

## Акустическая томография природных сред

А.С. Шуруп<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 26.08.2024; после доработки 09.10.2024; подписана в печать 18.10.2024)

Представлен обзор важнейших результатов, полученных за последнее время на физическом факультете МГУ в области развития методов акустической томографии природных сред с учетом специфики гидро- и сейсмоакустических приложений. Выделяются наиболее актуальные проблемы, сложившиеся в этой области исследований, предлагаются подходы к их решению. Теоретически проработаны и экспериментально апробированы новые методы решения задач сейсмогидроакустической томографии слоистой геофизической среды вида «литосфера–гидросфера–ледовый покров», использующие информацию о векторно-фазовой структуре акустического поля. Описываются возможности и ограничения активных и пассивных томографических методов по данным с одиночных приемников, регистрирующих естественные шумы в широкой полосе частот. Предложены и численно исследованы новые подходы к решению задачи модовой томографии неоднородного движущегося океана на основе функционально-аналитических методов решения обратных задач рассеяния. Представленные результаты позволяют упростить технические сложности и снизить стоимость проведения томографического эксперимента, что открывает возможности повсеместного применения методов акустической томографии как в научно-исследовательской деятельности, так и для решения сугубо прикладных задач.

PACS: 43.30.+m, 43.60.Vx, 91.30.-f УДК: 534.2, 550.34

Ключевые слова: акустическая томография, неоднородный движущийся океан, векторно-фазовые методы, шумовая интерферометрия, слоистая геофизическая среда.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.79.2460301](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.79.2460301)

## ВВЕДЕНИЕ

Акустические волны обладают уникальной проникающей способностью, что делает их незаменимым источником информации о характеристиках природных сред, «прозрачных» для звука. Например, только акустические волны сравнительно низких частот (десятки и сотни герц) могут распространяться в морской среде на расстояния в сотни и тысячи километров [1, 2]. В общем случае привлечение методов акустической томографии позволяет проводить дистанционную оценку характеристик среды распространения по данным измерений зондирующих сигналов, прошедших через исследуемую область. Как правило, излучающие и принимающие системы располагаются на границе исследуемой области, обеспечивая многокурсное зондирование, в том числе, во взаимно противоположных направлениях (рис. 1). Регистрируются возмущения параметров акустических сигналов, прошедших через томографируемую область, например, изменения времен распространения, вариаций амплитуд или полных полей. На основе этих экспериментальных данных томографическими методами восстанавливаются искомые параметры среды. В гидроакустических приложениях [3, 4] это

используется для проведения оперативного мониторинга пространственно-временной изменчивости обширных акваторий. В геофизических приложениях томографические методы являются основным источником информации о внутреннем строении Земли [5]. Широкое применение методы акустической томографии находят в медицине [6] для ранней диагностики злокачественных новообразований в мягких биологических тканях. Известны успешные эксперименты и по акустическому зондированию атмосферы [7, 8], однако в этом случае возможности томографии заметно ограничены ввиду быстрого изменения характеристик среды по сравнению со временем распространения акустического сигнала в атмосфере.

В последнее время особую актуальность приобретает акустический мониторинг морской среды (водной толщи, ледового покрова, неоднородного дна), так как требуется адекватное планирование хозяйственно-экономической деятельности в условиях наблюдаемых климатических изменений на Земле [9]. Особенно ярко эти изменения проявляется в арктическом регионе, где Российская Федерация обладает наиболее протяженной шельфовой зоной [10]. В настоящее время активно развиваются методы исследования мирового океана, использующие сравнительно дешевые автономные ныряющие станции, позволяющие проводить контактные измерения параметров океана при их погружении с дальнейшей передачей собранной информации

\* E-mail: [shurup@physics.msu.ru](mailto:shurup@physics.msu.ru)

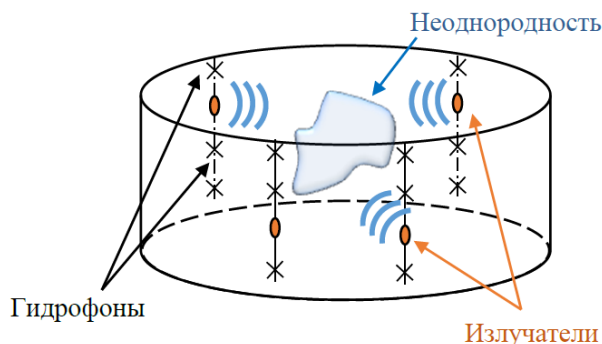


Рис. 1. Схема томографического эксперимента с расположенными на границе исследуемой области излучающими и принимающими системами. Экспериментальное измерение возмущений параметров акустических сигналов, прошедших через томографируемую область под различными направлениями, дает исходные данные для восстановления неоднородностей параметров среды. В томографии океана используются низкочастотные излучатели и вертикальные цепочки гидрофонов, а объектами мониторинга являются, в первую очередь, температурные аномалии, приводящие к возмущениям скорости звука, и течения

при всплытии на поверхность океана через каналы спутниковой связи [11, 12]. Однако, при наличии ледового покрова возможности таких контактных измерений сильно ограничены или даже невозможны. Только методы низкочастотной акустики могут дать полную информацию о пространственно-временной изменчивости океана в режиме, близком к реальному времени [13]. Следует отметить серию международных экспериментов, проводившихся за последние десятилетия в Арктике, в которых исследовались новые условия для акустического зондирования, вызванные климатическими изменениям в арктическом регионе [14, 15].

Исследования методов акустической томографии океана были начаты за рубежом В. Манком с коллегами в 1970-х гг., когда была предложена первая томографическая схема океана, основанная на измерении временных задержек звуковых сигналов, распространяющихся по различным лучевым траекториям в океаническом волноводе [4]. Впоследствии, к аналогичным исследованиям подключились отечественные ученые под руководством А.В. Гапонова-Грехова. В короткие сроки были развиты теоретические основы, а также создано уникальное низкочастотное гидроакустическое оборудование, проведенные эксперименты на рекордно больших дистанциях в условиях глубокого океана [16]. В конце 1980-х гг. возрос интерес к проблеме освоения морского шельфа, появилась насущная необходимость проведения гидроакустических наблюдений в условиях сильного взаимодействия низкочастотного сигнала с дном и поверхностью океана, стала активно развиваться акустика мелкого моря [17]. В это же время появляются работы и по томографии океана, основанной на модовом формализме [18, 19], наиболее подходящем для опи-

сания дальнего распространения низкочастотного звука в мелком море. В отличие от первых лучевых схем томографии глубокого океана [4], восстановление характеристик шельфа было предложено осуществлять по данным о фазе или о временах распространения отдельных мод [18, 19]. Была разработана трехмерная схема модовой томографии океана [20], использующая «естественную» факторизацию исходной трехмерной обратной задачи на набор двумерных задач для мод разных номеров, с последующей реконструкцией трехмерных неоднородностей (трехмерных распределений скорости звука) по результатам восстановления двумерных функций (двумерных карт фазовых или групповых скоростей мод). Такой прием позволяет использовать подходы, изначально разработанные для двумерных обратных задач [6]. Важное практическое значение имеют методы маломодовой томографии мелкого моря [16], опирающиеся на идею использования для акустической подсветки водной толщи лишь хорошо распространяющихся низкочастотных волноводных мод в мелком море и их селективного приёма. Возбуждение таких сигналов может основываться на методах нелинейной гидроакустики [21] для обеспечения узконаправленного излучения и приема мод. Основные результаты, полученные отечественными учеными в области акустической томографии океана к концу 90-х гг., изложены в монографии [3], большую роль в инициировании работ по которой сыграли Л.М. Бреховских, Л.А. Островский. Многие результаты этой монографии не потеряли свою актуальность до сих пор.

В настоящее время наибольшее количество экспериментальных томографических работ проводится в шельфовых зонах типа заливов, бухт, проливов [22]. В региональном и глобальном масштабах акустическая томография океана, к сожалению, так и не вышла на уровень регулярно проводимых исследований. Основная причина связана с высокой стоимостью и технической сложностью реализации классических схем низкочастотной томографии, использующих дорогостоящие излучатели и протяженные антенные комплексы. В связи с этим особое внимание в последнее время уделяется так называемым пассивным томографическим подходам, основанным на идеях шумовой интерферометрии [23, 24]. В этом случае в качестве информации об исследуемой акватории используются естественные шумы, а не сигналы, генерируемые дорогостоящими излучателями. Физической основой пассивной томографии является возможность оценки функции Грина двух точек из функции взаимной корреляции шумового поля, зарегистрированного в этих точках [25]. Помимо того, что удается отказаться от использования контролируемых излучателей, пассивные методы дают возможность использовать сравнительно низкочастотные и широкополосные сигналы ( $\approx 5 - 15$  Гц [26],  $\approx 20100$  Гц [27]), излучение которых в «активном» режиме приводит к высокой технической сложности. На низких частотах хорошо про-

являются дисперсионные свойства волновода, что дает дополнительное преимущество пассивных методов в условиях мелкого моря — возможность отказаться от протяженных антенн для определения модового состава и использовать для этих целей межмодовую дисперсию [27, 28]. Несмотря на многие преимущества, методы пассивной томографии имеют и серьезное ограничение — время накопления шумового поля, требуемое для оценки функции Грина, не должно превышать характерные временные масштабы изменений параметров акватории. Это требование не всегда выполняется [29]. Использование модового формализма и вычисление корреляций полей отдельных мод дает существенный выигрыш по времени накопления по сравнению с корреляцией полных полей [25], однако не снимает отмеченную сложность в полной мере. Адекватный выбор частотного диапазона регистрируемого шумового поля, а также использование векторных приемников для учета пространственной анизотропии шумового поля [30], позволяет дополнительно уменьшить требуемое время накопления шумов, делая методы пассивной модовой томографии реализуемыми на практике. Следует отметить, что кафедра акустики физического факультета МГУ является родоначальницей векторно-фазовых методов у нас в стране, а по ряду достижений имеет мировой приоритет в этой области [31]. Впоследствии это направление стало активно развиваться и в других ведущих академических и отраслевых институтах [32, 33].

Дальнейшее развитие пассивных томографических методов связано с рассмотрением волн поверхностного типа, распространяющихся вдоль границы раздела «водный слой — упругое неоднородное полупространство». Подобное рассмотрение может проводиться совместно с учетом информации о гидроакустических модах. Это приводит к схемам сейсмогидроакустической томографии [9, 34], позволяющим восстанавливать параметры геофизической среды типа «литосфера–океан–ледовый покров» в едином подходе, опираясь на информацию о единой модовой структуре сейсмогидроакустического поля в таком слоистом волноводе. Продвижение в области упрощения технической стороны и удешевления сейсмогидроакустического эксперимента является актуальной задачей, одно из направлений решения которой связано с использованием маломощных когерентных акустических источников [35]. Следует отметить набирающую популярность в последнее время идею о глобальном мониторинге мирового океана на основе сейсмических волн [36], например, с помощью так называемых Т-волн [37, 38], одним из источников которых являются землетрясения. Эти волны могут распространяться на значительные расстояния вдоль дна океана, при этом времена их распространения зависят от температуры водного слоя, что позволяет их использовать для мониторинга океана. Удобно, что эти волны могут регистрироваться сейсмоприемниками на суше [38]. Идея регистрации на суше

сейсмических колебаний, вызываемых источниками, расположенными в водной среде, приводит в настоящее время к развитию методов сейсмогидроакустического мониторинга на основе оптических деформографов [39]. В целом, тенденция к упрощению и удешевлению эксперимента является одной из основных в развиваемых современных методах акустической томографии океана.

С математической точки зрения задачи акустической томографии являются некорректными и нелинейными. Поиск методов их решения при различных постановках (широкополосное облучение исследуемой области и прием сигналов, полный или частичный объем данных рассеяния и т.д.) весьма сложен и требует привлечения самых современных методов и подходов математической физики. При этом большинство практических схем акустической томографии океана [3, 4, 6, 22] основаны на линеаризации обратной задачи, построении матриц возмущений и их последующем обращении для нахождения оценок искомых параметров волновода. Однако, в случае сильных рассеивателей, характеризующихся большими контрастами восстанавливаемых параметров среды и значительными геометрическими размерами, линейное приближение может не выполняться. В этом случае применяют различные итерационные процедуры и алгоритмы регуляризации [3, 4, 6, 22, 40]. В общем случае, это усложняет решение обратной задачи, требует анализа сходимости итераций, исследования вопросов единственности решения. С математической точки зрения, задача акустической томографии является частным случаем более общего класса обратных задач рассеяния. В математической теории обратных задач рассеяния разработаны так называемые функциональные алгоритмы, справедливые для неоднородностей с большими и даже с произвольно большими размерами и контрастами (алгоритмы Фаддеева-Ньютона, Новикова-Гриневича-Манакова, Нахмана и т.д.). Изначально эти методы разрабатывались для квантово-механических целей. Достаточно подробный исторический обзор дан, например, в [41–43]. Поскольку в изоэнергетическом (монохроматическом) случае уравнение Шредингера с точностью до обозначений совпадает с уравнением Гельмгольца, то функционально-аналитические методы перспективны и для решения задач акустической томографии. Исследование возможностей и ограничений функционально-аналитических методов в акустических приложениях проводится уже более 30 лет [6], в первую очередь, для целей медицинской диагностики. Применение этих методов в задачах модовой томографии океана впервые было проанализировано в [44] на примере алгоритма [45] при восстановлении возмущений скорости звука. Важно, что этот функциональный алгоритм (математическая сторона которого была развита в работах Р.Г. Новикова [41, 46]) позволяет учесть и взаимодействие мод при их распространении в неоднородном океане. Внутренние волны, влияние рельефа дна и ледового покрова на рас-

пространение звука в условиях арктического шельфа, наличие контрастных неоднородностей в Северном Ледовитом океане, вызванных перемешиванием теплых течений Атлантики и холодных водных масс Арктики, делают учет неадиабатического характера распространения модовых сигналов во многих практических случаях обязательным. Среди немногих результатов, полученных в этой области, следует отметить работы [47, 48], где была предложена и численно исследована схема акустической томографии, основанная на измерении горизонтальной рефракции мод, позволяющая учитывать неадиабатические эффекты в рамках линейризованной обратной задачи и применения итерационных процедур. В настоящее время развитие методов неадиабатической томографии неоднородного движущегося океана является актуальным направлением современной гидроакустики, находящимся во многом на начальном этапе своего становления.

