

Дистанционное волоконно-оптическое 3D-микрондирование рассеивающих сред

Д.А. Балакин,^{1, *} А.В. Белинский¹

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 11.12.2024; после доработки 14.01.2025; подписана в печать 14.01.2025)

Рассмотрен новый способ микрондирования рассеивающих сред для изучения их трехмерной структуры при помощи фемтосекундных импульсов, передаваемых к объекту и возвращаемых обратно при помощи пучка одномодовых волокон. При этом детектируется вторая гармоника, формируемая при суммировании частот обратно рассеянного и опорного сигналов. Посредством компьютерного моделирования исследован ряд алгоритмов восстановления пространственного распределения показателя ослабления и их комбинирование.

PACS: 42.30.Wb, 42.65.Re УДК: 519.6, 535.3

Ключевые слова: эндоскопия, волоконная оптика, восстановление 3D-модели, микрондирование, фемтосекундная оптика.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.80.2530101](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.80.2530101)

ВВЕДЕНИЕ

В задачах медицинской физики, связанных с исследованием, диагностикой, мониторингом частично прозрачных объектов, весьма перспективными представляются методы волоконно-оптического лазерного зондирования, поскольку они позволяют «проникнуть» в труднодоступные органы и ткани, не причиняя травматического воздействия, характерного для традиционной медицины. Так, в недавней работе [1] предложена волоконная лазерная 3D-эндоскопия с использованием сверхкоротких фемтосекундных световых импульсов и алгоритма формирования фантомных изображений. Для демонстрации работоспособности системы в качестве примера был рассмотрен простейший исследуемый объект, состоящий из однородных рассеивающих вокселей без поглощения. Ясно, что этой элементарной моделью далеко не исчерпывается множество зондируемых сред. Мы попытались продвинуться в получении более общих методик эндоскопии объектов с частичным поглощением и тонкой поперечной структурой. Для простоты и прозрачности изложения мы ограничились прямым наблюдением без использования фантомной двухфотонной оптики [2–7]. Это не только дидактически более наглядно, но и существенно упрощает аппаратную реализацию эндоскопа, в то же время не исключая возможности дальнейшего подключения методов фантомных изображений. Также это делает рассматриваемую задачу математически похожей, например, на задачи дистанционного зондирования атмосферы с целью определения пространственного распределения ее характеристик [8, 9] и [10, введение, п. 2].

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕРЕНИЯ

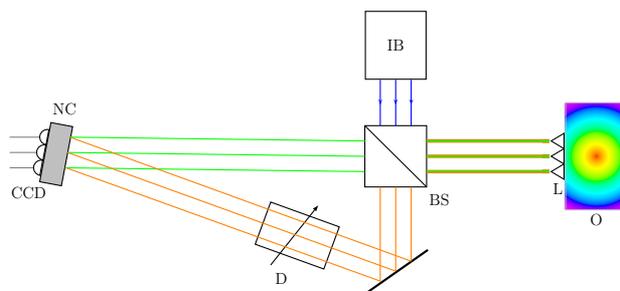


Рис. 1. Блок освещения ИВ, состоящий из фемтосекундного лазера и оптической системы, формирует периодическую серию световых импульсов с квазиплоским волновым фронтом. Излучение подаётся на светоделитель BS, который разделяет пучок на опорный (идёт вниз) и зондирующий. Последний на выходе из волоконного жгута преобразуется линзовым растром L в квазиплоский волновой фронт и облучает исследуемый объект O. Обратно рассеянный свет возвращается по тем же волокнам и поступает на нелинейный кристалл NC. Неколлинеарно смешиваясь с опорным пучком, он даёт световое поле второй гармоники, соответствующее структуре рассеянного пучка, которое регистрируется датчиками CCD. Регулирование задержки D (внизу) изменяет вклады в выходной сигнал излучения, рассеянного на различных глубинах объекта

Рассмотрим модель измерения (см. рис. 1), в которой вторая гармоника, получающаяся при неколлинеарном суммировании частот обратно рассеянного и опорного сигналов, регистрируется матрицей фотодетекторов, а освещение среды осуществляется квазиплоской волной. При этом прямые и обратные импульсы транслируются одними и теми

* E-mail: balakin_d_a@physics.msu.ru

же волокнами, на каждое из которых приходится свой детектор. Иными словами, рассматривается аналог модели измерения в [1], но со следующими отличиями:

- регистрируются не фантомные, а обычные изображения, в связи с чем падающее на объект излучение не модулируется и является плоской волной, а рассеянное назад излучение регистрируется матрицей датчиков, а не одним однопиксельным;
- освещение объекта и передача рассеянного излучения на детекторы выполняется одними и теми же оптическими волокнами, причем на каждое волокно приходится свой детектор;
- удаленный конец пучка оптических волокон снабжен оптической растровой системой линз, которые коллимируют выходящее из каждого волокна одномодовое излучение и отсекают косые лучи, причем считается, что дифракцией можно пренебречь;
- объект моделируется как состоящий из обобщенных цилиндров, основания которых — поля зрения детекторов, а оси параллельны на-

$$\begin{aligned}
 x_{ij} &= C \int_{-\infty}^{+\infty} dt I_0(t - t_j) I_i^{(r)}(t) = \\
 &= C \int_{-\infty}^{+\infty} dt I_0(t - t_j) \int_0^{+\infty} dz I_0(t - 2nz/c) r \exp\left(-2 \int_0^z \mu_i(z_1) dz_1\right) = \\
 &= C \int_0^{+\infty} dz r \exp\left(-2 \int_0^z \mu_i(z_1) dz_1\right) \int_{-\infty}^{+\infty} dt I_0(t - t_j) I_0(t - 2nz/c), \quad (3)
 \end{aligned}$$

где множитель C не зависит от i, j и определяется характеристиками нелинейного кристалла и иными аналогичными общими свойствами регистрирующей системы.

