

## Прецессия звездных колец в центре Галактики

Б.П. Кондратьев,<sup>1,2,3,\*</sup> К.А. Ключинский<sup>1</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2<sup>2</sup>Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга (ГАИШ МГУ)  
Россия, 119991, Москва, Университетский пр-т, д. 13<sup>3</sup>Главная (Пулковская) Астрономическая обсерватория РАН  
Санкт-Петербург, Россия

(Поступила в редакцию 05.06.2024; после доработки 27.06.2024; подписана в печать 02.07.2024)

Исследуется динамика двух взаимодействующих концентрических широких звездных колец, расположенных вокруг сверхмассивной черной дыры в центральном парсеке Галактики. Самое массивное из них — кольцо с обратным движением звезд (известное в литературе как «clockwise» диск) моделируется  $R$ -диском с небольшим вырезом в центре. Другое кольцо, с прямым движением звезд («counter-clockwise» диск), представлено тонким круговым колечком с наклоном  $\alpha \approx 62^\circ$  к плоскости  $R$ -диска. Из наблюдений известны массы этих колец  $M_1$ ,  $M_2$  ( $M_1/M_2 \approx 60$ ), их геометрические параметры и пространственная ориентация. Найдены взаимная гравитационная энергия  $W_{mut}$  и момент сил  $\mathbf{M}$  между кольцами, построены графики этих величин в зависимости от угла наклона  $\alpha$ . Вычислены угловые моменты колец  $L^{(1)}$  и  $L^{(2)}$ , отношение которых  $L^{(1)}/L^{(2)} \approx 23.4$ . Для системы колец определена плоскость Лапласа и углы её ориентации. Установлено, что взаимное возмущение вращающихся колец приводит к прецессии узлов с периодом  $T_\Omega \approx 3.53 \cdot 10^5$  лет. Линии узлов обоих колец в плоскости Лапласа движутся с одинаковой угловой скоростью, но в противоположных направлениях. Это объясняет известный из наблюдений большой угол расхождения линий узлов.

PACS: 98.35.Jk УДК: 521.1

Ключевые слова: дисковые модели звездных систем, взаимная гравитационная энергия и момент сил колец, плоскость Лапласа, угловой момент и прецессия узлов.

DOI: 10.55959/MSU0579-9392.79.2450801

## ВВЕДЕНИЕ

Исследование Галактики показало, что в центральном парсеке, кроме СМЧД и компактного ядерного звездного скопления, есть также два концентрических кольцевых образования — диск 1 с обратным и диск 2 с прямым движением звезд, получившие свое название по наблюдаемому в них направлению движения звезд [1–3]. Численное моделирование [4] подтвердило возможность существования второго звездного диска. Взаимодействие этих дисков изучалось в статьях [5, 6]. В работе [7] исследовалась апсидальная и нодальная прецессия орбит звезд в диске 1 под влиянием сверхмассивной черной дыры и ядерного скопления звезд. Там же рассматривалось влияние на прецессию орбит и сил самого диска 1, моделируемого  $R$ -кольцом. В работе [8] изучалась приливная эволюция орбит в галактическом каспе.

По законам небесной механики [9, 10] взаимное возмущение вращающихся колец должно приводить к прецессии их плоскостей и узлов. Но до сих пор в динамике этих кольцевых структур многое остается недостаточно изученным. В частно-

сти, большой интерес представляет вековая прецессия рассматриваемых звездных дисков под влиянием их взаимного притяжения. В полном объеме эта динамическая задача является весьма трудной. В работе [11] изучалась упрощенная динамическая модель, где оба диска были представлены средневзвешенными узкими круговыми кольцами. Кольца пересекаются по диаметру, причем угол наклона между ними, согласно наблюдениям, равен  $\alpha \approx 62^\circ$ . В этой модели время прецессии узлов дисков в плоскости Лапласа найдено равным  $T_{узл.} \approx 7 \cdot 10^7$  лет. Интересно заметить, что это время почти на порядок меньше, чем время апсидальной прецессии звезд под влиянием центральной черной дыры  $T_{апс.} \approx 5 \cdot 10^8$  лет.