Несмотря на очевидную научную, прикладную и экономическую ценность акустической томографии возможности ее повсеместного применения остаются в настоящее время весьма ограниченными. Среди основных причин этого можно выделить уже отмечавшиеся выше технические сложности и сравнительно высокую стоимость проведения эксперимента. Также следует отметить общетеоретические ограничения используемых в настоящее время томографических методов, которые являются в большинстве своем приближенными (как правило, используют линейное приближение и регуляризующие алгоритмы, а уточнение результатов восстановления осуществляют итерационно), что накладывает в общем случае ограничения на область применения этих методов. Далее приводится обзор достижений, позволяющих преодолеть отмеченные трудности. Описываются результаты экспериментальной апробации новых подходов в акустической томографии природных сред.

## 1. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДАННЫХ О ВЕКТОРНО-ФАЗОВОЙ СТРУКТУРЕ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ТОМОГРАФИИ ОКЕАНА

Классические схемы модовой томографии неоднородного движущегося океана, используют вертикальные антенны для регистрации излучаемого по-

ля и определения его модового состава [3]. Под действием подводных течений антенны искривляются и могут смещаться из первоначальных точек расположения, что существенно влияет на точность томографирования [49, 50]. В работе [51] было показано, что привлечение в качестве исходных данных для решения обратной задачи дополнительной информации о горизонтальной рефракции мод позволяет реализовать схему томографии скалярно-векторных неоднородностей (возмущений скорости звука и течений), слабо чувствительную к неизвестному смещению антенн в горизонтальной плоскости. Горизонтальная рефракция звука в океане — хорошо известное и сравнительно подробно изученное явление [52], учет которого в томографических задачах представляет определенный интерес [47, 48]. Далее используется представление акустического поля в виде «вертикальные моды — горизонтальные лучи» в адиабатическом приближении, что позволяет свести полную трехмерную задачу распространения акустического поля в океаническом волноводе к рассмотрению независимых двумерных задач для отдельных мод. Используется система координат  $(\mathbf{r}, z)$ , где  $\mathbf{r} = \{x, y\}$  — радиус-вектор в горизонтальной плоскости. В качестве угловой информации в [51] предложено рассматривать относительные углы горизонтальной рефракции мод  $\alpha_{ij; k}^{(m)} = \alpha_{ik}^{(m)} - \alpha_{jk}^{(m)}$ , представляющие собой разности углов визирования двух излучающих антенн с индексами  $i$  и  $j$  одной  $k$ -й приемной антенной,  $m$  — номер моды. Идея рассматриваемого подхода состоит в том, что неизвестные смещения антенн на расстояния, много меньшие расстояний между антеннами, слабо влияют (по сравнению с влиянием характерных неоднородностей в океане) на значения  $\alpha_{ij; k}^{(m)}$ . Кроме того, для определения  $\alpha_{ij; k}^{(m)}$  нет необходимости привязывать отсчеты углов к выделенному направлению, что необходимо делать при определении абсолютных значений углов приходов сигналов, как это предполагается в [47]. Для определения углов прихода модовых сигналов в качестве приёмных элементов антенн могут использоваться скалярно-векторные датчики, оснащенные компасами. Тогда процедура оценки разности углов визирования  $\alpha_{ij; k}^{(m)} = \alpha_{ik}^{(m)} - \alpha_{jk}^{(m)}$  отдельно для каждой выделенной  $m$ -й моды основывается на рассмотрении «функции правдоподобия» Кэйпона (в дальнейшем для простоты записи зависимость от  $m$  опускается):

$$W(\alpha_{ik}, \alpha_{jk}) = \frac{1}{\text{tr}[K^{-1}(|\varphi(\alpha_{ik})\rangle\langle\varphi(\alpha_{ik})| + |\varphi(\alpha_{jk})\rangle\langle\varphi(\alpha_{jk})|)]}. \quad (1)$$

Здесь  $K$  — выборочная корреляционная матрица, состоящая из всевозможных парных (авто- и взаимных) корреляций сигналов с векторных с скалярных выходов приемников рассматриваемых антенн. Вектор-столбец и вектор-строка в обозначениях Дирака изображаются символами  $|\rangle$  и  $\langle|$ , соответственно. Фазирующие векторы в направлениях  $\alpha_{ik}$  и  $\alpha_{jk}$  в (1) имеют

вид  $|\varphi(\alpha_{ik})\rangle = (1, 0, \cos \alpha_{ik}, \sin \alpha_{ik}, 1)$ ,  $\langle\varphi(\alpha_{jk})| = (1, 0, \cos \alpha_{jk}, \sin \alpha_{jk}, 1)$  [51]. Определение параметров  $\hat{\alpha}_{ik}$  и  $\hat{\alpha}_{jk}$ , при которых функция  $W(\hat{\alpha}_{ij}, \hat{\alpha}_{ik})$  достигает максимума, дает оценку разности углов  $\hat{\alpha}_{ij; k} = \hat{\alpha}_{ik} - \hat{\alpha}_{jk}$  для моды заданного номера и частоты. Перебор разных троек антенн позволяет получить набор данных  $\hat{\alpha}_{ij; k}$ , используемых при решении томографической задачи. Для восстано-

ления трехмерного возмущения гидрологических свойств экватории удобно использовать метод описания таких возмущений на различных глубинах с помощью функций Карунэна–Лоэва (К.-Л.) [53], являющихся аналогом хорошо известных ортогональных эмпирических функций (ЭОФ) [54]. Эти функции обеспечивают описание профиля скорости звука с высокой точностью при использовании небольшого числа таких функций [48]. Для описания распределения параметров неоднородности в горизонтальной плоскости использовался полоччатый базис [55]. Разложение комбинированной неоднородности  $\Delta c(\mathbf{r}, z)$  и  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, z)$ , восстанавливаемой в томографическом эксперименте, по рассматриваемым базисам имеет вид:

$$\Delta c(\mathbf{r}, z) \equiv c(\mathbf{r}, z) - c_0(z) = \sum_n \chi^{(n)}(\mathbf{r}) f_n(z),$$

где

$$\chi^{(n)}(\mathbf{r}) = \sum_l x_l^{(n)} \Theta_l(\mathbf{r}),$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, z) = \sum_q \beta^{(q)}(\mathbf{r}) g_q(z),$$

где  $\beta^{(q)}(\mathbf{r}) = \sum_\nu x_\nu^{(q)} \Theta_\nu(\mathbf{r})$ . Здесь  $\Theta_l(\mathbf{r})$ ,  $\Theta_\nu(\mathbf{r})$  — базисные функции полос, специально разработанных для совместного восстановления скорости звука и течений [51];  $x_l^{(n)}$ ,  $x_\nu^{(q)}$  — коэффициенты разложения по базисам. Распределение параметров скалярной и векторной компонент неоднородности как функцию глубины описывают, соответственно, функции  $f_n(z)$  и  $g_q(z)$  (функции К.-Л.). Вектор-столбец  $|X\rangle$ , образованный неизвестными коэффициентами  $x_l^{(n)}$  и  $x_\nu^{(q)}$  в случае известного расположения антенн и обеспечения требуемой точности измерений  $\alpha_{ij; k}$  определяется из системы линейных уравнений [51]:

$$A|X\rangle = \begin{pmatrix} |\Delta T\rangle \\ |\Delta\alpha\rangle \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$|\Delta T\rangle$ ,  $|\Delta\alpha\rangle$  — вектор-столбцы, состоящие из наблюдаемых данных — возмущений времен распространения  $\Delta t_{ik}$  и возмущений разности углов визирования  $\delta\alpha_{ij; k}$ , вызванных присутствием неоднородности, а матрица возмущений  $A$  содержит аналогичные возмущения времен и углов, но вызванные поочередным введением в томографируемую область базисных возмущений — полосок с заданными в них различными функциям К.-Л. Решение  $|\hat{X}\rangle$  избыточной системы (2) дает оценку искомым функциям  $\Delta\hat{c}(\mathbf{r}, z) = \sum_n \sum_l \hat{x}_l^{(n)} \Theta_l(\mathbf{r}) f_n(z)$ ,  $\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{r}, z) = \sum_q \sum_\nu \hat{x}_\nu^{(q)} \Theta_\nu(\mathbf{r}) g_q(z)$ . В итоге, предложенная в [51] схема томографического восстановления комбинированной скалярно-векторной неоднородности состоит из следующих основных шагов.

1. Получение оценки  $\Delta\hat{c}(\mathbf{r}, z)$  на основе только угловой информации  $\delta\alpha_{ij; k}$ . Оценка  $\Delta\hat{c}(r, z)$

при таком восстановлении оказывается слабо чувствительной к пока неизвестному смещению антенн в горизонтальной плоскости.

2. Получение оценки неизвестных смещений антенн в горизонтальной плоскости на основе восстановленного распределения  $\Delta\hat{c}(r, z)$  [51].
3. Уточнение оценки  $\Delta\hat{c}(r, z)$  на основе совместного использования угловой и временной информации с учетом информации об отклонениях расположения антенн, полученной на втором шаге.
4. Оценка вектора скорости течений  $\hat{\mathbf{v}}(r)$  на основе полуразностей возмущений времен распространения модовых импульсов между антеннами во взаимно противоположных направлениях, что позволяет выделить эффекты влияния только течения [4].

Скорость течения  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  также можно восстановить по временной информации без разделения эффектов влияния  $\Delta c(r, z)$  и  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  при МНК-решении более общей системы

$$A^{\text{time}}|X\rangle = |\Delta T\rangle,$$

где  $A^{\text{time}} \equiv \begin{pmatrix} A^{\text{time}}_{\text{scal}} & A^{\text{time}}_{\text{vector}} \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} |X'\rangle \\ |X''\rangle \end{pmatrix}$ , где матрица  $A^{\text{time}}$  образована возмущениями времен  $\Delta t_{ik}$ , вызванными поочередным рассмотрением векторных базисных функций. Получаемая описанным выше образом оценка именно векторной компоненты неоднородности  $\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{r})$  оказывается слабо чувствительной к неизвестному смещению антенн, благодаря использованию разностной временной информации (рис. 2).

Полученные в [51] результаты в совокупности с разработанными алгоритмами обработки данных с искривленных антенн, не перекрывающих полностью океанический волновод [56], формируют теоретические основания методов модовой томографии океана со сниженными требованиям на позиционирование вертикальных антенных комплексов.

Дальнейшие пути снижения технической сложности и стоимости проведения томографического эксперимента были предложены в [25, 57–59]. Так, отказ от использования дорогостоящих, громоздких низкочастотных излучателей возможен при использовании в качестве источника информации о среде естественных шумов [23]. В этом случае решение обратной задачи основывается на взаимосвязи между функцией взаимной корреляции  $K(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$  шумовых полей, зарегистрированных в пространственно-разнесенных точках  $\mathbf{r}_A$  и  $\mathbf{r}_B$ ,  $\tau$  — временная задержка, и запаздывающей  $G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ , а также опережающей  $G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, -\tau)$  функциями Грина для выбранной пары точек:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} K(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \sim D [G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) - G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, -\tau)], \quad (3)$$

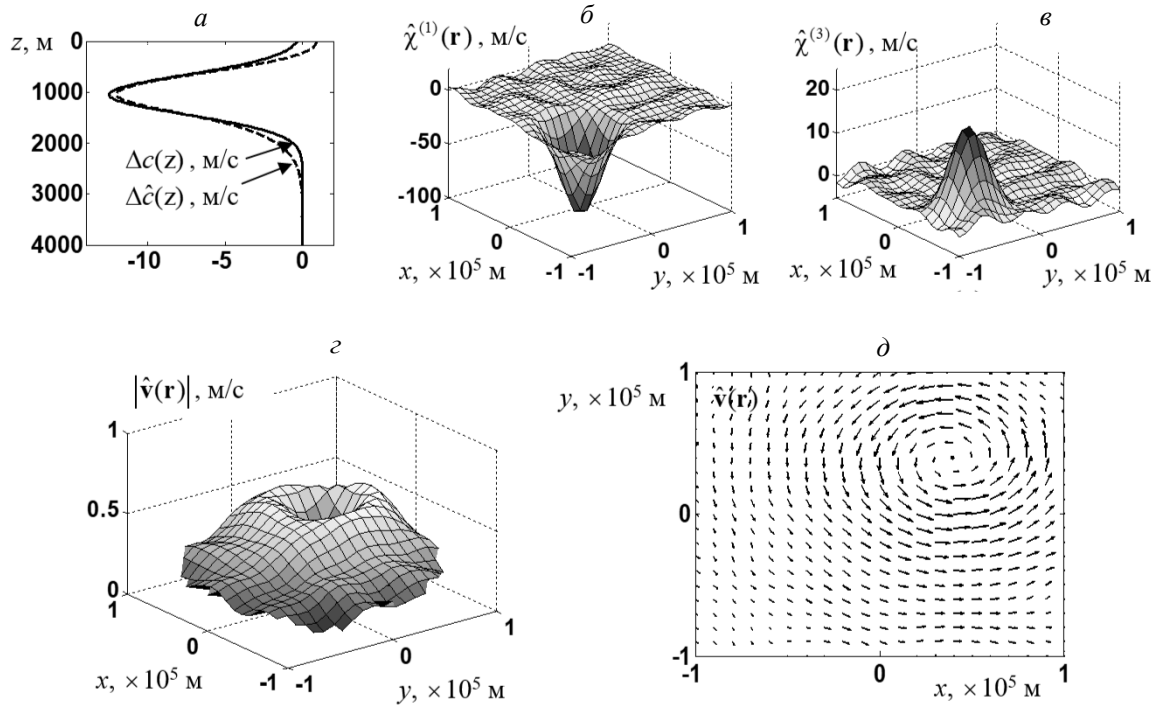


Рис. 2. Пример восстановления рефракционной компоненты  $\Delta c(\mathbf{r}, z)$  комбинированной неоднородности: возмущения профиля скорости звука  $\Delta c$  в центре неоднородности (а), оценки  $\hat{\chi}^{(1)}(\mathbf{r})$  (б),  $\hat{\chi}^{(3)}(\mathbf{r})$  (в), полученные при совместном использовании угловой и временной информации. Результаты восстановления распределения по акватории модуля (г) и вектора (д) скорости течения  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  комбинированной неоднородности в лучепролетной схеме в случае неизвестного смещения антенн [51]

причем  $D$  — коэффициент, зависящий от поглощающих свойств волновода [60, 61] и характеристик шумовых источников [25]. Из (3) следует, что спектр корреляционной функции прямо пропорционален мнимой части комплексного спектра функции Грина. Однако из (3) следует и возможность отдельной оценки функций Грина  $G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ ,  $G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, -\tau)$ . Действительно, принцип причинности требует равенства нулю запаздывающей функции Грина при отрицательных  $\tau$  (сигнал должен отсутствовать до момента его излучения); аналогично, при положительных  $\tau$  обнуляется опережающая функция Грина. В итоге, анализ отдельно каждой из функций  $G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ ,  $G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, -\tau)$  позволяет оценить не только времена распространения сигналов во взаимно противоположных направлениях, но и фазу функции Грина. Так, в ходе обработки экспериментальных данных были обнаружены скачки фазы функции Грина, которые соответствуют критическими частотами мод [59, 62]. Это позволило предложить оригинальный метод оценки критических частот гидроакустических мод по данным о фазе функции взаимной корреляции шумов мелкого моря [59].

