

## Вихри в пограничных слоях тормозящихся потоков воды и воздуха

О.Н. Мельникова<sup>1,\*</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра физики моря и вод суши  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 02.05.2024; после доработки 05.07.2024; подписана в печать 08.07.2024)

Приведен обзор экспериментальных исследований пограничного слоя потоков воды и воздуха, скорость которых убывает вдоль по течению. Экспериментально установлено, что обратный градиент давления в потоках воды и воздуха приводит к периодическому торможению пограничного слоя плоскопараллельного течения. В процессе торможения деформируется вертикальный профиль скорости: появляется локальный минимум, расположенный между двумя точками перегиба выше вязкого слоя. Показано, что в тонком слое, содержащем верхнюю точку перегиба, плоскопараллельное течение неустойчиво, что подтверждено в эксперименте — в этом слое зафиксировано формирование цилиндрического вихря, при критическом значении обратного градиента давления в конце цикла торможения. Получены параметры цепочки вихрей, исследована деформация вихрей в потоке со сдвигом скорости, воздействие вихрей на подстилающую поверхность. Получены физические механизмы формирования гряд на размываемой поверхности потоком воды и генерации ветровых волн на первоначально плоской поверхности воды, формирования стены воды и грунта в потоках при прорыве плотины.

PACS: 47.35.Bb, 92.10.Nm УДК: 534.141.4, 532.5.032

Ключевые слова: генерация цилиндрических вихрей, массовые вихри в потоке со сдвигом скорости, вязкий слой потока жидкости, устойчивость плоскопараллельного течения.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.79.2460901](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.79.2460901)УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ  
В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ  
ЗАМЕДЛЯЮЩЕГОСЯ ПОТОКА  
ЖИДКОСТИ

Проблема устойчивости течений в пограничном слое потока воды и воздуха у границы раздела важна для многих технических и геофизических задач, таких как теория крыла, исследование гидродинамических течений, переноса наносов и примесей, деформации дна рек и каналов, возбуждение ветровых волн ламинарным потоком воздуха на первоначально плоской поверхности воды. В тонком слое потока, прилегающем к границе, вязкость доминирует. Выше вязкого слоя существует область, где вязкость еще сильно влияет на течение, образуя пограничный слой. Хотя двухслойная модель немного упрощена, этот подход является практическим способом моделирования. Течение жидкости удовлетворяет уравнению Навье–Стокса, включающему влияние вязкой диффузии и градиента давления. Для несжимаемой жидкости вблизи твердой границы можно записать:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{u}, \quad \nabla \mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{u}|_S = 0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{u}$  — скорость течения,  $\rho$ ,  $\nu$  — плотность и кинематическая вязкость жидкости,  $p$  — давление,  $t$  —

время,  $S$  — поверхность раздела. Если обратный градиент давления отсутствует, а течение стационарно, то на основе большого ряда экспериментальных данных и соображений размерности для внешней части пограничного слоя получен вертикальный профиль скорости  $u(y)$ , называемый «универсальным законом стенки» [1] (или «логарифмическим пограничным слоем»):

$$u = u_* \left( \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_*}{\nu} + C \right), \quad u_* = \sqrt{\nu \frac{\partial u}{\partial y}}, \quad (2)$$

где  $\kappa$ ,  $C$  — постоянные. Эксперименты показали, что в потоках с обратным градиентом давления (скорость уменьшается вдоль по течению) стационарное решение (2) не работает. В [1] Прандтль впервые предположил, что под действием положительного градиента давления и силы трения жидкость в слое у стенки тормозится вплоть до полной остановки, что должно приводить к потере устойчивости ламинарного течения. Потерю устойчивости ламинарного течения в пограничных слоях потоков с обратным градиентом давления обнаружили в многочисленных экспериментальных и натуральных исследованиях, например [2–5]). Математическое моделирование таких нестационарных пограничных течений является сложной задачей, которую пока решить не удалось. Одним из направлений решения проблемы стали попытки представить решение нестационарной задачи в виде вертикальных профилей, усредненных значений скорости. Предполагается, что эти профили должны

\* E-mail: [olamel@yandex.ru](mailto:olamel@yandex.ru)

быть подобными выражению (2). Профили скорости, полученные в зонах замедления стационарного течения методами прямого численного моделирования, имеют однородный по вертикали участок в тонком слое у дна канала вместо линейного распределения по вертикали, зафиксированного в экспериментальных и натуральных условиях [2–5]. Для потоков жидкости у твердой стенки полагается, что у самого дна, возникает точка перегиба на вертикальном профиле усредненной скорости, обеспечивая неустойчивость ламинарного течения. Однако предполагаемая форма профиля с точкой перегиба не гарантирует потерю устойчивости ламинарного течения к малым возмущениям [6]. Причина неудач такого подхода заключается в том, что устойчивость плоскопараллельного течения анализируется по форме вертикального профиля усредненной по времени скорости течения. В [7] экспериментально показано, что в прямом канале в пограничном слое потока с обратным градиентом давления имеет место нестационарный циклический процесс торможения жидкости, а каждый цикл торможения заканчивается формированием цепочки цилиндрических вихрей с горизонтальной осью, направленной в поперечном направлении. В [8] экспериментально зафиксирована периодическая генерация возмущений у стенки в потоке с положительным градиентом давления в расширяющейся трубе. Периодическая потеря устойчивости ламинарного движения может быть связана с периодической деформацией мгновенного вертикального профиля скорости в процессе торможения жидкости. В [9] сделано предположение, что в процессе периодического торможения жидкости существует критическая фаза, в которой на вертикальном профиле скорости формируется особенность, обеспечивающая потерю устойчивости ламинарного движения. Для проверки предположения требовалось получить вертикальные профили скорости для каждой фазы торможения. В [9] экспериментально были получены такие профили. Мгновенные значения скорости течения на данном горизонте усреднялись для одной и той же фазы процесса торможения течения по 10 циклам торможения.

Эксперименты проводились в прямом канале с гладкими прозрачными стенками из оргстекла длиной 3.5 м, шириной 15 см, с регулируемым наклоном дна. Толщина слоя воды составляла  $2.1 < h < 3.1$  см. Максимальная (в сечении) средняя скорость потоков в серии экспериментов составляла  $15 < U_{max} < 40$  см/с, число Рейнольдса  $Re = \frac{U_{max} h}{\nu}$  заключено в диапазоне  $(4.5-12) \times 10^4$ , среднее значение  $\frac{\partial u}{\partial x}$  не превышало по модулю  $0.1 \text{ с}^{-1}$ . Для исследования поля скорости использовалась видеозапись перемещения частиц с плотностью  $\rho = 1.05 \text{ г/см}^3$  и средним диаметром 0.2 мм. Размер частиц позволял разрешать скорость течения в вязком слое потока толщиной порядка 2 мм. Были исследованы равномерные потоки с нулевой составляющей градиента давления в направлении движения  $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$  и потоки с обратным градиентом давления  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ .

Скорость потока определялась по смещению частиц от кадра к кадру. Для исследования поля скорости основного плоскопараллельного течения учитывалось перемещение только тех частиц, которые имели горизонтальные траектории, направленные вдоль оси канала. Такой выбор частиц исключал учет возмущений, вносимых вихрями в плоскопараллельное течение основного потока [7, 10]. Среднее значение скорости для координаты  $x, y, z$  определялось по нескольким частицам, имеющим близкие траектории для заданной фазы торможения течения.

В [11] получены вертикальные профили средней скорости в равномерных и замедляющихся потоках у твердой стенки. Показано, что оба типа течения имеют у дна вязкий слой с линейной зависимостью средней скорости течения от вертикальной координаты  $u(y)$ . Толщина вязкого слоя определяется точкой пересечения двух линий тренда: для вязкого слоя — это линейная функция  $u(y)$ , а для внешней части пограничного слоя — экспонента. Толщина слоя с линейным профилем скорости и скорость на верхней границе этого слоя максимальны в равномерных потоках и уменьшаются в замедляющемся потоке. Эксперименты показали, что форма профиля усредненной по времени скорости замедляющегося потока выше вязкого слоя подобна профилю (2) и не имеет точек перегиба. Такая форма профиля соответствует устойчивому основному течению [12]. Тем не менее в экспериментах был зафиксирован периодический вылет вихрей в потоках с обратным градиентом давления, как и в работах [7, 8]. Для объяснения неустойчивости плоскопараллельного течения замедляющегося потока было исследовано изменение формы вертикального профиля скорости в различных фазах процесса торможения [13].

