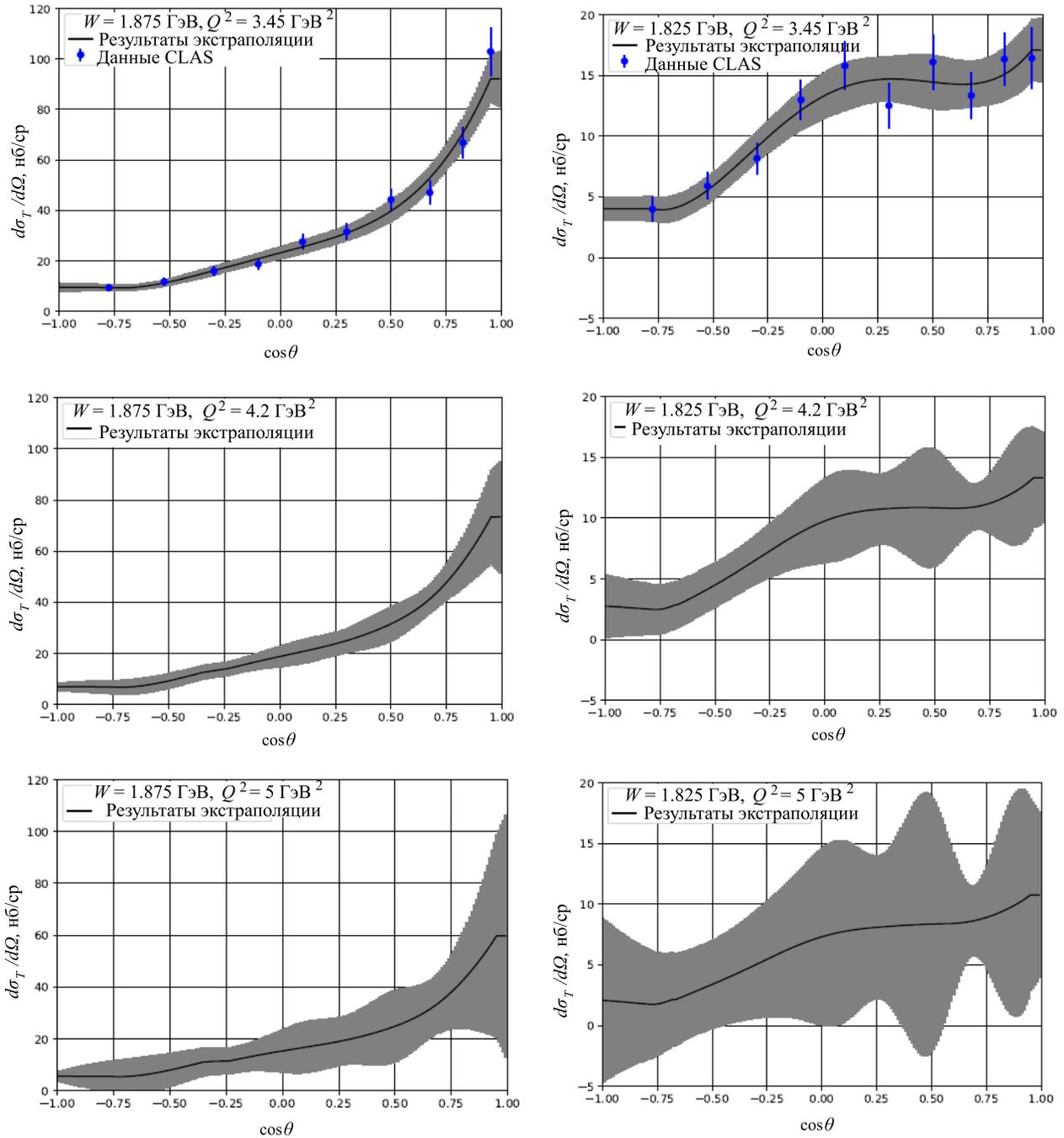


Рис. 4. Экстраполяция структурной функций  $\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}$  в область  $Q^2 > 3.45$  ГэВ<sup>2</sup>: для каналов  $K^+\Lambda$  (слева) и  $K^+\Sigma^0$  (справа). Экспериментальные данные при  $Q^2 = 3.45$  ГэВ<sup>2</sup> показаны синими точками и их неопределенностями, а результаты интерполяции показаны черной линией. Результаты экстраполяции показаны черными линиями — при  $Q^2 = 4.2$  ГэВ<sup>2</sup> и  $Q^2 = 5$  ГэВ<sup>2</sup>. Неопределенности интерполяции и экстраполяции показаны серыми областями

