

74-я международная конференция по ядерной физике  
«ЯДРО-2024: Фундаментальные вопросы и приложения»

## Радиальная зависимость эффективной массы нуклонов и свойства основного состояния магических ядер

Д. Ю. Смольяников,<sup>1,\*</sup> Н. Н. Арсеньев,<sup>1,†</sup> А. П. Северюхин<sup>1,2,‡</sup>

<sup>1</sup>Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова  
Россия, 141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, д. 6

<sup>2</sup>Государственный университет «Дубна»

Россия, 141982, г. Дубна, Московской обл., ул. Университетская, д. 19

(Поступила в редакцию 05.12.2024; после доработки 23.12.2024; подписана в печать 25.12.2024)

В рамках самосогласованного подхода Хартри–Фока на базе функционала плотности энергии типа Скимма изучены вклады различных слагаемых в эффективную массу нуклона. Добавлены слагаемые, влияющие на эффективную массу нуклона на поверхности ядра, и проанализировано их влияние на свойства основного состояния магических ядер  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40,48}\text{Ca}$ ,  $^{56,78}\text{Ni}$ ,  $^{100,132}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$ : одночастичный спектр, энергия связи и зарядовый радиус. Обнаружено, что радиальная зависимость эффективной массы нуклонов влияет на плотности нуклонов и схему одночастичных уровней вблизи поверхности Ферми. Предложены два новых набора параметров функционала плотности энергии.

PACS: 21.10.-k, 21.30.-x, 21.60.Jz. УДК: 539.143.

Ключевые слова: функционал плотности энергии, метод Хартри–Фока, эффективная масса нуклона.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.80.2530206](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.80.2530206)

### ВВЕДЕНИЕ

Разработка нового поколения детекторов и применение пучков радиоактивных атомных ядер способствовали быстрому накоплению обширной экспериментальной информации в последние годы. Новые экспериментальные установки DRIBs в Объединенном институте ядерных исследований в г. Дубна (РФ), ИНОК в Национальном центре физики и математики г. Саров (РФ), FAIR в Центре по изучению тяжелых ионов в г. Дармштадт (Германия) и RIBF в Институте физико-химических исследований в г. Вако (Япония) значительно расширяют возможности синтеза ядер, находящихся вдали от области стабильности, и способствуют исследованию короткоживущих ядер и нестабильных ядерных систем в лабораторных условиях. Изучение таких ядер имеет ключевое значение для понимания процессов нуклеосинтеза в звездах и распространности элементов во Вселенной [1, 2]. Для анализа экспериментальных данных и разработки новых экспериментов необходимо совершенствование теоретических подходов.

В настоящее время теоретические исследования структуры атомных ядер в основном сосредоточены на разработке методов в рамках теории многих тел, рассматривающей ядро как конечную ферми-систему взаимодействующих нуклонов [3, 4]. Одним из наиболее успешных теоретиче-

ских подходов является самосогласованный метод Хартри–Фока (ХФ) на базе функционала плотности энергии (ФПЭ) Скимма [5, 6]. Этот метод обеспечивает достаточно точное описание характерных свойств атомного ядра, таких как энергия связи, зарядовый радиус, энергии отрыва одного или двух нуклонов, а также спин-орбитальное расщепление, не требуя при этом введения новых параметров при переходе от одного ядра к другому [3, 7]. Однако подходы, базирующиеся на ФПЭ Скимма, сталкиваются с принципиальной проблемой описания плотности одночастичных состояний вблизи поверхности Ферми. Как было показано в [8, 9], введение слагаемых, влияющих на радиальную зависимость эффективной массы нуклона на поверхности ядра, приводит к увеличению плотности одночастичных уровней вблизи поверхности Ферми. Следует отметить, что усиление этой радиальной зависимости негативно сказывается на точности описания энергии связи атомного ядра. В настоящей работе представлены новые параметризации функционала, которые корректно описывают энергии связи магических ядер  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40,48}\text{Ca}$ ,  $^{56,78}\text{Ni}$ ,  $^{100,132}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$ , а также их зарядовые радиусы. Изучение характеристик основных состояний атомных ядер предоставляет уникальную возможность установления ограничений на выбор параметров ядерного функционала плотности.

