

## Численная модель распространения космических лучей в анизотропном магнитном поле Галактики

В. Д. Борисов,<sup>1,\*</sup> В. О. Юровский,<sup>2</sup> И. А. Кудряшов<sup>3,†</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра физики космоса

<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический  
факультет, кафедра физики атомного ядра и квантовой теории столкновений

<sup>3</sup>Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына (НИИЯФ МГУ)  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 03.06.2024; после доработки 01.11.2024; подписана в печать 21.11.2024)

В работе решена задача диффузионного распространения космических лучей (КЛ) с тензором общего вида в модельном однородном магнитном поле Галактики и исследована ее устойчивость. Был реализован алгоритм генерации шаблонов разностных схем второго порядка точности для трехмерного дифференциального уравнения с тензорными компонентами. Расчет компонентов тензора диффузии производится с заданным пространственным шагом, компоненты тензора определяются по величинам модуля вектора крупномасштабного магнитного поля и модулю случайной компоненты поля, принятой равной 6 мкГс. В работе показывается принципиальная возможность определения энергетических спектров КЛ в различных областях Галактики, где свободными параметрами являются распределение источников КЛ и структура магнитного поля.

PACS: 98.70.Sa. УДК: 524.1-65.

Ключевые слова: космические лучи, диффузия, разностная схема.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.80.2520801](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.80.2520801)

### ВВЕДЕНИЕ

В последнее время возникает ряд актуальных задач, для решения которых необходимо знать концентрации космических лучей в различных точках Галактики, в том числе отличных от положения Земли. Экспериментальные данные указывают на большое число особенностей в спектрах космических лучей (КЛ) [1, 2], смену фаз анизотропии [3], а также на зависимость показателя спектра от галактоцентрического радиуса [4, 5]. В то же время результаты численных расчетов свидетельствуют о существенной анизотропии компонентов тензора диффузии [6], однако существующие на данный момент модели [7, 8] используют изотропный подход при решении диффузионного уравнения, основанный на введении разностной схемы с изотропным коэффициентом диффузии. Существуют два подхода к описанию диффузионного распространения частиц: мелкомасштабный транспорт, описывающий диффузию в турбулентных магнитных полях на пространственных масштабах порядка корреляционной длины, и описание диффузии в крупномасштабном магнитном поле Галактики. Модель распространения КЛ должна учитывать оба этих фактора. Мелкомасштабный транспорт исследовался авторами в работах [6, 9], в настоящей ста-

тье используется разработанный в [6] математический аппарат для определения компонентов тензора диффузии в зависимости от величины модуля регулярной и случайной компонент магнитного поля, величина случайной компоненты взята равной 6 мкГс, однако построенная модель учитывает возможность изменения модели турбулентности. Подход, использованный в [9], был дополнен учетом заданной структуры крупномасштабного магнитного поля Галактики, в данной работе рассматривается модельное симметричное поле для оценки корректности построенной модели (см. п. (4)).

Для описания крупномасштабной диффузии существует большое количество моделей — от простейших однородных моделей (Leaky box model) [10] до моделей таких, как GALPROP [7] и DRAGON [8], описывающих либо пространственную двумерную диффузию, либо трехмерную диффузию, но с однородным коэффициентом диффузии. Тем не менее подход, применяемый в [7, 8], не позволяет решать диффузионное уравнение с анизотропным тензором диффузии. Данные модели не могут объяснить ряд тонких эффектов в спектрах (для объяснения излома в области 10 ТэВ вводится приближение близкого источника, а колено КЛ (3 ПэВ для протонов) получается введением излома в спектр источника [11]), а также плохо описывают пространственные вариации концентраций заряженных частиц при решении задачи восстановления спектра в источнике по наблюдаемым данным, что может приводить к ошибочным выводам. Таким образом, требуется создание математического

\* E-mail: [borisov.vd19@physics.msu.ru](mailto:borisov.vd19@physics.msu.ru)

† E-mail: [ilya.kudryashov.85@gmail.com](mailto:ilya.kudryashov.85@gmail.com)

инструмента, корректно описывающего распространение КЛ в Галактике. В настоящей статье авторами показана методика определения концентраций КЛ, основанная на решении уравнения Фика с анизотропным тензором диффузии.

## 1. СТРУКТУРА МАГНИТНОГО ПОЛЯ ГАЛАКТИКИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ КЛ

Построение модели распространения КЛ должно основываться на реалистичной структуре магнитного поля. Известно, что спиральные галактики имеют крупномасштабные магнитные поля с плотностями энергии, сравнимыми с плотностями турбулентной и тепловой энергии межзвездной среды [12]. Хорошее представление о глобальной структуре этих полей важно для понимания их происхождения, определения их влияния на динамику Галактики, оценки свойств диффузного движения галактических космических лучей и изучения влияния отклонений, вызванных магнитным полем, на направления прихода внегалактических космических лучей сверхвысокой энергии.