в предположении, что при выбранных и фиксированных значениях  $Q^2$  и  $\cos\theta$  отношения  $\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K} : \frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}$  не зависят от  $W$  при  $2.17 < W < 2.65$  ГэВ. Это предположение соответствует данным CLAS по  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  фото- и электророждению. Для каждого из значений  $W$  определялись отношения  $\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K} : \frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}$  и усреднялись по  $W$  от 2.0 ГэВ до 2.65 ГэВ. После этого структурные функции  $\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K}$  в области  $2.17 < W < 2.65$  ГэВ и  $Q^2 < 1.8$  ГэВ<sup>2</sup> оценивались

следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K}(W, Q^2, \cos\theta) &= \\ &= \left[ \frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K} : \frac{d\sigma_T}{d\Omega_K} \right] (Q^2, \cos\theta) \cdot \frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}(W, Q^2, \cos\theta). \end{aligned}$$

Используя интерполированные значения структурной функции  $\frac{d\sigma_T}{d\Omega_K}$ , были восстановлены значения структурной функции  $\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K}$ . На рис. 5 приве-

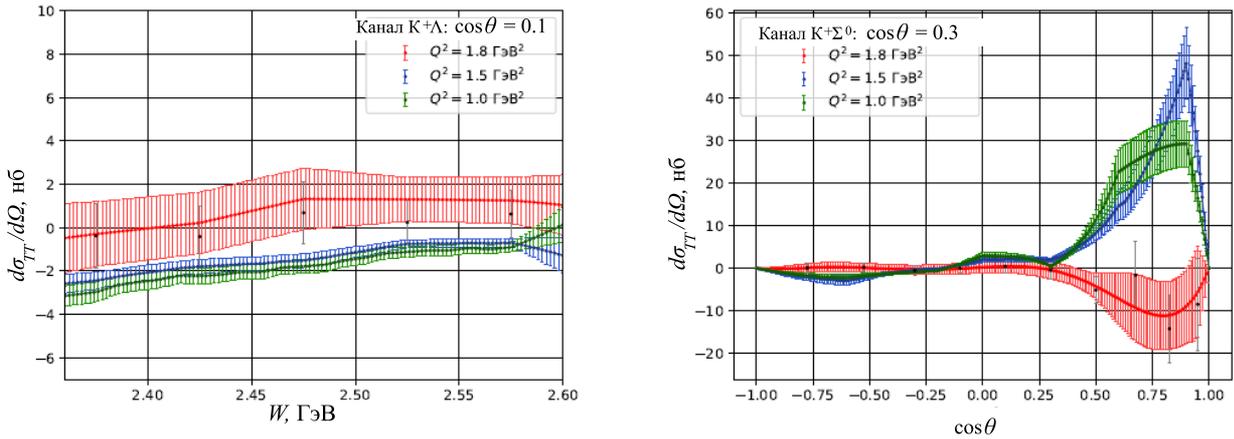


Рис. 5. Оценки структурной функции  $\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K}$  в области  $2.17 < W < 2.65$  ГэВ и  $Q^2 < 1.8$  ГэВ<sup>2</sup> для каналов  $K^+\Lambda$  (слева) и  $K^+\Sigma^0$  (справа). Экспериментальные данные (точки с неопределенностями) при  $Q^2 = 1.8$  ГэВ<sup>2</sup> показаны в сравнении с результатами интерполяции (красные линии). Синяя и зеленая кривые — результаты интерполяции структурной функции  $\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega_K}$  при  $Q^2 = 1.5$  ГэВ<sup>2</sup>,  $Q^2 = 1.0$  ГэВ<sup>2</sup> и  $\cos(\theta_K) = 0.1$  в зависимости от  $W$  (слева),  $W = 2.375$  ГэВ в зависимости от  $\cos(\theta_K)$  (справа)

дены результаты данной процедуры. Процедура хорошо воспроизводит имеющиеся результаты, полученные из измерений на детекторе CLAS.

