

Жёсткое тормозное излучение для процессов рождения прямых фотонов

А.А. Кампф^{1, 2, *}¹Объединённый институт ядерных исследований
Дубна, 141980, Россия²Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Москва, 119991, Россия

(Поступила в редакцию 30.04.2025; после доработки 29.05.2025; принята к публикации 03.06.2025)

В работе описано аналитическое вычисление спиральных амплитуд жесткого фотонного и глюонного тормозного излучений с использованием спинорного формализма для процессов типа $\bar{q}q \rightarrow g\gamma$ и $qg \rightarrow q\gamma$. Представленные амплитуды выражены через бивекторы напряжённости. При этом учитывается зависимость от спиральностей и масс всех частиц. Выполнены численные расчеты для процесса аннигиляции пары кварков $\bar{c}s$ при энергиях 24, 91 и 500 ГэВ в системе центра масс с учетом различных комбинаций спиральностей кварков и фотона в конечном состоянии. Исследование является частью разрабатываемой теоретической поддержки для анализа поляризованных наблюдаемых при столкновениях протонов на коллайдере NICA, основанной на системе SANC.

PACS: 13.88.+e, 12.20.-m, 12.38.Bx, 13.85.Qk УДК: 53.02

Ключевые слова: смешанные КЭД-КХД радиационные поправки, тормозное излучение, спиральные амплитуды, SPD NICA.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.80.2540203](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.80.2540203)

ВВЕДЕНИЕ

Nuclotron-based Ion Collider fAcility (NICA) [1] — коллайдер, позволяющий проводить исследования поляризованных протон-протонных столкновений с энергией $\sqrt{s} = 24 - 27$ ГэВ в системе центра масс. в такой области энергий малоизученными остаются поляризованные функции распределения глюонов. Оценка эффектов поляризации в протон-протонных реакциях должна быть проведена с максимально высокой точностью, поскольку лишь небольшая часть партонов поляризована, следовательно, отношение сигнала к фону обычно составляет всего несколько процентов. Наиболее подходящими процессами для изучения поляризованных глюонных распределений являются процессы рождения прямых фотонов. Прямые фотоны образуются в результате процессов аннигиляции кварков и антикварков и кварк-глюонного комптоновского рассеяния:

$$\begin{aligned} \bar{q}(p_1, \chi_1)q(p_2, \chi_2) &\rightarrow g(p_3, \chi_3)\gamma(p_4, \chi_4)(\gamma/g(p_5, \chi_5)), \\ q(p_1, \chi_1)g(p_2, \chi_2) &\rightarrow q(p_3, \chi_3)\gamma(p_4, \chi_4)(\gamma/g(p_5, \chi_5)), \end{aligned} \quad (1)$$

где $q(\bar{q})$ — кварк (антикварк), γ — фотон, g — глюон, p_i и χ_i ($i = 1 \dots 5$) — импульс и спиральность соответственно. Прямые фотоны несут информацию непосредственно о процессе жесткого рассеяния, что делает их особенно ценными для анализа. Соответствующие события характеризуются высокой чи-

стотой, поскольку энергетическое разрешение электромагнитных калориметров обычно превосходит разрешение адронных калориметров, а следовательно, систематические ошибки меньше.

Теоретическое описание образования прямых фотонов в адронных столкновениях для неполяризованного случая выполнено во многих работах. Например, радиационные поправки в следующем за ведущим порядком в пертурбативной КХД были описаны в [2–4]. Работы [5, 6] являются самыми обширными и насыщенными библиографией. Они включают в себя сравнение теоретических предсказаний с экспериментальными данными, а также критическую оценку различных источников теоретической неопределенности. Поляризованный случай наиболее полно описан в работе [7].

Оценка наблюдаемых в лидирующем порядке теории возмущений для продольно поляризованных протон-протонных столкновений на RHIC [8–10] проводилась Монте-Карло генератором Sphinx [11–13]. Глюонные распределения в протоне фитировались как на RHIC [14], так и на HERA [15].

Ранее уже были выполнены расчеты поляризованных наблюдаемых на борновском уровне [16–19] для процессов рождения прямых фотонов на NICA.

На сегодняшний день на базе Монте-Карло (МК) генератора ReneSANCe [20–22] возможен анализ поляризованных наблюдаемых для процессов (1) на борновском уровне с учетом продольной поляризации. Нашим первым шагом был анализ поляризованных наблюдаемых, а также всесторонняя перекрестная проверка с существующими сторонними кодами. Результаты были представлены на рабочем совещании коллаборации SPD и конференции AYSS-2024 [23, 24], с программой Sphinx было до-

* E-mail: kampf@jinr.ru

стигнуто полное согласие и найдено расхождение с работами [18, 19]. в них были обнаружены ошибки, которые авторы исправили после тщательного сравнения с нашими результатами.

Радиационные поправки включают вычисление однопетлевых амплитуд, их перенормировку, регуляризацию инфракрасных расхождений и объединение вкладов виртуального и реального излучения. Полное однопетлевое сечение процесса можно разделить на четыре компоненты: борновское сечение, вклад виртуальных (петлевых) поправок и вклады реальных поправок, соответствующих мягкому и жесткому фотонному (глюонному) излучениям.

В этой работе представлено описание аналитических вычислений вклада жесткого глюонного (фотонного) тормозного излучения и проверка полученного результата для процесса аннигиляции пары $\bar{c}c \rightarrow g\gamma g$.

В SANC каждый вклад описывается с помощью метода спиральных амплитуд, что чрезвычайно удобно для учета поляризации начального и конечного состояний. Для нахождения ковариантных выражений спиральных амплитуд виртуального вклада используется внутренняя процедура системы SANC [25] на основе подхода Вега–Вудки [26]. Однако для вклада жесткого тормозного излучения используется спиновый формализм [27–29].

Содержание работы состоит из трех разделов. После Введения в разделе 2 подробно освещен способ аналитического вычисления амплитуды жесткого тормозного излучения в спиновом формализме для процесса $\bar{q}qg\gamma(g) \rightarrow 0$. Численные результаты представлены в разделе 3. Выводы представлены в Заключение.

1. ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Как было упомянуто выше, для вычисления ковариантных выражений спиральных амплитуд тормозного излучения в работе используется спиновый формализм, описанный в [30], который позволяет получить матричные элементы для массивных частиц. Данная техника в качестве дополнительного источника упрощения матричных элементов использует свойства симметрии калибровочных теорий. Ковариантная форма удобна по нескольким причинам. Во-первых, вектор поляризации калибровочного бозона не является ковариантным объектом, тогда как бивектор напряженности поля \mathbf{F} — является. Поэтому ожидается, что матричные элементы будут выглядеть проще при выражении их через бивектора напряженности поля. Во-вторых, такая форма численно более устойчива благодаря отсутствию сильных численных сокращений.