## 1. ПРОФИЛИ СКОРОСТИ ТЕЧЕНИЯ В РАЗЛИЧНЫХ ФАЗАХ ПРОЦЕССА ТОРМОЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Экспериментальные данные показали, что процесс торможения течения в потоке с обратным градиентом давления происходит периодически, каждый цикл завершается формированием вихря в придонном слое.

На рис. 1, а приведены вертикальные профили скорости, соответствующие начальной и конечной фазе торможения. Нормировка дана на максимальную скорость потока на свободной поверхности и толщину слоя воды. На профиле, полученном в начальной фазе торможения, экспериментальные данные хорошо следуют экспоненциальной зависимости  $y(u)$  выше вязкого слоя и линейной функции в вязком слое у дна канала. В конечной фазе торможения в слое  $0.04 < \frac{y}{h} < 0.23$  на профиле появилась особенность в виде локального минимума с двумя точками перегиба на координатах  $y \approx 0.08h$  и  $0.16 h$ . На врезке приведен кадр видеозаписи,

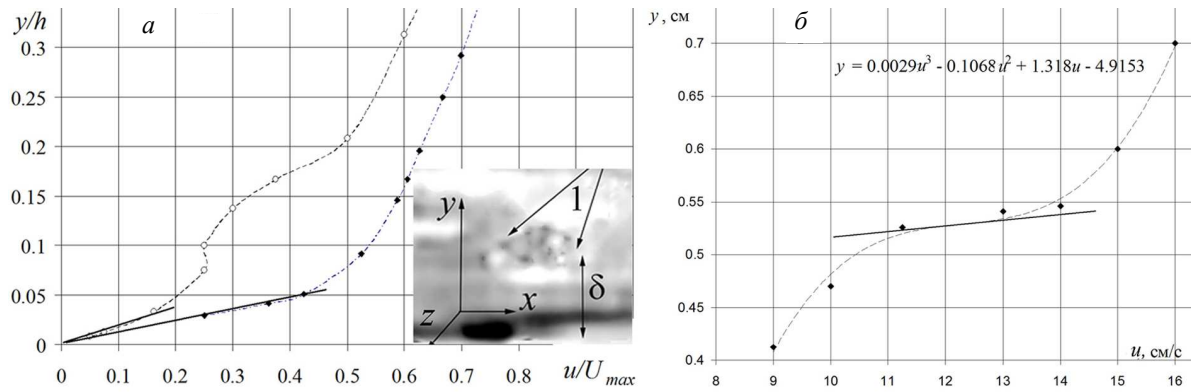


Рис. 1. *a* — Вертикальные профили скорости течения в замедляющемся потоке в начальной (штрихпунктирная линия аппроксимации) и конечной фазе торможения (штриховая линия): 1 — вихрь, маркеры — экспериментальные данные; сплошные линии — профиль скорости в вязком слое; *b* — часть профиля с верхней точкой перегиба и касательной (сплошная линия)

на котором зафиксировано формирование вихря в слое, лежащем выше вязкого слоя. Визуализация получена белыми частицами нейтральной плавучести, захваченными вихрем в процессе формирования. Формирование вихря свидетельствует о потере устойчивости ламинарного движения в верхней части слоя. Если разбить этот слой на два подслоя, содержащих по одной точке перегиба, — нижний  $0.04 < \frac{y}{h} < 0.14$  и верхний  $0.14 < \frac{y}{h} < 0.23$  — то можно оценить устойчивость ламинарного течения в каждом подслое по форме вертикального профиля скорости течения [6]. В соответствии с данными, приведенными на рис. 1, скорость течения монотонно увеличивается по  $y$  в слое  $(0, h)$ , а первая производная функции  $u_y(y)$  имеет минимум в нижней точке перегиба и максимум в верхней точке перегиба (рис. 1, *b*). Для таких течений получен ряд теорем, позволяющих оценить устойчивость ламинарного движения по форме профиля скорости [6]. Для подслоя с нижней точкой перегиба выполняются условия теоремы Фьортофта [14], гарантирующей устойчивость ламинарного движения к малым возмущениям в том случае, если в точке перегиба на профиле скорости первая производная скорости по вертикальной координате имеет минимум [6]. Для подслоя, содержащего верхнюю точку перегиба, выполнены условия теоремы Розенблюта–Симона [15]. Эта теорема дает необходимое и достаточное условие устойчивости плоскопараллельного течения в том случае, если первая производная скорости по вертикальной координате имеет максимальное значение, а следующее выражение имеет отрицательный знак:

$$-\frac{dy}{dU} \cdot \frac{1}{U - U_d} \Big|_{U(a)}^{U(b)} + \int_{U(a)}^{U(b)} \frac{d^2y}{dU^2} \cdot \frac{dU}{U - U_d} < 0. \quad (3)$$

где  $U$  — скорость плоскопараллельного течения,  $U_d$  — скорость течения в точке перегиба,  $U(a, b)$  — скорость течения на нижней и верхней границах подслоя. Если знак выражения (3) больше нуля, то течение неустойчиво. Для проверки устойчивости

течения в фазе максимального торможения были использованы данные, полученные в потоке глубиной  $h = 3$  см и скоростью течения на свободной поверхности  $U_{max} = 30$  см/с. Зависимость  $y(U)$  в верхнем подслое была аппроксимирована полиномом, представленном на рис. 1, *b* штриховой линией:

$$y = 0.0004U^4 - 0.0148U^3 + 0.2197U^2 - 1.3228U + 2.9737 \quad (4)$$

Основные параметры, входящие в выражение (3), составляют  $U(a) = 9$ ,  $U(b) = 16$ ,  $U_d = 12.9$  см/с, координаты  $a = 0.41$ ,  $b = 0.7$  см, точки перегиба  $y = 0.54$  см. Расчет показал, что выражение (3) имеет положительный знак в верхнем подслое, следовательно, течение неустойчиво [6]. Однако надо учесть, что приведенные критерии устойчивости получены для профилей с одной точкой перегиба. Тем не менее полученный вывод подтверждает эксперимент — кадр на врезке рис. 1, *a*. На кадре видно, что вихрь сворачивается выше вязкого слоя, толщина которого обозначена символом  $\delta$ . Похожие экспериментальные данные получены в работе [16]. Это позволяет заключить, что формирование вихря происходит в подслое, содержащем верхнюю точку перегиба и лежащем выше вязкого слоя. В этом слое в эксперименте фиксируется формирование цилиндрических вихрей, что подтверждает заключение о потере устойчивости плоскопараллельного течения.

## 2. СВЯЗЬ ПАРАМЕТРОВ ЦЕПОЧКИ ВИХРЕЙ С ПАРАМЕТРАМИ ТЕЧЕНИЯ. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРАНДТЛЯ

Численные исследования устойчивости движения пограничного слоя стационарного потока жидкости, натекающего на пластину, были проведены в работах [17–19]. В этих работах впервые учтено торможение пограничного слоя вдоль по течению, были обнаружены устойчивые возмущения, представляющие собой цилиндрические вих-

ри с горизонтальной осью перпендикулярной направлению потока. В экспериментальных исследованиях [20, 21] показано, что вихри формируются на одинаковом расстоянии друг от друга, зависящем сложным образом от параметров фонового потока и подстилающей поверхности. Период отрыва вихрей обратно пропорционален продольному градиенту скорости фонового потока. В [22] впервые получены выражения, связывающие период вылета и расстояние между вихрями с параметрами фонового течения. Для того чтобы получить хотя бы грубые оценки параметров цепочки, была использована качественная физическая модель Прандтля [1], предложенная им для объяснения сворачивания вихрей в тормозящемся пограничном слое. Приведем небольшую цитату из [1]: «Если скорость течения уменьшается в направлении течения, то при достаточной степени замедления начинается возвратное движение пограничного слоя, которое приводит к отрыву внешнего потока от поверхности тела и образованию вихрей. При недостаточно сильном замедлении внешнего потока возвратное движение пограничного слоя может и не возникнуть. Такая связь между изменением скорости течения и образованием вихрей имеет место не только при обтекании тел, но и при течении в каналах, трубах и т.д.»