Принято считать, что галактическое магнитное поле состоит из двух компонент: крупномасштабной регулярной [13] и случайной турбулентной компоненты [14] с колмогоровским спектром мощности [15]. В основном турбулентные поля порождаются взрывами сверхновых и потоками плазмы, случайно ориентированные поля которых проявляются на пространственных масштабах от  $L_{min} = 100$  а.е. до  $L_{max} = 100$  пк.

Для экспериментального определения крупномасштабного магнитного поля принципиально существуют два основных метода. Первый заключается в изучении синхротронного излучения электронов в магнитном поле. Второй основан на магнито-оптическом эффекте Фарадея. Однако сейчас точная конфигурация магнитного поля не известна [16]. Обработка экспериментальных данных в последние годы позволила получить достаточно точное представление о структуре регулярного магнитного поля в плоскости диска Галактики и в локальной области расположения Солнца (на расстояниях вплоть до 3–4 кпк). Целью данной работы является демонстрация корректности работы математической модели для решения уравнений в частных производных, поэтому расчет концентраций КЛ в пункте (3.1) производился в однородном магнитном поле, а добавление реалистичного магнитного поля планируется в последующих работах.

Важным пунктом построения модели является установление корректного распределения источников КЛ внутри Галактики. Одним из наиболее вероятных источников КЛ в области энергий до  $E_{max} = 10^{16}$  эВ· $Z$  (здесь  $Z$  — зарядовое число) являются остатки сверхновых [17], при этом рассматриваются различные механизмы ускорения (ускорение на ударных волнах, униполярная индукция,

а также более экзотические сценарии). Анализ пространственного распределения диффузных гамма-квантов в эксперименте Fermi-LAT [18] указывает на преимущественное распределение гамма-пульсаров в рукавах Галактики. Исследование плотности распределения сверхновых различных типов проведено в большом количестве работ, например в [19] и [20]. Такое распределение источников заложено и в модель GALPROP [7]

В нашей работе использован подход [19], плотность распределения источников имеет вид:

$$S(R, z) = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^a \exp\left(-b\frac{R - R_{\odot}}{R_{\odot}} - \frac{|z|}{z_{\odot}}\right), \quad (1)$$

где  $a = 1.9$ ,  $b = 5$ , а  $R_{\odot} = 8.3$  кпк,  $z_{\odot} = 0.2$  кпк — положение Солнца. Распределение источников в плоскости диска Галактики представлено на рис. 1. Здесь видно, что наибольшая плотность источников достигается на удалении от центра Галактики на расстояние  $R = 3.5$  кпк (в плоскости диска). На рис. 2 показано распределение источников для разных  $z$  в относительных единицах: синей линией показано сечение диска при  $z = 0$ , оранжевой — при  $z = 0.1$  кпк и т. д. Видно, что плотность распределения источников быстро падает при удалении от диска Галактики. Важно отметить, что аппроксимация экспериментальных данных в [19] является упрощенной, однако отражает реальную структуру распределения источников в Галактике и очень хорошо подходит для проверки корректности работы разностной схемы для решения диффузионного уравнения в п. 3. В дальнейшем при анализе экспериментальных данных планируется обновить функцию (1) в соответствии с актуальными представлениями о распределении источников (учет спиральной структуры рукавов, близких источников).

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИФфуЗИОННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЧАСТИЦ

Заряженные частицы КЛ эффективно рассеиваются на турбулентных магнитных неоднородностях, волновой вектор  $\mathbf{k}$  которых удовлетворяет условию  $|\mathbf{k}| = 2\pi/r_g$  [21], где  $r_g$  — гирорадиус частицы с зарядом  $Ze$  и импульсом  $\mathbf{p}$  в магнитном поле величиной  $\mathbf{B}$  равен  $r_g = \frac{\mathbf{p}}{Ze\mathbf{B}} = \frac{R}{c\mathbf{B}}$ , где  $R$  — магнитная жесткость частицы и  $c$  — скорость света в вакууме. Такой характер распространения наблюдается на пробегах частицы, превышающих  $x_d$  (пробег частицы, необходимый для выхода на диффузионный режим, который может значительно отличаться для различных энергий, подробнее см. [9]). В работе [6] было показано, что транспорт КЛ имеет сложный характер и выход на диффузионный режим для разных энергий осуществляется на разных пробегах частиц, соответственно пространственный шаг при решении разностной схемы должен превышать  $x_d$ . Текущий компонент тензора