Традиционно в SANC расчет исследуемого процесса производится через аннигиляцию в вакуум

$$\sum_{i=1}^5 p_i = 0,$$

и далее, с помощью кроссинг-симметрии, можно получить интересующий нас канал. Используя условие равенства нулю суммы импульсов, исследуемые процессы (1) можно представить в виде:

$$\bar{q}(p_1, \chi_1) + q(p_2, \chi_2) + g(p_3, \chi_3) + \gamma(p_4, \chi_4) + (\gamma/g)(p_5, \chi_5) \rightarrow 0. \quad (2)$$

Таким образом мы охватываем оба случая тормозного излучения: с участием тормозного фотона или тормозного глюона.

Рассмотрим случай процесса (2) с тормозным глюоном. На рис. 1 представлена одна из диаграмм этого процесса, где стрелками показано направление импульсов, а индексы \mathbf{a} и \mathbf{c} соответствуют различным глюонам, в то время как индексы \mathbf{k} и \mathbf{j} обозначают цвета кварка и антикварка.

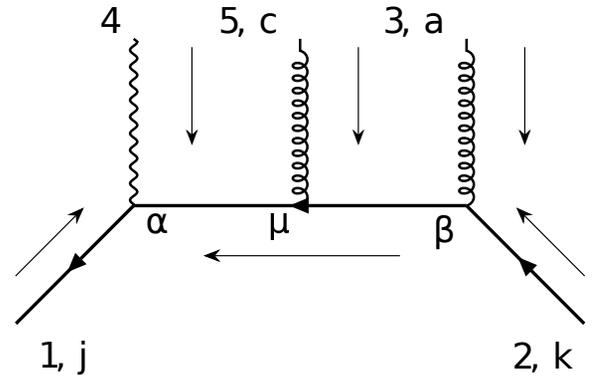


Рис. 1. Одна из диаграмм процесса (2). Индексы \mathbf{c} и \mathbf{a} соответствуют различным глюонам, \mathbf{j} и \mathbf{k} — цвета антикварка и кварка. Вершинные индексы: α, β, μ

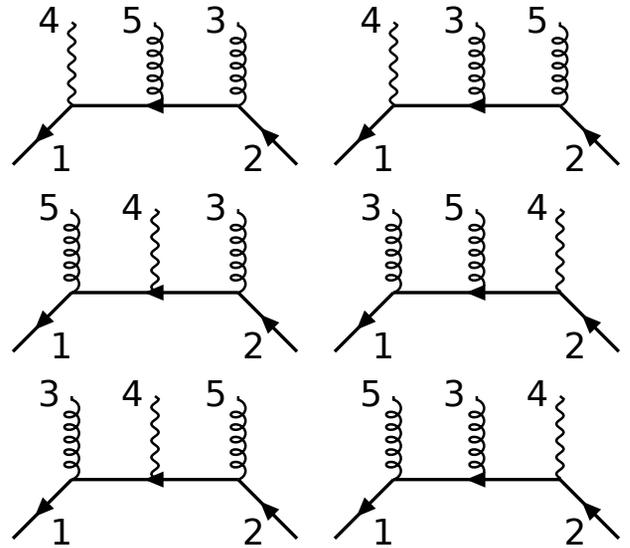


Рис. 2. Часть диаграмм для процесса с тормозным глюоном или полный набор диаграмм для процесса (2) с тормозным фотоном $g(p_5, \chi_5) \rightarrow \gamma(p_5, \chi_5)$

Полный набор диаграмм для процесса (2) представлен на рис. 2 и 3. в случае когда вместо глюона излучается тормозной фотон, необходим только

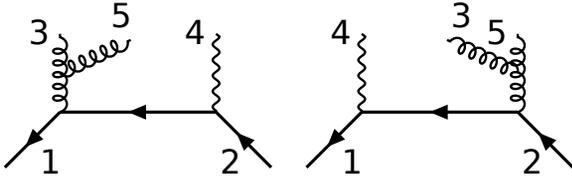


Рис. 3. Диаграммы с трехглюонной вершиной для процесса (2) с тормозным глюоном

набор диаграмм, представленный на рис. 2, с заменой глюона $g(p_5, \chi_5)$ на фотон $\gamma(p_5, \chi_5)$, поскольку трехфотонная вершина в Стандартной модели от-

сутствует. Амплитуда излучения тормозного фотона \mathcal{A}^γ (4) состоит из шести слагаемых в соответствии с шестью перестановками двух фотонов и одного глюона.

В свою очередь, амплитуда излучения тормозного глюона \mathcal{A}^g (3) состоит из двух вкладов \mathcal{A}_{ac}^g и \mathcal{A}_{ca}^g , в которых

$$\begin{aligned} \dot{p}_{ij\dots} &= \not{p}_i + m_i + \not{p}_j + m_j + \dots, \\ \dot{p}_{ij\dots} &= \not{p}_i - m_i + \not{p}_j - m_j + \dots, \end{aligned}$$

e — заряд позитрона, Q — заряд кварка (антикварка), g_s — константа сильной связи. Для их явного выделения было использовано антикоммутиативное соотношение матриц Гелл-Манна $[t^a, t^c] = if^{acbt}t^b$.