Важным фактором, определяющим возможность практической реализации пассивной томографии, является время накопления шумового сигнала, требуемое для достижения приемлемых значений отношения сигнал/помеха на выходе коррелятора. Из-

вестные оценки длительности накопления составляют порядка суток [61] или даже месяца [29], что превышает время динамических изменений океана, которые могут представлять интерес. В [25] было предложено рассматривать корреляции не полных шумовых полей, а отдельных мод, формирующих эти шумовые поля. В этом случае, как было показано в [25], на основе обработки экспериментальных данных удается получать оценки характеристик функции Грина исследуемой области за разумные времена накопления (рис. 3). При этом выделение полей отдельных мод может быть реализовано без использования набора протяженных по глубине антенн с помощью реализованной в [27, 63] процедуры частотно-временного анализа спектрограммы корреляционной функции шумового поля.

Основой используемого подхода является использование так называемого «оператора деформации»  $W$  («warping operator» или «скручивающий» оператор) [64]:

$$\begin{aligned} \check{K}(\tau) &\equiv W K(\tau) = \sqrt{|w'(\tau)|} K[w(\tau)], \\ w(\tau) &= \sqrt{\tau^2 + \tau_w^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\check{K}(\tau) \equiv W K(\tau)$  — результат действия оператора  $W$  на исходные данные в виде корреляционной функции шумов  $K(\tau)$ ;  $\tau_w = R/c_w$ ,  $R$  — расстояние между точками приема шумов,  $A_w$  — скорость звука в водном слое. Основной целью обработки (4)

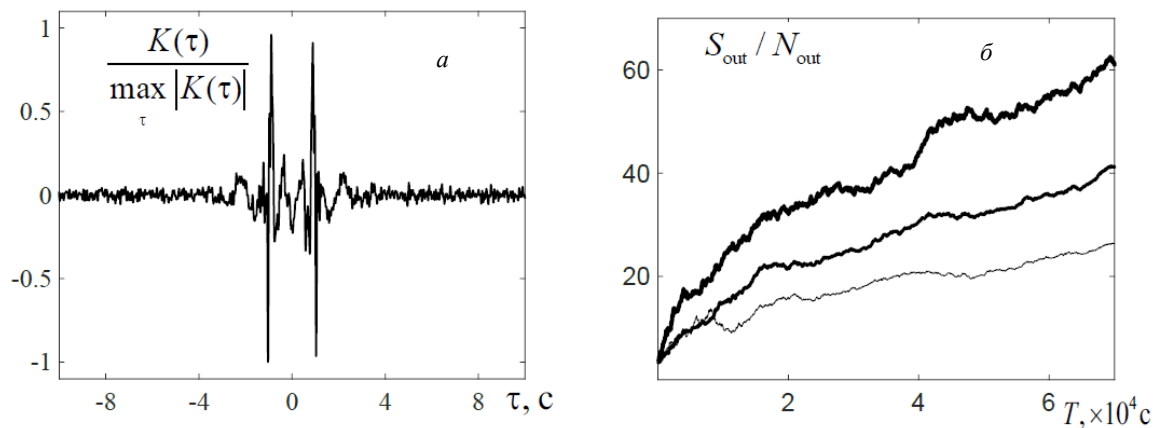


Рис. 3. *a* — Нормированная взаимная функции корреляции шумовых полей, зарегистрированных в эксперименте донными гидрофонами, разнесенными на расстояние 1 км в полосе частот 0.5–15 Гц; *b* — зависимость выходного отношения сигнал/помеха от времени накопления для полосы частот 0.5–5 Гц (самая толстая линия), 5–15 Гц (самая тонкая линия) и 0.5–15 Гц (средняя по толщине линия) [62]

исходных данных является «выпрямление» дисперсионных кривых, соответствующих отдельным модам, что позволяет выделить отдельные моды из  $K(\tau)$ , то есть получить исходные данные для решения задачи модовой томографии. Возможность выделения в пассивной схеме отдельных модовых сигналов на основе обработки (4), используя экспериментальные данные с разнесенных в пространстве одиночных гидрофонов, впервые была продемонстрирована в [27].

Дальнейшее развитие пассивных томографических методов с точки зрения их практической реализуемости основано на использовании комбинированных приемных модулей (КПМ), содержащих векторный приемник и приемник давления, вместо ненаправленных гидрофонов [30, 65, 66]. В этом случае в точке расположения КПМ формирование кардиоиды позволяет отстроиться от паразитных шумов, дополнительно увеличив тем самым отношение сигнал/помеха на выходе коррелятора. В ходе проведения экспериментов на гидроакустическом полигоне МГУ [30] показаны преимущества использования комбинированных модулей, содержащих векторный приемник и приемник давления, в задачах пассивной томографии. Формирование диаграмм направленностей в точках приема шумового поля позволило провести корреляционную обработку и получить исходные данные для реализации шумовой томографии в виде времен распространений сигналов между точками приема на фоне сильно выраженной анизотропной помехи (рис. 4). Следует отметить, что экспериментальная реализация «сфазированной» корреляционной обработки шумов с двух разнесенных в пространстве комбинированных приемных модулей осуществлена в [30] впервые. Полученные результаты являются еще одним примером успешного применения векторно-фазовых методов в акустической томографии природных сред. Развитие методов маломодовой пассивной сейсмогидроакустической томогра-

фии, использующей векторно-фазовые методы обработки сигналов и полей, является перспективным направлением. Полученные на физическом факультете МГУ результаты в этой области исследований обладают мировым приоритетом.

## 2. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ СРЕДЫ «ЛИТОСФЕРА–ГИДРОСФЕРА–ЛЕДОВЫЙ ПОКРОВ» МЕТОДАМИ АКУСТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ

Сейсмоакустические методы модовой томографии слоистых сред получили свое развитие в работах [34, 67–69], где представлены новые теоретические и экспериментальные подходы к сейсмоакустическому исследованию неоднородных геофизических сред, в первую очередь, в арктическом регионе, имеющем столь важную стратегическую роль для Российской Федерации. Далее обсуждаются основные результаты этих работ, направленные на совершенствование пассивных сейсмогидроакустических методов исследований волноводов океанического типа при наличии ледового покрова. Так, в работе [34] изучались особенности распространения гидро- и сейсмоакустических сигналов в ледовых условиях Ладожского озера с помощью морских сейсморазведочных излучателей и площадной измерительной сейсмоакустической системы на основе автономных буёв вмораживаемого типа [70]. Важно, что впервые удалось реализовать в рамках единого томографического эксперимента совместное восстановление параметров льда, водного слоя и дна по данным с сейсмоприемников, расположенных на поверхности льда. Место проведения измерений расположено в северо-западной части Ладожского озера в заливе Найсмери, и представляет собой вытянутый на несколько километров фьорд, шириной порядка 350 м. Глубина в самой глубокой

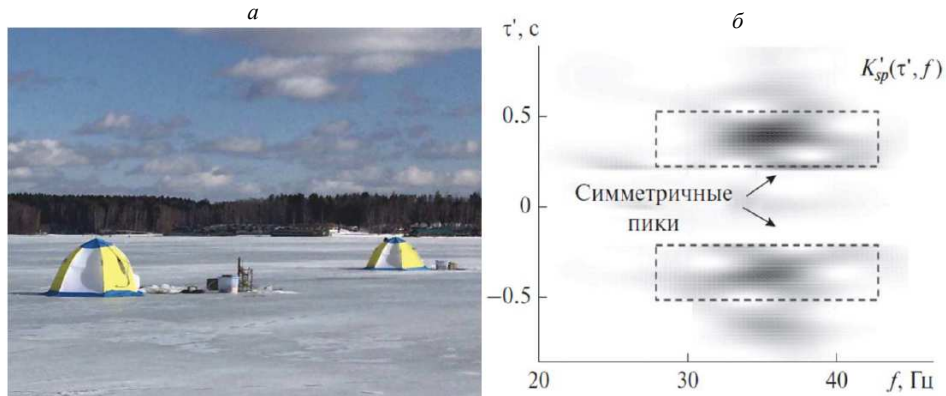


Рис. 4. Зимняя постановка эксперимента на гидроакустическом полигоне МГУ (Клязьминское водохранилище) *a* — [66]; нормированная спектрограмма производной функции взаимной корреляции сфазированных шумов, зарегистрированных на паре КППМ, разнесённых на расстояния  $\approx 40$  м при направлениях максимумов кардиоид на точки наблюдения, *б* — [30]

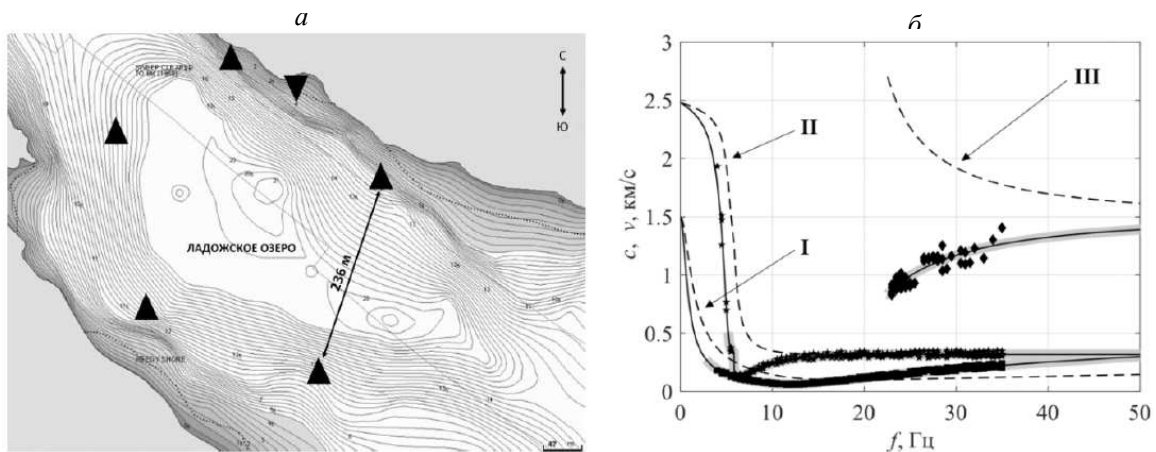


Рис. 5. *a* — Схема экспериментальных работ на Ладожском озере. Треугольники обозначают места расположения сейсмометров на поверхности льда. *б* — Дисперсионные кривые сейсмоакустических мод низших номеров, формирующихся в модели среды с параметрами, близкими к условиям эксперимента: I — изгибно-гравитационная волна, II — фундаментальная мода поверхностной волны рэлеевского типа, III — первая гидроакустическая мода. Сплошные линии — групповые скорости  $v$ , пунктирные линии — фазовые скорости  $c$ . Точками отмечены оценки скоростей, полученные в эксперименте [34]

части залива 20 м, и достаточно резко уменьшается к берегу. Измерительные пункты организовывались на поверхности ледового покрова в вершинах правильного пятиугольника (рис. 5, *a*). Вблизи каждого измерительного пункта на дне последовательно излучалось несколько сигналов с помощью сейсморужья. В результате было получено 20 трасс, покрывающих томографируемую область, вдоль которых распространяется волновое возмущение.