\* E-mail: [dsmoliannikov@theor.jinr.ru](mailto:dsmoliannikov@theor.jinr.ru)

† E-mail: [arsenev@theor.jinr.ru](mailto:arsenev@theor.jinr.ru)

‡ E-mail: [sever@theor.jinr.ru](mailto:sever@theor.jinr.ru)

## 1. ОБСУЖДЕНИЕ МЕТОДА И РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Начнем обсуждение с того, что запишем оригинальный функционал Скимра в следующем виде [3]:

$$\mathcal{H}_{\text{Sky}}(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2}{2m}\tau_0 + \sum_{t=0,1} \left[ C_t^\rho(\rho_0)\rho_t^2 + C_t^{\Delta\rho}\rho_t\Delta\rho_t + C_t^\tau\rho_t\tau_t + \frac{1}{2}C_t^J J_t^2 + C_t^{\nabla J}\rho_t\nabla\cdot\mathbf{J}_t \right], \quad (1)$$

где индекс  $t = 0, 1$  обозначает изоскалярную и изовекторную части соответствующих плотностей  $\rho_0(r) = \rho_\nu(r) + \rho_\pi(r)$  и  $\rho_1(r) = \rho_\nu(r) - \rho_\pi(r)$ . Выражения для нуклонной  $\rho$ , кинетической  $\tau$  и спиновой  $\mathbf{J}$  плотности можно найти в [6]. Разделение ФПЭ Скимра на изоскалярную и изовекторную компоненты значительно облегчает его представление и позволяет существенно сократить запись. Константы ядерного функционала (1) определены через параметры ФПЭ Скимра  $t_{0\dots 3}$ ,  $x_{0\dots 3}$  и  $\gamma$  следующим образом:

$$\begin{aligned} C_0^\rho &= \frac{3}{8}t_0 + \frac{3}{48}t_3\rho_0^\gamma, \\ C_1^\rho &= -\frac{1}{4}t_0\left(\frac{1}{2} + x_0\right) - \frac{1}{24}t_3\left(\frac{1}{2} + x_3\right)\rho_0^\gamma, \\ C_0^{\Delta\rho} &= -\frac{9}{64}t_1 + \frac{1}{16}t_2\left(\frac{5}{4} + x_2\right), \\ C_1^{\Delta\rho} &= \frac{3}{32}t_1\left(\frac{1}{2} + x_1\right) + \frac{1}{32}t_2\left(\frac{1}{2} + x_2\right), \\ C_0^\tau &= \frac{3}{16}t_1 + \frac{1}{4}t_2\left(\frac{5}{4} + x_1\right), \\ C_1^\tau &= -\frac{1}{8}t_1\left(\frac{1}{2} + x_1\right) + \frac{1}{8}t_2\left(\frac{1}{2} + x_2\right), \\ C_0^J &= \eta\left[\frac{1}{8}t_1\left(\frac{1}{2} - x_1\right) - \frac{1}{8}t_2\left(\frac{1}{2} + x_2\right)\right], \\ C_1^J &= \eta\left(\frac{1}{16}t_1 - \frac{1}{16}t_2\right), \\ C_0^{\nabla J} &= -\frac{3}{4}W_0, \\ C_1^{\nabla J} &= -\frac{1}{4}W_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Параметр  $\eta = 0$  исключает из рассмотрения взаимодействия, связанные с  $J^2$ -членом ФПЭ Скимра (1), в то время как  $\eta = 1$  соответствует ядерному функционалу, учитывающему  $J^2$ -члены.

Существует большое многообразие параметризации ФПЭ Скимра (см. например, [10]). Традиционно параметры взаимодействия Скимра подбираются таким образом, чтобы описывать свойства основного состояния атомного ядра: энергию связи, зарядовый радиус и спин-орбитальное расщепление [3, 7]. В настоящей работе выбрана параметризация ФПЭ Скимра SLy4 [11] (параметры приведены в табл. 1), которая является надежным инструментом для описания различных свойств магических ядер [3]. В частности, как показано на рис. 1,

экспериментальные значения [12] для энергии связи дважды магических ядер  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40,48}\text{Ca}$ ,  $^{56,78}\text{Ni}$ ,  $^{100,132}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$  воспроизводятся с хорошей точностью. Видно, что максимальное отклонение не превышает 0.7% в случае изотопа  $^{16}\text{O}$ .