В данной статье мы восполняем пробелы в изучении динамики двух ядерных дисков. В разд. 1 для описания массивного диска 1 вводится модель широкого  $R$ -кольца, более близкая к реальности, чем модель узкого кольца в статье [11]. Другая кольцевая звездная система (диск 2) представлена средневзвешенным узким круговым кольцом с наклоном  $\alpha \approx 62^\circ$  к плоскости  $R$ -диска. В аналитическом и численном вариантах здесь рассчитана взаимная гравитационная энергия колец. В разд. 2 методом дифференцирования по углу наклона рассчитан момент сил между двумя кольцами. В разд. 3 найдены

\* E-mail: work@boris-kondratyev.ru

угловые моменты для каждого диска, и для системы в целом определена плоскость Лапласа. Это позволило в разд. 4 рассчитать период прецессии узлов в этой плоскости для указанной системы дисков.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПОТЕНЦИАЛ R-ДИСКА

Рассмотрим широкое неоднородное круговое кольцо с внутренним  $R_1$  и внешним  $R_2$  радиусами (рис. 1). В центре этого кольца находится сверхмассивная черная дыра. Из наблюдений известно, что вокруг СМЧД движется множество звезд с равномерно распределенными по азимутальному углу линиями асид. Как показано в [12, 13], моделью для такого диска может служить R-диск с распределением плотности

$$\sigma(r') = \frac{M_1}{\pi^2 (R_1 + R_2) \sqrt{(R_2 - r')(r' - R_1)}}. \quad (1)$$

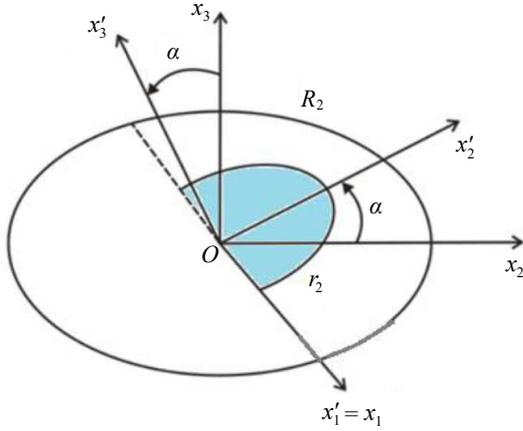


Рис. 1. Схема двух круговых колец, пересекающихся по оси  $Ox_1$  под углом  $\alpha$ . Синим цветом в координатах  $Ox_1x'_2$  показана плоскость тонкого кольца, белым цветом в координатах  $Ox_1x_2$  — плоскость широкого R-кольца. Масштаб внешних радиусов колец не соблюдается

Прямой проверкой

$$M_1 = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} r' \sigma(r') dr' \quad (2)$$

легко убедиться, что R-кольцо действительно имеет массу  $M_1$ .

Потенциал R-кольца в точке  $(r, x_3)$  равен [12, 13]:

$$\phi(r, x_3) = \frac{4GM_1}{\pi^2 (R_1 + R_2)} \times \int_{R_1}^{R_2} \frac{r' dr'}{\sqrt{(R_2 - r')(r' - R_1)}} \frac{K(k)}{\sqrt{(r + r')^2 + x_3^2}}, \quad (3)$$

где  $K(k)$  — полный эллиптический интеграл первого рода с модулем

$$k = \sqrt{\frac{4rr'}{(r + r')^2 + x_3^2}}. \quad (4)$$

Это широкое R-кольцо взаимодействует с узким круговым колечком радиусом  $r_2$ . Кольца концентрические, угол наклона между их плоскостями  $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ . В системе декартовых координат широкое кольцо находится в плоскости  $Ox_1x_2$ , а колечко — в плоскости  $Ox_1x'_2$ , причем ось  $Ox'_2$  наклонена к оси  $Ox_2$  под углом  $\alpha$ . Тогда координаты пробной точки на тонком кольце можно выразить через координаты главной системы координат  $Ox_1x_2x_3$ :

$$\begin{aligned} x_1 &= x' = r_2 \cos \theta, \\ x_2 &= x'_2 \cos \alpha = r_2 \sin \theta \cos \alpha, \\ x_3 &= x'_2 \sin \alpha = r_2 \sin \theta \sin \alpha, \end{aligned} \quad (5)$$