#### 4. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ И ВЕБ-САЙТА ДЛЯ ОЦЕНКИ СЕЧЕНИЙ КАНАЛОВ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЯ $K^+\Lambda$ И $K^+\Sigma^0$

Приведенные процедуры интерполяции и экстраполяции структурных функций позволили рассчитать значения дифференциального сечения процесса для любых значений  $(W, Q^2, \cos\theta)$  и энергии пучка. Дифференциальные сечения электроорождения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  рассчитываются согласно (1, 5) из интерполированных/экстраполированных структурных функций. Сравнение с результатами из измеренных данных CLAS показано на рис. 6. Хорошее качество описания данных CLAS достигнуто во всей кинематической области  $W < 2.65$  ГэВ и  $Q^2 < 5.0$  ГэВ<sup>2</sup>. Экспериментальные данные по дифференциальным сечениям  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  электроорождения получены в интервалах конечных размеров по  $(W, Q^2, \cos\theta)$ . Для сравнения с результатами расчетов была разработана процедура усреднения рассчитанных дифференциальных сечений в пределах каждого интервала по  $(W, Q^2, \cos\theta)$  в измеренных данных. Процедура включает в себя:

- расчет структурных функций и дифференциальных сечений в каждом из интервалов по  $(W, Q^2, \cos\theta)$  на сетке с шагом по  $\Delta W = 10$  МэВ,  $\Delta Q^2 = 0.1$  ГэВ<sup>2</sup>,  $\Delta \cos\theta = 0.1$  и  $\Delta\phi = 15^\circ$ ,
- усреднение полученных дифференциальных сечений по всем узлам сетки в пределах измеренных интервалов по  $(W, Q^2, \cos\theta)$ :

$$\bar{\sigma}_N = \sum_{i=0}^N \frac{\sigma_i}{N} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \bar{\sigma}, \quad (13)$$

где  $N$  — число узлов сетки в пределах интервала по  $(W, Q^2, \cos\theta)$ .

Рис. 7 демонстрирует сравнение дифференциального сечения, полученного из экспериментальных данных по структурным функциям, с результатом описанной выше процедуры. Полученные зависимости соответствуют друг другу.

#### 5. КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ ОЦЕНКИ СЕЧЕНИЙ

Программная реализация метода оценки дифференциальных сечений электроорождения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  представлена на двух языках: C++ и Python с использованием различных библиотек для визуализации результата и интерполяции экспериментальных данных. Исходный код программы опубликован для общего доступа и может быть найден по ссылке [17].

Программа работает в трех режимах:

- расчет дифференциального сечения/структурных функций в заданной сетке значений  $(W, Q^2, \cos\theta, \phi, E_{beam})$ .
- расчет средних значений дифференциального сечений в заданной ячейке фазового пространства.
- визуализация распределений дифференциального сечения/структурных функций по осям  $(W, Q^2, \cos\theta, \phi)$ .