Данные серии 20 экспериментов, приведены в [22] при условии на скорость течения  $U < 23.1$  см/с. Ограничение обусловлено тем, что при большей скорости на поверхности тормозящегося потока жидкости возникают стационарные волны, существенно меняющие поле скорости течения. Глубина слоя воды не превышала  $H < 10$  см, продольный градиент скорости  $-U_x > 1.5$  с<sup>-1</sup>. Обнаружено, что вихрь сворачивается сразу после остановки жидкости в придонном слое. В этом случае время торможения жидкости точно совпадает с периодом формирования вихрей  $T$ . Рассмотрена задача о смещении единичного объема жидкости, имеющего начальную скорость, полученную при вылете вихря под действием обратного градиента давления и силы трения. Решение модельной задачи и статистический анализ полученных экспериментальных данных позволил предложить следующую зависимость скорости единичного объема жидкости у дна, получившего скорость  $U_0$  после вылета вихря, от времени  $t$ :

$$U = U_0 - \sqrt{\frac{k}{\alpha}} \operatorname{tg}(kat). \quad (5)$$

Формула (5) справедлива в интервале времени  $0 < t < T$ . Здесь  $\alpha = \frac{C}{h}$ ,  $h$  — высота слоя с линейным профилем скорости,  $C$  — коэффициент трения скольжения у подстилающей поверхности,  $k$  — продольный градиент скорости, считающийся постоянным и определяющийся на верхней границе слоя  $h$ :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -U_h \frac{\partial U_h}{\partial X} = k = \operatorname{const}. \quad (6)$$

где  $U_h$  — скорость потока на верхней границе слоя

$h$ . Из уравнений (5), (6) получено выражение для времени, за которое скорость единичного объема жидкости уменьшается от начального значения до нуля,

$$T = \frac{1}{\sqrt{k\alpha}} \operatorname{arctg} \frac{U_0}{\sqrt{k/\alpha}}, \quad (7)$$

и расстояние, которое проходит объем от начала торможения жидкости вдоль по потоку до остановки

$$S = U_0 T - \frac{1}{2\alpha} \ln \left( 1 + \frac{U_0^2}{k/\alpha} \right). \quad (8)$$

Сравнение результатов расчетов по (7), (8) с данными большой серии экспериментов показало хорошее согласие полумпирической модели с данными непосредственных измерений.

### 3. ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВИХРЯ В СЛОЕ ЖИДКОСТИ СО СДВИГОМ СКОРОСТИ

Аналитическое решение задачи дано в работе [23]. Рассматриваются возмущения, вносимые вихрем в потенциальное фоновое течение с вертикальным сдвигом скорости. Задача нестационарная. С помощью интеграла Коши–Лагранжа определяется давление на контуре вихря. Интеграл по контуру позволяет найти силу, действующую на вихрь. Возмущение фонового потока считается потенциальным. Это позволяет для возмущения скорости ввести комплексный потенциал:

$$w = \frac{U_c(t) - \zeta}{z - \zeta} a^2 + i \frac{\chi a^4}{4(z - \zeta)^2} - \frac{\gamma}{1\pi i} \ln(z - \zeta), \quad (9)$$

где  $a$  — радиус цилиндра,  $\zeta$  — координата центра цилиндра,  $U_c(t) = U_0(t) + \chi\eta(t)$  — скорость невозмущенного фонового потока, приходящаяся на центр цилиндра,  $U_0$  — начальная скорость потока,  $\chi$  — вертикальный градиент скорости в зоне формирования вихря,  $\gamma$  — циркуляция скорости вокруг цилиндра. Величина  $\gamma$  не может быть определена из какой-либо теории и является свободным параметром задачи. В некоторых работах (например, [24]) вместо циркуляции  $\gamma$  используется другая характеристика  $\omega = \frac{\gamma}{2\pi a^2}$ , трактуемая авторами как угловая скорость вращения твердотельного цилиндра, которую, в принципе, можно измерить в лабораторном эксперименте. Таким образом, комплексный потенциал полностью определяется, что дает возможность найти как возмущение основного течения, так и полную скорость потока. Получены уравнения свободного движения цилиндрического вихря в потоке со сдвигом скорости  $\chi = \operatorname{const}$ . Для горизонтальной и вертикальной компоненты ускорения цилиндра имеем:

$$\ddot{\xi} = U_0 + (\chi - \omega) \dot{\eta}, \quad \ddot{\eta} = (\chi - \omega) (U_0 + \chi\eta - \dot{\xi}). \quad (10)$$



В [24] показано, что решение системы (10) с начальными условиями:

$$\dot{\eta}(0) = \dot{\xi}(0) = 0; \quad \eta(0) = \xi(0) = 0 \quad (11)$$

(при  $\omega < 0, \dot{U}_0 = 0$ ) определяет движение вихрей по циклоиде. При известных значениях скорости потока у дна  $U_0$  и  $\chi = \text{const}$  максимальная высота подъема цилиндра определяется выражением

$$\eta_{\max} = -\frac{2U_0}{\omega}. \quad (12)$$

В [25] получено решение задачи перемещения вихря в потоке с вертикальным и горизонтальным сдвигами скорости. Показано, что траектория вихрей существенно меняется в потоках с продольным сдвигом скорости.

#### 4. ФОРМА И ДЕФОРМАЦИЯ ВИХРЕЙ

Вихри, формирующиеся в пограничном слое течений, играют большую роль в гидродинамике течений в геосредах, биологических объектах, химических и технических устройствах. Процессы вихреобразования в придонном слое турбулентного течения играют важную роль в поддержании турбулентного режима природных течений, интенсифицируют обмен между пристеночным слоем и ядром потока, обуславливают сопротивление обтекаемых тел. В настоящее время эти процессы в потоке изучены далеко недостаточно. Многочисленные эксперименты показали, что в полностью развитом турбулентном потоке происходит генерация цепочек подковообразных вихрей, размер которых имеет порядок толщины пограничного слоя [26–29]. Толщина пограничного слоя определяется размером донной шероховатости, структурой поля скорости и вязкостью жидкости. Для выяснения механизма генерации таких вихрей в ряде вычислительных работ исследовалась устойчивость сдвиговых течений к возмущениям различной формы [30–33]. Использовался самый перспективный и содержащий наименьшее число допущений — метод прямого численного моделирования, основанный на численном решении нестационарных уравнений Навье–Стокса или Эйлера с последующим осреднением по времени, пространству или ансамблю. Показано, что параметры вихрей определяются параметрами начальных возмущений, вносимых в поток, и их нелинейным взаимодействием. В работе [30] начальное вносимое возмущение имеет форму цилиндрического вихря с осью параллельной поперечной горизонтальной оси, а диаметр близок к толщине вязкого слоя  $\delta$ . В [34] рассматриваются подковообразные вихри с концами, опущенными на подстилающую поверхность. Предложен механизм их возбуждения наклонными кольцевыми вихрями, которые, в свою очередь, формируются искусственно добавленными нисходящими потоками (sweeper-структуры). Однако такие потоки не обнаруживаются в экспериментах [35]. В численных решениях задачи до сих

пор не найден механизм генерации первичных возмущений, не определена их форма. Остается нерешенным вопрос и о связи возникающих структур с параметрами фонового потока [36]. С другой стороны, в [7, 22] экспериментально установлена периодическая генерация цепочки цилиндрических вихрей таких как вихри, которые вносились в поток в качестве начальных возмущений в работе [30].

В [7] было показано, что при выполнении условий экспериментов ( $u > 7$  см/с, прямой канал, гладкое дно) в потоках с однородным профилем скорости вдоль поперечной координаты возникают длинные цилиндрические вихри, вытянутые вдоль поперечной оси между вертикальными стенками (рис. 2, вихрь 1).

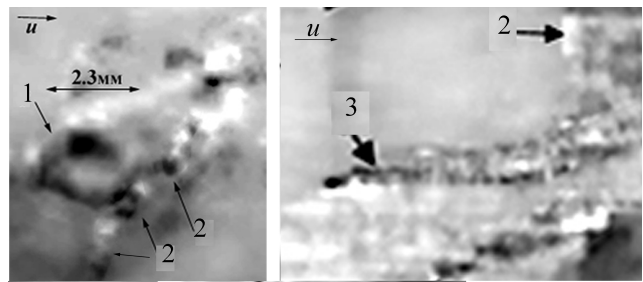


Рис. 2. 1 — Основной цилиндрический вихрь в максимальной точке подъема, 2 — вертикальная часть конца вихря, 3 — горизонтальная часть конца вихря на поверхности раздела, диаметр вихря резко уменьшается к торцу

Цилиндрический вихрь (рис. 2, вихрь 1) поднимается вверх под действием модифицированной силы Жуковского, а концы вихревой нити остаются у дна, причем диаметр вихрей быстро убывает к торцу (рис. 2, вихри 2). Влияние наклонных концов вихря на перемещение основного цилиндра в [36] исследовано не было. Если поле скорости потока жидкости меняется вдоль поперечной координаты, то вместо длинных вихрей, вытянутых от стенки до стенки, будут формироваться короткие вихри вдали от вертикальных стенок. Центральная часть вихря будет смещаться вдоль циклоидальной траектории, а концы вихрей остаются на дне канала: в результате образуется изогнутая нить, напоминающая подкову, как и предсказывалось в [29, 30].