$$\mathcal{A}^g = (eQ)g_s^2(\mathcal{A}_{ac} + \mathcal{A}_{ca}),$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{ac} = & -i(t^a t^c)_{jk} \bar{v}_1 \left(\not{\epsilon}_3 \frac{1}{\not{p}_{245}} \not{\epsilon}_4 \frac{1}{\not{p}_{25}} \not{\epsilon}_5 + \not{\epsilon}_3 \frac{1}{\not{p}_{245}} \not{\epsilon}_5 \frac{1}{\not{p}_{24}} \not{\epsilon}_4 + \not{\epsilon}_4 \frac{1}{\not{p}_{235}} \not{\epsilon}_3 \frac{1}{\not{p}_{25}} \not{\epsilon}_5 - \right. \\ & \left. - \gamma_\alpha \frac{1}{\not{p}_{241}^2} [(p_3 - p_{241})^\nu g^{\alpha\rho} + (p_{241} - p_5)^\rho g^{\alpha\nu} + (p_5 - p_3)^\alpha g^{\nu\rho}] \varepsilon_{3,\rho} \varepsilon_{5,\nu} \frac{1}{\not{p}_{24}} \not{\epsilon}_4 - \right. \\ & \left. - \not{\epsilon}_4 \frac{1}{\not{p}_{14}} \gamma_\beta \frac{1}{\not{p}_{241}^2} [(p_{241} - p_3)^\nu g^{\beta\rho} + (p_5 - p_{241})^\rho g^{\beta\nu} + (p_3 - p_5)^\beta g^{\nu\rho}] \varepsilon_{3,\rho} \varepsilon_{5,\nu} \right) u_2, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{ca} = & -i(t^c t^a)_{jk} \bar{v}_1 \left(\not{\epsilon}_5 \frac{1}{\not{p}_{234}} \not{\epsilon}_4 \frac{1}{\not{p}_{23}} \not{\epsilon}_3 + \not{\epsilon}_5 \frac{1}{\not{p}_{234}} \not{\epsilon}_3 \frac{1}{\not{p}_{24}} \not{\epsilon}_4 + \not{\epsilon}_4 \frac{1}{\not{p}_{235}} \not{\epsilon}_5 \frac{1}{\not{p}_{23}} \not{\epsilon}_3 + \right. \\ & \left. + \gamma_\alpha \frac{1}{\not{p}_{241}^2} [(p_3 - p_{241})^\nu g^{\alpha\rho} + (p_{241} - p_5)^\rho g^{\alpha\nu} + (p_5 - p_3)^\alpha g^{\nu\rho}] \varepsilon_{3,\rho} \varepsilon_{5,\nu} \frac{1}{\not{p}_{24}} \not{\epsilon}_4 + \right. \\ & \left. + \not{\epsilon}_4 \frac{1}{\not{p}_{14}} \gamma_\beta \frac{1}{\not{p}_{241}^2} [(p_{241} - p_3)^\nu g^{\beta\rho} + (p_5 - p_{241})^\rho g^{\beta\nu} + (p_3 - p_5)^\beta g^{\nu\rho}] \varepsilon_{3,\rho} \varepsilon_{5,\nu} \right) u_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^\gamma = & (eQ)^2 g_s i t_{jk}^a \bar{v}_1 \left(\not{\epsilon}_4 \frac{1}{\not{p}_{235}} \not{\epsilon}_5 \frac{1}{\not{p}_{23}} \not{\epsilon}_3 + \not{\epsilon}_4 \frac{1}{\not{p}_{235}} \not{\epsilon}_3 \frac{1}{\not{p}_{25}} \not{\epsilon}_5 + \not{\epsilon}_5 \frac{1}{\not{p}_{234}} \not{\epsilon}_4 \frac{1}{\not{p}_{23}} \not{\epsilon}_3 + \right. \\ & \left. + \not{\epsilon}_3 \frac{1}{\not{p}_{245}} \not{\epsilon}_5 \frac{1}{\not{p}_{24}} \not{\epsilon}_4 + \not{\epsilon}_3 \frac{1}{\not{p}_{245}} \not{\epsilon}_4 \frac{1}{\not{p}_{25}} \not{\epsilon}_5 + \not{\epsilon}_5 \frac{1}{\not{p}_{234}} \not{\epsilon}_3 \frac{1}{\not{p}_{24}} \not{\epsilon}_4 \right) u_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Для приведения амплитуд \mathcal{A}^g (3) и \mathcal{A}^γ (4) к виду, содержащему бивекторы напряженности поля, необходимо перегруппировать слагаемые так, чтобы остались только импульсы $p_{i,\mu}$ и явно калибровочно-ковариантные антисимметричные тензоры $F_{i,\mu\nu}$, которые естественным образом могут быть выражены как элементы алгебры Клиффорда матриц Дирака путем свертки с $\gamma^{[\mu} \gamma^{\nu]} = \gamma^\mu \wedge \gamma^\nu$:

$$\mathbf{F}_i \equiv F_{i,\mu\nu} \gamma^\mu \gamma^\nu = \not{p}_i \wedge \not{\epsilon}_i = \not{p}_i \not{\epsilon}_i. \quad (5)$$

Нетрудно проверить, что бивекторы напряженности \mathbf{F}_i сохраняют свою структуру относительно преобразования $\not{\epsilon} \rightarrow \not{\epsilon} + C \not{p}$.

В случае КЭД тензор $F_{i,\mu\nu}$ есть не что иное, как электромагнитный тензор. в нашем же случае он соответствует части глюонного тензора

$$F_{i,\mu\nu} = \partial_\mu t_a A_{i,\nu}^a - \partial_\nu t_a A_{i,\mu}^a,$$

которая является инвариантной только относительно абелевой подгруппы калибровочных преобразований. После перехода к импульсному представлению зависимость от цвета будут нести только матрицы t_a , а выражение для бивектора \mathbf{F}_i будет в точности совпадать с (5). в свою очередь, оставшаяся часть глюонного тензора

$$G_{i,\mu\nu} = i g_s [t_b, t_c] A_{i,\mu}^b A_{i,\nu}^c,$$

выражается через коммутаторы бивекторов \mathbf{F}_i при перегруппировке слагаемых амплитуды.

Для задания векторов поляризации глюонов и фотонов можно использовать аксиальную калибровку. Это не противоречит тому, что сама амплитуда была получена в калибровке Фейнмана, так как физические поляризионные состояния от выбора калибровки не зависят. Глюоны и фотоны в рассматриваемом случае безмассовые, поэтому имеется лишь два

физических состояния для каждого безмассового бозона, которые с учетом аксиальной калибровки удовлетворяют условиям $(p_i \varepsilon_i) = 0$ и $(g \varepsilon_i) = 0$, где g_μ — калибровочный вектор. Решая эту систему уравнений относительно ε_i вместе с условием нормировки $(\varepsilon_i \varepsilon_j^*) = -\delta_{ij}$, получим вектор поляризации в аксиальной калибровке:

$$\not{\varepsilon}_i = \frac{\langle \not{g} \mathbf{F}_i \rangle_1}{(g p_i)}, \quad \langle G \rangle_1 \equiv \overline{\text{Tr}}[G \gamma^\mu] \gamma_\mu,$$

$$\not{\varepsilon}_i(g_1) - \not{\varepsilon}_i(g_2) = -\frac{\overline{\text{Tr}}[\not{g}_1 \not{g}_2 \mathbf{F}_i]}{(g_1 p_i)(g_2 p_i)} \not{p}_i, \quad \overline{\text{Tr}} = \frac{1}{4} \text{Tr}.$$

Изменение вектора g приводит к калибровочному преобразованию.