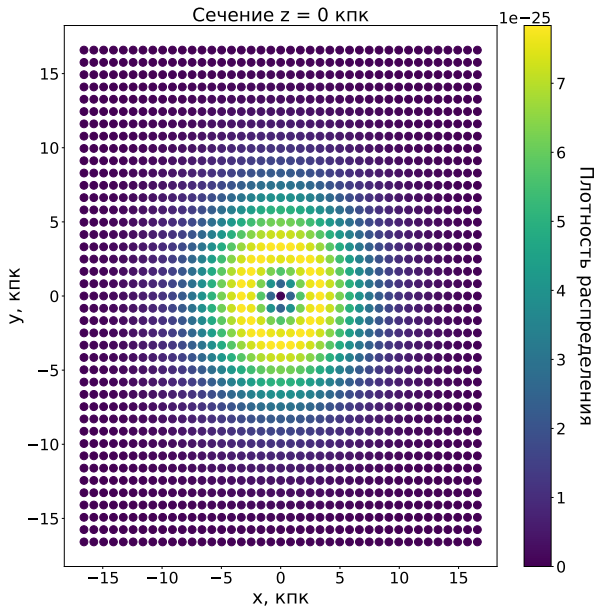


Рис. 1. График зависимости плотности распределения источников КЛ от пространственного положения в диске Галактики

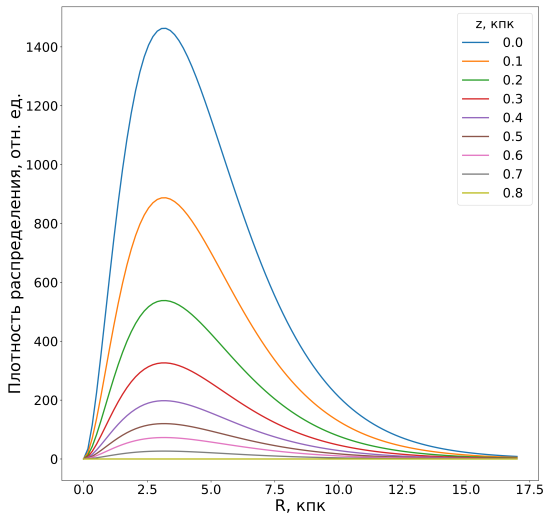


Рис. 2. График зависимости плотности распределения источников КЛ от расстояния R от центра Галактики для различных сечений

диффузии определяется выражением:

$$D_{ij}(l) = \frac{x_i(l)x_j(l)}{l/c}, \quad (2)$$

где  $l$  — пробег частицы,  $x_i$  и  $x_j$  — смещение частицы,  $c$  — скорость света.

При этом в области низких энергий и, соответственно, малых гирорадиусов заряженные частицы полностью захватываются локальным полем. Они распространяются преимущественно в направ-

лении силовых линий, и этот процесс подавляет диффузию частиц между трубками. Данное приближение называется приближением ведущего центра и описано в [9, 22]. Диффузионное распространение частиц в таком случае полностью обусловлено диффузией частиц вдоль линий поля и диффузией самих линий. При больших гирорадиусах наблюдается уже диффузионное распространение частиц между трубками (магнитная трубка — область в которой направление поля скоррелировано). Также при наличии постоянного магнитного поля возникает область, где перемещение частиц становится смешанным: в плоскости, перпендикулярной к направлению магнитного поля, оно баллистическое, а вдоль магнитного поля остается диффузионным. В данной работе для простоты рассматривался только диффузионный режим.

В работе [9] авторами было показано, что механизм диффузионного распространения КЛ изменяется с энергией при жесткости порядка  $\approx 10^4$  ТВ (с одномерной диффузии на чисто диффузионный режим). Данные моделирования для компонент тензора диффузии представлены на рис. 3. Здесь оранжевым цветом показан коэффициент диффузии  $D_{\parallel}$ , отвечающий за перенос заряженных частиц по направлению регулярного поля, а синим —  $D_{\perp}$  перпендикулярно полю. Размерность этих коэффициентов  $\text{м}^2/\text{с}$ , а абсолютная величина для заданной энергии зависит от величины модуля случайного магнитного поля. Видно, что  $D_{\perp}$  остается постоянным при энергиях менее  $10^4$  ТэВ, после чего начинает быстро расти и выходит на константу при энергиях порядка  $10^5$  ТэВ (выход на константу колеблется в зависимости от величины модуля магнитного поля).