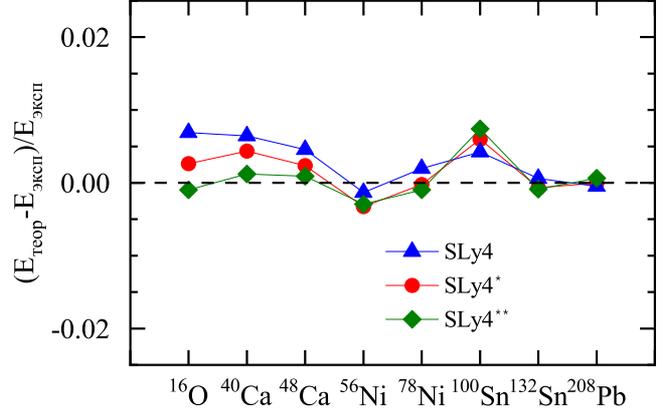


Рис. 1. Относительные ошибки в оценках энергии связи дважды магических ядер. Экспериментальные данные взяты из работы [12]

Таблица 1. Параметры ФПЭ

Параметры	SLy4 [11]	SLy4*	SLy4**
$C_0^{\tau(\nabla\rho)^2}$ (МэВ·фм <sup>10</sup> )	0	-300	-500
$t_0$ (МэВ·фм <sup>3</sup> )	-2488.91	-2488.91	-2488.91
$t_1$ (МэВ·фм <sup>5</sup> )	486.82	412.27	373.93
$t_2$ (МэВ·фм <sup>5</sup> )	-546.39	-546.39	-546.39
$t_3$ (МэВ·фм <sup>3+3γ</sup> )	13777.0	13777.0	13777.0
$x_0$	0.834	0.834	0.834
$x_1$	-0.344	-0.344	-0.344
$x_2$	-1.00	-1.10	-1.15
$x_3$	1.354	1.354	1.354
$\gamma$	0.1667	0.1667	0.1667
$W_0$ (МэВ·фм <sup>5</sup> )	123.0	123.0	123.0
$\eta$	0	0	0

Более чувствительной к параметрам ФПЭ является одночастичный спектр вблизи поверхности Ферми. Рассмотрим схему одночастичных нейтронных уровней на примере изотопа  $^{208}\text{Pb}$ , так как именно по разности энергий между состояниями спин-орбитального дублета  $\nu 3p_{1/2}$  и  $\nu 3p_{3/2}$  была определена сила спин-орбитального потенциала в случае ФПЭ SLy4 [11]. На рис. 2 представлено сравнение рассчитанного одночастичного нейтронного спектра вблизи поверхности Ферми с экспериментально наблюдаемым [1]. Известно, что в изотопе  $^{208}\text{Pb}$  последняя заполненная нейтронная оболочка соответствует уровню  $\nu 3p_{1/2}$ . Видно, что результаты ХФ расчетов переоценивают одноча-

стичную энергию на 0.7 МэВ. Более значительные расхождения наблюдаются выше поверхности Ферми (см. рис. 2). Однако в случае описания спин-орбитального расщепления  $\nu 3p_{1/2} - \nu 3p_{3/2}$ , рассчитанное значение (1.1 МэВ) находится в хорошем согласии с наблюдаемым (0.9 МэВ). При исследовании одночастичных уровней бета-радиоактивного изотопа  $^{132}\text{Sn}$  расчеты демонстрируют заметное отклонения от экспериментальных данных [1]. В частности, в работе [7, 13] показано, что смещение протонных уровней  $\pi 1g_{7/2}$  и  $\pi 1h_{11/2}$  в изотопах Sn, а также нейтронных уровней  $\nu 1h_{9/2}$  и  $\nu 1i_{13/2}$  в изотопах  $N = 82$  является хорошим полигоном для анализа влияния спин-орбитального и тензорного взаимодействий. Наш анализ показал, что измеренная разность энергий между уровнями  $\pi 1g_{7/2}$  и  $\pi 1h_{11/2}$  (2.79 МэВ) в ядре  $^{132}\text{Sn}$  хорошо воспроизводится в рамках ХФ расчетов с ФПЭ SLy4, где расчетная величина составляет 3.1 МэВ. Для нейтронных уровней  $\nu 1h_{9/2}$  и  $\nu 1i_{13/2}$  расчеты дают незначительное завышение (не более 300 кэВ) разности энергий между этими уровнями по сравнению с экспериментальным значением, равным 1.13 МэВ. С другой стороны, наблюдаемая разность энергий между уровнями  $\pi 2d_{5/2}$  и  $\nu 2d_{3/2}$  (1.30 МэВ [1]) ответственна за период бета-распада  $^{132}\text{Sn}$ . Результаты расчетов дают 0.04 МэВ. Как улучшить описание одночастичного спектра?