Для исследования деформации коротких цилиндрических вихрей в работах [37, 38] был проведен ряд экспериментов в потоке жидкости с неоднородным поперечным профилем скорости. Эксперименты показали, что после формирования у дна канала центральная цилиндрическая часть вихрей перемещается по циклоидальной траектории, а концы вихрей остаются на дне канала, смещаясь по поперечной оси  $z$  навстречу друг другу. На рис. 3, а приведено изображение короткого цилиндрического вихря в верхней точке циклоидальной траектории.

Запись сделана в канале с гладким дном. Длина горизонтальной цилиндрической части вихря  $L$  сопоставима с длиной концов, спускающихся к под-

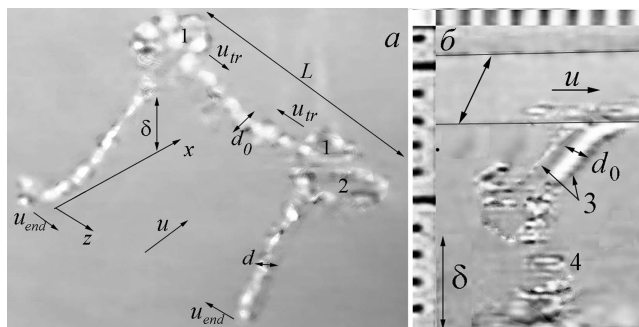


Рис. 3. *a* — короткий цилиндрический вихрь,  $u$ ,  $u_{tr}$  и  $u_{end}$  — скорости фонового потока, вертикального изгиба и торца вихря, 1, 2 — вертикальные и горизонтальные изгибы вихря, *b* — формирование кольцевого вихря, 3 — основной цилиндр, 4 — мелкие торы в зоне бифуркации при отрыве концевой вихря от дна, стрелка — поверхность воды

стилающей поверхности вдали от вертикальных стенок канала. Длина и диаметр цилиндра не менялись в процессе перемещения вдоль циклоиды. Длина наклонных концевых нитей увеличивалась, а диаметр уменьшался, в результате, объем концов оставался неизменным. Сближение торцов концевых нитей обусловлено влиянием твердой поверхности на вихрь, которое можно учесть введением инверсионного вихря. В результате получается пара вихрей (концевая нить вихря и инверсионный вихрь под поверхностью раздела). Пара смещается вдоль поперечной оси со скоростью  $u_{end}$  навстречу вихревой паре второй концевой нити.

В месте соединения концевых наклонных нитей с горизонтальным основным цилиндрическим вихрем формируются изгибы вихревой нити в вертикальной плоскости (изгибы вихрей 1, 2 на рис. 3, *a*). Видеозапись показала, что за время движения вихря вертикальные изгибы смещаются вдоль центральной цилиндрической части вихря навстречу друг другу со скоростью  $u_{tr}$ . Это смещение обусловлено взаимодействием горизонтального цилиндра с вертикальной концевой нитью пространственного вихря. Смещение вертикальных изгибов порождают петли вихревой нити, лежащие в горизонтальной плоскости (изгиб 2 на рис. 3, *a*).

Скорость смещения вертикальных изгибов концевых нитей вихря может быть оценена сверху скоростью смещения кольцевого вихря диаметра  $D$  с конечным диаметром ядра  $d$  [39]:

$$u_{tr} = \frac{\gamma}{2\pi D} \left( \ln \frac{8D}{d} - \frac{1}{4} \right), \quad (13)$$

где  $\gamma$  — циркуляция скорости вокруг вихря. Эксперимент показал, что диаметр вертикального изгиба слабо меняется со временем и составляет  $D \approx 2d_0$ . Показано, что скорость смещения вертикального изгиба вдоль оси горизонтального цилиндра

дра  $u_{tr}$  определяется выражением

$$u_{tr} = \frac{u_s}{6} \left( \ln \frac{d_0}{d} + 2.5 \right) \approx \frac{u_s}{6} \left( \frac{1}{2} \ln \frac{\alpha t}{\pi} + 3 \right), \quad (14)$$

$$\alpha = \sqrt{3} |\omega_0|$$

где  $\omega_0$  — угловая скорость вращения твердотельного вихря в начальный момент времени. Скорость смещения торца концевой нити вдоль оси  $z$  можно приблизительно оценить скоростью перемещения пары вихрей  $u_{end} = \gamma/(2\pi d)$  [40]:

$$u_{end} = \frac{u_s d_0}{3 d} \approx \frac{u_s}{3} \sqrt{2\sqrt{2} \frac{\alpha t}{\pi}}. \quad (15)$$

В [38] показано, что скорость сближения изгибов вихря выше скорости сближения торцов. Если вихрь достаточно короткий, то изгибы успевают встретиться — при этом торцы вихря отрываются, формируя мелкие торы (рис. 3, *b*). Основной цилиндрический вихрь образует большой кольцевой вихрь. Кольцевые вихри формируются в горизонтальной плоскости, поднимаются вверх за счет самоиндуцированного движения. Кольцевые вихри разворачиваются фоновым потоком, пока не занимают вертикальное положение так, что скорость кольца направлена навстречу скорости фонового течения. В этом положении фоновый поток, обтекая кольцо, растягивает его, создавая разность давления на внутренней и внешней частях вихря. Нарастающие возмущения приводят к разрушению вихря, как в численных работах [41, 42].

В [38] получено хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных в широком диапазоне характеристик основного течения (числа Фруда и Рейнольдса). Были исследованы подстилающие поверхности с различным диаметром донной шероховатости (табл. 1 в [38]). Полученные данные могут быть полезны при верификации численных решений задачи в полной гидродинамической постановке.

## 5. ДЕФОРМАЦИЯ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ВИХРЯМИ

В большинстве исследований размыва дна русловыми потоками используются эмпирические методы расчета. Эти методы дают удовлетворительные результаты, если применяются для тех же условий, в которых были получены: при совпадении чисел Фруда, Рейнольдса, характера грунта. Нередко решение этой задачи становится невыполнимым, особенно для крупных, глубоких рек [43–45]. Для решения этой важной для практики задачи необходимо иметь четкую физическую модель размыва дна и переноса примеси потоком воды.

К настоящему времени накоплен огромный экспериментальный материал исследований деформации дна рек и каналов. В первую очередь исследователи отмечают регулярный характер возникающих на дне структур. В [46] отмечается, что при

формировании гряд на первоначально ровном дне сначала возникают незначительные образования — гряды, имеющие четкий регулярный характер. Со временем гряды становятся более крупными. В работах [22, 24, 47] обнаружен и сформулирован физический механизм генерации цепочки вихрей, периодически возникающих в пограничном слое тормозящихся потоков. Центральная часть вихрей, представляют собой цилиндры, вытянутые вдоль поперечной координаты. Диаметр цилиндрических вихрей составляет примерно две трети толщины придонного слоя потока  $\delta$ . Вихри вращаются как твердое тело. Угловая скорость вращения вихря равна половине вертикального градиента скорости фонового потока в зоне генерации и направлена в отрицательном направлении поперечной оси в правой системе координат. Вихри образуются одновременно на равном расстоянии друг от друга, период и расстояние между вихрями уменьшаются с ростом продольного градиента скорости. В [47] показано, что на размываемом дне прямого канала постоянной ширины стационарный тормозящийся поток, скорость которого не превышает 23.1 см/с, формирует гряды за счет выноса песка вихрями, периодически отрывающимися в придонном слое потока на одинаковом расстоянии друг от друга. Расстояние между гребнями гряд (3 на рис. 4, а) точно равно расстоянию между точками вылета вихрей в начале процесса и определяется выражением (8). Период вылета вихрей определяет выражение (7) и обуславливает скорость размыва грунта.