где координатный угол  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  отсчитывается вдоль колечка от оси  $Ox_1$ . Тогда, как легко видеть,

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = r_2 \sqrt{n}, \\ (r' + r)^2 + x_3^2 &= r'^2 + r_2^2 + 2r'r_2 \sqrt{n}, \end{aligned} \quad (6)$$

где для краткости обозначено

$$n = \sin^2 \theta \cos^2 \alpha + \cos^2 \theta. \quad (7)$$

Вводя вспомогательную величину

$$m = \sqrt{\frac{r'^2 + r_2^2}{r'r_2} + 2\sqrt{n}}, \quad (8)$$

запишем потенциал широкого кольца (3) в точках узкого в виде:

$$\begin{aligned} \phi(r, x_3) &= \frac{4GM_1}{\pi^2 (R_1 + R_2) r_2} \times \\ &\times \int_{R_1}^{R_2} \frac{\sqrt{r'} dr'}{\sqrt{(R_2 - r')(r' - R_1)}} \frac{K(k)}{m}, \end{aligned} \quad (9)$$

причем модуль эллиптического интеграла первого рода будет равен

$$k = \frac{2n^{\frac{1}{4}}}{m}. \quad (10)$$

Чтобы найти взаимную гравитационную энергию системы из широкого и узкого колец, домножим потенциал (9) на элемент массы узкого кольца  $\mu_2 r_2 d\theta$  и проинтегрируем по координатному углу  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . Здесь  $\mu_2 = \frac{M_2}{2\pi r_2}$  — одномерная плотность на втором кольце с массой  $M_2$ . После интегрирования получим выражение взаимной гравитационной энергии в виде двойного интеграла

$$\begin{aligned} W_{mut} &= -\frac{16GM_1 M_2}{\pi^2 (R_1 + R_2) \sqrt{r_2}} \times \\ &\times \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{R_1}^{R_2} \frac{\sqrt{r'}}{\sqrt{(R_2 - r')(r' - R_1)}} \frac{K(k)}{m} dr'. \end{aligned} \quad (11)$$

Чтобы избавиться в предстоящих численных расчетах от расхождений в знаменателе подынтегральной функции в (11), сделаем замену переменной интегрирования [13]:

$$r' = a_1 (1 + e \sin \eta), \quad \eta = \left( -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right), \quad (12)$$

где большая полуось и эксцентриситет вспомогательной орбиты звезды равны:

$$a_1 = \frac{R_1 + R_2}{2}, \quad e = \frac{R_2 - R_1}{2a_1}. \quad (13)$$

После данной замены, радикал исчезнет, и выражение (11) примет вид

$$W_{mut} = -\frac{8GM_1M_2}{\pi^2\sqrt{r_2a_1}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\sqrt{1+e\sin\eta}}{m} K(k) d\eta. \quad (14)$$

Здесь

$$m = \sqrt{\frac{a_1(1+e\sin\eta)}{r_2} + \frac{r_2}{a_1(1+e\sin\eta)} + 2\sqrt{n}}. \quad (15)$$

График взаимной энергии двух колец, рассчитанный по формуле (14), показан на рис. 2.