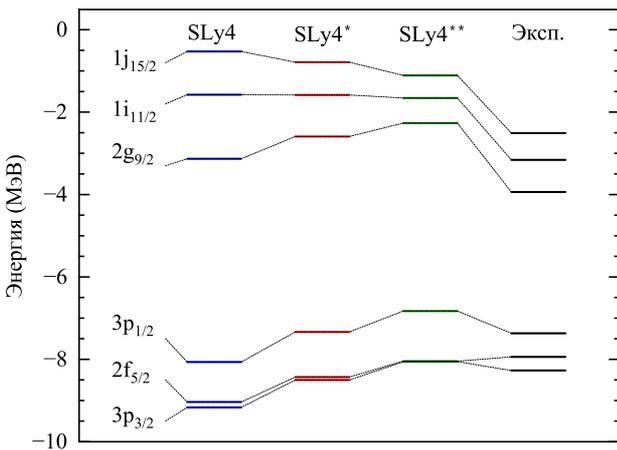


Рис. 2. Схема нейтронных одночастичных уровней вблизи поверхности Ферми в ядре  $^{208}\text{Pb}$ . Расчеты ХФ выполнены с использованием ФПЭ Скирма SLy4 и с новыми ФПЭ SLy4\* и SLy4\*\*, включающие слагаемые (4). Экспериментальные данные взяты из работы [1]

Как было показано в [8, 9], модификация радиальной зависимости эффективной массы нуклона на поверхности ядра приводит к увеличению плотности одночастичных уровней вблизи поверхности Ферми. Для этого добавим в ФПЭ Скирма (1) слагаемые в следующем виде:

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}) = \mathcal{H}_{\text{Sky}}(\mathbf{r}) + \Delta\mathcal{H}(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где

$$\Delta\mathcal{H}(\mathbf{r}) = C_0^{\tau(\nabla\rho)^2} \tau(\mathbf{r}) (\nabla\rho(\mathbf{r}))^2 + C_0^{\rho^2(\nabla\rho)^2} \rho(\mathbf{r})^2 (\nabla\rho(\mathbf{r}))^2. \quad (4)$$

Следует отметить, что в выражении (4) только первое слагаемое вносит вклад в радиальную зависимость эффективной массы нуклона следующим образом:

$$\frac{m}{m_q^*(\mathbf{r})} = 1 + \frac{2m}{\hbar^2} \left[ C_q^\tau \rho_q(\mathbf{r}) + C_0^{\tau(\nabla\rho)^2} (\nabla\rho(\mathbf{r}))^2 \right], \quad (5)$$

где  $2C_q^\tau = C_0^\tau \pm C_1^\tau$ , а знак «+» соответствует нейтронам ( $q = \nu$ ), а «-» — протонам ( $q = \pi$ ). На рис. 3 представлены профили эффективных масс нуклонов в  $^{208}\text{Pb}$  в зависимости от параметра  $C_0^{\tau(\nabla\rho)^2} = 0, -300$  и  $-500$  МэВ·фм<sup>10</sup>. При  $C_0^{\tau(\nabla\rho)^2} = 0$  МэВ·фм<sup>10</sup> профиль соответствует оригинальному ФПЭ Скирма SLy4. Видно, что с увеличением параметра  $|C_0^{\tau(\nabla\rho)^2}|$  с 0 до 500 МэВ·фм<sup>10</sup> наблюдается рост эффективной массы  $m_q^*/m$  на поверхности ядра как для нейтронов (см. рис. 3 а), так и протонов (см. рис. 3 б). При больших значениях параметра  $C_0^{\tau(\nabla\rho)^2}$  формируется пик на поверхности ядра, в то время как в центре ядра эффективные массы приближаются к значениям, полученным без учета новых слагаемых в ФПЭ.

Второе слагаемое в выражении (4) компенсирует эффект первого на среднее поле ядра [8, 9]. При этом между параметрами  $C_0^{\tau(\nabla\rho)^2}$  и  $C_0^{\rho^2(\nabla\rho)^2}$  можно выделить следующее соотношение:

$$C_0^{\rho^2(\nabla\rho)^2} = (-10 \text{ фм}) \cdot C_0^{\tau(\nabla\rho)^2}. \quad (6)$$

Рассмотрим нейтронный и протонный потенциал среднего поля в ядре  $^{208}\text{Pb}$  (см. рис. 4). Видно, что результаты ХФ расчетов с новыми ФПЭ SLy4\* и SLy4\*\*, которые включают слагаемые (4), демонстрируют очень схожее поведение потенциала среднего поля.

Следует подчеркнуть, что введение слагаемых (4) в ядерный функционал, а также последующее усиление радиальной зависимости эффективной массы нуклона на поверхности ядра за счет изменения параметра  $C_0^{\tau(\nabla\rho)^2}$ , приводит к снижению точности описания энергии связи. Например, при значении  $C_0^{\tau(\nabla\rho)^2} = -500$  МэВ·фм<sup>10</sup>, отклонение составляет 5% для энергии связи ядра  $^{208}\text{Pb}$  и 11% в случае  $^{16}\text{O}$ . Очевидно, что включение слагаемых (4) в ФПЭ является не совсем корректной процедурой без соответствующего фитирования параметров стандартного ФПЭ Скирма. При усилении параметра  $C_0^{\tau(\nabla\rho)^2}$  необходимо фитирование всех параметров [8, 9], но оно до сих пор не было выполнено.