Строго говоря, согласно [13], в формуле (9.7) должны присутствовать под знаком интеграла ещё и фазозависимые интерференционные слагаемые при генерации второй гармоники. Однако при длительности импульсов порядка 30 фс, когда на длине импульса укладывается большое количество световых периодов, и при неколлинеарном взаимодействии, когда каждый из пересекающихся пучков не даёт самостоятельной генерации второй гармоники за счёт отсутствия для него фазового синхронизма, ими можно пренебречь. Интерференционные максимумы и минимумы при таких условиях усредняются по длине импульса, так что их наличие не сказывается на результате генерации второй гармоники даже без учета стохастизации рассеянного пучка, ещё более размывающей интерференцию.

правлению распространения освещения, которое обозначим Oz ;

- все оптические характеристики объекта, кроме показателя ослабления μ , постоянны и известны, а показатель ослабления зависит только от номера цилиндра i и координаты z .

Обозначим показатель рассеяния и отражения назад r , показатель преломления — n . Пусть интенсивность освещения при $z = 0$ в момент времени t равна $I_0(t)$. Тогда интенсивность освещения в глубине объекта равна

$$I_i(z, t) = I_0(t - nz/c) \exp\left(-\int_0^z \mu_i(z_1) dz_1\right), \quad (1)$$

что следует из закона Бугера–Ламберта–Бера. Для получения интенсивности излучения, рассеянного и отраженного в слое от z до $z + dz$, необходимо умножить $I_i(z, t)$ на rdz (см., например, [11, §15 и 19]), а для получения интенсивности обратно рассеянного излучения $I^{(r)}$ на детекторе — учесть затухание на обратном пути умножением на экспоненту в (1) и вычесть из временного аргумента время обратного распространения, что дает

$$I_i^{(r)}(t) = \int_0^{+\infty} dz I_0(t - 2nz/c) r \exp\left(-2 \int_0^z \mu_i(z_1) dz_1\right). \quad (2)$$

Процесс детектирования приводит к тому, что регистрируемый сигнал x_{ij} при задержке опорного сигнала на t_j может быть записан в виде [12, §6.8], [13, §9.2.1]:

2. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ПОГЛОЩЕНИЯ

2.1. Восстановление без использования дополнительной информации

Рассмотрим вначале метод восстановления, в котором не используется дополнительная информация, а результат восстановления однозначно определяется указанной выше моделью измерения.

Задача (3) относительно функций h_i ,

$$h_i(z) = r \exp\left(-\int_0^z \mu_i(z_1) dz_1\right),$$

формально соответствует ситуации, рассмотренной в [14], с совокупностью x_{ij}/C в качестве данных измерений. Как показано в [14], восстановление h_i возможно лишь с точностью до элементов ортогональ-

ного дополнения линейной оболочки функций a_j :

$$a_j(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt I_0(t - t_j) I_0(t - 2nz/c).$$

Предполагая, что a_j линейно независимы, а также дифференцируемы по аргументу, переформулируем задачу восстановления h_i как конечномерную. Для этого образуем матрицу B из матричных элементов

$$B_{jk} = (a_j, a_k) = \int_0^{+\infty} dz a_j(z) a_k(z).$$

Тогда координаты вектора $B^{-1} \mathbf{y}^{(i)}$ ($\mathbf{y}^{(i)}$ — вектор-столбец, составленный из $x_{i1}/C, x_{i2}/C, \dots$) служат коэффициентами в линейной комбинации функций a_1, \dots, a_j, \dots , равной проекции \hat{h}_i истинной функции h_i на линейную оболочку функций a_1, \dots, a_j, \dots :

$$\hat{h}_i(t) = \sum_j (B^{-1} \mathbf{y}^{(i)})_j a_j(z). \quad (4)$$

Если бы функции h_i были известны доподлинно, то

$$-\frac{1}{2} \frac{d}{dz} \ln \frac{h_i(z)}{r} = \mu_i(z), \quad (5)$$

что можно использовать для восстановления функций μ_i по оценкам \hat{h}_i (4). Удобнее вместо прямой подстановки \hat{h}_i вначале продифференцировать представление (4), получив

$$\hat{\mu}_i(z) = -\frac{\sum_j (B^{-1} \mathbf{y}^{(i)})_j a'_j(z)}{2 \sum_j (B^{-1} \mathbf{y}^{(i)})_j a_j(z)}, \quad (6)$$

где $'$ обозначает производную по z .

В основном далее рассматриваемом случае

$$I_0(t) = (2\pi T^2)^{-1/2} \exp(-t^2/(2T^2)) \quad (7)$$

(освещающие импульсы гауссовы, в качестве единицы отсчета интенсивности выбрана энергия одного импульса, в качестве начального момента времени — середина импульса освещения), и поэтому

$$a_j(z) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}T} \exp\left(-\frac{(ct_j - 2nz)^2}{4c^2T^2}\right),$$

$$B_{jk} = \frac{c}{8nT\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t_j - t_k)^2}{8T^2}\right) \times \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{t_j + t_k}{\sqrt{8}T}\right)\right). \quad (8)$$

Поскольку все a_j вида (8) дифференцируемы бесконечное число раз, восстановленные таким образом версии функции h_i тоже не могут содержать скачков функции или ее производной сколь угодно большого порядка. Для линейной независимости функций a_j в этом случае достаточно, чтобы все задержки t_j попарно отличались.