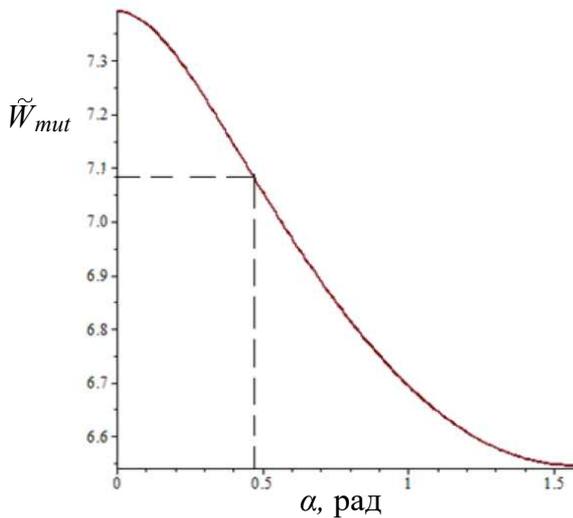


Рис. 2. Зависимость нормированной взаимной энергии  $\tilde{W}_{mut} = W_{mut} / \left( -\frac{8GM_1M_2}{\pi^2\sqrt{a_1r_2}} \right)$  для системы  $R$ -кольца и узкого колечка от угла наклона  $\alpha$  между ними. Точка перегиба на графике показана штрихами. Параметры  $R$ -кольца взяты из наблюдений диска 1:  $R_1 = 1'' = 0.04$  пк,  $R_2 = 10'' = 0.4$  пк. Узкое кольцо является моделью диска 2 с радиусом  $r_2 = 12a_1 = 0.48$  пк

На рис. 3 показана 3D-зависимость нормированной взаимной энергии  $W_{mut} / \left( -\frac{GM_1M_2}{\pi^2(R_1+R_2)} \right)$  от угла наклона  $\alpha$  и радиуса узкого колечка  $r_2$ .

Кроме того, на рис. 4 показана проекция указанной зависимости нормированной гравитационной энергии  $W_{mut} / \left( -\frac{GM_1M_2}{\pi^2(R_1+R_2)} \right)$ .

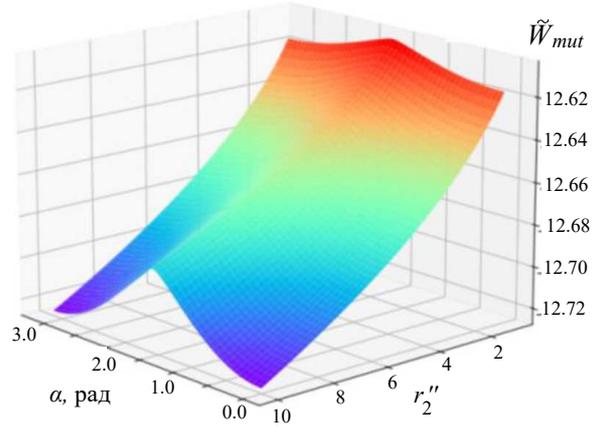


Рис. 3. 3D-зависимость нормированной взаимной энергии  $\tilde{W}_{mut} = W_{mut} / \left( -\frac{GM_1M_2}{\pi^2(R_1+R_2)} \right)$  для системы  $R$ -кольца и узкого колечка от угла наклона  $\alpha$  в рад и радиуса  $r_2$  в arcsecond

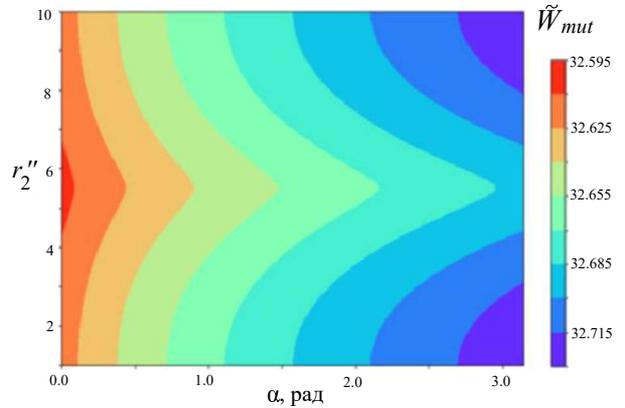


Рис. 4. Проекция графика зависимости нормированной гравитационной взаимной энергии  $\tilde{W}_{mut} = W_{mut} / \left( -\frac{GM_1M_2}{\pi^2(R_1+R_2)} \right)$

## 2. МОМЕНТ СИЛ МЕЖДУ КОЛЬЦАМИ

Для нахождения прецессии узлов колец надо рассчитать момент гравитационных сил  $M_1$  между этими кольцами. Прямой расчет момента сил между гравитирующими кольцами представляет непростою задачу. Однако преимущество нашего подхода в том, что, зная взаимную энергию двух колец, компоненту момента сил по оси  $Ox_1$  можно выразить через производную от взаимной энергии по углу наклона  $\alpha$  по формуле [14]:

$$M = \frac{\partial}{\partial \alpha} W_{mut}. \quad (16)$$

График момента сил для системы двух колец данного типа показан на рис. 5.