Следуя процедуре фитирования параметров ФПЭ, изложенной в [11], были определены допустимые отклонения между рассчитанными и экспери-

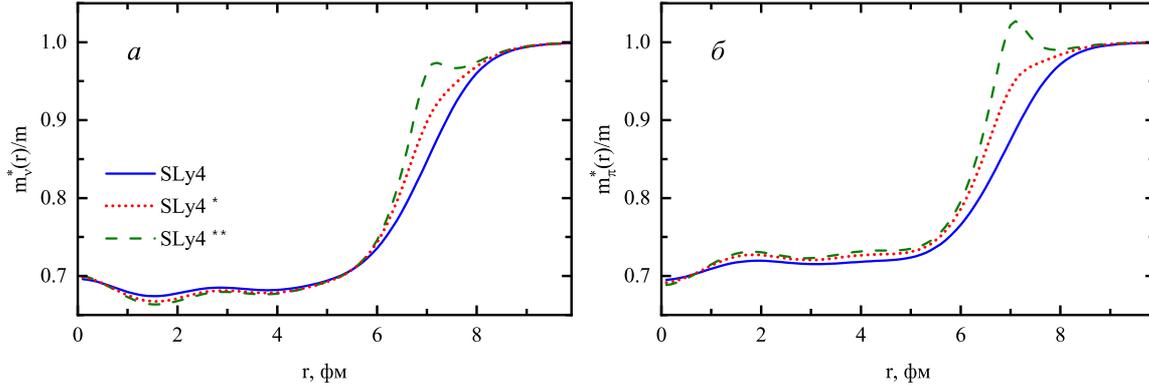


Рис. 3. Радиальная зависимость эффективных масс нейтронов (см. рис. а) и протонов (см. рис. б) в ядре  $^{208}\text{Pb}$ . Сплошной кривой показаны результаты расчетов, выполненных с использованием ФПЭ Скирма SLy4. Результаты ХФ расчетов с новыми ФПЭ SLy4\* и SLy4\*\*, включающие слагаемые (4), представлены соответственно пунктирной и штриховой кривыми

ментальными значениями. В частности, для описания энергии связи был установлен критерий точности описания, не превышающий 2 МэВ. Подгонка параметров исходного ФПЭ Скирма SLy4 проводилась для двух значений параметра  $C_0^{\tau(\nabla\rho)^2}$ , равных  $-300 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^{10}$  и  $-500 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^{10}$ . Найдена корреляция между параметрами  $C_0^{\tau(\nabla\rho)^2}$ ,  $t_1$  и  $x_2$ . С помощью параметров  $t_1$  и  $x_2$  удается контролировать качество описания как свойств бесконечной ядерной материи, так и энергии связи, что упрощает процесс реализации численных расчетов. Предлагаемые значения параметров  $t_1$  и  $x_2$ , полученные для ФПЭ SLy4\* и SLy4\*\*, представлены в табл. 1. Новые параметризации с хорошей точностью описывают энергии связи дважды магических ядер  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40,48}\text{Ca}$ ,  $^{56,78}\text{Ni}$ ,  $^{100,132}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$  (см. рис. 1). Из рисунка видно, что максимальное отклонение составляет менее 0.6% в случае параметризации ФПЭ SLy4\* и 0.7% для SLy4\*\*. Наш анализ показал, что для набора SLy4\* с  $C_0^{\tau(\nabla\rho)^2} = -300 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^{10}$  значение  $\chi^2$  составляет 1.60, а в случае ФПЭ SLy4\*\*, где параметр  $C_0^{\tau(\nabla\rho)^2} = -500 \text{ МэВ}\cdot\text{фм}^{10}$ , расчеты дают  $\chi^2 = 1.16$ . В таблице 2 представлены некоторые характеристики бесконечной ядерной материи, такие как плотность насыщения  $\rho_0$ , коэффициент сжимаемости  $K_\infty$  и другие параметры. Видно, что качество описания свойств бесконечной ядерной материи функционалами SLy4\* и SLy4\*\* сопоставимо с ФПЭ Скирма SLy4 [11].