2.2. Альтернативный способ восстановления

Как отмечено выше, восстановленная по формулам (4) и (6) оценка \hat{h}_i всегда принадлежит линейной оболочке функций a_j , и к \hat{h}_i может быть прибавлен произвольный элемент ортогонального дополнения этой линейной оболочки, что не влияет на результаты измерений. Это позволяет учитывать известную исследователю дополнительную информацию об оптических свойствах объекта исследования. Функции a_j при этом определяются условиями регистрации (формой импульсов освещения). Такая последовательность действий не всегда удобна, особенно если дополнительная информация не характеризует линейное подпространство, которому априори принадлежит функция h_i . Рассмотрим другой способ восстановления функций h_i , основанный на методе Галёркина–Петрова [15, гл. XIV, §1.5], [16] и методе моментов [17] для численного решения интегральных уравнений, который в известном смысле обобщает предыдущий.

По аналогии с (4) представим \hat{h}_i в виде

$$\hat{h}_i(z) = \sum_k \alpha_k^{(i)} \varphi_k(z), \quad (9)$$

где $\alpha_k^{(i)}$ — неизвестные числовые коэффициенты, φ_k — линейно независимые дифференцируемые базисные функции (предыдущему способу восстановления отвечает выбор $\varphi_k = a_k$). Тогда уравнение (3) принимает вид

$$\begin{aligned} (\mathbf{y}^{(i)})_j &= \left(a_j, \sum_k \alpha_k^{(i)} \varphi_k\right) = \sum_k \alpha_k^{(i)} (a_j, \varphi_k) = \\ &= \sum_k \alpha_k^{(i)} \int_0^{+\infty} dz a_j(z) \varphi_k(z), \end{aligned} \quad (10)$$

откуда видно, что для упрощения решаемой задачи желательно выбрать базисные функции так, чтобы интегралы в (10) вычислялись аналитически. Если далее обозначить $\Phi_{jk} = (a_j, \varphi_k)$, то из $(\mathbf{y}^{(i)})_j = (a_j, h_i)$ получаем условия $\sum_k \Phi_{jk} \alpha_k^{(i)} = (\mathbf{y}^{(i)})_j$, аналогичные условиям ортогональности невязки тестовым функциям в методе Галёркина–Петрова (но здесь тестовые функции не выбираются произвольно, а обусловлены моделью измерения), или, если обозначить $\boldsymbol{\alpha}^{(i)}$ вектор-столбец, образованный из коэффициентов $\alpha_k^{(i)}$, а Φ — матрицу, составленную из матричных элементов Φ_{jk} , то

$$\Phi \boldsymbol{\alpha}^{(i)} = \mathbf{y}^{(i)}. \quad (11)$$

Поскольку таких условий столько, сколько значений задержки t_j , при отсутствии дополнительных ограничений можно однозначно восстановить лишь соответствующее количество коэффициентов $\alpha_k^{(i)}$, в силу чего целесообразно ограничиться таким числом элементов разложения. В то же время при большем числе элементов разложения можно положить

$$\boldsymbol{\alpha}^{(i)} = \Phi^{-1} \mathbf{y}^{(i)}, \quad (12)$$

где $\bar{}$ обозначает псевдообращение. Если (11) имеет единственное решение, то оно совпадает с (12). При избыточном же числе элементов разложения такой выбор по-прежнему обеспечивает выполнение уравнения (11), если $(I - \Phi\Phi^-)\mathbf{y}^{(i)} = 0$, но уже не является единственным его решением. Общее решение может быть записано в виде [18, §2.2.3]

$$\Phi^- \mathbf{y}^{(i)} + (I - \Phi^- \Phi) \mathbf{q}, \quad (13)$$

при некотором \mathbf{q} .

Далее как при использовании дополнительных базисных функций, так и при их отсутствии разложение (9) подставляется в формулу (5). Как и ранее, удобнее вместо прямой подстановки вначале продифференцировать представление (9), получив

$$\hat{\mu}_i(z) = -\frac{\sum_k \alpha_k^{(i)} \varphi'_k(z)}{2 \sum_k \alpha_k^{(i)} \varphi_k(z)}, \quad (14)$$

где $'$ обозначает производную по z .

При использовании дополнительных базисных функций можно наложить дополнительные ограничения на разложение (9), например, потребовать, чтобы $\hat{h}(0) = r$, или минимизировать (по \mathbf{q}) какой-либо функционал, характеризующий априорное правдоподобие [19–22] восстанавливаемой версии. В таком случае задачу восстановления распределения коэффициента ослабления можно рассматривать как задачу *оптимального оценивания коэффициента ослабления в определенной исследователем субъективной модели измерений* (см. [20] и [22, §3.2.2]). В этой модели истинная версия μ_i распределения коэффициента ослабления рассматривается как реализация неопределенной функции $\tilde{\mu}_i$ с заданным исследователем распределением правдоподобий $t^{\tilde{\mu}_i}$, характеризующим априорные представления исследователя о возможных распределениях коэффициента ослабления. Тогда оценка определяется как *оценка максимального условного правдоподобия*, решением задачи

$$t^{\tilde{\mu}_i} \left(-\frac{\sum_k \alpha_k^{(i)} \varphi'_k(z)}{2 \sum_k \alpha_k^{(i)} \varphi_k(z)} \right) \sim \max_{\alpha^{(i)}: \Phi \alpha^{(i)} = \mathbf{y}^{(i)}}, \quad (15)$$