Согласно проведенным расчетам (см. рис. 5), при известном из наблюдений наклоне колец  $\alpha \approx$

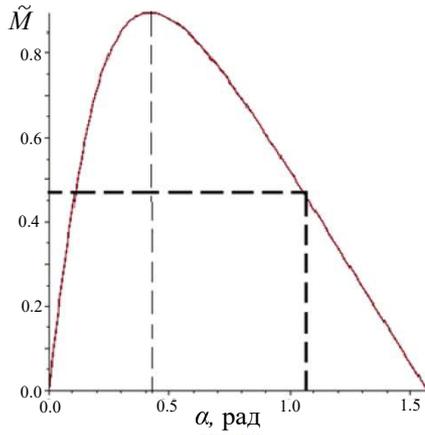


Рис. 5. Зависимость нормированного момента сил  $\tilde{M} = M / \left( -\frac{8GM_1M_2}{\pi^2\sqrt{a_1r_2}} \right)$  между широким  $R$ -кольцом и узким кольцом от угла взаимного наклона  $\alpha$ . Кривая имеет максимум при  $\alpha \approx 0.433$  ( $24.8^\circ$ ). Точка максимума на этой кривой совпадает с точкой перегиба графика на рис. 1. Положение системы «диск 1–диск 2» ( $\alpha \approx 62^\circ$ ) отмечено жирными штрихами

$62^\circ$  момент сил между ними равен:

$$M \approx -0.447 \frac{8GM_1M_2}{\pi^2\sqrt{a_1r_2}}. \quad (17)$$

Этот результат используется в разд. 4.

### 3. ПЛОСКОСТЬ ЛАПЛАСА ДЛЯ СИСТЕМЫ КОЛЕЦ

Полагая, что движение звезд в дисках происходит под притяжением черной дыры, можно показать, что модули угловых моментов этих двух колец равны:

$$\begin{aligned} L^{(1)} &= M_1 \sqrt{GM_{bh} \frac{2R_1R_2}{R_1+R_2}}; \\ L^{(2)} &= M_2 \sqrt{GM_{bh} \cdot r_2}, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $M_{bh}$  — масса центральной черной дыры.

Введем специальную плоскость, перпендикулярную вектору  $\mathbf{L}_1$  полного орбитального момента системы колец. Эту плоскость в небесной механике принято называть плоскостью Лапласа. Особенностью рассматриваемой задачи является то, что здесь вектор  $\mathbf{L}^{(1)}$  углового момента диска 1 будет направлен ниже плоскости Лапласа, а вектор  $\mathbf{L}^{(2)}$  диска 2 — выше этой плоскости (см. рис. 6):

$$\begin{aligned} L_1^{(1)} &= L^{(1)} \sin \beta_2; & L_1^{(2)} &= -L^{(2)} \sin \beta_1; \\ L_2^{(1)} &= L^{(1)} \cos \beta_2; & L_2^{(2)} &= L^{(2)} \cos \beta_1, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $\beta_1$  и  $\beta_2$  — вспомогательные углы к плоскости Лапласа, тогда условие перпендикулярности выполняется, если