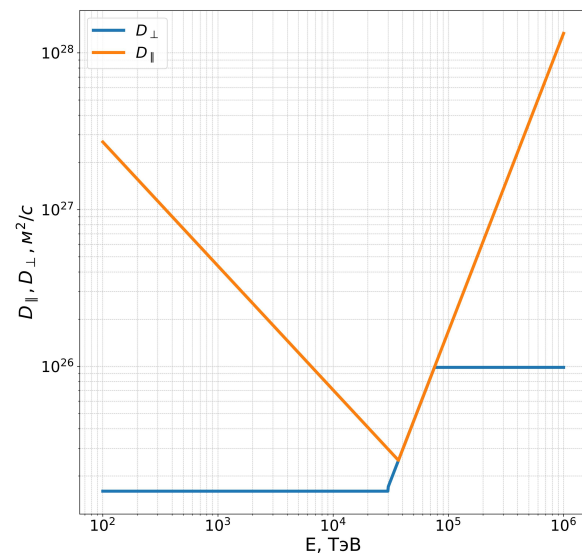


Рис. 3. График зависимости компонент тензора диффузии от энергии

$D_{\parallel}$  сначала падает, сравнивается с  $D_{\perp}$ , а затем испытывает быстрый рост. В работе [6] было выдвинуто предположение, касающееся низкоэнергетической области: силовые линии турбулентного поля вытягиваются по направлению постоянного магнитного поля. В силу того, что распространение частиц осуществляется преимущественно вдоль направления линий, каждое рассеяние на магнитной неоднородности приводит к замедлению распространения частицы в первоначальном направлении. Частиц с малыми гирорадиусами довольно много, а эффективность замедления напрямую зависит от способности частицы провзаимодействовать с большим количеством неоднородностей. Таким образом, с ростом энергии транспорт частиц замедляется и достигает минимума в области  $3 \cdot 10^4$  ТэВ. С дальнейшим ростом энергии гирорадиус становится достаточно большим и эффективность рассеяния на магнитных неоднородностях уменьшается. К такому же результату сейчас приходят и другие научные группы. Так, в работе [23] показан механизм смены транспорта КЛ, на то же явление указывает анализ экспериментальных данных, выполненный в работе [24].

Диффузия частицы в точке определяется особенностью транспорта, тензор диффузии в собственной системе координат имеет вид:

$$\hat{D}_{ij}(l) = \begin{pmatrix} D_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & D_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & D_{\perp} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

В общем случае в системе координат, например в декартовой, как в данной работе (см. (3)), связанной с магнитным полем Галактики, компоненты тензора (3) не обязаны быть нулевыми, при этом задача расчета распространения КЛ сильно усложняется.

### 3. МОДЕЛЬ ДИФфуЗИОННОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЧАСТИЦ

Основным способом описания распространения КЛ на данный момент является диффузионное приближение. Однако важно отметить, что движение в магнитном поле не тождественно диффузии в привычном смысле этого слова (броуновское движение частиц), т.к. его нельзя свести только к рассеянию на магнитных неоднородностях, необходимо учитывать и движение вдоль силовых линий, движение вместе с силовыми линиями, а также дрейф в регулярном неоднородном магнитном поле, т.е. микроскопический транспорт (см. п. 2). Необходимо также учитывать взаимодействие частиц КЛ с галактическим ветром (конвекционная модель) и стохастическое доускорение. Этот процесс описывается как диффузия в пространстве импульсов и определяется тензором  $\hat{D}_p$ . Сейчас данный компонент принято определять следующим образом [7]:

$$D_p = \frac{p^2 V_a^2}{9D_x}, \quad (4)$$

здесь  $p$  — импульс частицы,  $V_a$  — альфвеновская скорость, она вводится как характерная скорость слабых возмущений, распространяющихся в магнитном поле,  $D_x$  — изотропный коэффициент диффузии. Очевидно, что  $D_p$  имеет тензорный вид, но пока численного расчета его компонент не произведено. Данный вопрос будет отдельно изучаться в будущих работах. Таким образом, общий вид уравнения, описывающего распространение КЛ, имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial t} = & q(\mathbf{r}, \mathbf{p}) + \left[ \nabla \left( \hat{D}_x \nabla - \mathbf{V} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial p} p^2 \hat{D}_p \frac{\partial}{\partial p} \frac{1}{p^2} - \frac{\partial}{\partial p} \left( \dot{p} - \frac{p}{3} (\nabla \mathbf{V}) \right) - \frac{1}{\tau_f} \frac{1}{\tau_d} \right] \psi, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\psi = \psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  — плотность концентрации частиц КЛ на единицу полного импульса  $\mathbf{p}$  частицы в точке с радиусом-вектором  $\mathbf{r}$ ;  $q(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  — функция источника, включающая в себя КЛ ускоренные в остатках сверхновых, а также доускоренные на магнитных неоднородностях в ходе своего распространения;  $\hat{D}_x$  — координатный тензор диффузии, определяемый выражением (3);  $\mathbf{V}$  — скорость галактического ветра, т.е. коэффициент, отвечающий за конвекцию;  $\hat{D}_p$  — тензор диффузии в импульсном пространстве, описывающий стохастическое доускорение частиц КЛ;  $\tau_f$  — характерная временная шкала неупругих взаимодействий;  $\tau_d$  — период полураспада (для радиоактивных изотопов).

В связи с общей сложностью транспортного уравнения в виде (5) и отсутствием аналитического представления ряда его членов в настоящей работе рассматривалось стационарное уравнение диффузии вида:

$$\nabla \left( \hat{D}_x \nabla f \right) = S(R, z), \quad (6)$$

где  $\hat{D}$  определяется выражением (3);  $f$  — концентрация КЛ (здесь выбрано обозначение  $f$ , вместо  $\psi$ , т.к. в стационарном случае имеет смысл говорить о концентрациях КЛ в точке с радиусом-вектором  $\mathbf{r}$ , а не о плотности концентрации частиц КЛ на единицу полного импульса  $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ );  $S(R, z)$  — плотность распределения источников, определяемая выражением (1).