Интересно рассмотреть влияние радиальной зависимости эффективной массы нуклона на плотность одночастичных состояний вблизи поверхности Ферми. Вернемся к рис. 2, где представлена схема нейтронных уровней в изотопе  $^{208}\text{Pb}$ , полученная с использованием ФПЭ SLy4\* и SLy4\*\*. Видно, что спин-орбитальное расщепление  $\nu 3p_{1/2} - \nu 3p_{3/2}$  практически не изменяется при усилении радиальной зависимости эффективной массы нуклона на поверхности ядра. Оба набора параметров SLy4\* и SLy4\*\* хорошо воспроизводят энергию спин-орбитального расщепления на уровне, со-

Таблица 2. Свойства бесконечной ядерной материи для всех параметризаций ФПЭ, использованных в настоящей работе

	SLy4 [11]	SLy4*	SLy4**
$\rho_0$ (фм $^{-3}$ )	0.160	0.160	0.161
$a_V$ (МэВ)	-15.969	-16.021	-16.021
$K_\infty$ (МэВ)	229.9	230.6	231.3
$m^*/m$	0.70	0.70	0.70

поставимом с ФПЭ SLy4 [11]. Тем не менее, рассчитанная энергия последней заполненной подболочки  $\nu 3p_{1/2}$  в случае ФПЭ SLy4\* соответствует экспериментальному значению. В ФПЭ SLy4\*\*, где радиальная зависимость эффективной массы нуклона на поверхности ядра выражена более сильно, описание энергии уровня  $\nu 3p_{1/2}$  немного ухудшается. В целом, плотность одночастичных нейтронных состояний вблизи поверхности Ферми в изотопе  $^{208}\text{Pb}$  увеличивается (см. рис. 2).

В нейтронно-избыточном изотопе  $^{132}\text{Sn}$  наблюдается значительное улучшение качества описания одночастичного спектра. Наше исследование показало, что разница энергий между уровнями  $\pi 1g_{7/2}$  и  $\pi 1h_{11/2}$  воспроизводится с точностью до 20 кэВ при использовании нового функционала SLy4\*. В то же время, для ФПЭ SLy4\*\* расчеты демонстрируют небольшое занижение на 240 кэВ по сравнению с экспериментальным значением, равным 2.79 МэВ [1]. Следует подчеркнуть кардинальное улучшение в описании наблюдаемой разности энергий между уровнями  $\pi 2d_{5/2}$  и  $\nu 2d_{3/2}$ , которая составляет 1.30 МэВ [1]. Результаты ХФ расчетов с использованием оригинального функционала SLy4 дают значение 0.04 МэВ. В то же время, для новых функционалов SLy4\* и SLy4\*\* разность энергий составляет 1.1 МэВ и 1.7 МэВ соответственно. Вид-

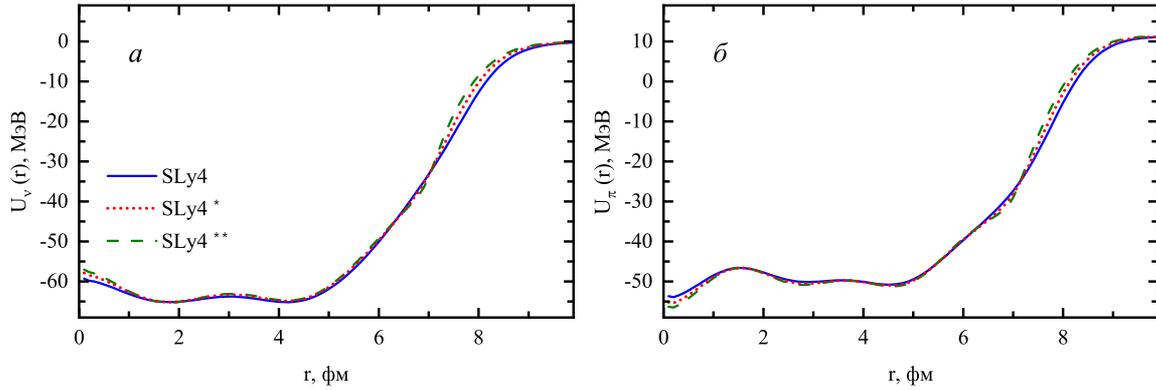


Рис. 4. Потенциал среднего поля в ядре  $^{208}\text{Pb}$  для нейтронов (см. рис. а) и протонов (см. рис. б). Сплошной кривой показаны результаты расчетов, выполненных с использованием ФПЭ Скирма SLy4. Результаты ХФ расчетов с новыми ФПЭ SLy4\* и SLy4\*\*, включающие слагаемые (4), представлены соответственно пунктирной и штриховой кривыми