$$L^{(1)} \sin \beta_2 = L^{(2)} \sin \beta_1. \quad (20)$$

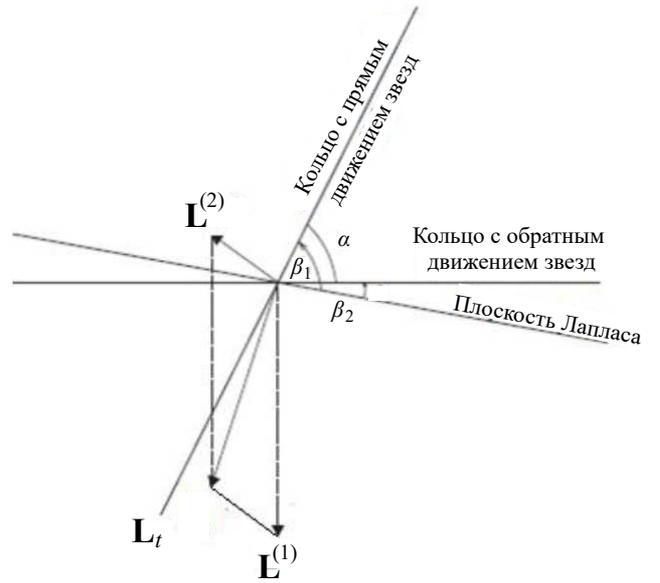


Рис. 6. Схема векторов орбитальных угловых моментов  $\mathbf{L}^{(1)}$  и  $\mathbf{L}^{(2)}$  для двух колец. Показана плоскость Лапласа, а также угол наклона  $\alpha$  колец и вспомогательные углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . По работе [11]

Таким образом, имеем систему уравнений для углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$ :

$$\begin{aligned} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} &= \frac{L^{(1)}}{L^{(2)}} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{2R_1R_2}{r_2(R_1+R_2)}} = \gamma; \\ \beta_1 - \beta_2 &= \alpha. \end{aligned} \quad (21)$$

Решая систему уравнений (21), находим

$$\begin{aligned} \sin \beta_1 &= \frac{\gamma \sin \alpha}{\sqrt{\gamma^2 + 2\gamma \cos \alpha + 1}}; \\ \sin \beta_2 &= \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\gamma^2 + 2\gamma \cos \alpha + 1}}. \end{aligned} \quad (22)$$

### 4. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА К ЗВЕЗДНЫМ ДИСКАМ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПАРСЕКЕ ГАЛАКТИКИ

Применим модель двух колец для оценки времени прецессии их плоскостей. Напомним, что в центре нашей Галактики находится сверхмассивная черная дыра (СМЧД) с массой  $M_{bh} = 4.3 \times 10^6 M_\odot$  [3]. Эта сверхмассивная черная дыра окружена компактным скоплением звезд В-типа со случайно ориентированными орбитами [15]. Вне ядерного скопления звезд расположены два рассматриваемых звездных диска: диск 1 и диск 2. Диск 1 имеет следующие параметры [16, 17]:

$$\begin{aligned} R_1 &\approx 1'' (0.04 \text{ пк}), & R_2 &\approx 10'' (0.4 \text{ пк}), \\ M_1 &\approx 3 \times 10^5 M_\odot. \end{aligned} \quad (23)$$

Толщиной диска здесь можно пренебречь. Полость внутри диска 1 относительно узкая

( $0 < r \leq 1''$ ), внутренний край, согласно наблюдениям, острый. Потенциал монотонно возрастает внутри этой полости, затем начинает плавно убывать внутри диска, и за внешним краем диска потенциал убывает еще более круто [7].

Второе звездное кольцо (диск 2) описывается параметрами [3]:

$$\begin{aligned} R_1 &\approx 5'' \text{ (0.2 пк)}, & R_2 &\approx 15'' \text{ (0.6 пк)}, \\ M_2 &\approx 5 \times 10^3 M_\odot. \end{aligned} \quad (24)$$

Для упрощения расчетов момента сил и прецессии колец мы моделируем второй диск, масса которого примерно в 60 раз меньше массы первого диска, узким колечком с параметрами:

$$r_2 \approx 12'' \text{ (0.48 пк)}, \quad M_2 \approx 5 \times 10^3 M_\odot. \quad (25)$$

Из наблюдений [3] известен также угол наклона колец

$$\alpha \approx 62^\circ \text{ (1.082 рад)}. \quad (26)$$

Для известных параметров дисков (23), (24) находим, согласно (18), отношение угловых моментов дисков

$$\gamma = \frac{L^{(1)}}{L^{(2)}} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{2R_1 R_2}{r_2 (R_1 + R_2)}} \approx 23.355. \quad (27)$$

Теперь по формулам (22), с учетом (27) вычислим вспомогательные углы

$$\beta_1 \approx 59^\circ.8717; \quad \beta_2 \approx 2^\circ.1223. \quad (28)$$

Так как угол  $\beta_2$  мал, неизменная плоскость Лапласа почти совпадает с плоскостью диска 1. Это и понятно, так как масса основного диска почти в 60 раз больше массы колечка.