При определении концентраций в построенной модели в пункте (4) в расчетах использовались следующие модельные параметры диска Галактики: диск диаметром  $a = 34$  кпк и толщиной  $h = 300$  пк. Гало представляет собой эллипсоид с большой полуосью 17 кпк и малой в 3 кпк. Схема модели показана на рис. 4.

В простейшем случае решение данной задачи в цилиндрической системе координат (без условия перетекания КЛ из диска в гало) возможно аналитически с помощью введения функции Грина [25] и продемонстрировано авторами в [9, 26]. Однако в реалистичной постановке, учитывающей пространственные вариации магнитного поля, спиральную структуру рукавов, структуру гало, а также

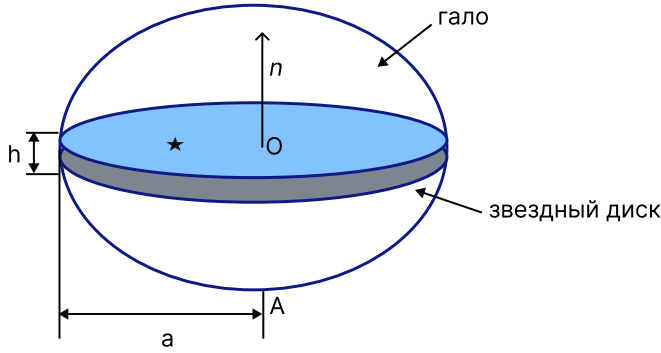


Рис. 4. Модель галактического диска и гало Галактики, звездой отмечено положение Солнца,  $h = 300$  пк,  $a = 17$  кпк — большая полуось,  $OA = 3$  кпк — малая полуось

истекание КЛ из Галактики, решение задачи уже аналитически невозможно в силу большого числа свободных параметров и применяется численное решение на сетке (численное решение задачи о потоках, скалярный потенциал которых определяется из уравнения стационарной диффузии (6) с источниками в виде дельта-функций). Коэффициент диффузии тензорный и, кроме того, переменный (одно значение в тонком диске, другое в гало), его компоненты изменяются в зависимости от галактоцентрического радиуса, а также от величины магнитного поля на заданном радиусе. На границе области ставится условие нулевого потенциала, что эквивалентно потоку строго по нормали от внешней поверхности (утечка КЛ из Галактики). В результате при численной формулировке в декартовой системе следует предполагать тензор общего вида. При этом тензор диффузии не нужно делать непрерывным (сглаживать) около границ цилиндрической области; единственное требование, необходимое для его разностной аппроксимации, тензор должен быть симметричным и положительно определенным.

### 3.1. Разностная схема

Уравнение диффузии (6) является дифференциальным уравнением второго порядка, ситуацию осложняет тензорный вид коэффициента диффузии, т.к. он тоже зависит от координаты и, следовательно, дифференцируется. Дальнейшая разработка задачи предполагает решение уравнения в виде (5). Дополнительное введение каждого из компонент транспортного уравнения увеличивает размерность рассматриваемого пространства, в частности рассмотрение нестационарной задачи и включение компонентов, отвечающих за изменение импульса, приводит нас к необходимости рассматривать пятимерное пространство (3 координаты, время и модуль импульса/энергия). И, как следствие, сложность написания шаблона разностной схемы увеличивается. Поэтому авторами был разработан ал-

горитм написания шаблонов разностных схем для произвольного дифференциального уравнения второго порядка с тензорным коэффициентом. Данный алгоритм реализован с использованием библиотеки символьных вычислений SymPy [27], а также других стандартных библиотек [28–31]. Для решения задачи была выбрана полностью неявная схема, которая гарантирует устойчивость решения как по входным данным, так и по их ошибкам при любом шаге сетки. Шаблон разностной схемы представляет собой матрицу размером  $5 \times 5 \times 5$  элементов, т.к. необходимо аппроксимировать производные 2-го порядка, вводятся две дополнительные точки для каждой из производных. Данная процедура не изменяет устойчивости задачи по входным данным, т.к. значение начальной концентрации берется равным нулю на всей поверхности, ограничивающей область решения задачи, поэтому без ограничения общности можно добавить дополнительный слой элементов.

Перепишем уравнение (6) в тензорном виде и явно выделим зависимости от координат:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} D_{ij}(\mathbf{r}) \frac{\partial}{\partial x_j} f(\mathbf{r}) = S(\mathbf{r}), \quad (7)$$

где  $S(x_j)$  — концентрация источников в точке  $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$ . Здесь подразумевается суммирование по повторяющимся индексам.

При составлении шаблона для численной схемы первым шагом происходило раскрытие всех производных до простых слагаемых вида

$$\frac{\partial D_{ij}(\mathbf{r})}{\partial x_i} \frac{\partial f(\mathbf{r})}{\partial x_j}, \text{ и } D_{ij}(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 f(\mathbf{r})}{\partial x_i \partial x_j}.$$

Затем рекурсивно проводились замены производных на разности:

$$\frac{\partial g(\mathbf{r})}{\partial x_i} \rightarrow \frac{g(\mathbf{r} + \mathbf{x}_i \cdot h_i) - g(\mathbf{r} - \mathbf{x}_i \cdot h_i)}{2h_i},$$

где  $\mathbf{x}_i$  — единичный вектор в направлении оси  $i$ , а  $h_i$  — шаг сетки в выбранном направлении.