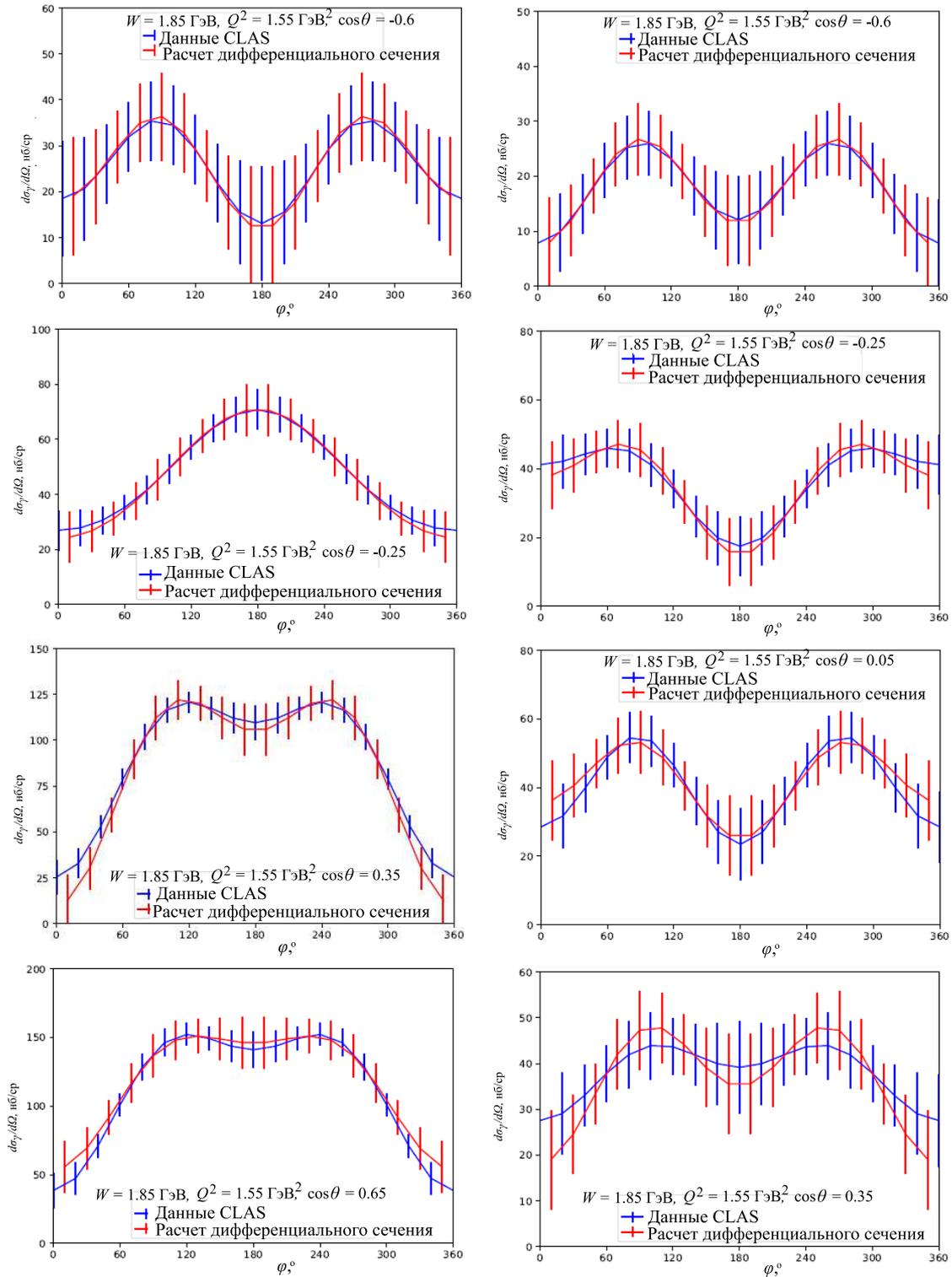


Рис. 6. Сравнение результатов предсказания дифференциального сечения  $\frac{d\sigma_{\gamma}}{d\Omega_K}$  (красная линия) с экспериментальными данными (синяя линия) для канала  $K^+\Lambda$  при различных значениях  $W$ ,  $Q^2$  и  $\cos\theta$

Комплекс программ также представлен на веб-сайте НИИ ядерной физики имени Д. В. Скобелыцина МГУ [18].

Финальная версия программы включает в себя возможность расчета структурных функций и дифференциального сечения в любой точке фазового

пространства реакции, среднего значения сечения в определенном бине и визуализацию распределений структурных функций, дифференциального сечения, а также средних значений в 1D- и 2D-представлениях.