Таблица 3. Значения среднеквадратичных зарядовых радиусов (значения радиусов указаны в фм). Экспериментальные значения взяты из [14, 16, 17]. Результаты расчетов выполнены с ФПЭ SLy4, SLy4\* и SLy4\*\*

Ядро	Эксп.			Теория		
	[14]	[16]	[17]	SLy4	SLy4*	SLy4**
$^{16}\text{O}$	2.6991(52)	2.730(25)	–	2.80	2.78	2.75
$^{40}\text{Ca}$	3.4776(19)	3.478(1)	–	3.51	3.49	3.47
$^{48}\text{Ca}$	3.4771(20)	3.474(1)	–	3.54	3.52	3.49
$^{56}\text{Ni}$	–	–	3.7226(27)	3.79	3.76	3.72
$^{78}\text{Ni}$	–	–	–	4.00	3.97	3.95
$^{100}\text{Sn}$	–	–	–	4.50	4.47	4.44
$^{132}\text{Sn}$	4.7093(76)	–	–	4.74	4.71	4.69
$^{208}\text{Pb}$	5.5012(13)	5.501(1)	–	5.52	5.49	5.47

но, что учет радиальной зависимости эффективной массы нуклона заметно улучшает согласие с экспериментальными значениями.

Известно, что зарядовой радиус играет важную роль, так как содержит информацию о мезоскопической природе атомных ядер [14]. Исследуем чувствительность среднеквадратичного зарядового радиуса атомного ядра  $\langle R_{ch}^2 \rangle^{1/2}$  к радиальной зависимости эффективной массы нуклона, возникающая в результате новых слагаемых в ядерном функционале (3). В частности, зарядовый радиус связан со среднеквадратичным протонным радиусом  $\langle R_{\pi}^2 \rangle^{1/2}$ , отвечающим точечной плотности, а также с релятивистскими и спин-орбитальными поправками к нему и учетом конечного распределения заряда нуклонов [3, 15]. В настоящей работе зарядовый радиус вычисляется при помощи простого эмпирического соотношения:

$$\langle R_{ch}^2 \rangle \approx \langle R_{\pi}^2 \rangle + 0.64 \text{ фм}^2, \quad (7)$$

Данная оценка приводит к небольшой ошибке (в пределах 0.02 фм [15]) по сравнению с более точным вычислением зарядового радиуса, о котором было упомянуто ранее.

В табл. 3 проведено сравнение зарядовых радиу-

сов дважды магических ядер, полученных в результате различных измерений [14, 16, 17]. Показано, что экспериментальные данные находятся в хорошем согласии, с отклонением между ними не более 0.01 фм. Для изотопа  $^{56}\text{Ni}$  в настоящее время существует только одно измерение [17]. Результаты расчетов, представленные в таблице, демонстрируют, что с усилением радиальной зависимости эффективной массы нуклона на поверхности ядра наблюдается незначительное уменьшение зарядового радиуса. При этом максимальное снижение по сравнению с результатами, полученными с использованием ФПЭ Скирма SLy4, не превышает 2% в случае изотопов  $^{16}\text{O}$  и  $^{56}\text{Ni}$ . Сравнение результатов расчета с имеющимися экспериментальными данными показывает, что введение слагаемых (3) в ФПЭ улучшает описание зарядового радиуса.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе на базе самосогласованной схемы расчетов, основанной на приближении Хартри–Фока с функционалом плотности энергии типа Скирма, изучено влияние радиальной зависи-

мости эффективной массы нуклона на поверхности ядра на свойства основного состояния магических ядер  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40,48}\text{Ca}$ ,  $^{56,78}\text{Ni}$ ,  $^{100,132}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$ . На основании проведенного анализа предложены два новых набора параметров  $\text{SLy4}^*$  и  $\text{SLy4}^{**}$  для функционала, включающего слагаемые пропорциональные  $\tau (\nabla\rho)^2$  и  $\rho^2 (\nabla\rho)^2$ , влияющих на радиальную зависимость эффективной массы нуклонов на поверхности ядра. Сравнение результатов расчета с имеющимися экспериментальными данными демонстрирует улучшение описания плотности одночастичных состояний вблизи поверхности Ферми, сохраняя при этом надежность описания свойств основного состо-

яния атомного ядра и бесконечной ядерной материи. Учет радиальной зависимости в функционале улучшает описание зарядового радиуса.

Авторы выражают благодарность Жерому Маргерону за сотрудничество. Предложенный им алгоритм фитирования параметров функционала помог улучшить результаты расчетов.