то есть как решение задачи максимизации $t^{\tilde{\mu}_i}$ при условии (11), что оценке соответствуют полученные результаты измерений, с последующей подстановкой полученных коэффициентов $\alpha^{(i)}$ в (14). С учетом вида (13) общего решения уравнения в условии можно заменить условную оптимизацию в (15) на безусловную:

$$t^{\tilde{\mu}_i} \left(-\frac{\sum_k (\Phi^- \mathbf{y}^{(i)} + (I - \Phi^- \Phi) \mathbf{q})_k \varphi'_k(z)}{2 \sum_k (\Phi^- \mathbf{y}^{(i)} + (I - \Phi^- \Phi) \mathbf{q})_k \varphi_k(z)} \right) \sim \max_{\mathbf{q}}, \quad (16)$$

с последующей подстановкой полученного \mathbf{q} в (13) и полученных коэффициентов $\alpha^{(i)}$ в (14). Значение же правдоподобия самого условия получения наблюдаемых результатов измерений (максимальное значение левой части в (15), (16)) характеризует адекватность субъективной модели измерения.

Простейшим примером задаваемого распределения правдоподобий $t^{\tilde{\mu}_i}$ служит распределение, согласно которому все физически возможные версии μ_i одинаково правдоподобны. Более информативное распределение можно задать, например, при помощи функционала полной вариации, аналогично его использованию в [23, 24]. В этом случае более гладкие (в смысле полной вариации) версии h_i рассматриваются как более правдоподобные. При малом избытке элементов разложения рассмотренный в [25–28] метод позволяет обойтись и без явного указания распределения правдоподобий ценой существенного вовлечения исследователя в процесс восстановления.

Вернемся к освещению гауссовым импульсом и возьмем в качестве базисных функций гауссианы

$$\varphi_k(z) = \exp \left(-\frac{(ct_k - 2nz)^2}{4c^2q^2T^2} \right), \quad (17)$$

где параметр q выбирается исследователем из следующих соображений. С одной стороны, большие значения q нежелательны, ибо приводят к значительному перекрытию соседних функций φ_k и плохой обусловленности задачи (11), то есть $t_k - t_{k-1} \ll qT$ нежелательно. С другой стороны, малые значения q ($q \lesssim 1$) приводят либо к осциллирующим артефактам, связанным с попыткой аппроксимации гладкой функции h_i малым числом быстро изменяющихся базисных функций, если не использовать дополнительные базисные функции, либо к увеличению объема вычислений, если их использовать. Заметим, что указанные соображения не специфичны для гауссовых базисных функций вида (17) и верны для произвольного семейства базисных функций, получаемых из базовой функции (в (17) — стандартной гауссианы) сдвигом и масштабированием по аргументу. Матричные элементы Φ_{jk} при указанном выборе функций φ_k равны

$$\Phi_{jk} = \frac{qc}{4n\sqrt{1+q^2}} \exp \left(-\frac{(t_j - t_k)^2}{4T^2(1+q^2)} \right) \times \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{q^2 t_j + t_k}{2Tq\sqrt{1+q^2}} \right) \right).$$

Представляется естественным выбрать t_k (или их часть, если используются дополнительные базисные функции) равными задержкам t_j .

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Далее при численном моделировании $n = 4/3$, $T = 30$ фс, $t_j = 60j$ фс при целых j , $r = 10^{-3}$ мкм $^{-1}$, $c = 0.3$ мкм/фс.

Вначале рассмотрим два примера, в которых часть вычислений по формулам выше может быть выполнена аналитически, а весь объект состоит из одного обобщенного цилиндра, вследствие чего индекс i в этих примерах отсутствует.

В первом примере пусть $\mu(z) = \mu_0$, т.е. показатель ослабления постоянен. Тогда $h(z) = r \exp(-2 \int_0^z \mu_0 dz_1) = r \exp(-2\mu_0 z)$. Дальнейшее моделирование выполнено численно при $\mu_0 = 0.012$ мкм⁻¹ и $j = 0, \dots, 19$. При восстановлении по формулам (9), (12)–(14) использованы гауссовы базисные функции (17), $t_k = 60k$ фс, $q = 2$. Зависимость $h(z)$ от z восстанавливается сравнительно точно (см. рис. 2), исключая начальный и конечный участки. При восстановлении по формулам (6) и (14) можно отметить осциллирующее поведение восстановленной версии $\mu(z)$ как при малых, так и при больших z (см. рис. 3). Причины этого различны: поведение при малых z обусловлено недостаточной точностью аппроксимации (9) при указанном выше выборе базисных функций. В самом деле, функция $h(z)$ монотонно невозрастает в силу неотрицательности $\mu(z)$, но гауссова базисная функция (17) с индексом k убывает только при $z > ct_k/(2n)$. Поэтому добавление базисных функций, соответствующих $k = -2, -0.7$ (значения подобраны в численном эксперименте; зависимость качества восстановления от их выбора довольно слаба), значительно улучшает точность аппроксимации. Поведение же при больших z обусловлено малыми значениями восстановленной версии $h(z)$ и особенно положительными значениями восстановленной версии производной, что дает неверные большие значения, и добавление базисных функций, соответствующих полупцелым положительным k , положение не улучшает, а при больших z — ухудшает. Добавление базисных функций, соответствующих $k = -2, -0.7$ и полупцелым положительным k , при минимизации полной вариации $\hat{h}'(z)$ приводит к результату, весьма незначительно отличающемуся от предыдущих, несмотря на значительное усложнение расчетов (требуется решать задачу условной минимизации вместо решения системы линейных уравнений). При минимизации полной вариации $\hat{h}(z)$ отличие еще меньше. Добавление условия $\hat{h}(0) = r$ вдали от $z = 0$ влияет слабо. Результат значительно улучшается, если использовать также условия $h(z) \geq 0$ и $h'(z) \leq 0$.