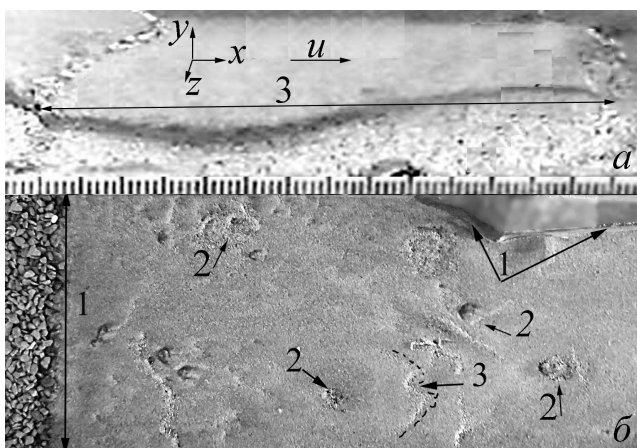


Рис. 4. Деформация песчаной поверхности длинным (а) и коротким (б) вихрями. 1 — стенки канала, 2 — круговая деформация коротким вихрем с ямой в центре, 3 — расстояние между гребнями гряд (а — вид сбоку, б — вид сверху)

Вихри захватывают песок в зоне формирования, переносят его, двигаясь вдоль циклоидальной траектории. Координата зоны вылета вихрей остается неизменной, пока глубина размыва не достигает диаметра основного вихря. Затем зона вылета смещается вниз по потоку, формируя начальную канавку. В зоне высыпания песка появляется слой намыва песка. Получены соотношения (7), (8), позволя-

ющие прогнозировать изменение рельефа дна, если известны следующие параметры потока и грунта: максимальная скорость, глубина потока, продольный градиент скорости течения, вертикальный профиль скорости течения, размер донной шероховатости. В [47] для потока с однородным поперечным профилем скорости приведены оценочные соотношения, позволяющие прогнозировать скорость роста и форму начальной гряды. Дальнейшие изменения формы дна могут быть описаны представленной моделью, если имеется решение нелинейной задачи обтекания рельефа дна и получено распределение скорости вдоль оси  $x$ .

В [48] экспериментально исследована деформация концентрированного цилиндрического вихря в вязком слое тормозящегося потока жидкости, скорость которого меняется вдоль поперечной координаты. Центральная часть вихря поднимается вверх под действием силы Кутта–Жуковского, а концы вихря спускаются к подстилающей поверхности, опираясь торцами на дно. В зоне сопряжения горизонтальной и наклонной концевой частей вихря образуются петли. В ходе подъема горизонтальной части вихря происходит сближение его концевых вихрей. Если вихрь достаточно короткий, то концевые вихри успевают подойти вплотную за время движения вихря по циклоидальной траектории. В этом случае формируется кольцевой вихрь. Этот вихрь поднимается к поверхности воды под углом к горизонту и смещается вдоль по течению со скоростью, близкой к скорости фонового потока. Радиус кольца возрастает под действием поверхности раздела, которое может быть описано введением инверсионного кольцевого вихря (над поверхностью раздела). До образования кольцевого вихря происходит захват песка концевыми вихрями через торцы, погруженные в песок, за счет отрицательного скачка давления внутри вихря. Если для моделирования вихря использовать цилиндрический вихрь конечного диаметра, вращающийся как твердое тело (вихрь Рэнкина), то для давления внутри вихря на его оси можно записать [49]:

$$p_{\min} = p_{\infty} - \rho \frac{\gamma^2}{\pi^2 d^2}, \quad (16)$$

где  $p_{\infty}$  — давление на границе вихря,  $\rho$  — плотность жидкости. Давление имеет минимум на оси вихря, глубина которого резко возрастает при уменьшении диаметра ядра вихря.

Диаметр концов вихря резко убывает у поверхности песка, придавая им коническую форму, что увеличивает скачок давления и скорость захвата песка. При сближении концов вихря образуются продольные углубления в песке (ямы). Захваченный песок выпадает при разрушении кольцевого вихря, в этой зоне формируется полукруглая насыпь (рис. 4, б).



## 6. ВИХРИ В ПОТОКЕ, ВОЗНИКАЮЩЕМ ПРИ ПРОРЫВЕ ПЛОТИНЫ

При прорыве плотины резервуара в горах возникает поток, бегущий по сухому руслу. Впереди бежит очень опасная волна, смывающая все на своем пути, переносящая крупный грунт. Волна имеет крутой передний фронт, часто называемый «стеной воды». Начиная с Риттера (1892 г.) поток описывали с помощью теории мелкой воды, как распространение ударной волны. Для скорости фронта волны, возникающей при прорыве плотины резервуара высотой  $h$ , получено решение [49]:

$$c_D = 2\sqrt{gh}. \quad (17)$$

Натурные наблюдения показали, что волна не может быть описана адекватно с помощью простых уравнений мелкой воды. В ряде экспериментальных работ и натурных наблюдений [50, 51] установлено, что основная часть грунта переносится в голове волны [52], а скорость фронта меняется во времени [53, 54]. Структура потока в головной части волны впервые экспериментально исследована в [55]. Авторы заключили, что головная волна обрушается и образуются структуры, подобные струям. Детальной картины структур, образующихся в потоке, получено не было. В [56] сделана попытка описания перемещения и формы фронта волны с помощью численной модели, основанной на уравнениях Рейнольдса и теории  $k-\epsilon$  турбулентности. Хотя эта теория содержит большое число подгоночных параметров, согласия экспериментальных данных и результатов численного моделирования получено не было. Для создания адекватной теоретической модели необходимо выяснить природу возникающих в волне структур. В работе [57] предложено экспериментальное решение этой задачи. Показано, что в голове потока, бегущего по сухому руслу, образуются крупные цилиндрические вихри, размер которых сопоставим с глубиной потока. Вихри вращаются как твердое тело. За счет разности обратного градиента давления в пограничных слоях воды и воздуха вихрь получает ускорение в направлении, перпендикулярном поверхности воды. Если скорость вращения вихря достаточно велика, то вихрь вылетает в воздух с крутого переднего склона волны. Периодический процесс вылета вихрей приводит к большим колебаниям горизонтальной скорости головной волны. Крупные вихри в голове потока захватывают и переносят тяжелый грунт, деформируя дно. В [58] экспериментально обнаружено, что в головной части волны, образующейся при прорыве плотины, формируется горизонтальный вихрь диаметром порядка амплитуды волны, как показано на рис. 5, *a* цифрой 2.

У дна возникает плотная упаковка цилиндрических вихрей диаметром порядка размера донных частиц (рис. 5, *б*). Центральная часть вихрей поднимается вверх с захваченным гравием, взаимодействует с большим вихрем, образуя жгут (рис. 5, *в*).

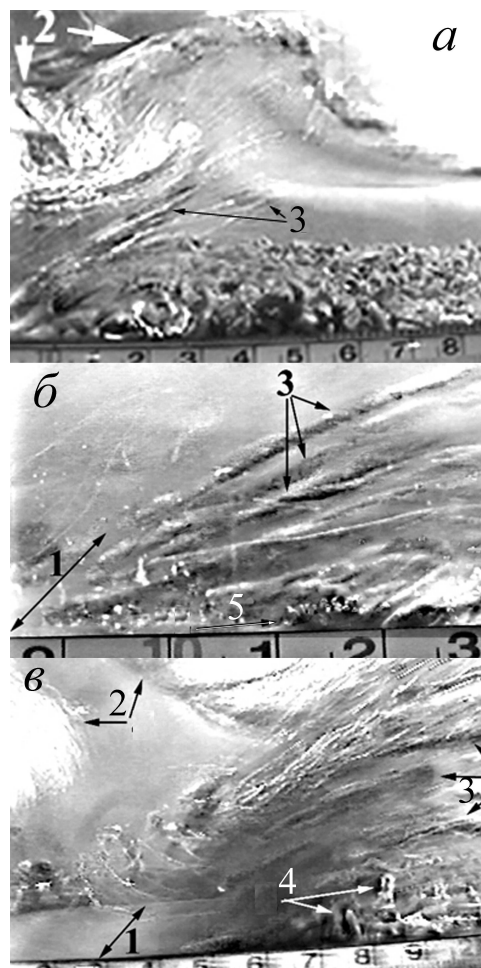


Рис. 5. *a* — Большой вихрь в голове потока, *б* — плотная упаковка цилиндрических вихрей в пограничном слое под большим вихрем, *в* — большой жгут захватывает и уносит гравий. 1 — дно канала, 2 — большой вихрь, 3 — цилиндрические вихри поднимаются вверх, захватив гравий, 4 — вертикальные концы цилиндрических вихрей с гравием, 5 — торцы цилиндрических вихрей захватывают гравий

Центральная часть жгута поднимается вверх, формируя стену из воды и гравия. В [58, 59] предлагается модель захвата и переноса крупных тяжелых частиц. Отношение плотности частицы к плотности воды не превышало  $\rho_T/\rho < 2.1$ .