Исследование было поддержано в рамках научной программы Национального центра физики и математики, направление No. 6 «Ядерная и радиационная физика» (этап 2023–2025).

- [1] *Grawe H., Langanke K., Martínez-Pinedo G.* // *Rep. Prog. Phys.* **70**. 1525 (2007).
- [2] *Arnould M., Goriely S.* // *Prog. Part. Nucl. Phys.* **112**. 103766 (2020).
- [3] *Bender M., Heenen P.-H., Reinhard P.-G.* // *Rev. Mod. Phys.* **75**. 121 (2003).
- [4] *Paar N., Vretenar D., Khan E., Colò G.* // *Rep. Prog. Phys.* **70**. 691 (2007).
- [5] *Skyrme T.H.R.* // *Phil. Mag.* **1**. 1043 (1956).
- [6] *Vautherin D., Brink D.M.* // *Phys. Rev. C.* **5**. 626 (1971).
- [7] *Arsenyev N.N., Severyukhin A.P., Adamian G.G., Antonenko N.V.* // *Phys. Rev. C.* **110**. 034312 (2024).
- [8] *Fantina A.F., Margueron J., Donati P., Pizzochero P.M.* // *Jour. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **38**. 025101 (2011).
- [9] *Severyukhin A.P., Margueron J., Borzov I.N., Nguyen Van Giai* // *Phys. Rev. C.* **91**. 034322 (2015).
- [10] *Dutra M., Lourenço O., Sá Martins J. S. et al.* // *Phys. Rev. C.* **85**. 035201 (2012).
- [11] *Chabanat E., Bonche P., Haensel P. et al.* // *Nucl. Phys. A.* **635**. 231 (1998).
- [12] *Wang M., Huang W.J., Kondev F.G. et al.* // *Chin. Phys. C.* **45**. 030003 (2021).
- [13] *Colò G., Sagawa H., Fracasso S., Bortignon P.F.* // *Phys. Lett. B.* **646**. 227 (2007).
- [14] *Angeli I., Marinova K.P.* // *At. Data Nucl. Data Tables.* **99**. 69 (2013).
- [15] *Carlson B.V., Dutra M., Lourenço O., Margueron J.* // *Phys. Rev. C.* **107**. 035805 (2023).
- [16] *Fricke G., Heilig K.* // *Nuclear Charge Radii*, edited by H. Schopper. Springer-Verlag, Berlin, 2004.
- [17] *Sommer F., König K., Rossi D.M. et al.* // *Phys. Rev. Lett.* **129**. 132501 (2022).

## Radial dependence of the nucleon effective mass and the ground-state properties of magic nuclei

D. Yu. Smoliannikov<sup>1,a</sup>, N. N. Arsenyev<sup>1,b</sup>, A. P. Severyukhin<sup>1,2,c</sup>

<sup>1</sup>*Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research  
Dubna 141980, Russia*

<sup>2</sup>*Dubna State University. Dubna 141982, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>dsmoliannikov@theor.jinr.ru, <sup>b</sup>arsenev@theor.jinr.ru, <sup>c</sup>sever@theor.jinr.ru*

The contributions of various terms to the nucleon effective mass are analyzed using the self-consistent Hartree-Fock method based on Skyrme-type energy density functional (EDF). The terms of the EDF that impacts nucleon effective mass at the surface of a nucleus has been included. The effects of these terms on the ground-state properties (nuclear charge radii, binding energy and single-particle spectra) of doubly closed shell nuclei  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40,48}\text{Ca}$ ,  $^{56,78}\text{Ni}$ ,  $^{100,132}\text{Sn}$  and  $^{208}\text{Pb}$  are examined. It has been found that the radial dependence of nucleons' effective mass influences both the density diffuseness and the scheme of single-particle levels near the Fermi level. Two new sets of parameters for the nuclear density functional have been proposed.

PACS: 21.10.-k, 21.30.-x, 21.60.Jz.

*Keywords:* energy density functional, Hartree-Fock method, nucleon effective mass.

*Received 05 December 2024.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin.* 2025. **80**, No. . Pp. .

### Сведения об авторах

- Смолянников Дмитрий Юрьевич — стажер-исследователь; тел.: (496) 216-45-33, e-mail: [dsmoliannikov@theor.jinr.ru](mailto:dsmoliannikov@theor.jinr.ru).
- Арсеньев Николай Николаевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (496) 216-36-65, e-mail: [arsenev@theor.jinr.ru](mailto:arsenev@theor.jinr.ru).
- Северюхин Алексей Павлович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (496) 216-24-11, e-mail: [sever@theor.jinr.ru](mailto:sever@theor.jinr.ru).