Для определения времён пробега сигналов вдоль различных трасс вычислялась функция взаимной корреляции между сигналом, записанным в точке излучения и сигналом, принятым на удалённом пункте. Сопоставление экспериментальных данных с результатами численного моделирования дисперсионных зависимостей мод в слоистой среде «ледовый покров — водный слой — упругое полупространство» [71], позволило выделить в принимаемом сигнале времена распространения трех волн:

изгибно-гравитационной волны, поверхностной волны рэлеевского типа (волна Шолте) и первой гидроакустической моды (рис. 5, *б*). Для решения обратной задачи применялась линейризованная томографическая схема на основе полосчатого базиса, предложенная ранее в [55, 72] и использовавшаяся для восстановления характеристик водного слоя. В итоге, проведенный эксперимент показал возможность обобщения результатов [55, 72] на случай совместного восстановления параметров льда, водного слоя и дна. Процесс построения матриц возмущений с помощью базисов полосчатого типа для совместного восстановления различных параметров среды подробно описан в работах [55, 72, 73]. Для восстановления сильноконтрастных скоростных аномалий в рассматриваемой слоистой среде могут использоваться итерационные томографические схемы [74]. На рис. 6 приводятся примеры оценок, полученных в описанном эксперименте. Таким обра-



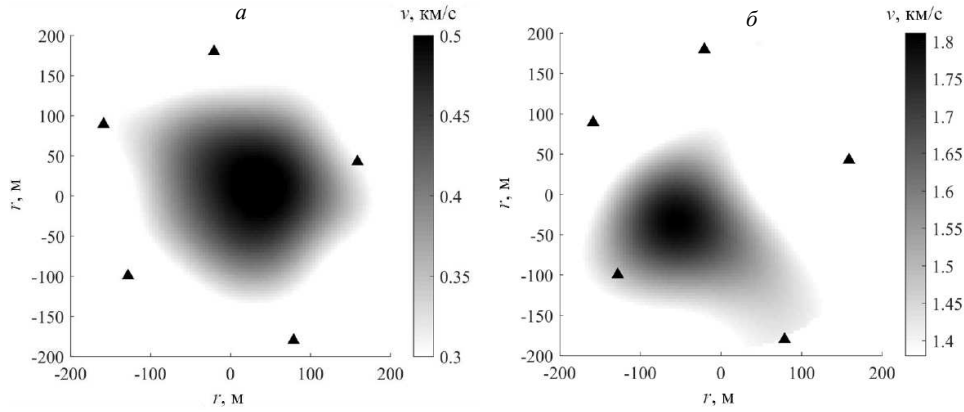


Рис. 6. Результат томографического восстановления распределения групповой скорости донной поверхностной волны на частоте  $f = 28.5$  Гц (а); восстановленное распределение групповой скорости первой гидроакустической моды на частоте  $f = 33$  Гц (б) [34]

зом, разработанная оригинальная схема сейсмогидроакустической томографии с использованием полосчатого базиса, позволила впервые экспериментально реализовать совместное томографическое восстановление параметров ледового покрова, водного слоя и донных осадков по данным с сейсмоприемников, расположенных на поверхности льда. Полученные результаты является важным шагом развития практических методов акустической томографии арктического шельфа с упрощенными требованиями на их практическую реализацию.

В случае отсутствия льда, измерительные комплексы располагаются на дне исследуемого региона. Уникальные результаты, демонстрирующие возможности пассивных сейсмоакустических методов по данным с донных приемников, представлены в работах [72, 75]. На основе обработки экспериментальных данных в [72] впервые продемонстрированы возможности использования фонового сейсмоакустического шума, сформированного на дне океана поверхностными волнами типа Шолте, для изучения структуры геофизической среды методами пассивной сейсмоакустической томографии. В [76] приводятся результаты реконструкции глубинного строения дна океана на основе обработки экспериментальных данных, полученных сетью донных широкополосных сейсмических станций в центральной части Тихого океана в районе Гавайского архипелага. После предварительной обработки временных рядов включавшей в себя учёт передаточной функции датчиков, полосовую фильтрацию, удаление среднего и линейного тренда, а также отбраковку сигналов с заметными искажениями, осуществлялось обеление выбранных записей шумов [77].

После этого вычислялись суточные взаимно-корреляционные функции шумовых сигналов для каждой из выбранных пар станций, которые затем усреднялись за весь рассматриваемый период. Исследование зависимости выходного отношения сигнал/помеха на выходе алгоритма рассматриваемой корреляционной обработки показало, что требуемое время накопления шумового сигнала в рассмат-

риваемом эксперименте составляет примерно три месяца, что заметно меньше времен наблюдений при использовании данных от землетрясений (в рассматриваемом эксперименте  $\approx 1$  года). Наблюдаемые на рис. 7, а времена распространений двух волн, соответствуют асимптотикам дисперсионной кривой групповой скорости донной поверхностной волны [71]. Для более точного определения времён распространений применялось  $\tau$ - $p$  преобразование или метод направленного суммирования [78], которое заключается в последовательном переборе фазовых скоростей из заданного интервала и суммирования сдвинутых фазовых частей спектра:

$$S(f, c) = \left| \sum_i \frac{\mathcal{F}_i(f)}{|\mathcal{F}_i(f)|} \cdot \exp\left(j \frac{2\pi f}{c} d_i\right) \right|, \quad (5)$$

где  $f$  — частота,  $A$  — фазовая скорость,  $\mathcal{F}_i$  — Фурье преобразование взаимно-корреляционной функции для  $i$ -й пары приёмников, разнесенных на расстояние  $d_i$ ,  $j$  — мнимая единица. На рис. 7, б в области частот 0.02–0.07 Гц белым цветом нанесена кривая, характеризующая среднюю для рассматриваемого региона дисперсионную зависимость фазовой скорости  $c(f)$ , которая оценивалась на основе выделения и последующей интерполяции максимумов функции  $S(f, c)$  в заданной полосе частот. На основе  $c(f)$  рассчитывалась средняя по рассматриваемому региону дисперсионная зависимость групповой скорости  $v = A \left(1 - \frac{\omega}{c} \frac{dc}{d\omega}\right)^{-1}$ ,  $\omega = 2\pi f$  (рис. 8, а, толстая сплошная линия). Аналогичные оценки для групповой скорости были получены альтернативным путем. Для этого производная корреляционной функции шумов пропускалась через набор узкополосных фильтров с центральными частотами  $f_j$ , после чего определялась временная задержка, представляющая собой оценку времени распространения сигнала. Полученные времена пересчитывались в значение групповой скорости  $v(f_j)$  по известным расстояниям между сеймостанциями. Оценка групповых скоростей для различных пар сейсмоприемников, дает среднее значение дисперси-

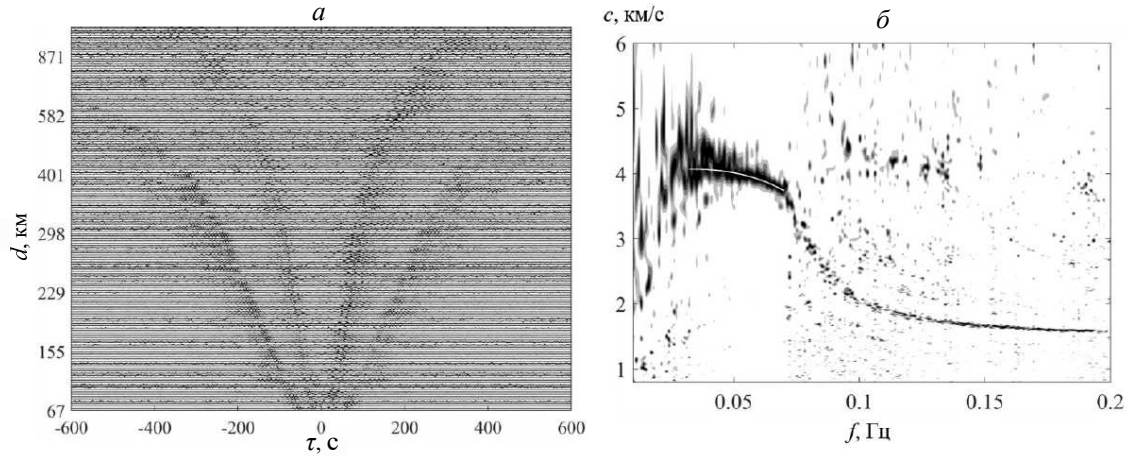


Рис. 7. *a* – Производные по времени от взаимно-корреляционных функций фоновых шумов, зарегистрированных различными парами сейсмостанций, расположенных на расстояниях  $d$  друг от друга. Временные задержки  $\tau$ , соответствующие максимумам изображенных функций, описывают времена распространений поверхностных волн между парами сейсмостанций во взаимно противоположных направлениях (положительные и отрицательные значения  $\tau$ ). *б* – Результат обработки шумовых корреляционных функций методом направленного суммирования. Сплошная белая линия в низкочастотной области изображает оцененную из экспериментальных данных дисперсионную зависимость фазовой скорости [75]

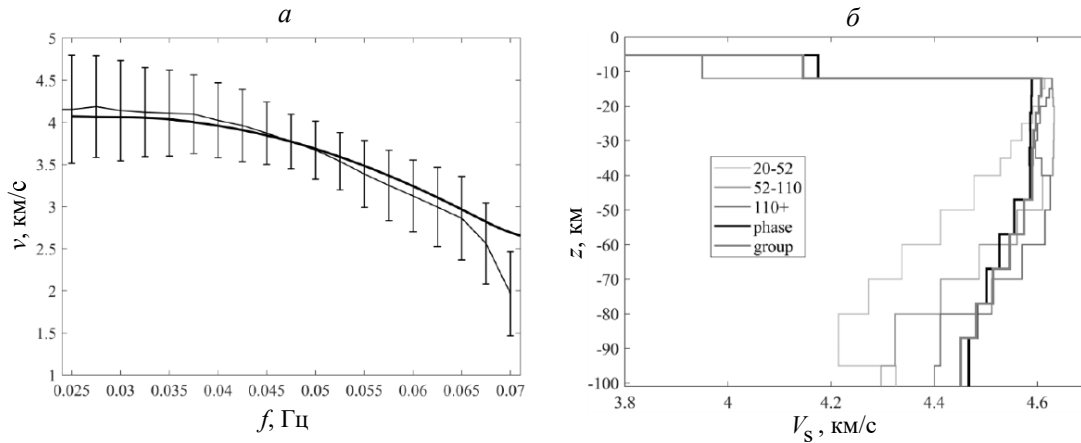


Рис. 8. *a* – Усреднённая дисперсионная зависимость групповой скорости  $v(f)$  (тонкая сплошная линия), оцененная по временным задержкам, соответствующим максимумам огибающих, рассчитанных для производных по времени от всех шумовых корреляций (см. рис. 7, *a*). Толстая сплошная линия изображает оценку групповой скорости, рассчитанную из фазовой скорости  $c(f)$  (светлая сплошная линия на рис. 7, *б*) *б* – Результаты решения обратной задачи восстановления профиля скорости поперечной волны  $V_s(z)$  по данным в виде дисперсионных зависимостей фазовой (черная толстая линия) и групповой (толстая серая линия) скоростей поверхностных волн, оцененных из шумовых данных. Тонкими линиями изображены модели литосферы Тихого океана различного возраста по литературным источникам. В рамке указан возраст соответствующей литосферы в млн лет [75]

онной зависимости  $v(f_j)$  для рассматриваемого региона, а также позволяет оценить дисперсию получаемых величин (рис. 8, *a*, тонкая сплошная линия). Как видно на рис. 8, *a* полученные двумя способами зависимости  $v(f_j)$  совпадают в границах оцененных погрешностей. На следующем этапе решалась задача инверсии оцененных дисперсионных зависимостей  $c(f)$ ,  $v(f_j)$  в вертикально-слоистую упругую модель литосферы [75]. При решении обратной задачи минимизировалась невязка между экспериментально оцененными дисперсионными зависимостями и теоретической дисперсионной кривой, рассчитанной для выбранной модели вертикально

слоистой среды [75]. Сопоставление результатов инверсии с известными скоростными моделями района Гавайских островов (рис. 8, *б*) указывает на достоверность оценок, получаемых с помощью предложенного пассивного метода. Тем самым, в [75] впервые осуществлена экспериментальная реализация схемы пассивной поверхностно-волновой сейсмоакустической томографии дна океана в районе Гавайских островов по данным с донных сейсмоприемников. Полученные в [75] результаты также указывают на возможность сокращения времени сбора данных в ходе проведения натурального эксперимента по сравнению с методами, использующими сигналы

от землетрясений, которые должны озвучить исследуемую область с различных направлений [76].

### 3. РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ И ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ МОДОВОЙ ТОМОГРАФИИ СКАЛЯРНО-ВЕКТОРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ФУНКЦИОНАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Успешная реализация тех или иных методов акустической томографии во многом определяется алгоритмической частью, на основе которой экспериментально измеренные данные «пересчитываются» в характеристики томографируемой области. Довольно часто [2, 3, 13] используются весьма приближенные подходы, как правило, использующие линейную связь между возмущениями экспериментальных данных и отклонениями значений искомым параметров (скорости звука, течений, рельефа и т.д.) от их фоновых значений. Особое внимание в последнее время уделяется разработке схем акустической томографии, основанных на строгих функционально-аналитических методах решения обратных задач рассеяния [45, 79–84]. Использование этих методов в задачах акустической томографии [85, 86] позволяет получить достаточно строгое решение с учетом эффектов многократного рассеяния без применения итерационных процедур. В силу того, что функционально-аналитические методы изначально разрабатывались для решения квантово-механических задач, требуется тщательный анализ возможностей применимости этих алгоритмов для целей акустической томографии. В [87] был проанализирован вывод волнового уравнения для решения томографической задачи восстановления комбинированных скалярно-векторных неоднородностей, описывающих возмущения скорости звука  $c(\mathbf{r})$ , векторное поле течений  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ , а также возмущения плотности среды  $\rho(\mathbf{r})$ ; для простоты рассмотрения, как и ранее,  $\mathbf{r} = \{x, y\}$  — радиус-вектор в горизонтальной плоскости, однако, приводимые далее выражения могут быть обобщены и на трехмерный случай. Уравнение Гельмгольца, дополнительно учитывающее частотно зависящее поглощение в среде, характеризуемое амплитудным коэффициентом поглощения  $\alpha(\mathbf{r}, \omega)$ , имеет вид:

$$\begin{aligned} \nabla^2 p(\mathbf{r}) + \frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{r})} p(\mathbf{r}) - \frac{\nabla \rho(\mathbf{r}) \nabla p(\mathbf{r})}{\rho(\mathbf{r})} + \\ + 2i\omega \frac{\alpha(\mathbf{r}, \omega)}{c(\mathbf{r})} p(\mathbf{r}) + 2i \frac{\omega}{c^2(\mathbf{r})} \mathbf{v}(\mathbf{r}) \nabla p(\mathbf{r}) = 0. \end{aligned}$$

Оказалось [87], что дополнительно (по сравнению со стандартными приближениями, рассматриваемыми при проведении процедур линеаризации исходных уравнений гидродинамики) требуется лишь, чтобы пространственные масштабы изменения невозмущенных значений скорости течения и давления заметно превышали характер-

ную длину волны, что может выполняться в различных практических задачах акустической томографии. Полученное в [87] уравнение может рассматриваться в качестве исходного при построении схем решения обратных задач акустического рассеяния на неоднородностях скорости звука, поглощения, плотности, а также течений функционально-аналитическими методами. Следующим этапом стало исследование в рамках численного моделирования возможностей алгоритма Новикова-Агальцова [81, 88, 89] для восстановления скалярно-векторных неоднородностей. В отличие от других известных методов восстановления неоднородностей подобного типа, прошедших в том или ином виде этап численного моделирования, рассматриваемый алгоритм обладает рядом преимуществ. Так, например, процессы многократного рассеяния строго учитываются без применения итерационных процедур, в то время как в большинстве известных подходов используется первое борновское приближение [90]. Предложенные и численно реализованные ранее алгоритмы совместного восстановления скорости звука и течений [51, 91] использовали лучевое приближение, т.е. являлись приближенными в этом смысле, и не затрагивали вопроса восстановления пространственного распределения коэффициента поглощения. В то же время, алгоритм Новикова-Агальцова совместно восстанавливает полное векторное поле течений, скорость звука и коэффициент поглощения при использовании данных рассеяния на нескольких (как минимум двух) частотах. При этом восстановление всех упомянутых составляющих комбинированного скалярно-векторного рассеивателя осуществляется в единой схеме, без дополнительного разделения влияния этих составляющих на данные рассеяния. Для практического применения также удобно, что исходные данные для алгоритма Новикова-Агальцова измеряются по аналогии с данными, используемыми в ранее реализованном подходе [42, 45] для восстановления рефракционно-поглощающего рассеивателя, несмотря на то, что теперь добавляется векторная неоднородность.