## 7. СКАЧОК ДАВЛЕНИЯ НА ПОДВЕТРЕННОМ СКЛОНЕ КРЫШИ

Расчетное значение средней составляющей ветровой нагрузки на крыши домов в зависимости от высоты над поверхностью земли определяется по эмпирическим формулам, дающим противоречивые результаты [60, 61]. Различия и неточности расчетов могут быть уменьшены, если расчеты по эмпирическим формулам заменить непосредственными измерениями падения давления на подветренном склоне крыш при обдуве моделей строений в аэро-



динамических трубах, что многократно увеличивает стоимость объектов и применяется крайне редко. Кроме того, возникает проблема пересчета полученных данных на реальные строения. Решение проблемы требует создания гидродинамических методов расчета ветровой нагрузки на подветренных скатах крыш при заданной скорости ветра с учетом параметров материала и конструкции крыши. Это возможно, если модель учитывает физические механизмы обтекания крыши потоком воздуха.

В работе [62] впервые предложена гидродинамическая модель, позволяющая рассчитать возмущение давления на подветренном скате крыши при ее обдуве горизонтальным потоком воздуха, направленным в скат (при малых углах ската к горизонтали). Модель учитывает процесс образования вихрей в вязком слое замедляющегося в направлении движения потока воздуха. При вылете вихрей из вязкого слоя возникает ускорение потока у подстилающей поверхности, что приводит к значительному падению давления, приводящему к срыву крыши. Для расчета скачка давления  $P$  получена формула:

$$P \approx -\rho \frac{u_{\max}^2}{2} \frac{X}{2F}, \quad F = \sqrt{q \frac{\delta}{C_f}} \arctg \left( \frac{1}{5} \sqrt{q \frac{C_f}{\delta}} \right),$$

$$q = \frac{3L}{2}, \quad (18)$$

где  $X$  — расстояние, на котором рассчитывается возмущение давления,  $\rho$  — плотность воздуха,  $g$  — ускорение свободного падения,  $u_{\max}$  — скорость потока на внешней границе пограничного слоя,  $C_f$  — коэффициент трения скольжения воздуха по подстилающей поверхности (безразмерный), для  $u_{\max} > 3$  м/с,  $u_s = u_{\max}/10$ . Толщина вязкого слоя  $\delta$  на порядок превышает размер шероховатости подстилающей поверхности.  $L$  — длина ската.

Показано, что отрицательный скачок давления на участке, прилегающем к коньку крыши, может быть снижен. Для решения задачи следует понизить скачок давления между верхней и нижней поверхностями кровли. Этого можно добиться, если понизить давление воздуха на нижнюю поверхность кровли. Такой скачок возникнет, если вдоль нижней поверхности организовать замедляющийся в направлении движения поток воздуха. Тогда на нижней поверхности крыши будет возникать отрицательный скачок давления, компенсирующий скачок на верхней поверхности. Стоит отметить, что такой поток достаточно осуществить на коротком участке рядом с вершиной крыши — не более одной пятой длины ската, на котором обычно и наблюдаются первичные разрушения. Это легко сделать, если кровлю изготовить в виде расширяющихся воздуховодов, открытых с двух сторон. Короткую сторону диффузора надо разместить вдоль конька, через него воздушный поток будет попадать в воздуховод, формируя замедляющийся поток внутри расширяющегося воздуховода. Предложен способ значительного снижения скачка давления с помощью установки расширяющихся воздуховодов на крыше, внутри которых возникает компенсирующий скачок давления. Результаты подтверждены в лабораторных исследованиях.

## 8. ГЕНЕРАЦИЯ ВЕТРОВЫХ ВОЛН НА ПЕРВОНАЧАЛЬНО ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ

Первым экспериментальным исследованием процесса возбуждения ветровых волн является работа Стэнтона [63]. Стэнтон показал, что волны возникают при скоростях ветра  $u > 2.5$  м/с, а длина волны при  $u \approx 300$  см/с составляет 5–6 см. Наибольшим признанием пользуется теория образования ветровых волн Филлипса [64], согласно которой начальные колебания поверхности воды возникают при воздействии вертикальных импульсов, непрерывно воздействующих на воду вследствие турбулентности воздушного потока. В экспериментах были получены спектры пульсаций скорости воздушного потока. Оказалось, что при  $u \approx 300$  см/с максимумы спектров колебаний скорости в воздухе приходятся на область частот  $\sim 3$  Гц, а при возрастании скорости ветра высокочастотные составляющие пульсаций скорости ветра растут. Устойчивые связи между частотами колебаний в воде и воздухе со скоростью ветра позволяют предположить существование регуляторной составляющей процесса взаимодействия горизонтального потока воздуха с водной поверхностью. Основой этого взаимодействия служит сила трения на границе раздела. Если же скорость потока воздуха уменьшается в направлении движения (как в основных процессах в натуральных условиях), то на верхней границе вязкого слоя действует градиент давления, направленный так же, как и сила трения навстречу потоку. Прандтль [1] предположил, что действие силы трения и обратного градиента давления может привести к остановке течения в вязком слое потока. Исследования поля скорости в вязких слоях потоков воды и воздуха показали, что такая остановка действительно происходит [20–22]. Оказалось, что при торможении вязкого слоя образуются цилиндрические вихри, ось которых направлена по горизонтальной оси перпендикулярно направлению движения потока. Вихри расположены на одинаковом расстоянии друг от друга. В момент остановки слоя вихри вылетают вверх под действием модифицированной силы Жуковского. В момент вылета происходит резкое увеличение скорости течения во всем вязком слое. Процесс происходит почти периодически, если внешние параметры остаются постоянными, а зоны формирования и вылета вихрей не смещаются [20–22]. В момент вылета вихрей под ними происходит резкое понижение давления и возникает деформация водной поверхности — появляются предпосылки к генерации ветровых волн, длина которых совпадает с расстоянием между вихрями. В работах [20–22] получены полуэмпирические выражения для расчета параметров цепочки вихрей,

однако в них не обсуждается вопрос соответствия характеристик вынужденных колебаний водной поверхности дисперсионному соотношению для свободных волн на воде: устойчивые колебания возникнут только при выполнении условий резонанса. Исследованию условий резонанса вынужденных и свободных колебаний поверхности воды в воздушном потоке, скорость которого убывает в направлении движения, для чистой воды и при наличии нефтяной пленки посвящена работа [65]. Для проверки полученных результатов была проведена серия экспериментов в лабораторных условиях по методике, описанной в этой работе: исследована генерация волн на чистой воде, затем на входе в канал подана легкая нефть и исследована генерация волн на воде с нефтяной пленкой. На входе в канал устанавливалась наклонная крыша, под которой поток ветра был однороден вдоль продольной оси. На всех стадиях эксперимента — на чистой воде и с пленкой нефти волны возникали только в части канала без крыши, где скорость потока убывала в направлении движения.

На чистой воде генерация волн отсутствует под наклонной крышей, где скорость ветра однородна в направлении течения. На выходе из под крыши скорость ветра резко падает и появляются волны на поверхности чистой воды (рис. 6, а). При начале процесса разлива нефти волны исчезают, так как не выполняются условия резонанса. При увеличении толщины нефтяной пленки появляются волны большей длины в соответствии с условиями резонанса.

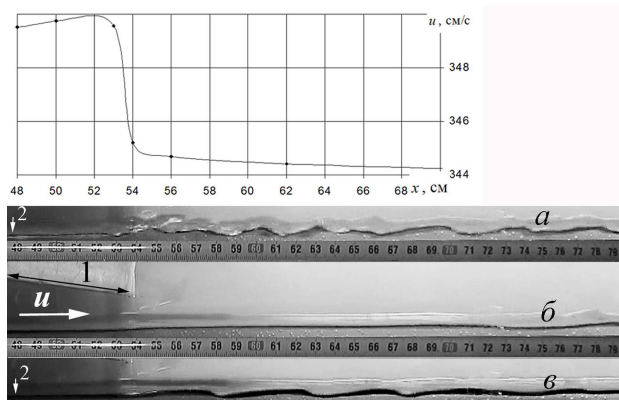


Рис. 6. Ветровые волны в зоне убывания скорости ветра вдоль продольной оси вне наклонной крыши  $x > 54$  см. а — чистая вода, б — тонкий слой легкой нефти, в — максимальная толщина нефтяной пленки. 1 — наклонная крыша, 2 — поверхность жидкости. Над кадрами — распределение скорости ветра вдоль оси  $x$  до начала подачи нефти

В работе показано, что устойчивые гравитационно-капиллярные волны на поверхности жидкости при воздействии горизонтального потока воздуха, скорость которого убывает в направлении движения, возникают, если выполняются условия резонанса. Резонанс возможен, если период вылета цепочки вихрей из вязкого слоя потока воздуха  $T_{ed}$ ,

определяемый выражением (8), совпадает со временем, за которое группа волн, генерируемая при вылете вихря на поверхности воды, проходит расстояние между соседними вихрями согласно дисперсионному соотношению  $T(\lambda)$ .