После таких рекурсивных замен по всему уравнению выделялись множители, стоящие перед членами вида

$$f(\mathbf{r} + \sum_i n_i \cdot \mathbf{x}_i \cdot h_i),$$

где  $n_i$  — число смещений вдоль оси  $i$ .

Так как в уравнении присутствуют производные не более, чем 2-го порядка, то максимальное смещение от точки  $\mathbf{r}$  не более, чем на 2 шага, то есть весь шаблон имеет размер  $5 \times 5 \times 5$ .

После проделанных операций получившийся шаблон был экспортирован в код на языке Python. Затем составлялась полная матрица системы линейных уравнений. На рис. 5 показан вид матрицы дифференциального уравнения в случае числа пространственных шагов  $h_x = h_y = h_z = 6$ . Здесь цветом показаны ненулевые элементы.

Общий вид матрицы системы уравнений, получающийся в ходе решения задачи, имеет вид:

$$A_{ij}N^j = S_i, \quad (8)$$

где  $A_{ij}$  — разреженная квадратная матрица,  $N^j$  — столбец решений,  $S_i$  — столбец, отвечающий за распределение источников. Здесь подразумевается суммирование по повторяющимся индексам

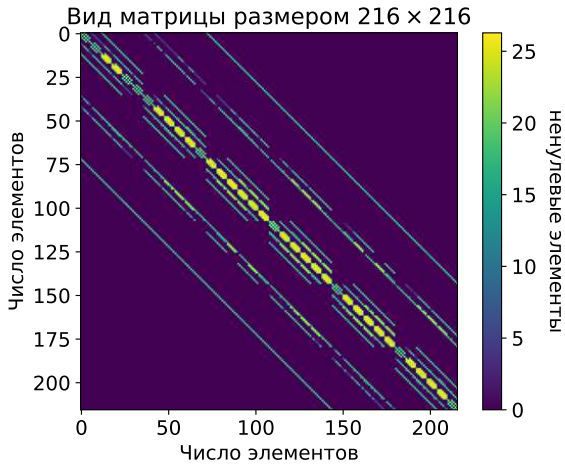


Рис. 5. Потенциально ненулевые члены матрицы системы

Полученная система линейных алгебраических уравнений с разреженной матрицей решалась итерационным стабилизированным методом бисопряженных градиентов (BiCGStab). Сложность такого алгоритма эквивалента  $\mathcal{O}(In)$ , здесь  $I$  — число итераций,  $n$  — размерность системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Можно заметить, что матрица системы остается одной и той же независимо от источника и ее выгоднее сохранить построчным методом (только ненулевые компоненты).

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ПРОВЕРКА КОРРЕКТНОСТИ ПОСТРОЕННОЙ МОДЕЛИ

Решение матричного уравнения (8) позволяет определить концентрации КЛ во всем рассматриваемом объеме Галактики на введенной сетке, с заданным шагом. Свободными параметрами здесь являются функция источника (распределение источников КЛ, их тип) и крупномасштабная структура магнитного поля Галактики, т.е. учет спиральной структуры рукавов, дипольной структуры магнитного поля галактического гало и т.д. Компоненты тензора диффузии  $D_{ij}(\mathbf{r})$  рассчитываются в каждой точке сетки по величине модуля крупномасштабного магнитного поля, а столбец решений уравнения (8)  $S_i$  рассчитывается по заданному распределению источников.

На макроскопическом уровне распределение концентраций КЛ, ключевым образом определяется

структурой магнитного поля, так если элемент тензора диффузии (см. рис. 3), направленный по направлению поля превышает по абсолютному значению компонент, отвечающий за перпендикулярный к полю перенос, то ожидается выделенное направление диффузии КЛ (в направлении поля). Для проверки данной гипотезы в качестве поля была выбрана модель с аксиальной симметрией.

Рассмотрим модельное магнитное поле: из геометрии задачи следует, что уравнение (6) симметрично относительно оси  $z$ , такой же симметрией обладает и распределение сверхновых в Галактике заложенное в построенную модель (см. п. 1). Следовательно, для проекций вектора индукции магнитного поля на координатные оси  $B_x = B_y = 0$ ,  $B_z = 3$  мкГс (характерная величина модуля магнитного поля) в случае корректной работы программы ожидается распределение концентраций, повторяющих распределение источников при любом сечении объема Галактики плоскостью  $z = \text{const}$  и равномерное растекание КЛ вдоль оси  $z$ . Описанная особенность наблюдается на графиках рис. 6 и 7. Здесь шаг сетки в плоскости  $z = 0$  составляет  $l = 0.56$  кпк, а в плоскости  $x = 0$  —  $l = 0.1$  кпк.