Рассчитаем теперь время прецессии узлов, пользуясь формулой [11, 14, 18]:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{M}{L^{(2)} \sin \beta_1}. \quad (29)$$

Подставляя в (29) выражение для момента сил  $M$  из (17) и угловой момент колечка  $L^{(2)}$  из (18), после сокращений и преобразований получим частоту нодальной прецессии в виде:

$$\frac{d\psi}{dt} = 0.447 \frac{8GM_1}{\pi^2 \sqrt{GM_{bh} a_1} \cdot r_2 \sin \beta_1}, \quad (30)$$

где, напомним, большая полуось вспомогательной орбиты звезды  $a_1$  дана в (13). Тогда период прецессии узлов будет равен:

$$T_\Omega^{(2)} = \frac{2\pi}{\dot{\psi}^{(2)}} = \frac{\pi^3 \sqrt{GM_{bh} a_1} \cdot r_2 \sin \beta_1}{1.788 \cdot GM_1}. \quad (31)$$

Подставляя сюда известные из наблюдений величины, в итоге получим:

$$T_\Omega^{(2)} \approx 3.53 \times 10^5 \text{ лет}. \quad (32)$$

Линии узлов обоих колец движутся в плоскости Лапласа с одинаковой угловой скоростью, но в противоположных направлениях. Действительно, в силу условия существования плоскости Лапласа (20), период нодальной прецессии первого диска оказывается таким же:

$$T_\Omega^{(1)} = T_\Omega^{(2)} \approx 3.53 \times 10^5 \text{ лет}. \quad (33)$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе построена динамическая модель системы из двух взаимодействующих звездных дисков (колец), расположенных в центральном парсеке Галактики. Масса и геометрические параметры обоих дисков известны из наблюдений. Самое массивное и широкое кольцо с обратным движением звезд моделируется здесь  $R$ -диском с небольшим вырезом в центре. Следует подчеркнуть [12, 13], что модель  $R$ -диска может быть образована не только за счет прецессии линий апсид звезд, но и за счет того, что, в согласии с наблюдениями, вокруг черной дыры движется множество звезд по орбитам с равномерно распределенными по азимутальному углу линиями апсид. Другая звездная система, обладающая прямым вращением, обозначенная здесь как диск 2, представлена среднезвешенным узким круговым кольцом, имеющим наклон  $\alpha \approx 62^\circ$  к плоскости  $R$ -диска.

Найдена взаимная гравитационная энергия  $W_{mut}$  кольцевых структур и вычислена производная от этой энергии по углу  $\alpha$ , выражающая момент сил  $M$  между кольцами. Рассчитаны и построены графики этих величин в зависимости от угла наклона. Найдены угловые моменты колец и  $L^{(1)}$  и  $L^{(2)}$  и определена неизменная для всей системы плоскость Лапласа. При отношении масс дисков  $M_1/M_2 \approx 60$  отношение модулей угловых моментов равно  $L^{(1)}/L^{(2)} \approx 23.36$ . Взаимное возмущение вращающихся колец приводит к прецессии узлов. Установлено, что в плоскости Лапласа линии узлов первого и второго кольца движутся с одинаковой угловой скоростью, но в противоположных направлениях. Найден период нодальной прецессии для обоих колец  $T_\Omega \approx 3.53 \times 10^5$  лет. Это время прецессии узлов по масштабам Галактики оказывается достаточно коротким. Причина в том, при замене тонкого колечка (см. работу [11]) на широкое  $R$ -кольцо той же массы величина момента сил заметно увеличилась.

Из наблюдений также известно, что угол между линиями узлов у дисков весьма большой и равен [3]

$$\chi \approx 243^\circ \pm 14^\circ. \quad (34)$$

Найденное довольно быстрое движение линий узлов в противоположных направлениях объясняет, почему линии узлов звездных дисков не коллинеарны и направлены под большим углом друг к другу.