Процесс распространения поля акустического давления с комплексной спектральной амплитудой  $p(\mathbf{r}; \omega_j)$  в неоднородной среде, которая характеризуется скоростью звука  $c(\mathbf{r})$ , амплитудным коэффициентом поглощения  $\alpha(r, \omega_j)$  и вектором скорости течений  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ , при постоянном невозмущенном значении плотности среды описывается уравнением [87]

$$\begin{aligned} \nabla^2 p(\mathbf{r}; \omega_j) + k_{0j}^2 p(\mathbf{r}; \omega_j) = \\ = v(\mathbf{r}, \omega_j) p(\mathbf{r}; \omega_j) - 2i \mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j) \nabla p(\mathbf{r}; \omega_j). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь введены обозначения для скалярной и для векторной составляющей рассеивателя (т.е. для скалярной неоднородности)

$$\begin{aligned} v(\mathbf{r}, \omega_j) = \omega_j^2 \left( \frac{1}{c_0^2} - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})} \right) - 2i \omega_j \frac{\alpha(\mathbf{r}, \omega_j)}{c(\mathbf{r})}, \\ \mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j) = \frac{\omega_j}{c^2(\mathbf{r})} \mathbf{v}(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (7)$$

здесь  $\omega_j$  — циклическая частота,  $c_0$  и  $k_{0j} = \omega_j/c_0$  — скорость звука и волновое число в фоновой непоглощающей среде, временная зависимость полей  $\sim \exp(-i\omega_j t)$ . Индекс  $j$  будет соответствовать конкретной частоте  $\omega_j$ . В отсутствие или в присутствии рассеивателя акустические поля  $p$  в произвольной точке  $\mathbf{r}$  являются классическими запаздывающими функциями Грина  $G_0^{cl}(\mathbf{r}, \mathbf{x}; \omega_j)$  или  $G^{cl}(\mathbf{r}, \mathbf{x}; \omega_j)$ , соответственно;  $\mathbf{x}$  обозначает радиус-вектор излучателя. Основные этапы рассматриваемого функционально-аналитического алгоритма Новикова-Агальцова, позволяющего восстанавливать комбинированные скалярно-векторные неоднородности  $v(\mathbf{r}, \omega_j)$  и  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$ , можно представить в следующем схематическом виде:

$$G^{cl}(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \omega_j) \rightarrow h^\pm(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega_j) \rightarrow \mu^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega_j) \rightarrow v(\mathbf{r}, \omega_j), \mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j),$$

где  $\mathbf{y}$  обозначает радиус-вектор приемника; далее, для простоты рассмотрения, предполагается, что излучатели и приемника располагаются на границе области томографирования. Переход  $G^{cl}(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \omega_j) \rightarrow h^\pm(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega_j)$  от полей  $G^{cl}(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \omega_j)$ , излучаемых и принимаемых на границе исследуемой области квазиточечными преобразователями, к предельным значениям обобщенных амплитуд рассеяния  $h^\pm(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega_j)$  подробно описан в [42]. Следующий переход  $h^\pm(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega_j) \rightarrow \mu^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega_j)$ ,  $\mu^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega_j)$  — предельные значения обобщенных волновых полей, подробно изложен в [86]. Переход от функций  $\mu^\pm(r, k; \omega_j)$  к искомым оценкам функций  $v(\mathbf{r}, \omega_j)$ ,  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$  основан на следующих соотношениях, записанных в терминах угловых гармоник  $q$  [42, 86]:

$$\begin{aligned} V^-(\mathbf{r}, \omega_j) &= k_{0j} \left( i \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right) \tilde{\mu}^-(\mathbf{r}, q = -1; \omega_j), \\ V^+(\mathbf{r}, \omega_j) &= k_{0j} \left( i \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \right) \left[ \frac{\tilde{\mu}^+(\mathbf{r}, q = 1; \omega_j)}{\tilde{\mu}^+(\mathbf{r}, q = 0; \omega_j)} \right], \\ a^-(\mathbf{r}, \omega_j) &= 2 \left( \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \ln [2\pi \tilde{\mu}^+(\mathbf{r}, q = 0; \omega_j)], \\ a^+(\mathbf{r}, \omega_j) &= -2 \left( \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \ln [2\pi \tilde{\mu}^+(\mathbf{r}, q = 0; \omega_j)], \\ v^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega_j) &= \frac{1}{2} [V^-(\mathbf{r}, \omega_j) + V^+(\mathbf{r}, \omega_j)] - \\ &\quad - \frac{1}{8} a^+(\mathbf{r}, \omega_j) a^-(\mathbf{r}, \omega_j), \end{aligned}$$

$$A_x^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega_j) = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \ln [2\pi \tilde{\mu}^+(\mathbf{r}, q = 0; \omega_j)],$$

$$A_y^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega_j) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \ln [2\pi \tilde{\mu}^+(\mathbf{r}, q = 0; \omega_j)].$$

Следует отметить, что описываемый алгоритм Новикова-Агальцова при фиксированной частоте

$\omega_j$  восстанавливает, вместо  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$  и  $v(\mathbf{r}, \omega_j)$ , комбинации следующего вида [89]:

$$\begin{aligned} A^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega_j) &= \mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j) + \nabla \Phi(\mathbf{r}, \omega_j), \\ v^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega_j) &= v(\mathbf{r}, \omega_j) - i \nabla^2 \Phi(\mathbf{r}, \omega_j) + \\ &\quad + (\nabla \Phi(\mathbf{r}, \omega_j))^2 + 2\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j) \nabla \Phi(\mathbf{r}, \omega_j), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\Phi(\mathbf{r}, \omega_j)$  — некоторая действительная функция (скалярный потенциал), такая, что

$$\begin{cases} \nabla^2 \Phi(\mathbf{r}, \omega_j) = -\text{div} \mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j) \\ \Phi(\mathbf{r}, \omega_j) \xrightarrow[|\mathbf{r}| \rightarrow \infty]{0} . \end{cases} \quad (9)$$

Тем не менее, восстановление полного векторного поля  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$  возможно при использовании нескольких частот [88]. В рассматриваемой задаче для нахождения функций  $c(\mathbf{r})$ ,  $\alpha(\mathbf{r}, \omega_j)$ ,  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  требуются, как минимум, две частоты [92]. Нужно найти неизвестную функцию, т.е. безвихревую (потенциальную) составляющую  $-\nabla \Phi(\mathbf{r}, \omega_j)$  векторного поля, после чего полное векторное поле  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$  и скалярная составляющая неоднородности  $v(\mathbf{r}, \omega_j)$  находятся в соответствии с (8):

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j) = \mathbf{A}^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega_j) - \nabla \Phi(\mathbf{r}, \omega_j), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} v(\mathbf{r}, \omega_j) &= v^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega_j) + i \nabla^2 \Phi(\mathbf{r}, \omega_j) - \\ &\quad - (\nabla \Phi(\mathbf{r}, \omega_j))^2 - 2\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j) \nabla \Phi(\mathbf{r}, \omega_j). \end{aligned} \quad (11)$$

Для нахождения  $\Phi(\mathbf{r}, \omega_j)$  рассматривается система (9). Используется решение двумерного уравнения Лапласа, которое записывается в виде

$$\Phi(r, \omega_j) = \frac{\omega_j}{2\pi} \int_{V_S} \ln \left\{ \frac{1}{|r - r'|} \right\} \text{div} \left\{ \frac{\mathbf{v}(r')}{A^2(r')} \right\} dr',$$

откуда

$$\nabla \Phi(r, \omega_j) = -\frac{\omega_j}{2\pi} \int_{V_S} \frac{(r - r')}{|r - r'|^2} \text{div} \left\{ \frac{\mathbf{v}(r')}{A^2(r')} \right\} dr'. \quad (12)$$

В свою очередь при нахождении  $\text{div} \left\{ \frac{\mathbf{v}(r)}{c^2(r)} \right\}$  используется выражение (8) для оценки скалярной составляющей  $v^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega_j)$ . Мнимая часть этой оценки имеет вид:

$$\begin{aligned} \text{Im } v^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega_j) &= \text{Im } v(\mathbf{r}, \omega_j) - \nabla^2 \Phi(\mathbf{r}, \omega_j) = \\ &= -2\omega_j \frac{\alpha(\mathbf{r}, \omega_j)}{c(\mathbf{r})} + \omega_j \text{div} \left\{ \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r})}{c^2(\mathbf{r})} \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Частотная зависимость коэффициента поглощения предполагается степенной и характеризуется показателем степени  $\zeta = \zeta(\mathbf{r})$ :

$$\alpha(\mathbf{r}, \omega_j) = \left( \frac{\omega_j}{\omega_0} \right)^{\zeta(\mathbf{r})} \alpha(\mathbf{r}, \omega_0), \text{ где } \omega_j, \omega_0 > 0;$$

в качестве  $\omega_0$  может быть задана характерная частота в рабочем частотном диапазоне, используемом при томографировании. Если показатель степени  $\zeta(\mathbf{r})$  известен, то оценки скалярной составляющей  $v^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega_j)$ , полученные в рамках алгоритма

Новикова-Агальцова на двух различных частотах  $\omega_j$ , приводят, на основе (13), к системе линейных уравнений для нахождения неизвестной функции

$$\operatorname{div} \left\{ \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r})}{c^2(\mathbf{r})} \right\}: \\ -2 \frac{\omega_j^{\zeta(\mathbf{r})+1}}{\omega_0^{\zeta(\mathbf{r})}} \frac{\alpha(\mathbf{r}, \omega_0)}{c(\mathbf{r})} + \omega_j \operatorname{div} \left\{ \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r})}{c^2(\mathbf{r})} \right\} = \operatorname{Im} v^{\operatorname{div}}(\mathbf{r}, \omega_j). \quad (14)$$

В рассматриваемом случае двух частот ( $j = 1, 2$ ) из (14) следует:

$$\operatorname{div} \left\{ \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r})}{c^2(\mathbf{r})} \right\} = \frac{\omega_2^{\zeta+1} \operatorname{Im} v^{\operatorname{div}}(\mathbf{r}, \omega_1) - \omega_1^{\zeta+1} \operatorname{Im} v^{\operatorname{div}}(\mathbf{r}, \omega_2)}{\omega_1 \omega_2 (\omega_2^\zeta - \omega_1^\zeta)}, \quad \zeta \equiv \zeta(\mathbf{r}) \neq 0.$$

В случае частотно-независимого коэффициента поглощения, т.е. когда  $\zeta(r) = 0$ , однако  $\alpha(\mathbf{r}, \omega_0) \neq 0$ , значение  $\operatorname{div} \mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j) = \omega_j \operatorname{div} \left\{ \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r})}{c^2(\mathbf{r})} \right\}$  восстановить однозначно нельзя. Следует отметить случай, когда априори известно, что отсутствуют не только неоднородности невозмущенного значения плотности среды, но также отсутствует поглощение в области томографирования, т.е.  $\alpha(\mathbf{r}, \omega_j) \equiv 0$ . Эта ситуация может возникать, например, при распространении звука в глубоком океане, когда акустический сигнал оказывается захваченным подводным звуковым каналом и слабо взаимодействует с поверхностью и дном, в итоге слабо затухая по мере распространения. Тогда функция  $v(\mathbf{r}, \omega_j)$  действительна и представлена только неоднородностями скорости звука. Как следствие, для восстановления скорости звука  $c(r)$  и полного векторного поля  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$  (тем самым, и вектора скорости течений  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ ) теоретически достаточно данных рассеяния на единственной частоте, даже если  $\operatorname{div} \mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j) \neq 0$  [92]. Так, из (14) при фиксированной частоте  $\omega_j$  и  $\alpha(\mathbf{r}, \omega_j) \equiv 0$  следует оценка  $\omega_j \operatorname{div} \left\{ \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r})}{c^2(\mathbf{r})} \right\} = \operatorname{Im} v^{\operatorname{div}}(\mathbf{r}, \omega_j)$ , на основе которой из (12) находится безвихревая составляющая векторного поля  $\mathbf{A}^{\operatorname{rot}}(\mathbf{r}, \omega_j) \equiv -\nabla \Phi(\mathbf{r}, \omega_j)$ ;

тогда из (10) и (11) в одночастотном режиме восстанавливаются  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$  и  $v(\mathbf{r}, \omega_j)$ .