Как мы увидим далее, амплитуды будут состоять из слагаемых, пропорциональных \mathbf{F}_i , $\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j$, $\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j \mathbf{F}_k$ и скалярной части \mathcal{S} . Для их построения необходимо выделить в амплитуде пару векторов импульса и поляризации $\not{p}_i \not{\varepsilon}_i = \mathbf{F}_i$.

В качестве примера рассмотрим первое слагаемое амплитуды \mathcal{A}_{ac} . После стандартного преобразования получим:

$$\not{\varepsilon}_3 \frac{\not{p}_{245}}{p_{245}^2 - m^2} \not{\varepsilon}_4 \frac{\not{p}_{25}}{p_{25}^2 - m^2} \not{\varepsilon}_5,$$

$$\begin{aligned} & \bar{v}_1 \not{p}_2 [\not{p}_{2345} + m] \not{\varepsilon}_3 [\not{p}_{245} + m] \not{\varepsilon}_4 [\not{p}_{25} + m] \not{\varepsilon}_5 u_2 = \\ & = \bar{v}_1 \not{p}_2 \left[[2(p_{245} \varepsilon_3) + \mathbf{F}_3] [\mathbf{F}_4 + 2(p_{25} \varepsilon_4) + \not{\varepsilon}_4 (-\not{p}_{25} + m)] [\not{p}_{25} + m] \not{\varepsilon}_5 - z_{245} \not{\varepsilon}_3 \not{\varepsilon}_4 [\not{p}_{25} + m] \not{\varepsilon}_5 \right] u_2 = \\ & = \bar{v}_1 \not{p}_2 \left[[2(p_{245} \varepsilon_3) + \mathbf{F}_3] \left[[2(p_{25} \varepsilon_4) + \mathbf{F}_4] [2(p_2 \varepsilon_5) + \mathbf{F}_5] - z_{25} \not{\varepsilon}_4 \not{\varepsilon}_5 \right] - z_{245} \not{\varepsilon}_3 \not{\varepsilon}_4 [2(p_2 \varepsilon_5) + \mathbf{F}_5] \right] u_2, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} z_{i\dots j} &= \not{p}_{i\dots j} \cdot \not{p}_{i\dots j} = p_{i\dots j}^2 - (m_i + \dots + m_j)^2, \\ p_{i\dots j} &= p_i + \dots + p_j. \end{aligned}$$

Проделав аналогичные преобразования с остальными слагаемыми, получим следующий вид для промежуточной амплитуды:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{ac} &= \frac{i(t^a t^c)_{jk} \bar{v}_1 \not{p}_2}{2(p_1 p_2) + 2m^2} \left(\frac{[2(p_{245} \varepsilon_3) + \mathbf{F}_3]}{z_{245}} \left[\frac{[2(p_{25} \varepsilon_4) + \mathbf{F}_4] [2(p_2 \varepsilon_5) + \mathbf{F}_5] - \not{\varepsilon}_4 \not{\varepsilon}_5}{z_{25}} - \not{\varepsilon}_3 \not{\varepsilon}_4 \frac{\not{p}_{25} \not{\varepsilon}_5}{z_{25}} + \right. \right. \\ & \quad + \frac{[2(p_{245} \varepsilon_3) + \mathbf{F}_3]}{z_{245}} \left[\frac{[2(p_{24} \varepsilon_5) + \mathbf{F}_5] [2(p_2 \varepsilon_4) + \mathbf{F}_4] - \not{\varepsilon}_5 \not{\varepsilon}_4}{z_{24}} - \not{\varepsilon}_3 \not{\varepsilon}_5 \frac{\not{p}_{24} \not{\varepsilon}_4}{z_{24}} + \right. \\ & \quad + \left. \frac{[2(p_{235} \varepsilon_4) + \mathbf{F}_4]}{z_{235}} \left[\frac{[2(p_{25} \varepsilon_3) + \mathbf{F}_3] [2(p_2 \varepsilon_5) + \mathbf{F}_5] - \not{\varepsilon}_3 \not{\varepsilon}_5}{z_{25}} - \not{\varepsilon}_4 \not{\varepsilon}_3 \frac{\not{p}_{25} \not{\varepsilon}_5}{z_{25}} - \right. \right. \\ & \quad - \left. \frac{\not{p}_{2345}}{p_{241}^2} [((p_3 - p_{241}) \varepsilon_5) \not{\varepsilon}_3 + ((p_{241} - p_5) \varepsilon_3) \not{\varepsilon}_5 + (\not{p}_5 - \not{p}_3)(\varepsilon_3 \varepsilon_5)] \frac{\not{p}_{24}}{z_{24}} \not{\varepsilon}_4 - \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{\not{p}_{2345} \not{\varepsilon}_4}{z_{14}} \frac{\not{p}_{14}}{p_{241}^2} [((p_{241} - p_3) \varepsilon_5) \not{\varepsilon}_3 + ((p_5 - p_{241}) \varepsilon_3) \not{\varepsilon}_5 + (\not{p}_3 - \not{p}_5)(\varepsilon_3 \varepsilon_5)] \right] \right) u_2. \quad (6) \end{aligned}$$

где образовались необходимые нам пары векторов $\not{p}_{245} \not{\varepsilon}_4$ и $\not{p}_{25} \not{\varepsilon}_5$. Из этих пар в дальнейшем будут выделены соответствующие бивекторы \mathbf{F}_i . Для $\not{\varepsilon}_3$ необходимо ввести дополнительный вектор вставкой единичного слагаемого следующим образом:

$$\bar{v}_1 = \frac{\bar{v}_1 (\not{p}_1 \not{q} + \not{q} \not{p}_1)}{2(\not{p}_1 \not{q})} = -\frac{\bar{v}_1 \not{p}_2 \not{p}_{2345}}{2(p_1 p_2) + 2m^2},$$

где

$$\begin{aligned} \not{p}_i &= \not{p}_i + m_i, \quad \not{p}_i = \not{p}_i - m_i, \\ \not{p}_i \not{p}_j + \not{p}_j \not{p}_i &= 2(\not{p}_i \not{p}_j), \quad (\not{p}_i \not{p}_j) = (p_i p_j) - m_i m_j. \end{aligned}$$

Такое преобразование дает пару $\not{p}_1 = -\not{p}_{2345}$ с $\not{\varepsilon}_3$. Импульс q выполняет роль некоего «калибровочного» импульса. Положив его равным \not{p}_2 , получим, что скалярная часть амплитуды \mathcal{S} исчезнет вследствие применения уравнения Дирака $\bar{v}_1 \mathcal{S} \not{p}_2 u_2 = 0$.