Во втором примере $\mu(z) = \mu_0$ при $z_1 \leq z \leq z_2$, а в остальной области $\mu(z) = 0$. Тогда

$$h(z) = \begin{cases} r, & z \leq z_1, \\ r \exp(-2\mu_0(z - z_1)), & z_1 \leq z \leq z_2, \\ r \exp(-2\mu_0(z_2 - z_1)), & z > z_2. \end{cases} \quad (18)$$

Для численного моделирования взято $z_1 = 60$ мкм, $z_2 = 90$ мкм, $\mu_0 = 0.05$ мкм⁻¹, прочие параметры — те же, что и в предыдущем примере. Результаты показаны на рис. 4–5. Отмеченное выше при восстановлении по формулам (9), (12)–(14) осциллирующее поведение восстановленной версии $\mu(z)$ при больших z в этом случае еще более заметно по сравнению с предыдущим (см. рис. 5).

В соответствии с полученными предварительными результатами представляется, что лучше все-

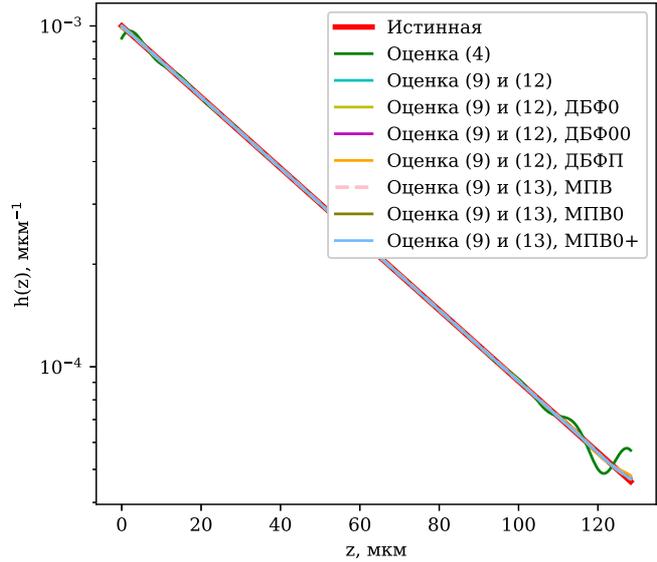


Рис. 2. Истинная функция $h(z) = r \exp(-2\mu_0 z)$ для однородной среды и ее версии, восстановленные согласно (4) и согласно (9), (12), (13) без дополнительных базисных функций, с дополнительными базисными функциями, локализованными около $z = 0$ (ДБФ0) или у промежуточных значений (ДБФП), при минимизации полной вариации функции \hat{h}' (МПВ), при минимизации полной вариации и дополнительном условии $\hat{h}(0) = r$ (МПВ0) и при минимизации полной вариации и условиях $\hat{h}(0) = r, \hat{h}(z) \geq 0, \hat{h}'(z) \leq 0$ (МПВ0+)

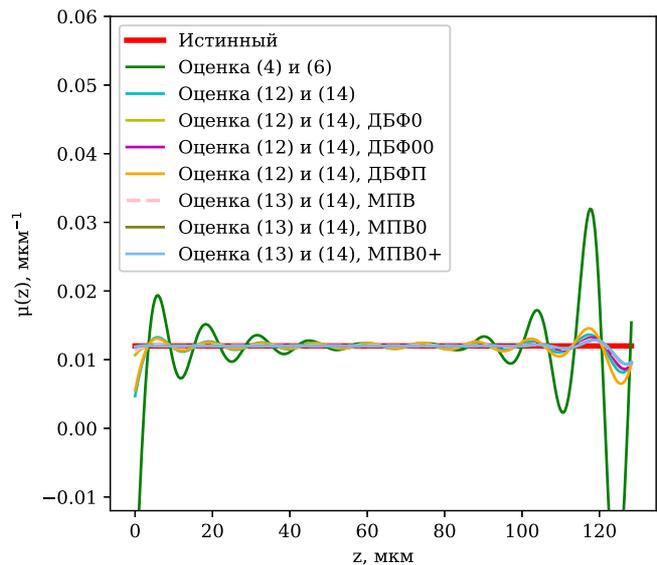


Рис. 3. Истинный показатель ослабления μ для однородной среды и его оценки указанными на рис. 2 методами

го подходят следующие два метода, основанные на лучше всего показавших себя методах из рассмотренных выше. Вначале $\hat{h}_i(z)$ и $\hat{\mu}_i(z)$ восстанавливаются согласно формулам (9), (12) и (14) при гауссовых базисных функциях (17), при дополнительных базисных функциях, сосредоточенных около $z = 0$,