Оценку  $\operatorname{div} \left\{ \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r})}{c^2(\mathbf{r})} \right\}$  можно улучшить при использовании многих частот. В этом случае система (14) становится избыточной, и ее решение ищется МНК-методом. Найденная функция  $\operatorname{div} \left\{ \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r})}{c^2(\mathbf{r})} \right\}$  используется для вычисления  $\nabla \Phi(\mathbf{r}, \omega_j)$  посредством (12), после чего полное векторное поле  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$  находится из (10). На практике интерес представляет восстановление именно вектора скорости течений  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ , который пересчитывается из  $A(r, \omega_j)$ :  $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{A^2(r)}{\omega_j} A(r, \omega_j)$ . Если можно полагать, что  $\mathbf{v}(\mathbf{r}) \approx \frac{c_0^2}{\omega_j} \mathbf{A}(r, \omega_j)$ , то оценка  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  получена. Если же такой точности не достаточно для конкретной решаемой задачи, то оценка для  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  уточняется после определения значения  $c(\mathbf{r})$  из  $\operatorname{Re} v^{\operatorname{div}}(\mathbf{r}, \omega_j)$ , — см. (7), (11) и обсуждение ниже.

Когда показатель степени  $\zeta(\mathbf{r})$  частотной зависимости коэффициента поглощения неизвестен, его оценка возможна при рассмотрении данных рассеяния на трех (как минимум) частотах [88]. Для повышения помехоустойчивости задачи определения  $\zeta(\mathbf{r})$  было предложено рассматривать уравнение

$$\prod_{\{j1, j2, j3\}} \frac{\frac{1}{\omega_{j2}} \operatorname{Im} v^{\operatorname{div}}(\mathbf{r}, \omega_{j2}) - \frac{1}{\omega_{j1}} \operatorname{Im} v^{\operatorname{div}}(\mathbf{r}, \omega_{j1})}{\frac{1}{\omega_{j3}} \operatorname{Im} v^{\operatorname{div}}(\mathbf{r}, \omega_{j3}) - \frac{1}{\omega_{j1}} \operatorname{Im} v^{\operatorname{div}}(\mathbf{r}, \omega_{j1})} = \prod_{\{j1, j2, j3\}} \frac{\left(\frac{\omega_{j2}}{\omega_{j1}}\right)^{\zeta(\mathbf{r})} - 1}{\left(\frac{\omega_{j3}}{\omega_{j1}}\right)^{\zeta(\mathbf{r})} - 1},$$

где используются только те тройки  $\{j1, j2, j3\}$ , для которых  $\omega_{j1} < \omega_{j2} < \omega_{j3}$ , в целях обеспечения монотонности правой части приведенного уравнения.

Найденные оценки векторов  $\nabla \Phi(\mathbf{r}, \omega_j)$  и  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$  позволяют, в свою очередь, оценить комплексную функцию  $v(\mathbf{r}, \omega_j)$ , в соответствии с (11). Тогда, согласно (7), из  $\operatorname{Re} v(\mathbf{r}, \omega_j)$  находится скорость звука  $c(\mathbf{r})$ , из  $\operatorname{Im} v(\mathbf{r}, \omega_j)$  — коэффициент поглощения  $\alpha(\mathbf{r}, \omega_j)$ , а из  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$  вычисляется векторное поле течений  $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{c^2(\mathbf{r})}{\omega_j} \mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$ .

В качестве примера, на рис. 9 приведены результаты восстановления комбинированной неоднородности [43]: функция рассеивателя  $v(\mathbf{r}, \omega_1)$  содержала действительную и мнимую части, описывающие возмущения скорости звука и поглощения в исследуемой области, а также векторную составляющую

рассеивателя  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_j)$ ; при этом неоднородности плотности среды отсутствовали. Рассматриваемый рассеиватель является достаточно сильным (максимальный набег фазы, который он вызывает  $\approx 0.3 \pi$ , а затухание амплитуды волны составляет  $\approx 1.57$  раза), что не позволяет восстановить его с приемлемой точностью в рамках первого Борновского приближения [43]. Как видно на рис. 9, реализованная в [43] функциональная схема обладает достаточно хорошей помехоустойчивостью и разрешающей способностью, приемлемых для решения практических задач акустической томографии.

Важно, что функционально-аналитические методы могут быть применены и для решения трехмерных обратных задач акустического рассеяния. Применение строгих функционально-аналити-

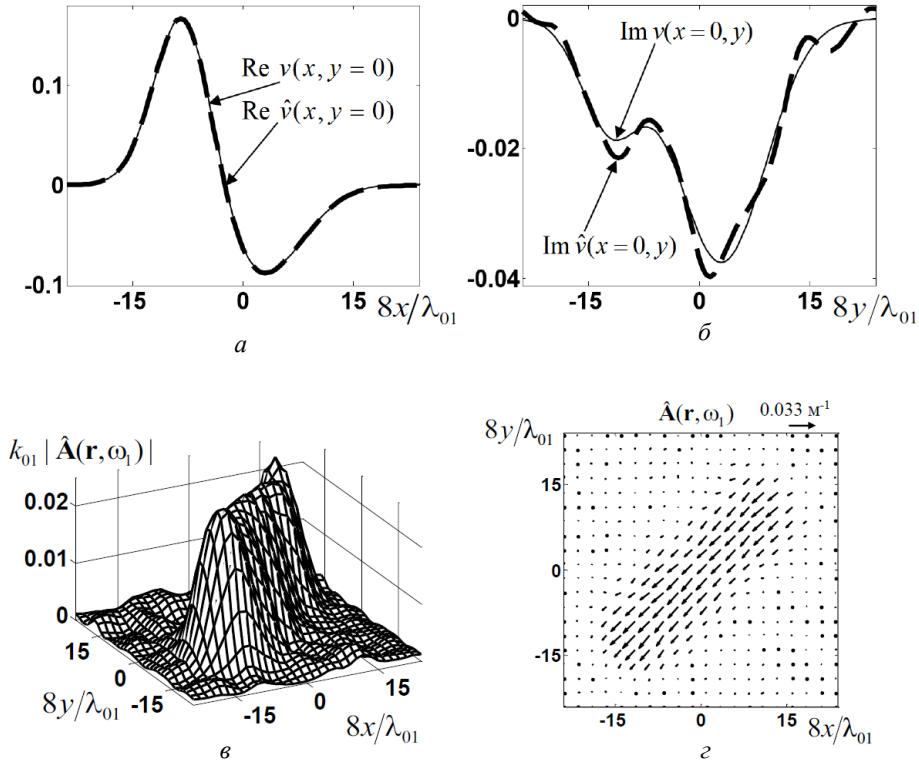


Рис. 9. Результат восстановления комбинированного скалярно-векторного рассеивателя в виде рефракционно-поглощающей (а), (б) и векторной (в), (г) составляющим по зашумленным данным на 41 частоте: – центральные сечения действительной (а,  $y = 0$ ) и мнимой (б,  $x = 0$ ) частей скалярной составляющей истинного рассеивателя  $v$  (тонкая линия) и восстановленного рассеивателя  $\hat{v}$  (толстая пунктирная линия); – пространственное распределение модуля  $k_{01}|\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, \omega_1)|$  (в) и векторного поля  $\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, \omega_1)$  (г) восстановленной векторной составляющей [43]

ческих методов в акустических приложениях позволяет рассматривать задачи, которые до настоящего времени не имели решения, но которые представляют бесспорный практический интерес. Примером такого рода задач является неадиабатическая модовая томография неоднородного движущегося океана [47, 48]. В работах [93–95] предложена и численно исследована на разрешающую способность и помехоустойчивость схема модовой томографии океана, основанная на алгоритме Новикова–Сантацесариа, которая позволяет восстанавли-

вать трехмерные рассеиватели из наборов значений двумерных операторов рассеяния с привлечением функций Карунена–Лоэва. Такой подход обладает определенной степенью новизны и ранее не рассматривался. При этом, в отличие от известных многошаговых процедур реконструкции [6, 85], для восстановления трехмерных неоднородностей функциональными алгоритмами дополнительных итераций не требуется.

Исходным в [93–95] для решения обратной задачи является уравнение Гельмгольца, аналогичное (6), (7), рассматриваемое для трехмерного случая:

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, z; \omega_j) + k_{0j}^2(z)p(\mathbf{r}, z; \omega_j) = v(\mathbf{r}, z, \omega_j)p(\mathbf{r}, z; \omega_j) - 2i\mathbf{A}(\mathbf{r}, z, \omega_j)\nabla p(\mathbf{r}, z; \omega_j), \quad (15)$$

где  $\mathbf{r} = \{x, y\}$  – радиус-вектор в горизонтальной плоскости;  $v(\mathbf{r}, z, \omega_j) = \omega_j^2 \left( \frac{1}{c_0^2(z)} - \frac{1}{c^2(\mathbf{r}, z)} \right)$ ,  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, z, \omega_j) = \frac{\omega_j}{c^2(\mathbf{r}, z)} \mathbf{v}(\mathbf{r}, z)$  – скалярная и векторная составляющие функций рассеивателя, описывающие отклонение скорости звука  $c(\mathbf{r}, z)$  от ее фонового значения  $c_0(\mathbf{r}, z) \equiv c_0(z)$  и присутствие течений  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, z)$  (фоновая среда предполагается неподвижной  $\mathbf{v}_0(\mathbf{r}, z) \equiv 0$ );  $k_{0j}(z) = \omega_j/c_0(z)$ . Решение для (15) ищется в виде суммы мод [1, 17]:  $p(\mathbf{r}, z; \omega_j) = \sum_n \Phi_n(\mathbf{r}; \omega_j)\Psi_{0n}(z; \omega_j)$ , где  $\Phi_n(\mathbf{r}; \omega_j)$  описывает решение уравнения Гельмгольца в горизонтальной плоскости  $(x, y)$ , а  $\Psi_{0n}(z; \omega_j)$  – верти-

кальный профиль моды номера  $n$  в фоновом (не возмущенном) волноводе. Предполагается, что точки излучения и приема располагаются на расстояниях, для которых влиянием непрерывного спектра при разложении  $p(\mathbf{r}, z; \omega_j)$  по модам можно пренебречь. В общем случае, выбор фонового волновода для решения конкретной задачи определяется лишь возможностью привлечения априорной информации об исследуемом регионе. С учетом ортогональности профилей мод  $\Psi_{0n}(z; \omega_j)$ , уравнение (15) переписывается в виде [50]:

$$\nabla^2 \Phi_n(\mathbf{r}; \omega_j) + k_{0n}^2 \Phi_n(\mathbf{r}; \omega_j) = S_{nm}(\mathbf{r}, \omega_j) \Phi_m(\mathbf{r}; \omega_j) - 2i \mathbf{A}_{nm}(\mathbf{r}, \omega_j) \nabla \Phi_B(\mathbf{r}; \omega_j), \quad (16)$$

где операторы рассеяния

$$S_{mn}(\mathbf{r}, \omega_j) = \omega_j^2 \int_0^H \Psi_{0m}(z; \omega_j) \left( \frac{1}{c_0^2(z)} - \frac{1}{c^2(\mathbf{r}, z)} \right) \Psi_{0n}(z; \omega_j) dz, \quad (17a)$$

$$\mathbf{A}_{mn}(\mathbf{r}, \omega_j) = \omega_j \int_0^H \Psi_{0m}(z; \omega_j) \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r}, z)}{c^2(\mathbf{r}, z)} \Psi_{0n}(z; \omega_j) dz \quad (17b)$$

описывают межмодовое взаимодействие, которое является прямым аналогом многоканального рассеяния в квантомеханических обратных задачах [45];  $k_{0n}$  — горизонтальное волновое число  $n$ -й моды в невозмущенном волноводе. Таким образом, исходная трехмерная обратная задача (15) аппроксимируется набором двумерных задач (16) для отдельных мод, связанных в общем случае между собой ввиду межмодового взаимодействия, описываемого операторами рассеяния (17a), (17b). Для учета межмодового взаимодействия при решении обратной задачи согласно [45] вводится вспомогательный оператор  $V_{nm}(x, y) = [k_0^2 - k_{0n}^2] \delta_{nm} + S_{nm}(x, y)$ , где  $k_0 = \omega/c_0$ ,  $c_0 \equiv \text{const}$  — некоторое характерное значение скорости звука, например 1500 м/с;  $\delta_{nm}$  — символ Кронекера. В случае присутствия в исследуемой области только возмущений скорости звука, система связанных уравнение Гельмгольца (16) для мод, преобразуется к виду:

$$\nabla^2 \Phi_n(\mathbf{r}; \omega_j) + k_0^2 \Phi_n(\mathbf{r}; \omega_j) = V_{nm}(\mathbf{r}, \omega_j) \Phi_m(\mathbf{r}; \omega_j). \quad (18)$$

Представление (18) удобно тем, что уравнения для мод всех  $n$ -х номеров описываются одной функцией Грина  $G_0(x, y) = -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 |r|)$ ,  $\mathbf{r} = \{x, y\}$ , которая от номера  $n$  не зависит, что и используется при восстановлении [45]. С точки зрения численной реализации, основные этапы многоканального алгоритма повторяют этапы решения двумерной задачи, подробно рассмотренной в [42] и кратко описанной выше, с той лишь разницей, что сейчас вместо матриц, получаемых при дискретизации, например, функций  $h^\pm(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega_j)$ , используют блочные матрицы  $h^\pm(\mathbf{k}_n, \mathbf{l}_m; \omega_j)$ , где  $\mathbf{k}_n, \mathbf{l}_m$  — волновые векторы падающей моды номера  $n$  и рассеянной моды номера  $l$ . Таким образом, в отличие от адиабатического случая, когда обратная задача решается независимо для каждой моды, сейчас решение строится для всех рассматриваемых мод одновременно, при использовании блочной матрицы  $V_{nm}$ . Учет многоканального рассеяния в рассматриваемой задаче позволяет при заданном числе распространяющихся мод  $N$  получить на  $N(N-1)/2$  исходных данных больше, чем в адиабатическом случае, так как вместо диагональных элементов  $V_{nn}(x, y)$ , используется полная матрица  $V_{nm}(x, y)$ , являющаяся симметричной. Это позволяет построить схему трехмерного восстановления, исключив из рассмотрения неудовлетворительные результаты восстановления

диагональных элементов  $V_{nn}(x, y)$  для мод высших номеров. Ограничив рассмотрение только недиагональными значениями  $V_{nm}(x, y)$ ,  $n \neq m$ , удается обеспечить избыточность исходных данных для восстановления вертикальной зависимости в рассматриваемой постановке задачи. Причем, исходных данных оказывается больше, чем в адиабатическом случае.