- [1] *Lu J.R., Ghez A.M., Hornstein S.D. et al. // ApJ. 690, 1463. (2009).*
- [2] *Bartko H., Martins F., Trippe S. et al. // ApJ. 708, 834. (2010).*
- [3] *Genzel R., Eisenhauer F., Gillessen S. // Rev. Mod. Phys. 82, 3121. (2010).*
- [4] *Cuadra J., Armitage Ph.J., Alexander R.D. // MNRAS. 389, 1655. (2008).*
- [5] *Nayakshin S. // MNRAS. 359, 545. (2005).*
- [6] *Nayakshin S., Dehnen W., Cuadra J., Genzel R. // MNRAS. 366, 1410. (2006).*
- [7] *Kondratyev B.P. // MNRAS. 442, 1755. (2014).*
- [8] *Ivanov P.B. et al. // MNRAS. 358, N 4 1361. (2005).*
- [9] *Дубошин Г.Н. // Небесная механика. Основные задачи и методы. 1975.*
- [10] *Субботин М.Ф. // Введение в теоретическую астрономию. 1968.*
- [11] *Kondratyev B.P. // Baltic Astronomy. 24, 68 (2015).*
- [12] *Кондратьев Б.П. // Теория потенциала и фигуры равновесия. Москва-Ижевск: РХД, 2003.*
- [13] *Кондратьев Б.П. // Теория потенциала. Новые методы и задачи с решениями. М.: Мир, 2007.*
- [14] *Кондратьев Б.П. // Астрономический Вестник. 48, № 5. 366 (2014). (Kondratyev B.P. // Solar System Research. 48, № 5. 396 (2014)).*
- [15] *Schudel R., Merritt D., Eckart A. // A&A. 502, 91. (2009).*
- [16] *Beloborodov A.M., Levin Y., Eisenhauer F. et al. // ApJ. 648, 405. (2006).*
- [17] *Lockmann U., Baumgardt H. // MNRAS. 394, 1841. (2009).*
- [18] *Webster A.G. The dynamics of particles and of rigid, elastic, and fluid bodies. Leipzig, 1904.*

## Precession of Stellar Rings in the Center of Galaxy

В.П. Kondratyev<sup>1,2,3,a</sup>, К.А. Klyuchinsky<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

<sup>2</sup>*Sternberg Astronomical institute, Moscow 119991, Russia*

<sup>3</sup>*Main (Pulkovo) Astronomical Observatory of the Russian Academy of Sciences  
St. Petersburg, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>work@boris-kondratyev.ru*

The dynamics of two interacting concentric wide star rings located around a supermassive black hole in the central parsec of the Galaxy is investigated. The most massive of them, the ring with the retrograde motion of stars (known in the literature as a «clockwise» disk) is modeled as  $R$ -disk with a small cutout in the center. Another ring with a direct motion of stars («counter-clockwise» disk) is represented by a thin circular ring with an inclination  $\alpha \approx 62^\circ$  to the plane of the  $R$ -disk. The masses of these rings  $M_1, M_2$  ( $M_1/M_2 \approx 60$ ), their geometric parameters and spatial orientation are known from observations. The mutual gravitational energy  $W_{mut}$  and the angular moment of force  $\mathbf{M}$  between the rings have been found, and graphs of these quantities depending on the angle of inclination have been constructed. The angular momenta of the rings  $L^{(1)}$  and  $L^{(2)}$ , whose ratio  $L^{(1)}/L^{(2)} \approx 23.4$  have also been calculated. For the system of rings, the Laplace plane and the angles of its orientation are determined. It has been established that the mutual perturbation of the rotating rings leads to precession of the nodes with a period of  $T_\Omega \approx 3.53 \times 10^5$  years. The lines of the nodes of both rings in the Laplace plane move with the same angular velocity but in opposite directions. This explains the large angle of divergence of the lines of nodes known from observations.

PACS: 98.35.Jk

*Keywords:* disk models of stellar systems, mutual gravitational energy and moment of ring forces, Laplace plane, angular momentum and precession of nodes.

*Received 05 June 2024.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin. 2024. 79, No. 5. Pp. .*

### Сведения об авторах

1. Кондратьев Борис Петрович — доктор физ.-мат. наук, профессор; e-mail: [work@boris-kondratyev.ru](mailto:work@boris-kondratyev.ru).
2. Ключинский Кирилл Андреевич — студент; e-mail: [kluichinckij.ka18@physics.msu.ru](mailto:kluichinckij.ka18@physics.msu.ru).