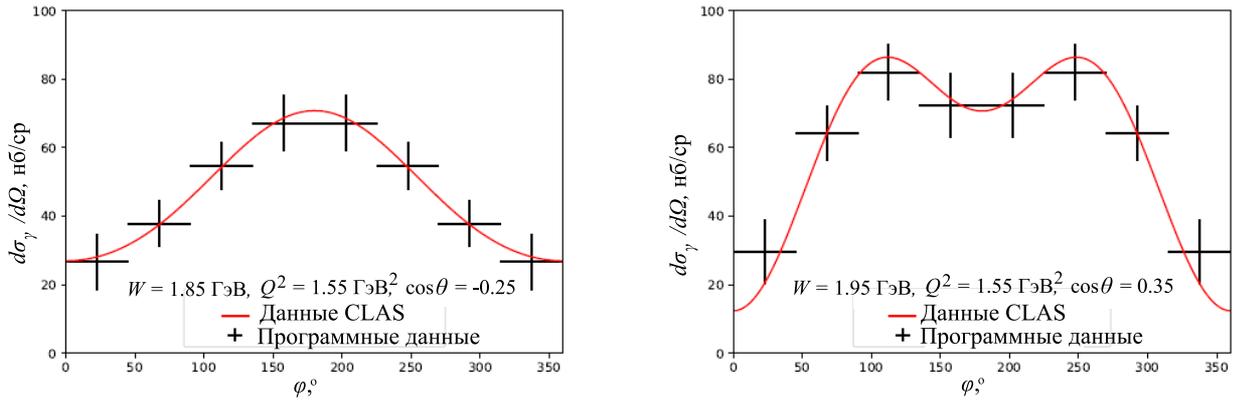


Рис. 7. Сравнение результатов усреднения расчета дифференциальных сечений (черные точки) с оценкой дифференциального сечения на основе экспериментальных структурных функций (красная кривая) для канала  $K^+\Lambda$  при различных значениях  $W$ ,  $Q^2$  и  $\cos\theta$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе развит метод оценки дифференциальных сечений реакций электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  на протонах в области  $W < 2.65$  ГэВ и  $Q^2 < 5.0$  ГэВ<sup>2</sup>. Метод основан на интерполяции/экстраполяции эксклюзивных структурных функций этих каналов, полученных из измерений на детекторе CLAS, и не содержит других модельных предположений. Тем самым обеспечивается оценка сечений на основе экспериментальных данных при минимальном влиянии модельных предположений, связанных с динамикой реакций. Сравнения результатов оценки с имеющимися данными CLAS показывают хорошее соответствие предсказанных и измеренных сечений. Развитый ме-

тод и комплекс программ представляют интерес для развития реалистических Монте-Карло-генераторов событий электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$ , необходимых для оценки эффективности регистрации продуктов реакции при извлечении сечений этих каналов. Также развитый метод открывает возможности для извлечения структурной функции  $\frac{d\sigma_{LT'}}{d\Omega_K}$  из экспериментальных данных по асимметрии пучка в реакциях электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  продольно поляризованными электронами. Развитый метод важен для поиска новых возбужденных состояний нуклона в реакциях электророждения  $K^+\Lambda$  и  $K^+\Sigma^0$  на детекторе CLAS12 [14], т.н. «missing»-резонансов и гибридных барионов, где одетые глюоны являются компонентами структуры наряду с тремя одетыми кварками.

- [1] Mokeev V.I., Carman D.S. // *Few Body Syst.* **63**, N 3. 59. (2022).
- [2] Achenbach et al. // *Nucl. Phys. A* 1047 122874, (2024). (e-Print:2303.02579[hep-ph])
- [3] Burkert V.D. // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 131 104032 (2023). (e-Print:2212.089980[hep-ph])
- [4] Mecking B.A., Adams G., Ahmad S. et al. // *Nucl. Instrum. and Methods A* 503 (2003).
- [5] Brodsky S.J., Burkert V.D. et al. // *Int. J. Mod. Phys. E* **29** 2030006. (2020).
- [6] Chesnokov V.V., Golubenko A.A., Ishkhanov B.S., Mokeev V.I. // *Phys. Part. Nucl.* **53**, N 2. 184 (2022).
- [7] CLAS Physics Database, <https://clas.sinp.msu.ru/cgi-bin/jlab/db.cgi>
- [8] Carman D.S., Joo K., Mokeev V.I. // *Few Body Syst.* **61**, no.3, 29 (2020). (arXiv:2006.15566 [nucl-ex]).
- [9] Mokeev V.I., Aznauryan I.G. et al. // *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.* 26. 146080 (2014).
- [10] Ambrozewicz P., Carman D.S., Feuerbach R.J. et al. // *Phys. Rev. C.* **75**. 045203. (2007).
- [11] Carman D.S., Park K., Raue B.A. et al. // *Phys. Rev. C.* **87**. 025204. (2013).
- [12] Knöchlein G., Drechsel D., Tiator L. // *Z. Phys. A.* **352**, 327 (1995).
- [13] Miller G., Bloom E.D., Buschhorn G. et al. // *Phys. Rev. D.* **5**. 528 (1972).
- [14] Lanza L., D'Angelo P. // *Nuovo Cim. C* **44**, 51. (2021).
- [15] Mokeev V.I. et al. // *Phys. Lett. B* **805**, 135457. (2020).
- [16] Melnitchuok W., Ent R., Keppel C. // *Phys. Rep.* **406**, 127 (2005).
- [17] Репозиторий исходного кода на GitHub, [https://github.com/maksaska/Diff\\_cros\\_strange](https://github.com/maksaska/Diff_cros_strange)
- [18] Веб-сайт программы, <https://clas.sinp.msu.ru/~maksaska/>