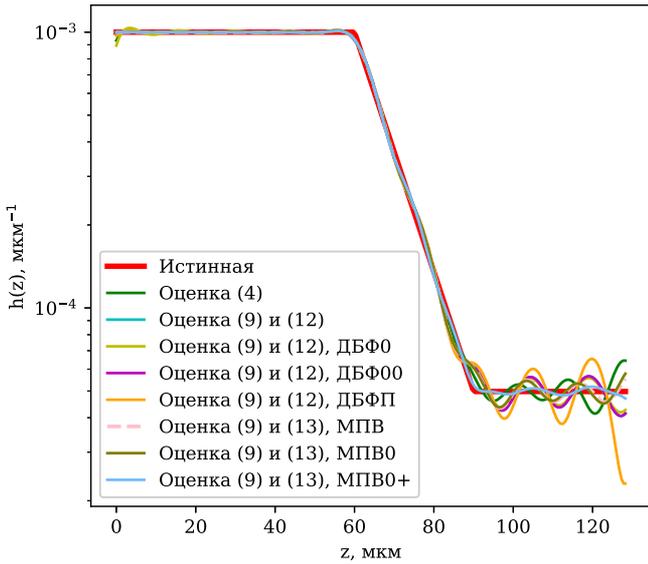


Рис. 4. Истинная функция $h(z)$ (18) для однородного слоя и ее версии, восстановленные согласно (4) и согласно (9), (12), (13) без дополнительных базисных функций, с дополнительными базисными функциями, локализованными около $z = 0$ (ДБФ0); вариант с дополнительным условием $\hat{h}(0) = r$ — ДБФ00 или у промежуточных значений (ДБФП), при минимизации полной вариации функции \hat{h}' (МПВ), при минимизации полной вариации и дополнительном условии $\hat{h}(0) = r$ (МПВ0) и при минимизации полной вариации и условиях $\hat{h}(0) = r$, $\hat{h}(z) \geq 0$, $\hat{h}'(z) \leq 0$ (МПВ0+)

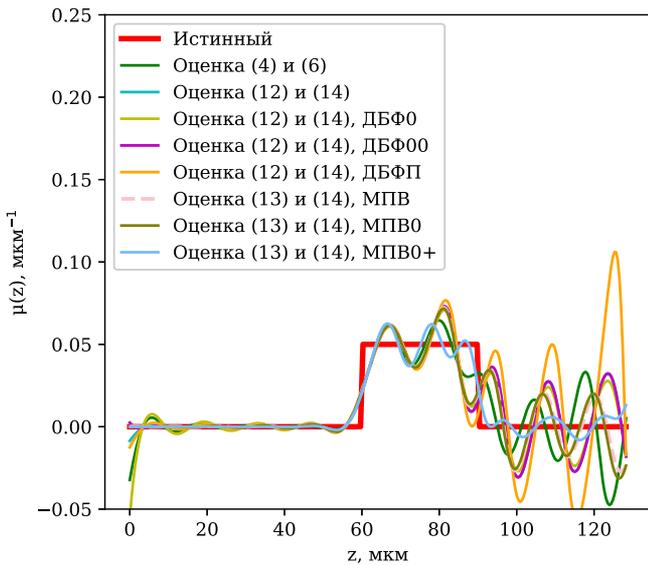


Рис. 5. Истинный показатель ослабления μ для однородного слоя и его оценки указанными на рис. 4 методами

и при z , соответствующих полужелтым значениям задержек, при минимизации полной вариации \hat{h}' и при условиях $\hat{h}(0) = r$, $\hat{h}(z) \geq 0$ и $\hat{h}'(z) \leq 0$ (вариант МПВ0+ на рис. 2–5). Затем ищется наименьшее z , при котором $\hat{h}_i(z) < 0$, что априори неправдоподобно. Если такое z существует, обозначим его z_p .

Поведение $\hat{h}_i(z)$ при $z > z_p - cqT/(2n)$, меньших z_p на величину $cqT/(2n)$ как оценку области влияния базисных функций вида (17), приведших к неправдоподобному результату в z_p , также рассматривается как не вполне правдоподобное. В этой области значения $\hat{\mu}_i(z)$ заменяются на полусумму ранее восстановленной версии и оценки, восстановленной согласно формулам (4) и (6) (как наиболее отличающейся от семейства оценок на базе представления (9)), с последующей заменой отрицательных значений на 0. Во втором варианте для уменьшения вычислительной сложности вместо минимизации полной вариации используется восстановление по формулам (12) и (14) с дополнительными базисными функциями, сосредоточенными около $z = 0$ (на рисунках — ДБФ0).

На рис. 6 показано восстановление этими двумя методами пространственного распределения показателя ослабления трехмерного объекта — правительного октаэдра с ребром 724 мкм, внутри которого показатель ослабления постоянен и равен $\mu_0 = 1.5 \cdot 10^{-3}$ мкм $^{-1}$, а снаружи — нулю.

Предполагалось, что на объект направлены 64×64 оптических волокон, использованы значения задержки $60j$ фс при $j = 0, \dots, 159$. Прочие характеристики — те же, что и выше. Вследствие симметрии октаэдра результаты восстановления для сечения плоскостью, параллельной любым двум координатным осям, могут быть получены из этого же рисунка. Видно, что искажения в основном сосредоточены при малых и особенно при больших z , причем слабо зависят от расположения сечения объекта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение качественно рассмотрим влияние сделанных предположений об оптических характеристиках обобщенных цилиндров в модели объекта.