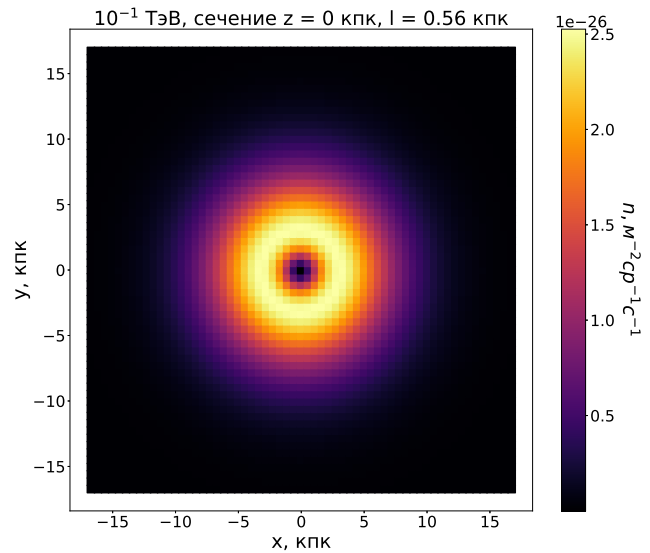


Рис. 6. График зависимости концентрации  $n$  КЛ для сечения диска Галактики  $z = 0$  кпк

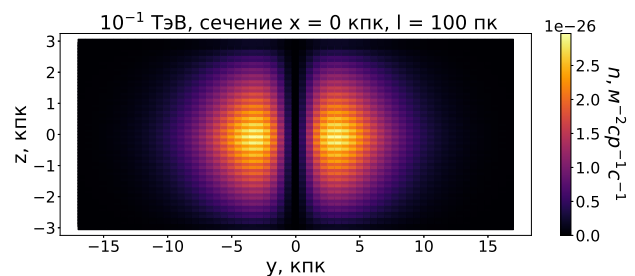


Рис. 7. График зависимости концентрации  $n$  КЛ для сечения диска Галактики  $x = 0$  кпк

В последующих работах планируется анализ наблюдаемых концентраций КЛ с учетом реалистичных моделей магнитного поля, таких как JF12 [32] и [33], а также применение построенной модели для описания экспериментально наблюдаемых спектров КЛ.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье описана созданная авторами новая модель диффузионного распространения КЛ, учитывающая тензорный характер диффузии. Реализован алгоритм определения компонентов тензора диффузии в заданном крупномасштабном магнитном поле, таким образом, был реализован комбинированный подход к описанию распространения КЛ: локальный тензор диффузии рассчитывается из структуры магнитного поля в заданной точке Галактики и особенностей диффузии

онного транспорта на масштабах менее  $x_d$ , т.е. мелкомасштабного транспорта (рассматривается тензор общего вида). Распространение частиц в целом рассматривается как диффузионное. Был описан процесс работы алгоритма по построению шаблона неявной разностной схемы для тензорного дифференциального уравнения второго порядка. Данный алгоритм является ключевым для построения модели диффузионного распространения, однако может быть применен и в других областях физики, в которых возникают задачи на численное решение диффузионных уравнений. Свободными параметрами построенной модели являются функция распределения источников (в том числе поточечный учет близких молодых источников или рассмотрение другого типа источников, ускорение в джетах или в пузырьках Ферми), крупномасштабное магнитное поле Галактики, а также заложенная в расчет модель турбулентности. Корректность работы построенной модели проверена в модельном аксиально-симметричном магнитном поле и с реалистичным распределением источников.