Теперь, используя простейшие алгебраические операции, продемонстрируем, как происходит приведение амплитуды \mathcal{A}_{ac} (3) к желаемому виду. Последовательно применяя антикоммутативное соотношение гамма-матриц и используя уравнение Дирака, получаем цепочку преобразований для первого слагаемого:

Из полученного промежуточного вида (6) уже видна часть слагаемых $\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j \mathbf{F}_k$, $\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j$ и \mathbf{F}_i . Другая же часть неявно содержится в трехглюонной вершине (рис. 3). В процессе приведения амплитуды возникают подобные разницы пар бивекторов из слагаемых трехглюонной вершины:

$$-2(p_3 \varepsilon_5) \not{p}_5 \not{p}_3 + 2(p_5 \varepsilon_3) \not{p}_3 \not{p}_5 - 2(p_3 p_5) \not{p}_3 \not{p}_5 + (\varepsilon_3 \varepsilon_5) [\not{p}_5 \not{p}_3 - \not{p}_3 \not{p}_5] = \mathbf{F}_3 \mathbf{F}_5 - \mathbf{F}_5 \mathbf{F}_3 = [\mathbf{F}_3, \mathbf{F}_5].$$

Далее следует собрать слагаемые с одинаковым количеством бивекторов $\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j$ и \mathbf{F}_i и объединить в $\overline{\text{Tr}}$ таким образом, чтобы в нем содержался оставшийся бивектор из имеющихся трех.

Для примера рассмотрим как выделить $\overline{\text{Tr}}$ для комбинации бивекторов $\mathbf{F}_4 \mathbf{F}_5$ и \mathbf{F}_3 . Собрав все слагаемые и учитывая, что $z_{ijk} = z_{ij} - 2(p_{ij} p_k)$ и $p_{245} = -p_{13}$, получим следующую цепочку преобразований:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2(p_{245} \varepsilon_3)}{z_{245} z_{25}} + \frac{2(p_{25} \varepsilon_3)}{z_{235} z_{25}} + \frac{2(p_5 \varepsilon_3)}{z_{14} z_{241}} \right) \mathbf{F}_4 \mathbf{F}_5 = \\ & = \left(-\frac{2(p_1 \varepsilon_3)}{z_{25} z_{13}} + \frac{2(p_5 \varepsilon_3)}{z_{25} z_{235}} + \frac{2(p_2 \varepsilon_3) z_{35} + 2(p_5 \varepsilon_3) [z_{235} - 2(p_{25} p_3)]}{z_{25} z_{35} z_{235}} \right) \mathbf{F}_4 \mathbf{F}_5 = \\ & = \left(\frac{2(p_5 \varepsilon_3) z_{13} - 2(p_1 \varepsilon_3) z_{35}}{z_{13} z_{25} z_{35}} + \frac{2(p_2 \varepsilon_3) z_{35} - 2(p_5 \varepsilon_3) z_{23}}{z_{25} z_{35} z_{235}} \right) \mathbf{F}_4 \mathbf{F}_5 = \left(\frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_5 \not{p}_1 \mathbf{F}_3]}{z_{13} z_{25} z_{35}} + \frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2 \not{p}_5 \mathbf{F}_3]}{z_{25} z_{35} z_{235}} \right) \mathbf{F}_4 \mathbf{F}_5. \end{aligned}$$

Для слагаемых с одним \mathbf{F}_i процесс получения $\overline{\text{Tr}}$ остается тем же, однако количество слагаемых возрастает и, как следствие, возрастает сложность в подборе комбинации нужных для выделения $\overline{\text{Tr}}$. Если учесть, что $\overline{\text{Tr}}[p \langle G \rangle_1] = 4(p \langle G \rangle_1)$ (здесь p – произвольный вектор) и $p_{235} = -p_{14}$, тогда для \mathbf{F}_3 получим:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2(p_{25} \varepsilon_4) 2(p_2 \varepsilon_5)}{z_{245} z_{25}} + \frac{2(p_{24} \varepsilon_5) 2(p_2 \varepsilon_4)}{z_{245} z_{24}} + \frac{2(p_{235} \varepsilon_4) 2(p_2 \varepsilon_5)}{z_{235} z_{25}} - \frac{2(\varepsilon_4 \varepsilon_5)}{z_{245}} - \frac{2(p_3 \varepsilon_5) 2(p_2 \varepsilon_4)}{z_{24} z_{241}} - \frac{2(p_{235} \varepsilon_4) 2(p_3 \varepsilon_5)}{z_{14} z_{241}} \right) \mathbf{F}_3 = \\ & = \left(\frac{2(p_2 \varepsilon_5)}{z_{245}} \left[\frac{2(p_{25} \varepsilon_4) z_{24} + 2(p_2 \varepsilon_4) [z_{245} - 2(p_{25} p_4)]}{z_{24} z_{25}} \right] + \frac{2(p_4 \varepsilon_5) 2(p_2 \varepsilon_4)}{z_{245} z_{24}} + \frac{2(p_{235} \varepsilon_4) 2(p_2 \varepsilon_5)}{z_{235} z_{25}} - \right. \\ & \quad \left. - \frac{2(\varepsilon_4 \varepsilon_5)}{z_{245}} - \frac{2(p_3 \varepsilon_5) 2(p_2 \varepsilon_4)}{z_{24} z_{241}} + \frac{2(p_1 \varepsilon_4) 2(p_3 \varepsilon_5)}{z_{14} z_{241}} \right) \mathbf{F}_3 = \\ & = \left(\frac{2(p_2 \varepsilon_5) \overline{\text{Tr}}[p_{25} p_2 \mathbf{F}_4]}{z_{24} z_{25} z_{245}} + \frac{2(p_2 \varepsilon_5)}{z_{25}} \left[\frac{2(p_2 \varepsilon_4) z_{14} - 2(p_1 \varepsilon_4) z_{24}}{z_{14} z_{24}} \right] + \frac{2(p_4 \varepsilon_5) 2(p_2 \varepsilon_4) - 2(\varepsilon_4 \varepsilon_5) z_{24}}{z_{24} z_{245}} + \right. \\ & \quad \left. + \frac{2(p_3 \varepsilon_5)}{z_{241}} \left[\frac{2(p_1 \varepsilon_4) z_{24} - 2(p_2 \varepsilon_4) z_{14}}{z_{14} z_{24}} \right] \right) \mathbf{F}_3 = \\ & = \left(\frac{2(p_2 \varepsilon_5) \overline{\text{Tr}}[p_{25} p_2 \mathbf{F}_4] - z_{25} \overline{\text{Tr}}[\varepsilon_5 p_2 \mathbf{F}_4]}{z_{24} z_{25} z_{245}} + \frac{2(p_2 \varepsilon_5) z_{35} \overline{\text{Tr}}[p_2 p_1 \mathbf{F}_4] - 2(p_3 \varepsilon_5) z_{25} \overline{\text{Tr}}[p_2 p_1 \mathbf{F}_4]}{z_{14} z_{24} z_{25} z_{35}} \right) \mathbf{F}_3 = \\ & = \left(\frac{2 \overline{\text{Tr}}[p_2 \langle p_2 \mathbf{F}_4 \rangle_1 \mathbf{F}_5]}{z_{24} z_{25} z_{245}} + \frac{\overline{\text{Tr}}[p_2 p_3 \mathbf{F}_5] \overline{\text{Tr}}[p_2 p_1 \mathbf{F}_4]}{z_{14} z_{24} z_{25} z_{35}} \right) \mathbf{F}_3. \end{aligned}$$