Если r , показатель рассеяния и отражения назад, неизвестен, но постоянен, алгоритм восстановления остается тем же (кроме невозможности использования условия $\hat{h}(0) = r$), так как деление на постоянную при последующем взятии логарифма и производной в (5) не влияет на результат. Если r изменяется в пространстве известным образом, то эта зависимость должна быть учтена в (5) и особенно в (14). Если r изменяется в пространстве неизвестным образом, то однозначное восстановление невозможно из-за невозможности единственным образом разделить $h_i(z)$ на множители $r_i(z)$ и $\int_0^z dz_1 \mu_i(z_1)$. Например, умножение $\mu_i(z)$ на линейную функцию $1 + \beta z$ неотличимо от умножения $r_i(z)$ на $1 + \beta \int_0^z \mu_i(z_1) z_1 dz_1 (\int_0^z \mu_i(z_1) dz_1)^{-1}$.

Если оптические характеристики объекта, кроме его показателя преломления, зависят не только от координаты z , но и от поперечных координат, то результат восстановления будет смесью результа-

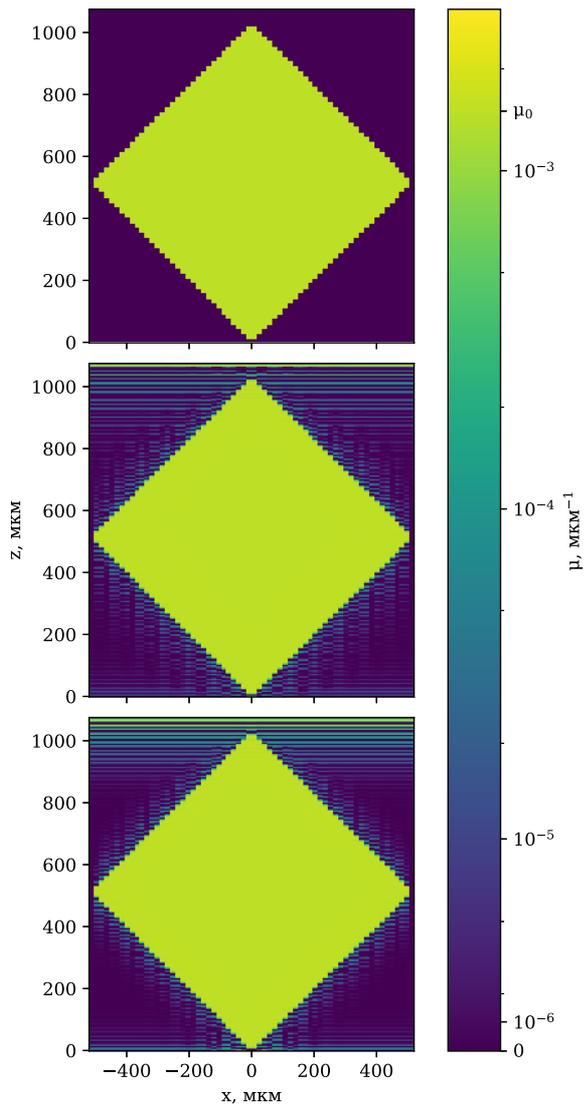


Рис. 6. Восстановление пространственного распределения показателя ослабления трехмерного объекта — правильного октаэдра, сечение которого плоскостью $y = 0$ показано сверху, первым (в центре) и вторым (внизу) методами. Длина ребра октаэдра равна 724 мкм

тов, которые были бы получены для оптически однородных в каждом поперечном сечении подцилиндров, причем «веса» зависят и от пространственного распределения освещающего излучения, и от передаточных функций использованных оптических волокон. Кроме того, в такой ситуации возможны изменения показателя отражения или показателя преломления в наклонном к направлению распространения освещения направлении. На таких неоднородностях освещение может отражаться не назад, а вбок, причем обусловленное этим ослабление обратно рассеянного излучения неотличимо от вызванного поглощением. Предельный пример такого рода — неотличимость поглощающего экрана от отражающего вбок зеркала.

Если показатель преломления изменяется как известная функция z , то, если можно пренебречь отражениями на возможных границах сред, можно оставить в силе основные полученные результаты при помощи нелинейной замены nz/c на время, за которое освещающее излучение распространится до плоскости z , и аналогичных изменений. Если показатель преломления неизвестен, то однозначное восстановление невозможно даже при постоянном показателе преломления. Например, объект с показателем преломления γn неотличим от объекта с показателем преломления n , но растянутого вдоль оси Oz в γ раз. Вместе с тем, например, для биологических объектов обычно известно приблизительное значение показателя преломления. Это и возможность рассматривать совокупность результатов измерений, соответствующих одной и той же задержке, непосредственно как прямое изображение соответствующего слоя объекта, по крайней мере для верхних слоев, позволяет предположить пригодность предложенного метода и в такой ситуации.

Авторы благодарны А.С. Чиркину за обсуждение затронутых проблем оптики.

Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М.В.Ломоносова.