Для восстановления зависимости функции рассеивателя от глубины в [93, 95] используются операторы  $\hat{V}_{nm}(x, y)$ , оцененные с помощью функционально-аналитического алгоритма [45]. Для фиксированной точки  $(x, y)$  в горизонтальной плоскости рассматривается следующая система уравнений относительно неизвестных коэффициентов  $\alpha_l$  разложения  $v(x, y, z) = \sum_{l=1}^L \alpha_l(x, y) \phi_l(z)$  восстанавливаемой функции рассеивателя по функциям Карунэна–Лозва:

$$\hat{V}_{nm} = \sum_{l=1}^L \alpha_l \int_0^H \Psi_{0n}(z) \phi_l(z) \Psi_{0m}(z) dz + [k_0^2 - k_{0n}^2] \delta_{nm}. \quad (19)$$

Решение системы (19) для каждой точки в плоскости  $(x, y)$ , позволяет оценить коэффициенты разложения  $\hat{\alpha}_l(x, y)$  искомой функции рассеивателя по выбранному базису К.-Л. и, в конечном счете, оценить трехмерную функцию рассеивателя  $\hat{v}(x, y, z)$ :  $\hat{v}(x, y, z) = \sum_{l=1}^L \hat{\alpha}_l(x, y) \phi_l(z)$ . Примеры результатов восстановления трехмерных распределений скорости звука в адиабатическом приближении, а также в случае учета взаимодействия мод, представлены на рис. 10, 11 соответственно. Как видно на рис. 10, 11 реализованная схема модовой томографии мелкого моря, основанная на многоканальном варианте функционально-аналитического алгоритма, обеспечивает решение обратной задачи по данным, учитывающим взаимодействие мод с приемлемым пространственным разрешением. Важно отметить, что по сравнению с адиабатическим случаем используется больший объем данных рассеяния за счет рассмотрения недиагональных элементов оператора рассеяния, что позволяет дополнительно увеличить обусловленность решаемой обратной задачи в тех случаях, когда неадиабатические эффекты в виде полей мод новых номеров могут быть зарегистрированы в эксперименте с требуемой точностью. Результаты, полученные в области исследования возможностей и ограничений функционально-

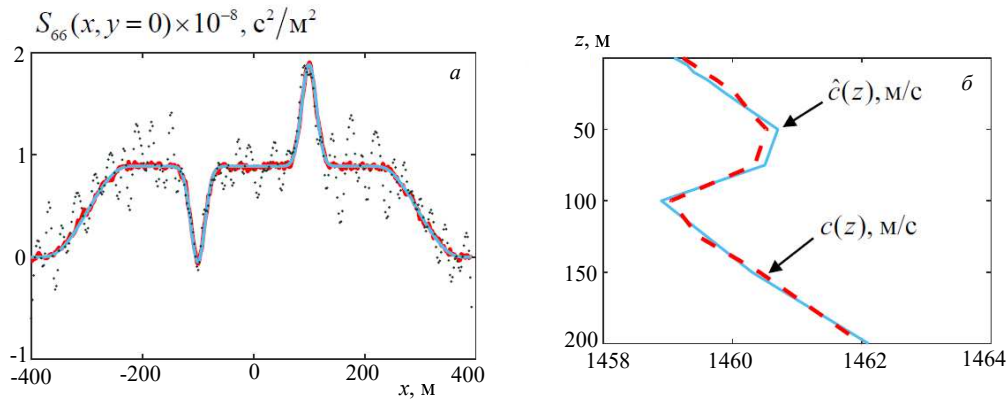


Рис. 10. Сечения исходного оператора рассеяния для шестой моды  $S_{66}(x, y = 0)$  (а, синяя линия) и результатов его восстановления при отсутствии взаимодействия мод, в монохроматическом (а, черные точки) и многочастотном (а, красные точки) режимах зондирования по зашумленным данным; истинный профиль скорости звука в центре неоднородности  $A(x = 0, y = 0, z)$  (б, синяя сплошная линия) и результат его восстановления  $\hat{A}$  (б, красный пунктир) по данным в виде  $S_{nm}$ , полученным для шести мод  $n = 1, \dots, 6$  [94]

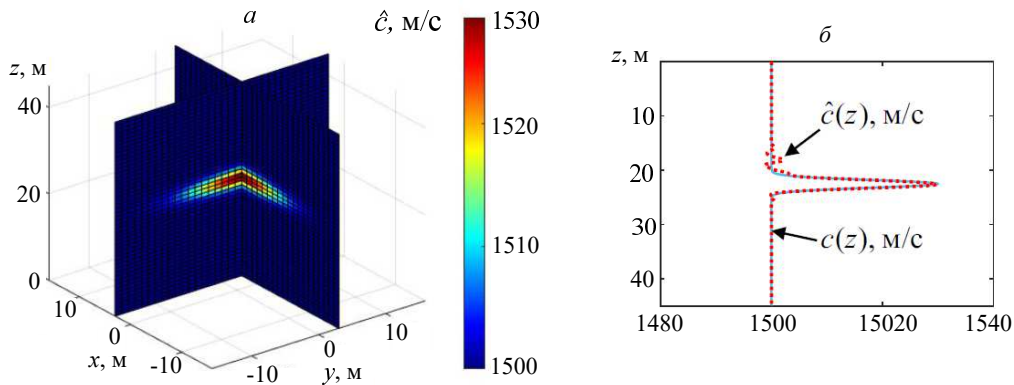


Рис. 11. Многочастотная оценка пространственного распределения скорости звука  $\hat{c}$ , восстановленная с учетом взаимодействия мод по зашумленным данным (а); истинный  $c(z)$  и восстановленный  $\hat{c}(z)$  профили в центре неоднородности (б) [60]

аналитических алгоритмов в задачах модовой акустической томографии [93–95] являются уникальными. Численное моделирование модовой неадиабатической томографии мелкого моря, основанной на многоканальном варианте функционально-аналитического алгоритма, выполнено в [94] впервые.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Акустическая томография является важным источником информации о процессах, протекающих в геофизических средах вида «литосфера–гидросфера–атмосфера». Например, при исследовании океана и глубинных структур Земли альтернатив акустической томографии не существует. Практическая реализация традиционных методов акустической томографии требует существенных материальных затрат и связана с серьезными техническими сложностями и алгоритмическими ограничениями. Тем не менее, в последнее время акустиче-

ская томография находит все более широкое применение. Это связано с появлением так называемых пассивных методов, использующих в качестве источника информации о томографируемой области естественные шумы. В этом случае нет необходимости в применении дорогостоящих низкочастотных излучателей, что существенно упрощает и удешевляет стоимость проведения томографического эксперимента. Приведенные в настоящем обзоре новые методы акустической томографии позволяют преодолеть ряд ключевых сложностей, присущих традиционным подходам, получить достаточно строгое функционально-аналитическое решение обратной задачи и, в то же время, дополнительно снизить технические требования на практическую реализацию и стоимость проведения натурного эксперимента. Разработанные методы и алгоритмы могут быть использованы для решения конкретных практических задач мониторинга шельфовых морей арктического региона по данным с сейсмоприемников, расположенных на поверхности льда, для



томографического восстановления пространственных распределений скорости звука и течений в глубоком океане при использовании вертикальных антенн, а также на шельфе по данным с одиночных гидрофонов. Следует отметить возможности применения двумерных функционально-аналитических алгоритмов при решении задач медицинской томографии в разрабатываемых в настоящее время прототипах маммографов [96]. Также представляет практический интерес привлечение разработанных векторно-фазовых методов для оценки параметров волновода по данным в виде пространственного убывания различных составляющих акустического поля [97], формируемых в том числе и воздушным источником [98]. Другим практически важным применением векторно-фазовых методов в пассивной томографии является возможность оценки и учета при обработке экспериментальных данных пространственной анизотропии шумового поля без привлечения многоэлементных систем, что особенно актуально в низкочастотной области, представляющей наибольший интерес для пассивного сейсмогидроакустического мониторинга с использованием одиночных станций. Представленные результаты формируют новое научное направление, связанное с решением задач маломодовой сейсмогидроакустической томографии неоднородных движущихся сред на основе функционально-аналитиче-

ских алгоритмов, достаточно строго учитывающих процессы многократных перерасеяний, а также взаимодействия мод. В этом случае удается получить безытерационное решение обратной задачи, не требующее привлечения дополнительных процедур регуляризации, обладающее при этом приемлемой помехоустойчивостью и высоким пространственным разрешением. Теоретические основы этого нового направления, а также первые результаты численных исследований были предложены в научной группе под руководством профессора кафедры акустики физического факультета МГУ профессора В.А. Булова. Экспериментальная апробация отдельных элементов разрабатываемых методов, а также их обобщение на случай сейсмической томографии проводилась в тесном сотрудничестве с научной группой профессора Л.Е. Собисевича из Института физики Земли РАН. Сформированный на физическом факультете МГУ теоретический и экспериментальный задел в настоящее время успешно используется для дальнейшего развития методов и аппаратных средств сейсмогидроакустического мониторинга неоднородных геофизических сред [95, 99], обеспечивая по ряду направлений мировой приоритет отечественных научных школ в этой области исследований.

Работа подготовлена при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-27-00271, <https://rscf.ru/project/23-27-00271/>

- [1] Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М., 2007.
- [2] Howe В.М., Miksis-Olds J., Rehm E. et al. // *Front. in Mar. Sc.* **6**. 426 (2019).
- [3] Гончаров В.В., Зайцев В.Ю., Куртенов В.М. и др. Акустическая томография океана. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997.
- [4] Munk W., Worcester P., Wunsch C. Ocean Acoustic Tomography. Cambridge, 1995.
- [5] Яновская Т.Б. Поверхностно-волновая томография в сейсмологических исследованиях. СПб., 2015.
- [6] Булов В.А., Румянцева О.Д. Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. 2: Обратные задачи акустического рассеяния. М., 2020.
- [7] Закиров М.Н., Куличков С.Н., Чуличков А.И. и др. // *Докл. РАН. Науки о Земле.* **511**, № 1. 98 (2006).
- [8] Зайцева Д.В., Каллистратова М.А., Люмокин В.С. и др. // *Изв. РАН. Физ. атм. и океана.* **59**, № 3. 275 (2023).
- [9] Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Шуруп А.С. // *Акуст. журн.* **67**, № 1. 72 (2021). (Sobisevich A.L., Presnov D.A., Shurup A.S. // *Acoust. Phys.* **67**. 62 (2021)).
- [10] Лавров Н.П., Богоявленский В.И., Богоявленский И.В. // *Арктика: экология и экономика.* **22**, № 2. 4 (2016).
- [11] Claustre H., Johnson K.S., Takeshita Y. // *An. Rev. of Mar. Sc.* **12**. 23 (2020).
- [12] Zilberman N.V., Roemmich D.H., Gilson J. // *Geophys. Res. Lett.* **47**, N 13. e2020GL088342 (2020).
- [13] Dushaw B.D. // *Tellus.* **74**, N 1. 33 (2022).
- [14] Worcester P.F., Dzieciuch M.A., Sagen H. // *Acoust. Today.* **16**, N 1. 55 (2020).
- [15] Worcester P.F., Dzieciuch M.A., Colosi J.A. et al. // *J. Acoust. Soc. Am.* **144**, N 3. 1665 (2018).
- [16] Лучинин А.Г., Хилько А.И. // *УФН.* **181**, № 11. 1222 (2011). (Luchinin A.G., Khil'ko A.I. // *Phys. Usp.* **54**. 1181 (2011)).
- [17] Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г. Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997.
- [18] Кравцов Ю.А., Петников В.Г. // *Изв. АН СССР, ФАО.* **22**, № 9. 992 (1986).
- [19] Shang E.C. // *J. Acoust. Soc. Am.* **85**, N 4. 1531 (1989).
- [20] Зайцев В.Ю., Нечаев А.Г., Островский Л.А. // *Акуст. журн.* **33**, № 6. 1124 (1987).
- [21] Новиков Б.К., Руденко О.В., Тимошенко В.И. Нелинейная гидроакустика. Л.: Судостроение, 1981.
- [22] Kaneko A., Zhu X.H., Lin J. Coastal acoustic tomography. Elsevier. 2020.
- [23] Godin O.A. // *Phys. Rev. Lett.* **97**, N 5. 054301 (2006).
- [24] Ragland J., Abadi S., Sabra K. // *J. Acoust. Soc. Am.* **151**, N 1. 194 (2022).
- [25] Булов В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. // *Акуст. журн.* **54**, № 1. 51 (2008). (Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S. // *Acoust. Phys.* **54**. 42 (2008)).
- [26] Булов В.А., Гринюк А.В., Кравченко В.Н. и др. // *Акуст. журн.* **60**, № 6. 611 (2014). (Burov V.A., Grinyuk A.V., Kravchenko V.N. et al. // *Acoust. Phys.* **60**. 647 (2014)).
- [27] Сергеев С.Н., Шуруп А.С., Годин О.А. и др. //