Выделив все возможные комбинации \mathbf{F}_i и собрав все слагаемые перед одинаковыми комбинациями бивекторов в $\overline{\text{Tr}}$, получим следующий вид для амплитуды \mathcal{A}_{ac}^g :

$$\begin{aligned}
 A_{ac} = & \frac{i(t^{atc})_{jk}\bar{v}_1\hat{p}_2}{2(p_1p_2) + 2m^2} \left[\frac{\mathbf{F}_3\mathbf{F}_4\mathbf{F}_5}{z_{245}z_{25}} + \frac{\mathbf{F}_3\mathbf{F}_5\mathbf{F}_4}{z_{245}z_{24}} + \frac{\mathbf{F}_4\mathbf{F}_3\mathbf{F}_5}{z_{235}z_{25}} + \frac{\mathbf{F}_4[\mathbf{F}_3, \mathbf{F}_5]}{z_{14}z_{241}} + \frac{[\mathbf{F}_3, \mathbf{F}_5]\mathbf{F}_4}{z_{24}z_{241}} + \right. \\
 & + \left(\frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\not{p}_5\mathbf{F}_3]}{z_{25}z_{35}z_{235}} + \frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_5\not{p}_1\mathbf{F}_3]}{z_{13}z_{25}z_{35}} \right) \mathbf{F}_4\mathbf{F}_5 + \frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_5\not{p}_1\mathbf{F}_3]}{z_{13}z_{24}z_{35}} \mathbf{F}_5\mathbf{F}_4 + \left(\frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\not{p}_3\mathbf{F}_5]}{z_{25}z_{241}z_{245}} + \frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_3\not{p}_1\mathbf{F}_5]}{z_{24}z_{241}z_{245}} \right) \mathbf{F}_3\mathbf{F}_4 + \frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\not{p}_3\mathbf{F}_5]}{z_{14}z_{25}z_{35}} \mathbf{F}_4\mathbf{F}_3 + \\
 & + \left(\frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\not{p}_1\mathbf{F}_4]}{z_{14}z_{24}z_{245}} + \frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_1\not{p}_3\mathbf{F}_4]}{z_{14}z_{25}z_{245}} \right) \mathbf{F}_3\mathbf{F}_5 + \frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\not{p}_1\mathbf{F}_4]}{z_{14}z_{24}z_{241}} [\mathbf{F}_3, \mathbf{F}_5] + \left(\frac{2\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\langle\not{p}_2\mathbf{F}_4\rangle_1\mathbf{F}_5]}{z_{24}z_{25}z_{245}} + \frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\not{p}_1\mathbf{F}_4]\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\not{p}_3\mathbf{F}_5]}{z_{24}z_{25}z_{35}z_{235}} \right) \mathbf{F}_3 + \\
 & + \left(\frac{2\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\langle\not{p}_1\mathbf{F}_3\rangle_1\mathbf{F}_5]}{z_{13}z_{35}z_{25}} + \frac{2\overline{\text{Tr}}[\langle\not{p}_1\mathbf{F}_3\rangle_1\not{p}_1\mathbf{F}_5]}{z_{13}z_{35}z_{135}} + \frac{2\overline{\text{Tr}}[\langle\not{p}_2\mathbf{F}_3\rangle_1\not{p}_2\mathbf{F}_5]}{z_{25}z_{35}z_{235}} \right) \mathbf{F}_4 + \\
 & \left. + \left(\frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_5\not{p}_1\mathbf{F}_3]\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\not{p}_1\mathbf{F}_4]}{z_{24}z_{25}z_{35}z_{245}} + \frac{2\overline{\text{Tr}}[\not{p}_1\langle\not{p}_2\mathbf{F}_4\rangle_1\mathbf{F}_3]}{z_{24}z_{25}z_{245}} + \frac{\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\not{p}_1\mathbf{F}_4]\overline{\text{Tr}}[\not{p}_2\not{p}_5\mathbf{F}_3]}{z_{24}z_{25}z_{35}z_{235}} \right) \mathbf{F}_5 \right] u_2,
 \end{aligned} \tag{7}$$

здесь-7pt

$$\langle\not{p}_m\mathbf{F}_j\rangle_1 = \frac{\not{p}_m\mathbf{F}_j - \mathbf{F}_j\not{p}_m}{2}.$$