- [1] Белинский А.В., Гостев П.П., Магницкий С.А., Чиркин А.С. // Письма в ЖЭТФ **117**(3–4), 207 (2023). (Belinsky A.V., Gostev P.P., Magnitskiy S.A., Chirkin A.S. // JETP Letters **117**(3), 202 (2023)).
- [2] Белинский А.В., Клышко Д.Н. // ЖЭТФ **105**(3), 487 (1994). (Belinskii A.V., Klyshko D.N. // JETP **78**(3), 259 (1994)).
- [3] Гатти А., Брамбилла Э., Баке М., Луджато Л. А. Квантовое изображение. Под ред. М. И. Колобова (ориг.), А.С. Чиркина (перев.). Гл. 5. Фантомные изображения. М., 2009. (Gatti A., Brambilla E., Bache M., Lugiatto L.A. // Quantum imaging. Ed. by M. I. Kolobov. Ch. 5. Ghost imaging. Singapore, 2007).
- [4] Edgar M.P., Sun B., Bowman R. et al. // Proc. SPIE **8899**. Emerging Technologies in Security and Defence; and Quantum Security II; and Unmanned Sensor Systems X, 889902 (2013).
- [5] Pitsch C., Walter D., Gasparini L. et al. // Applied Optics **62**(23), 6275 (2023).
- [6] Hughes M. R. // Applied Optics **62**(34), 9041 (2023).
- [7] Wakayama T., Higuchi Y., Kondo R. et al. // Applied Optics **62**(36), 9559 (2023).
- [8] Пытьев Ю.П., Газарян В.А., Сухорукова Г.В., Матвеева Т.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. **34**(2), 3 (1993). (Pyt'ev Yu.P., Gazaryan V.A., Sukhorukova G.V., Matveeva T.V. // Moscow Univ. Phys. Bull. **48**(2), 1 (1993).)
- [9] Пытьев Ю.П., Сухорукова Г.В., Чулчиков А.И. // Матем. моделирование. **6**(11), 113 (1994).
- [10] Пытьев Ю.П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. 4 изд. М., 2024.
- [11] Матвеев А.Н. Оптика. М., 1985. (Matveev A.N.

- Optics. Moscow, 1988.)
- [12] *Ахманов С.А., Выхлоух В.А., Чиркин А.С.* Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М., 1988. (*Akhmanov S.A., Vysloukh V.A., Chirkin A.S.* Optics of femtosecond laser pulses. New York, 1992.)
- [13] *Diels J.-C., Rudolph W.* Ultrashort Laser Pulse Phenomena, 2 ed. San Diego, CA, 2006.
- [14] *Чулочков А.И., Юань Б.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. № 3, 15 (2014). (*Chulichkov A.I., Yuan B.* // *Moscow Univ. Phys. Bull.* **69**(3), 218 (2014)).
- [15] *Калиткин Н.Н.* Численные методы, 2 изд. СПб., 2011.
- [16] *Петров Г.И.* // Прикладная математика и механика **4**(3), 3 (1940).
- [17] *Gibson, W.C.* The method of moments in electromagnetics. 3rd ed. Boca Raton, FL, 2022.
- [18] *Пытьев Ю.П.* Математические методы интерпретации эксперимента. М., 1989.
- [19] *Пытьев Ю.П.* // Математическое моделирование **25**(4), 102 (2013). (*Pyt'ev Y.P.* // *Mathematical Models and Computer Simulations* **5**(6), 538 (2013)).
- [20] *Пытьев Ю.П.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. № 1, 3 (2018). (*Pyt'ev Y.P.* // *Moscow Univ. Phys. Bull.* **73**(1), 1 (2018)).
- [21] *Пытьев Ю.П.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. № 2, 3 (2018). (*Pyt'ev Y.P.* // *Moscow Univ. Phys. Bull.* **73**(2), 125 (2017)).
- [22] *Пытьев Ю.П.* Вероятность, возможность и субъективное моделирование в научных исследованиях. М., 2018.
- [23] *Балакин Д.А., Агапов Д.П., Гостев П.П.* и др. // *ЖЭТФ* **162**(6), 811 (2022). (*Balakin D. A., Agapov D. P., Gostev P. P.* et al., *ЖЭТФ* **135**(6), 779 (2022)).
- [24] *Балакин Д.А., Белинский А.В.* // *ЖЭТФ* **164**(6), 910 (2023). (*Balakin D.A., Belinsky A.V.* // *ЖЭТФ* **137**(6), 785 (2023)).
- [25] *Pyt'ev Yu.P., Falomkina O.V., Shishkin S.A.* // *Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications* **29**(4), 577 (2019).
- [26] *Балакин Д.А.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. № 1, 25 (2020). (*Balakin D.A.* // *Moscow Univ. Phys. Bull.* **75**(1), 26 (2020)).
- [27] *Pyt'ev Yu.P., Falomkina O.V., Chulichkov A.I.* // *Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications* **32**(4), 743 (2022).
- [28] *Falomkina O.V., Pytyev Yu.P., Chulichkov A.I.* et al. // LXXII International conference «NUCLEUS-2022: Fundamental problems and applications» (Moscow, July 11–16, 2022): Book of abstracts. 108 (2022).

Remote fiber 3D-microprobing of scattering media

D. A. Balakin^a, A. V. Belinsky^b

*Department of Mathematical Modeling and Computer Science, Faculty of Physics,
Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia
E-mail: ^abalakin_d_a@physics.msu.ru, ^bbelinsky@inbox.ru*

A new method of microprobing scattering media for studying their three-dimensional structure using femtosecond pulses propagated to the object and back using a bundle of single-mode fibers is considered. In this case, the second harmonic is formed by summing the frequencies of the backscattered and reference signals and it is subsequently detected. Using computer modeling, a number of algorithms for reconstructing the spatial distribution of the attenuation coefficient and their combination are studied.

PACS: 42.30.Wb, 42.65.Re

Keywords: endoscopy, fiber optics, 3D reconstruction, microprobing, femtosecond optics.

Received 11 December 2024.

English version: *Moscow University Physics Bulletin.* 2025. **80**, No. . Pp. .

Сведения об авторах

- Балакин Дмитрий Александрович — мл. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-41-78, e-mail: balakin_d_a@physics.msu.ru.
- Белинский Александр Витальевич — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-41-78, e-mail: belinsky@inbox.ru.