- 
- [1] *Аткин Е., Булатов В., Дорохов В.* и др. // *Письма в ЖЭТФ*. **108**, № 1. 5 (2018).
- [2] *Adriani O., Akaike Y., Asano K.* et al. // *Phys. Rev. Lett.* **122**, N 18. 181102 (2019).
- [3] *Aifeng L., Shiyu Y., Maoyuan L.* et al. // *Universe*. **8**, N 6. 307 (2022).
- [4] *Recchia S., Blasi P., Morlino G.* // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*. **88** (2016).
- [5] *Москаленко И.В.* / Галактические космические лучи и диффузное излучение. дис. док. физ.-мат. наук: 01.03.02. 2016. 446 с.
- [6] *Yurovsky V.O., Kudryashov I.A.* // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. **87**, N 6. 1032 (2023).
- [7] *Orlando E., Johannesson G., Moskalenko I.* et al. // *Nuclear and Particle Physics Proceedings*. **279**. 1475 (2018).
- [8] *Evoli C., Gaggero D., Vittino A.* et al. // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. **2017**, N 02. 129 (2017).
- [9] *Yurovsky V.O., Peryatinskaya A.I., Borisov V.D., Kudryashov I.A.* // *Proceedings of 38th International Cosmic Ray Conference. ICRC2023*. 201 (2023).
- [10] *Zhu G.B., Barrera-Ballesteros J.K., Heckman T.M.* et al. // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. **468**, N 4. 4494 (2017).
- [11] *Horandel J.R.* // *Astroparticle Physics*. **19**, N 2. 193 (2003).
- [12] *Beck R.* // *The Astronomy and Astrophysics Review*. **24**, N 1. 4494 (2015).
- [13] *Beuermann K., Kanbach G., Berkhuisen E.* // *Astronomy and Astrophysics*. **153**. 17 (1985). <https://adsabs.harvard.edu/full/1985A>
- [14] *Sun X.H., Reich W., Waelkens A., Enßlin T.A.* // *Astronomy and Astrophysics*. **477**. (2015).
- [15] *Kolmogorov A.N.* // *Phys. Usp.* **10**, N 6. 734 (1968).
- [16] *Jaffe T.R., Leahy J.P., Banday A.J.* et al. // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. **401**, N 2. 1013 (2010).
- [17] *Гинзбург В.Л.* *Астрофизика космических лучей*. М., 1996.
- [18] *Ackermann M., Ajello M., Baldini L.* et al. // *The Astrophysical Journal*. **726**, N 2. 81 (2010).
- [19] *Yusifov I., Kucuk I.* // *astro-ph/0405495*.
- [20] *Lorimer D.R., Faulkner A.J., Lyne A.G.* et al. // *The Astrophysical Journal*. **323**, N 2. 777 (2006).
- [21] *Гинзбург В.Л.* // *УФН*. **166**, N 2. 169 (1996).
- [22] *Перятинская А.И., Юровский В.О., Кудряшов И.А.* // *УЗФФ*. N 4. (2023).
- [23] *Wei L., Yu-hua Y., Yi-Qing G.* // *The Astrophysical Journal*. **869**. (2018).
- [24] *Aifen L., Shiyu Y., Maoyuan L.* et al. // *Universe*. **8**. 307 (2022).
- [25] *Kudryashov I.A., Kovalev I.M., Kurganov A.A.* // *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **85**. № 4. 379 (2021).
- [26] *Борисов В.Д., Юровский В.О., Кудряшов И.А.* // *УЗФФ*. **8**. N 4. (2023).
- [27] *Meurer A., Smith C. P., Paprocki M.* et al. // *Peer J. Computer Science*. **3**. e103 (2017).
- [28] *Virtanen P., Gommers R., Oliphant T.E.* et al. // *Nature Methods*. **17**. 261 (2020).
- [29] *Van R.G.* et al. // *The Python Library Reference*, release 3.8.2. 2020.
- [30] *Hunter J.D.* et al. // *Computing in Science & Engineering*. **9**, N 3. 90 (2007).
- [31] *Charles R.H., Millman K.J., Walt V.D.* et al. // *Nature*. **585**, N 7825. 357 (2020).
- [32] *Jansson R., Farrar G.R.* // *The Astrophysical Journal*. **757**, N 1. 14 (2012).
- [33] *Unger M., Glennys R. Farrar* // *arXiv*. 2024. 2311.12120.

## Numerical model of cosmic ray propagation in an anisotropic magnetic field of the Galaxy

V. D. Borisov<sup>1,a</sup>, V. O. Yurovsky<sup>2</sup>, I. A. Kudryashov<sup>3,b</sup>

<sup>1</sup>*Department of Space Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

<sup>2</sup>*Department of Nuclear Physics and Quantum Collision Theory, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

<sup>3</sup>*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University Moscow 119991, Russia*  
E-mail: <sup>a</sup>[borisov.vd19@physics.msu.ru](mailto:borisov.vd19@physics.msu.ru), <sup>b</sup>[ilya.kudryashov.85@gmail.com](mailto:ilya.kudryashov.85@gmail.com)

The task of diffusive propagation of cosmic rays (CR) with a general tensor in a model homogeneous magnetic field of the galaxy has been solved in the work, and its stability has been investigated. An algorithm for generating stencils of second-order accuracy difference schemes for a three-dimensional differential equation with tensor components was implemented. The calculation of the diffusion tensor components is performed with a specified spatial step. The components of the tensor are determined based on the values of the magnitude of the large-scale magnetic field vector and the magnitude of the random field component, which is assumed to be 6 microgauss. The work demonstrates the fundamental possibility of determining the energy spectra of CR in various regions of the galaxy, where the distribution of CR sources and the structure of the magnetic field are free parameters.

PACS: 98.70.Sa.

*Keywords:* cosmic rays, diffusion, finite difference method.

*Received 03 June 2024.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin. 2025. 80, No. . Pp. .*

### Сведения об авторах

1. Борисов Владислав Дмитриевич — студент; e-mail: [borisov.vd19@physics.msu.ru](mailto:borisov.vd19@physics.msu.ru).
2. Юровский Владимир Олегович — студент; e-mail: [yurovskyvladimir@gmail.com](mailto:yurovskyvladimir@gmail.com).
3. Кудряшов Илья Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник; e-mail: [ilya.kudryashov.85@gmail.com](mailto:ilya.kudryashov.85@gmail.com).