Амплитуда с другим порядком кварков A_{ca} получается из данной заменой индексов $3 \leftrightarrow 5$. Выражение для амплитуды тормозного фотонного излучения A^γ выводится аналогично и принимает лаконичный вид:

$$\begin{aligned}
 A_a^\gamma = & \frac{(eQ)^2 g_s i t_{jk}^a \bar{v}_1 \hat{p}_2}{2(p_1 p_2) + 2m^2} \left[\sum_{\substack{i,j,k=\{3,4,5\} \\ i \neq j \neq k}} \left(\frac{\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j \mathbf{F}_k}{z_{2jk} z_{2k}} + \mathbf{F}_i \mathbf{F}_j \left[\frac{\text{Tr}[\not{p}_2 \not{p}_2 \mathbf{F}_k]}{z_{2k} z_{2j} z_{2jk}} + \frac{\text{Tr}[\not{p}_2 \not{p}_1 \mathbf{F}_k]}{z_{2j} z_{2k} z_{1k}} \right] \right) + \right. \\
 & \left. + \sum_{\substack{i=3,j=4,k=5 \\ i=4,j=5,k=3 \\ i=5,j=4,k=3}} \mathbf{F}_i \left(\frac{\text{Tr}[\not{p}_1 \not{p}_2 \mathbf{F}_j] \text{Tr}[\not{p}_1 \not{p}_2 \mathbf{F}_k]}{z_{1j} z_{2j} z_{1k} z_{2k}} + \frac{2\text{Tr}[\not{p}_1 \langle\not{p}_1 \mathbf{F}_j\rangle_1 \mathbf{F}_k]}{z_{1j} z_{1k} z_{1jk}} + \frac{2\text{Tr}[\not{p}_2 \langle\not{p}_2 \mathbf{F}_j\rangle_1 \mathbf{F}_k]}{z_{2j} z_{2k} z_{2jk}} \right) \right] u_2.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Можно заметить, что амплитуды содержат несколько базовых составляющих: $\overline{\text{Tr}}[\not{p}_l \mathbf{F}_i \not{p}_n \mathbf{F}_j]$, $\overline{\text{Tr}}[\not{p}_l \not{p}_m \mathbf{F}_i]$, $\overline{\text{Tr}}[\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j]$, $\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j \mathbf{F}_k$, $\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j$ и \mathbf{F}_i . Для их представления через спиноры Дирака воспользуемся обозначениями

$$\bar{v}_i \equiv \bar{v}^{\chi_i}(p_i) \equiv \llbracket i^{\chi_i} \rrbracket, \quad u_i \equiv u^{\chi_i}(p_i) \equiv \llbracket i^{\chi_i} \rrbracket,$$

и тем, что бивектор \mathbf{F}_i может быть представлен в виде $\mathbf{F}_i^{\chi_i} = \sqrt{2} u^{\chi_i}(p_i) \bar{v}^{\chi_i}(p_i)$, тогда

$$\begin{aligned}
 \bar{v}_q \hat{p}_2 \mathbf{F}_i \mathbf{F}_j u_m &= (\sqrt{2})^2 \llbracket q^{\chi_q} | \hat{p}_2 | i^{\chi_i} \rrbracket \llbracket i^{\chi_i} | j^{\chi_j} \rrbracket \llbracket j^{\chi_j} | m^{\chi_m} \rrbracket, \\
 \bar{v}_q \hat{p}_2 \overline{\text{Tr}}[\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j] u_m &= (\sqrt{2})^2 \llbracket q^{\chi_q} | \hat{p}_2 | m^{\chi_m} \rrbracket \llbracket j^{\chi_j} | i^{\chi_i} \rrbracket \llbracket i^{\chi_i} | j^{\chi_j} \rrbracket, \\
 \bar{v}_q \hat{p}_2 \overline{\text{Tr}}[p_l \mathbf{F}_i p_n \mathbf{F}_j] u_m &= (\sqrt{2})^2 \llbracket q^{\chi_q} | \hat{p}_2 | m^{\chi_m} \rrbracket \llbracket j^{\chi_j} | p_l | i^{\chi_i} \rrbracket \llbracket i^{\chi_i} | p_n | j^{\chi_j} \rrbracket, \\
 \bar{v}_q \hat{p}_2 \mathbf{F}_i \mathbf{F}_j \mathbf{F}_k u_m &= (\sqrt{2})^3 \llbracket q^{\chi_q} | \hat{p}_2 | i^{\chi_i} \rrbracket \llbracket i^{\chi_i} | j^{\chi_j} \rrbracket \llbracket j^{\chi_j} | k^{\chi_k} \rrbracket \llbracket k^{\chi_k} | m^{\chi_m} \rrbracket, \\
 \bar{v}_q \hat{p}_2 \overline{\text{Tr}}[p_l p_n \mathbf{F}_i] u_m &= \sqrt{2} \llbracket q^{\chi_q} | \hat{p}_2 | m^{\chi_m} \rrbracket \llbracket i^{\chi_i} | p_l p_n | i^{\chi_i} \rrbracket.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Подставив выражения (9) в амплитуды (7) и (8), получим спиральные амплитуды, выраженные через спиноры Дирака.

Дальнейшие вычисления вкладов фотонного и глюонного жесткого тормозного излучения, а именно возведение амплитуды в квадрат и интегрирование по фазовому объему, реализованы численно с помощью Монте-Карло инструментов SANC: генератора ReneSANCe и интегратора MCSANC [31].

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве примера для проверки аналитических результатов была рассмотрена амплитуда \mathcal{A}^g , развернутая в канал аннигиляции (1) пары $\bar{c}s$ -кварков:

$$\bar{c}(p_1, \chi_1) c(p_2, \chi_2) \rightarrow g(p_3, \chi_3) \gamma(p_4, \chi_4) (g(p_5, \chi_5)). \tag{10}$$

В расчётах использовались следующие значения параметров:

$$\begin{aligned}
 \alpha^{-1}(0) &= 137.035999084, & m_c &= 1.67 \text{ ГэВ}, \\
 \alpha_s(M_Z) &= 0.1178, & M_Z &= 91.1876 \text{ ГэВ},
 \end{aligned}$$

$$M_W = 80.379 \text{ ГэВ}$$

и кинематических ограничений:

- энергии g и $\gamma > 0.0001 \frac{\sqrt{s}}{2}$ ГэВ,
- $20^\circ < \theta_{g,\gamma} < 160^\circ$ для g и γ ,
- $M_{gg} > 1$ ГэВ,

где $s = (p_1 + p_2)^2$ — переменная Мандельштама, $\theta_{g,\gamma}$ — угол рассеяния глюона или фотона в лабораторной системе отсчета, M_{gg} — инвариантная масса пары глюонов. Ось z направлена вдоль импульса антикварка.

Сравнение проведено со сторонними МК кодами CalcHEP [32] и WHIZARD [33, 34]. Полное сечение вычислено для рабочих энергий NICA — 24 ГэВ, RHIC — 500 ГэВ и на резонансе Z -бозона в системе центра масс (с.ц.м.) при различных значениях спиральностей \bar{c} - и c -кварков. В табл. 1, 2, 3 и 4 представлены результаты сравнения.

Таблица 1. Полное сечение процесса (10) в пикобарнах, усредненного по спиральностям, при различных энергиях в с.ц.м.