- Акуст. журн. **63**, № 1. 73 (2017). (Sergeev S.N., Shurup A.S., Godin O.A. et al. // *Acoust. Phys.* **63**. 76 (2017)).
- [28] Зверев В.А., Салин Б.М., Стромков А.А. // Акуст. журн. **51**, № 2. 221 (2005). (Zverev V.A., Salin B.M., Stromkov A.A. // *Acoust. Phys.* **51**. 175 (2005)).
- [29] Курьянов Б.Ф. // Докл. XI школы-семинара акад. Л.М. Бреховских «Акустика океана», совмещённой с XVII сессией Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2006. С. 179.
- [30] Медведева Е.В., Гончаренко Б.И., Шуруп А.С. // Изв. РАН. Сер. физ. **84**, № 2. 278 (2020). (Medvedeva E.V., Goncharenko B.I., Shurup A.S. // *Bull. of the RAS: Physics* **84**. 220 (2020)).
- [31] Гордиенко В.А., Ильичев В.И., Захаров Л.Н. Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Наука, 1989.
- [32] Глебова Г.М., Жбанков Г.А., Кузнецов Г.Н. // Акуст. журн. **70**, № 2. 206 (2024).
- [33] Pereselkov S., Kuz'kin V., Ehrhardt M. et al. // *J. Mar. Sci. Eng.* **12**, N 5. 704 (2024).
- [34] Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Груздев П.Д. и др. // Акуст. журн. **65**, № 5. 688 (2019). (Presnov D.A., Sobisevich A.L., Gruzdev P.D. et al. // *Acoust. Phys.* **65**. 593 (2019)).
- [35] Лазарев В.А., Малеханов А.И., Мерклин Л.Р. и др. // Акуст. журн. **58**, № 2. 227 (2012).
- [36] Wunsch C. // *Science*. **369**, N 6510. 1433 (2020).
- [37] Wu W., Zhan Z., Peng S. et al. // *Science*. **369**, N 6510. 1510 (2020).
- [38] Callies J., Wu W., Peng S., Zhan Z. // *G. Res. Let.* **50**, N 8. e2023GL102881 (2023).
- [39] Долгих Г.И., Долгих С.Г., Овчаренко В.В., Чупин В.А. // Гидросфера. Опасные процессы и явления. **5**, № 4. 365 (2023).
- [40] Леонов А.С., Лукьяненко Д.В., Ягола А.Г. // Мат. моделир. **36**, № 1. 41 (2024).
- [41] Novikov R.G. // *Phys. Let. A*. **238**, N 2–3. 73 (1998).
- [42] Буров В.А., Шуруп А.С., Зотов Д.И., Румянцева О.Д. // Акуст. журн. **59**, № 3. 391 (2013).
- [43] Шуруп А.С., Румянцева О.Д. // Акуст. журн. **63**, № 6. 700 (2017). (Shurup A.S., Rumyantseva O.D. // *Acoust. Phys.* **63**. 751 (2017)).
- [44] Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S., Rumyantseva O.D. // Proc. of 11th Eur. Conf. on Underwater Acoustics. Edinburgh. 317 (2012).
- [45] Novikov R.G., Santacesaria M. // *Int. Math. Res. Not.* N 6. 1205 (2013).
- [46] Novikov R.G. // Proc. Steklov Inst. Math. **225**, N 2. 285 (1999).
- [47] Voronovich A. G., Shang E. C. // *IEEE J. of Oceanic Eng.* **24**, N 2. 224 (1999).
- [48] Shang E.C., Voronovich A.G., Wang Y.Y. et al. // *J. Com. Acoust.* **8**, N. 3. 459 (2000).
- [49] Кравчун П.Н., Тонаканов О.С. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. **32**, № 3. 99 (1991).
- [50] Baykov S.V., Burov V.A., Sergeev S.N. // 3rd Europ. conf. on Underwater acoustics. 845 (1996).
- [51] Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. // Акуст. журн. **57**, № 3. 348 (2011). (Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S. // *Acoust. Phys.* **57**. 344 (2011)).
- [52] Петров П.С. Математическое моделирование горизонтальной рефракции звука в трехмерных волноводах мелкого моря. Дисс... на соискание уч. степени д.ф.-м.н. ТОИ ДВО РАН, 2020. 347 с.
- [53] Буров В.А., Сергеев С.Н., Шмелев А.А. // Акуст. журн. **53**, №3. 302 (2007). (Burov V.A., Sergeev S.N., Shmelev A.A. // *Acoust. Phys.* **53**. 257 (2007)).
- [54] Tolstoy A., Diachok O., Frazer L. // *J. Acoust. Soc. Am.* **89**. N 3. 1119 (1991).
- [55] Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. // Акуст. журн. **53**, № 6. 791 (2007). (Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S. // *Acoust. Phys.* **53**. 698 (2007)).
- [56] Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. // Акуст. журн. **55**, № 2. 232 (2009). (Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S. // *Acoust. Phys.* **55**. 240 (2009)).
- [57] Гончаренко Б.И., Дмитриев К.В., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. // Изв. РАН. Сер. Физ. **84**, № 6. 777 (2020).
- [58] Гончаров В.В., Шуруп А.С., Годин О.А. и др. // Акуст. журн. **62**, № 4. 431 (2016). (Goncharov V.V., Shurup A.S., Godin O.A. et al. // *Acoust. Phys.* **62**. 436 (2016)).
- [59] Сабиров И.Р., Шуруп А.С. // Изв. РАН. Сер. физ. **84**, № 1. 106 (2020). (Sabirov I.R., Shurup A.S. // *Bull. of the RAS: Physics*. **84**. 87 (2020)).
- [60] Roux P., Sabra K.G., Kuperman W.A. // *J. Acoust. Soc. Am.* **117**, N 1. 79 (2005).
- [61] Zabotin N.A., Godin O.A. // *Acta Acust. united with Acustica*. **97**, N 1. 44 (2011).
- [62] Гринюк А.В., Кравченко В.Н., Муханов П.Ю. и др. // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. № 5. 1750113 (2017).
- [63] Шуруп А.С. Модовая томография неоднородных сред с приложениями к гидро- и сейсмоакустике. Диссертация на соискание уч. степени д.ф.-м.н. МГУ имени М.В. Ломоносова, 2023. 328 с.
- [64] Bonnel J., Gervaise C., Nicolas V., Mars J.I. // *J. Ac. Soc. Am.* **131**, N 1. 119 (2012).
- [65] Медведева Е.В., Гончаренко Б.И., Шуруп А.С. // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. № 4. 1940101 (2019).
- [66] Медведева Е.В., Гончаренко Б.И., Шуруп А.С. // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. № 1. 2010105 (2020).
- [67] Преснов Д.А., Жостков Р.А., Собисевич А.Л., Шуруп А.С. // Изв. РАН. Сер. физ. **8**, № 1. 76 (2017). (Presnov D.A., Zhostkov R.A., Shurup A.S., Sobisevich A.L. // *Bull. of the RAS: Physics*. **81**. 68 (2017)).
- [68] Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Собисевич Л.Е., Шуруп А.С. // ДАН. **479**, № 1. 80 (2018). (Sobisevich A.L., Presnov D.A., Sobisevich L.E., Shurup A.S. // *Doklady Earth Sciences*. **479**. 355 (2018)).
- [69] Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Шуруп А.С. // Изв. РАН. Сер. физ. **84**, № 6. 815 (2020). (Presnov D.A., Sobisevich A.L., Shurup A.S. // *Bull. of RAS: Physics*. **84**. 669 (2020)).
- [70] Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Агафонов В.М., Собисевич Л.Е. // Наука и техно разработки. **97**, № 1. 25 (2018).
- [71] Преснов Д.А., Жостков Р.А., Гусев В.А., Шуруп А.С. // Акуст. журн. **60**, № 4. 426 (2014). (Presnov D.A., Zhostkov R.A., Gusev V.A., Shurup A.S. // *Acoust. Phys.* **60**. 455 (2014)).
- [72] Presnov D.A., Sobisevich A.L., Shurup A.S. // *Phys. of Wave Phen.* **24**, N 3. 249 (2016).
- [73] Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S., Scherbina A.V. // *Phys. of Wave Phen.* **21**, N 2. 152 (2013).
- [74] Горюнов А.А., Сасковец А.В. Обратные задачи рассеяния в акустике. М.: Изд-во МГУ, 1989.
- [75] Тихотский С.А., Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Шуруп А.С. // Акуст. журн. **67**, № 1. 107 (2021). (Tikhotskii S.A., Presnov D.A., Sobisevich A.L.,

- Shurup A.S.* // *Acoust. Phys.* **67**. 91 (2021)).
- [76] *Laske G., Collins J.A., Wolfe C.J.* et al. // *EOS Trans. AGU.* **90**, N 41. 362 (2009).
- [77] *Bensen G.D., Ritzwoller M.H., Varmin M.P.* et al. // *Geophys. J. Int.* **169**. 1239 (2007).
- [78] *Клаербоут Д.Ф.* Сейсмическое изображение земных недр. М.: Недра, 1989.
- [79] *Новиков Р.Г.* // *Функ. анализ и его прил.* **20**, № 3. 90 (1986).
- [80] *Гриневич П.Г., Манаков С.В.* // *Функ. анализ и его прил.* **20**, № 2. 14 (1986).
- [81] *Novikov R.G.* // *J. Func. Anal.* **103**, N 2. 409 (1992).
- [82] *Novikov R.G.* // *Int. Math. Res. Pap.* N 6. 287 (2005).
- [83] *Новиков Р.Г., Хенкин Г.М.* // *Успехи мат. наук.* **42**, № 3. 93 (1987).
- [84] *Новиков Р.Г.* // *Функ. анализ и его прил.* **22**, № 4. 11 (1988).
- [85] *Алексеенко Н.В., Буров В.А., Румянцева О.Д.* // *Акуст. журн.* **54**, № 3. 469 (2008). (*Alekseenko N.V., Burov V.A., Rumyantseva O.D.* // *Acoust. Phys.* **54**. 407 (2008)).
- [86] *Буров В.А., Алексеенко Н.В., Румянцева О.Д.* // *Акуст. журн.* **55**, № 6. 784 (2009). (*Burov V.A., Alekseenko N.V., Rumyantseva O.D.* // *Acoust. Phys.* **55**. 843 (2009)).
- [87] *Румянцева О.Д., Шуруп А.С.* // *Акуст. журн.* **63**, № 1. 94 (2017). (*Rumyantseva O.D., Shurup A.S.* // *Acoust. Phys.* **63**. 95 (2017)).
- [88] *Agaltsov A.D.* // *Eur. J. Math. Comp. Appl.* **4**, N 1. 4 (2016).
- [89] *Agaltsov A.D., Novikov R.G.* // *J. Math. Phys.* **55**, N 10. 103502 (2014).
- [90] *Rychagov M.N., Ermert H.* // *J. Acoust. Soc. Am.* **99**, N 5. 3029 (1996).
- [91] *Буров В.А., Грачева Т.В., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* // *Акуст. журн.* **54**, №2. 291 (2008). (*Burov V.A., Gracheva T.V., Sergeev S.N., Shurup A.S.* // *Acoust. Phys.* **54**. 246 (2008)).
- [92] *Agaltsov A.D.* // *Bul. des Sciences Maths.* **139**, N 8. 937 (2015).
- [93] *Красулин О.С., Шуруп А.С.* // *Изв. РАН. Сер. физ.* **84**, № 2. 289 (2020).
- [94] *Красулин О.С., Шуруп А.С.* // *Акуст. океана. Докл. XVI школы-семинара им. акад. Л.М. Бреховских, совмещенной с XXXI сессией Российского Акустического Общества. М.: ГЕОС. 2018. 213.*
- [95] *Zorin S.S., Shurup A.S.* // *Acoust. Phys.* **69**, N 5. 616 (2023).
- [96] *Zotov D., Dmitriev K., Rumyantseva O.* // *J. Acoust. Soc. Am.* **148**, N 4. 2485 (2020).
- [97] *Иванов М.А., Муханов П.Ю., Шуруп А.С.* // *Изв. РАН. Сер. Физ.* **88**. № 1. 103 (2024). (*Ivanov M.A., Mukhanov P.Yu., Shurup A.S.* // *Bull. of RAS: Physics.* **88**. 103 (2024)).
- [98] *Гончаренко Б.И., Павловский А.А., Шуруп А.С.* // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* № 5. 84 (2022). (*Goncharenko B.I., Pavlovskiy A.A., Shurup A.S.* // *Moscow Univ. Phys. Bull.* **77**. 762 (2022)).
- [99] *Sobisevich A., Presnov D., Shurup A.* // *J. Mar. Sci. Eng.* **12**, N 7. 1060 (2024).

## Acoustic Tomography of Natural Media

A.S. Shurup

<sup>1</sup>*Department of Acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*  
E-mail: [shurup@physics.msu.ru](mailto:shurup@physics.msu.ru)

The review of the most important results obtained recently at the Physics Faculty of MSU in the field of acoustic tomography of natural media with regard to the specifics of hydro- and seismoacoustic applications is presented. The most urgent problems encountered in this area of research are highlighted and approaches to their solution are proposed. New methods for solving the problems of seismoacoustic tomography of a layered geophysical environment of “lithosphere-hydrosphere-ice cover” type have been theoretically developed and experimentally tested by using information about vector-phase structure of acoustic field. Capabilities and limitations of active and passive tomographic methods utilizing data from single receivers recording natural noise over a wide frequency range are described. New approaches to the solution of mode tomography problem for inhomogeneous moving ocean based on functional-analytical methods for solving inverse scattering problems are proposed and numerically investigated. The presented results make it possible to simplify technical difficulties and reduce the cost of tomographic experiment, which opens up the possibility of widespread application of acoustic tomography methods both in research activities and for solving purely applied problems.

PACS: 43.30.+m, 43.60.Vx, 91.30.-f

*Keywords:* acoustic tomography, inhomogeneous moving ocean, vector-phase methods, noise interferometry, layered geophysical medium.

*Received 26 August 2024.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin.* 2024. **79**, No. 5. Pp. .

### Сведения об авторе

Шуруп Андрей Сергеевич — доктор физ.-мат. наук, доцент; e-mail: [shurup@physics.msu.ru](mailto:shurup@physics.msu.ru).