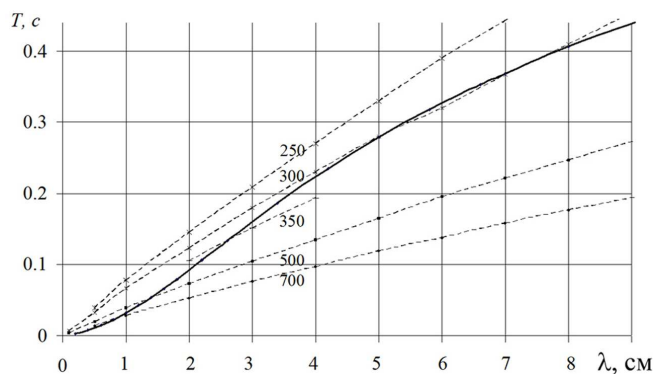


Рис. 7. Зависимости  $T(\lambda)$  согласно дисперсионному соотношению (сплошная линия) и  $T_{ed}(\lambda)$  (штриховые линии). Цифрами у штриховых линий указана скорость воздушного потока  $u$ , см/с

В соответствии с данными рис. 7 условия резонанса выполняются при пересечении сплошной линии (дисперсионное соотношение для линейных волн) и штриховых линий, построенных по формуле (8). Минимальное значение скорости ветра, при котором существует такое пересечение, составляет 290 см/с. Впервые получено физическое обоснование существования критической скорости ветра, при которой возникают ветровые волны. Получены зависимости резонансной длины волны, соответствующей устойчивым волнам на поверхности чистой воды и при наличии пленки нефти, от скорости воздушного потока. Длина резонансной волны определяется скоростью ветра и горизонтальным градиентом скорости воздушного потока в зоне генерации волн.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Качественная модель Прандтля о периодической остановке жидкости в придонной области потоков, скорость которых убывает вдоль по течению, оказалась весьма плодотворной для решения важнейших задач описания течения жидкости у границы раздела. Наше экспериментальное исследование поля скорости показало, что торможение жидкости существует и определяет периодическую деформацию вертикального профиля скорости в виде локального минимума, на верхней границе пограничного слоя. Такой профиль определяет потерю устойчивости плоскопараллельного течения жидкости. В наших экспериментах обнаружена генерация цилиндрических вихрей в момент потери бифуркации. В наших работах получены характеристики процесса формирования вихрей, форма вихрей в момент образования и деформация вихрей при взаимодей-

ствии с течением. Получены уравнения движения цилиндрического вихря в потоке со сдвигом скорости. Наши экспериментальные результаты позволили получить физический механизм размыва подстилающей поверхности вихрями различной формы в потоках с однородным и неоднородным распределениями скорости вдоль поперечной координаты. В ряде экспериментов мы исследовали процесс размыва подстилающей поверхности потоками, возникающими при прорыве плотины. Обнаружены крупные вихри диаметром в толщину слоя

воды, под которыми у дна формируется плотная упаковка цилиндрических вихрей, захватывающих крупный грунт, при подъеме вихри образуют стену из воды и грунта в вихревом жгуте. Перемещаясь вдоль русла рек, такой жгут сносит все на своем пути. Нами получен физический механизм генерации ветровых волн на первоначально гладкой поверхности воды горизонтальным воздушным потоком, скорость которого уменьшается вдоль по течению. Впервые получено физическое обоснование существования критической скорости ветра, при которой возникают ветровые волны.

- [1] *Прандтль Л.* Гидроаэромеханика. М.: РХД, 2000. 520 р. (*Prandtl L.* Führer durch die Strömungslehre. Wiesbaden, 2008).
- [2] *Materny M., Drozd A., Elsner V.* et al. // Arch. Mech. **60**, N 6. 449 (2008).
- [3] *Raayai-Ardakani Sh., McKinley G.H.* // *Phys. Fluids*. **31**. 053601 (2019).
- [4] *Nagib H.M., Chauhan K.A.* // *Phys. Fluids*. **20**. 101518 (2008).
- [5] *Stone M.C., Hotchkiss R.H.* // J. Hydr. Res. **45**, N 6. 752 (2007).
- [6] *Диккий Л.А.* Гидродинамическая устойчивость и динамика атмосферы. М.: 1976.
- [7] *Мельникова О.Н.* // Изв. РАН. Физ. Атм. и океана. **41**, № 5. 682 (2005). (*Mel'nikova O.N.* // *Izv. Atm. Ocean. Phys.* **41**, N 5. 620 (2005)).
- [8] *Lebon B., Nguyen M.Q., Peixinho J.* et al. // *Phys. Fluids*. **30**. 031701 (2018).
- [9] *Мельникова О.Н., Ян Х.* // Вестн. Моск. Ун-та. Физ. Астрон. № 2. 49 (2021). (*Mel'nikova O.N., Yang H.* // *Moscow University Phys. Bull.* **76**, N 2. 109. (2021)).
- [10] *Ahmadi F., Sanders S., Ghaemi S.* // *Phys. Rev. Fluids*. **5**. 014302 (2020).
- [11] *Мельникова О.Н., Показеев К.В., Ян Х.* // Изв. РАН. Сер. физ. №1. 134 (2021). (*Mel'nikova O.N., Pokazeev K.V., Yang H.* // *Bull. of the Russ. Acad of Sci: Physics*. N 1. 98 (2021)).
- [12] *Линь Ц.Ц.* Теория гидродинамической устойчивости. М.: 1958. (*Lin C.C.* The theory of hydrodynamic stability. Cambridge University Press, 1955).
- [13] *Мельникова О.Н., Ян Х.* // Изв. РАН. Сер. физ. **86**. № 2. 247 (2022). (*Mel'nikova O.N., Yang H.* // *Bull. of the Russ. Acad of Sci: Physics*. **86**. N 2. 186 (2022)).
- [14] *Fjortoft R.* // Geophys. Publ. **17**. N 6. Oslo. (1950).
- [15] *Rosenbluth N.M., Simon A.* // *Phys. fl.* **7**. N 4. 557 (1964).
- [16] *He L., Yi Sh.-H., Chen Zh., Zhu Y.-Zh.* // Proc. 14th Europ. Turbul. Conf. 1-4 sept. 2013. Lyon. France.
- [17] *Gaster M.* // J. Fluid Mech. **66**. Part 3. 465 (1974).
- [18] *Fasel H. and Konzelmann U.* // J. Fluid Mech. **224**. 311 (1990).
- [19] *place Adams N.A. and Kleiser L.* // J. Fluid Mech. **317**. 301 (1996).
- [20] *Достовалова К.В., Мельникова О.Н.* // Изв. РАН. Сер. физ. № 12. 2387 (1998). (*Dostovalova K.V., Mel'nikova O.N.* // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. **62**, N 12. 1920 (1998)).
- [21] *Бутов С.В., Жмур В.В., Мельникова О.Н.* и др. // Изв. РАН. Физ. атм. и океана. **36**, № 5. 727 (2000). (*Butov S.A., Zhmur V.V., Mel'nikova O.N.* et al. // *Izv. Atm. Ocean. Phys.* **36**, N 5. 670 (2000)).
- [22] *Волков П. Ю., Достовалова К.В., Еречев Д.А.* и др. // Изв. РАН. Физ. атм. и океана. **37**, № 6. 834 (2001). (*Volkov Yu., Dostovalova K.V., Erechnev D.A.* et al. // *Izv. Atm. Ocean. Phys.* **37**, N 6. 769 (2001)).
- [23] *Жмур В.В.* // Океанология. **XXIII**, № 5. 709 (1988). (*Zhmur V.V.* // *Oceanology*. **XXIII**, N 5. 709 (1988)).
- [24] *Еречев Д.А., Леонтьев Д.И., Мельникова О.Н.* // Изв. РАН. Физ. атм. и океана. **34**, № 6. 835 (1998). (*Erechnev D.A., Leont'ev D.I., Mel'nikova O.N.* // *Izv. Atm. Ocean. Phys.* **34**, N 6. 751 (1998)).
- [25] *Бутов С.А., Волков П.Ю., Достовалова К.В.* и др. // Изв. РАН. Физ. атм. и океана. **38**, № 1. 109 (2002). (*Butov S. A., Volkov Yu., Dostovalova K.V.* et al. // *Izv. Atm. Ocean. Phys.* **38**, N 1. 96 (2002)).
- [26] *Smith C.R.* // Proceedings of the 8th Symposium of Turbulence, edited by J.L. Zakin and G. Patterson. University of Missouri-Rolla, Rolla. 1984. 58.
- [27] *Head M.R., Bandyopadhyay P.R.* // J. Fluid Mech. **107**. 297 (1981).
- [28] *Bandyopadhyay P.R.* // *Phys. Fluids*. **23**. 2326 (1980).
- [29] *Theodorsen T.* // Proc. of the Midwestern Conference on Fluid Mech. Ohio State University, Columbus, StateOH. 1952. 1.
- [30] *Cityplace Adrian R.J.* // *Phys. Fluids*. **19**, N 4. 041301 (2007).
- [31] *Fiedler H.E., Fernholtz H.H.* // Prog. Aerosp. Sci. **27**, N 4. 305 (1990).
- [32] *Liu J.T.C.* // Annu. Rev. Fluid Mech. **21**. 285 (1989).
- [33] *Cantwell B.J.* // Annu. Rev. Fluid Mech. **13**. 457 (1981).
- [34] *Novikov E.A.* // *Boundary-Layer Meteorology*. **38**, N 3. 305 (1987).
- [35] *Sotiropoulos F., Khosronejad A.* // *Physics of Fluids*. **28**, N 2. 021301 (2016).
- [36] *Егоров О.В., Мартынов С.Л., Мельникова О.Н.* // Изв. РАН. Сер. физ. **66**, № 12. 1709 (2002). (*Egorov O.V., Martynov S.L., Mel'nikova O.N.* // *Bull. of the Russ. Acad of Sci: Physics*. **66**, N 12. 1887 (2002)).
- [37] *Мельникова О.Н., Показеев К.В.* // Изв. РАН. Физ. атм. и океана. **54**, № 1. 45 (2018). (*Mel'nikova O.N., Pokazeev K.V.* // *Izv. Atm. Ocean. Phys.* **54**, N 1. 39 (2018)).
- [38] *Мельникова О.Н., Показеев К.В.* // Вестн. Моск. Ун-та. Физ. Астрон. **74**, № 1. 69 (2019). (*Mel'nikova O.N., Pokazeev K.V.* // *Moscow University Phys. Bull.* **74**, N 1. 77 (2019)).