## Cross Section Evaluation for Exclusive Channels of $K^+\Lambda$ and $K^+\Sigma^0$ Electroproduction off Protons using CLAS Detector Data

A. V. Golda<sup>1</sup>, A. A. Golubenko<sup>1,2</sup>, M. M. Davydov<sup>1</sup>, E. L. Isupov<sup>1,2,a</sup>, V. I. Mokeev<sup>3</sup>,  
S. A. Savkin<sup>1,b</sup>, V. V. Chistyakova<sup>1</sup>

*Department of Nuclear Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia*

<sup>2</sup>*Skobeltsyn Nuclear Physics Institute, Moscow State University  
Moscow 119191, Russia*

<sup>3</sup>*Thomas Jefferson National Accelerator Facility, Newport News, USA  
E-mail: <sup>a</sup>isupov@jlab.org, <sup>b</sup>savkin.sa21@physics.msu.ru*

In this work, a method for evaluating the cross sections of electroproduction of  $K^+\Lambda$  and  $K^+\Sigma^0$  off protons in the region of invariant masses of final hadrons  $M_K + M_Y < W < 2.65$  GeV ( $M_K$  and  $M_Y$  being the masses of the kaon and hyperon, respectively) and squares of four-momentum transfers of virtual photons, i.e., photon virtualities  $0 < Q^2 < 5$  GeV<sup>2</sup>, is developed based on experimental data of these exclusive channels' cross sections measured by the CLAS detector in Hall B at Jefferson Lab. A set of algorithms has been implemented to evaluate the differential cross sections of these channels, along with their statistical and systematic uncertainties. A program was developed for the evaluation of differential cross sections and structure functions using C++ and Python libraries. An interactive website was created for working with the program, enabling the analysis of one-dimensional and two-dimensional dependences of structure functions and differential cross sections. The evaluation of differential cross sections for the  $K^+\Lambda$  and  $K^+\Sigma^0$  electroproduction channels is necessary for extracting the structure function  $\sigma_{LT'}$  from the data on the polarization asymmetry of electroproduction reactions of these final states with longitudinally polarized electrons. The obtained results are also important for the development of realistic Monte Carlo event generators in planning future experiments and for evaluating the efficiency of detecting final particles when extracting reaction cross sections from experimental data

PACS: 13.40.-f, 13.60.Le, 13.60.Rj, 13.75.-n, 13.85.Fb, 13.85.Lg, 13.87.Ce.

*Keywords:* electroproduction, strange channels, differential cross section, structure functions, CLAS detector.  
*Received 04 April 2024.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2024. **79**, No. 4. Pp. 450–461.

### Сведения об авторах

1. Голда Андрей Васильевич — e-mail: [golda.av15@physics.msu.ru](mailto:golda.av15@physics.msu.ru).
2. Голубенко Анна Александровна — канд. физ.-мат. наук, ассистент; тел.: (495) 939-16-97, e-mail: [aa.golubenko@physics.msu.ru](mailto:aa.golubenko@physics.msu.ru).
3. Давыдов Максим Михайлович — e-mail: [davydovm@jlab.org](mailto:davydovm@jlab.org).
4. Исупов Евгений Леонидович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-25-58, e-mail: [isupov@jlab.org](mailto:isupov@jlab.org).
5. Мокеев Виктор Иванович — доктор физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-25-58, e-mail: [mokeev@jlab.org](mailto:mokeev@jlab.org).
6. Савкин Степан Александрович — e-mail: [savkin.sa21@physics.msu.ru](mailto:savkin.sa21@physics.msu.ru).
7. Чистякова Влада Витальевна — e-mail: [chistiakova.vv19@physics.msu.ru](mailto:chistiakova.vv19@physics.msu.ru).