- [39] Алексеев С.В., Куйбын П.А., Ожолов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2003.
- [40] Lamb H. Hydrodynamics. Cambridge University Press. 1932.
- [41] Cheng M., Lou J., Luo L.-S. // *J. Fluid Mech.* **660**, 430 (2010).
- [42] New T.H., Shi S., Zang B. // *Experiments in Fluids*. **57**, N 6. 109 (2016).
- [43] Possada G.L., Nordin C.F. // Hydraulic Engineering'93. ASCE. Hydraulic Division. 1. 258 (1993).
- [44] Colby B.R. // *J. of the Hydraulics Division. ASCE*. **90**, N HY2. 217 (1964).
- [45] Molinas A. // *J. of Hydraul. Resh.* **39**, N 2. 135 (2001).
- [46] Raudkivi A.J. // *J. Hydraulic Eng. ASCE*. **123**, N 1. 58 (1997).
- [47] Мельникова О.Н. // *Изв. РАН. Физ. атм. и океана*. **41**, № 5. 682 (2005). (*Mel'nikova O. N. // Izv. Atmos. and Ocean. Physics*. **41**, N 5. 620 (2005)).
- [48] Мельникова О.Н., Показеев К.В. // *Изв. РАН. Физ. атм. и океана*. **54**, № 1. 45 (2018). (*Mel'nikova O. N., Pokazeev K.V. // Izv. Atm. Ocean. Phys* **54**, N 1. 39 (2018)).
- [49] Stoker J.J. Water waves: The mathematical theory with applications. New York: Interscience, 1957. 367 p.
- [50] Ancey C. Debris Flows and Related Phenomena. In "Geomorphological Fluid Mechanics". Ed. N.J. Balmforth and A. Provenzale Berlin: Springer, 2001. P. 528.
- [51] Sarant H., Young D.L. // *J. of Fluid Mech.* **372**. 165 (1998).
- [52] Khan A.A., Steffler P.M., Gerard R. // *J. of Hydraul. Eng. ASCE*. **126**, N 5. 375 (2000).
- [53] Dressler R. // *Proc. Intl Assoc. of Scientific Hydrology Assemblée Générale. Rome, Italy*. **3**, N 38. 319 (1954).
- [54] Escande L., Nougaro J., Castex L., Barthet H. // *J. La Houille Blanche*. **4**, N 5. 565 (1961).
- [55] Stansby P.K., Chegini A., Barnes T.C.D. // *J. Fluid Mech.* **374**. 407 (1998).
- [56] Lin P., Xu W. // *J. of Hydraul. Research*. **44**, N 1. 79 (2006).
- [57] Мельникова О.Н. // *Изв. РАН. Физ. атм. и океана*. **44**, № 2. 266 (2008). (*Mel'nikova O.N. // Izv. Atm. Ocean. Phys.* **44**, N 2. 250 (2008)).
- [58] Мельникова О.Н. // *Изв. РАН. Сер. Физ.* **72**, № 12. 1793 (2008). (*Mel'nikova O.N. // Bull. of the Russ. Acad. of Sci: Physics*. **72**, N 12. 1697 (2008)).
- [59] Мельникова О.Н. // *Изв. РАН. Физ. атм. и океана*. **46**, № 3. 420 (2010). (*Mel'nikova O.N. // Izv. Atm. Ocean. Phys.* **46**, N 3. 388 (2010)).
- [60] Савицкий Г.А. Ветровая нагрузка на сооружения. М.: Стройиздат, 1972. 110 с.
- [61] Standards ASCE/SEI 7-05. Minimum design loads for buildings and other structures (7-05). International Building Code. 2006.
- [62] Мельникова О.Н., Показеев К.В. // *Вестн. Моск. Ун-та. Физ. Астрон.* **70**, № 5. 94 (2015). (*Mel'nikova O.N., Pokazeev K.V. // Moscow Univ. Phys. Bull.* **70**, N 5. 423 (2015)).
- [63] Stanton T. // *Proc. Roy. Soc. A*. **137**. 283 (1932).
- [64] Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. Л.: Гидрометеиздат, 1980. (*Phillips O.M. Dynamics of the Upper Ocean. Cambridge U. Press.*, 1977).
- [65] Мельникова О.Н., Показеев К.В. // *Вестн. Моск. Ун-та. Физ. Астрон.* **71**, № 1. 123 (2016). (*Mel'nikova O.N., Pokazeev K.V. // Moscow Univ. Phys. Bull.* **71**, N 1. 139 (2016)).

## Vortexes in the boundary layers of decelerating water and air flows

O. N. Melnikova

*Department of Physics at Sea and Bed Flows, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia  
E-mail: olamel@yandex.ru*

A review of experimental and numerical studies of the boundary layer of water and air flows, the speed of which decreases along the flow, is given. It has been experimentally established that the reverse pressure gradient in water and air flows leads to periodic braking of the boundary layer of a plane-parallel flow. During the braking process, the vertical velocity profile is deformed: a local minimum appears, located between two inflection points above the viscous layer. It is shown that in a thin layer containing the upper inflection point, the plane-parallel flow is unstable, which was confirmed in experiment — the formation of a cylindrical vortex was recorded in this layer at a critical value of the reverse pressure gradient at the end of the braking cycle. The parameters of the vortex chain were obtained, the deformation of vortexes in a flow with a velocity shift, and the effect of vortexes on the underlying surface were studied. The physical mechanisms of the formation of ridges on an eroded surface by a water flow and the generation of wind waves on an initially flat water surface, the formation of a wall of water and soil in flows when a dam breaks, were obtained.

PACS: 47.35.Bb, 92.10.Hm

*Keywords:* generation of cylindrical vortexes, mass vortexes in a flow with a velocity shift, viscous layer of fluid flow, stability of plane-parallel flow.

*Received 02 May 2024.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2024. **79**, No. 6. Pp. .

### Сведения об авторе

Мельникова Ольга Николаевна — доктор физ.-мат. наук, доцент, ст. науч. сотрудник;  
e-mail: olamel@yandex.ru.