\sqrt{s} , ГэВ	24	91	500
ReneSANCe	$106(1) \cdot 10^2$	$133(1) \cdot 10$	69.8(1)
CalcHEP	$106(1) \cdot 10^2$	$133(1) \cdot 10$	69.7(1)
WHIZARD	$106(1) \cdot 10^2$	$133(1) \cdot 10$	69.7(2)

Таблица 2. Полное сечение процесса (10) в пикобарнах при энергии 24 ГэВ в с.ц.м. для различных комбинаций спиральностей χ_1 и χ_2

$\chi_1 \chi_2$	++	--	+-	-+
ReneSANCe	$167(1) \cdot 10$	$167(1) \cdot 10$	$197(1) \cdot 10^2$	$197(1) \cdot 10^2$
CalcHEP	$167(1) \cdot 10$	$167(1) \cdot 10$	$197(1) \cdot 10^2$	$197(1) \cdot 10^2$
WHIZARD	$166(1) \cdot 10$	$166(1) \cdot 10$	$196(1) \cdot 10^2$	$196(1) \cdot 10^2$

Таблица 3. Полное сечение процесса (10) в пикобарнах при энергии 91 ГэВ в с.ц.м. для различных комбинаций спиральностей χ_1 и χ_2

$\chi_1 \chi_2$	++	--	+-	-+
ReneSANCe	15.22(1)	15.22(1)	$265(1) \cdot 10$	$265(1) \cdot 10$
CalcHEP	15.21(1)	15.21(1)	$266(1) \cdot 10$	$266(1) \cdot 10$
WHIZARD	15.21(1)	15.21(1)	$264(1) \cdot 10$	$264(1) \cdot 10$

Таблица 4. Полное сечение процесса (10) в пикобарнах при энергии 500 ГэВ в с.ц.м. для различных комбинаций спиральностей χ_1 и χ_2

$\chi_1 \chi_2$	++	--	+-	-+
ReneSANCe	0.0259(1)	0.0259(1)	139(1)	139(1)
CalcHEP	0.0259(1)	0.0259(1)	139(1)	139(1)
WHIZARD	0.0259(1)	0.0259(2)	139(1)	139(1)

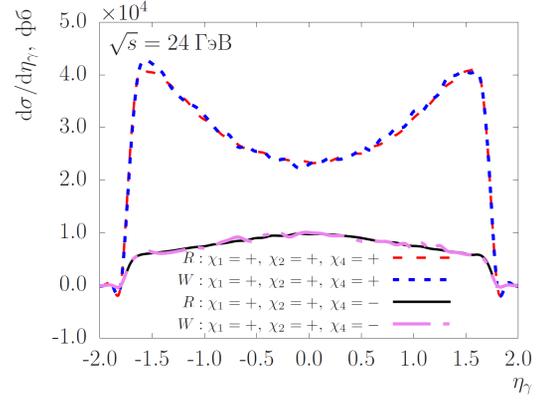


Рис. 4. Распределения дифференциальных сечений процесса (10) в фемтобарнах по псевдобыстроте фотона η_γ при энергии 24 ГэВ в с.ц.м. для комбинации спиральностей $\chi_1 = +$, $\chi_2 = +$ и спиральности фотона — $\chi_4 = \pm$. R — ReneSANCe и W — WHIZARD

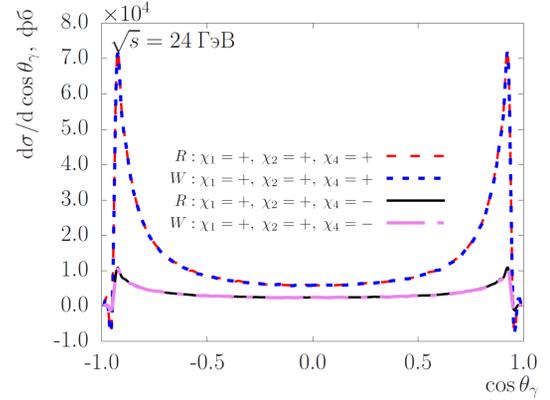


Рис. 5. Распределения дифференциальных сечений процесса (10) в фемтобарнах по $\cos \theta_\gamma$ фотона при энергии 24 ГэВ в с.ц.м. для комбинации спиральностей $\chi_1 = +$, $\chi_2 = +$ и спиральности фотона — $\chi_4 = \pm$. R — ReneSANCe и W — WHIZARD

Также выполнено сравнение распределений дифференциальных сечений по $\cos \theta_\gamma$ и псевдобыстроте фотона

$$\eta_\gamma = -\ln \left(\tan \frac{\vartheta_\gamma}{2} \right)$$

с учетом различных спиральностей $\gamma(\chi_4)$, $\bar{c}(\chi_1)$ - и $c(\chi_2)$ -кварков при энергиях 24 (рис. 4–7) и 500 ГэВ (рис. 8–11).

Как можно видеть из таблиц, получено хорошее согласие между ReneSANCe, CalcHEP и WHIZARD во всех рассмотренных случаях на уровне трех–пяти знаков в пределах ошибки. Учёт спиральности кварков показал, что при всех рассмотренных энергиях комбинации ++ и -- подавлены относительно комбинаций +- и -+ на один порядок для 24 и 91 ГэВ и на четыре порядка для 500 ГэВ.

Достигнуто хорошее согласие между ReneSANCe и WHIZARD для всех рассматриваемых случаев. Как видно, при энергии 24 ГэВ наибольший вклад соответствует комбинации спиральностей $\chi_1 = +$,

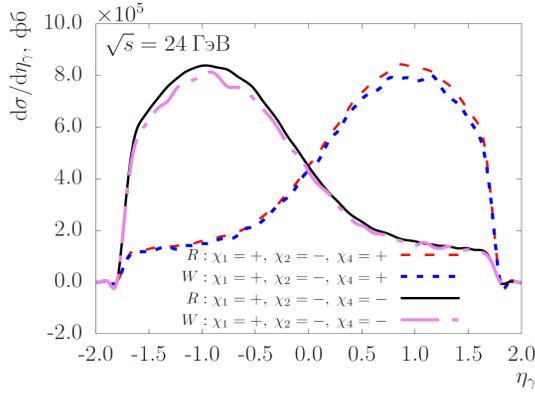


Рис. 6. Распределения дифференциальных сечений процесса (10) в фемтобарнах по псевдобыстроте η_γ фотона при энергии 24 ГэВ в с.ц.м. для комбинации спиральностей $\chi_1 = +, \chi_2 = -$ и спиральности фотона $\chi_4 = \pm$. R — ReneSANCe и W — WHIZARD

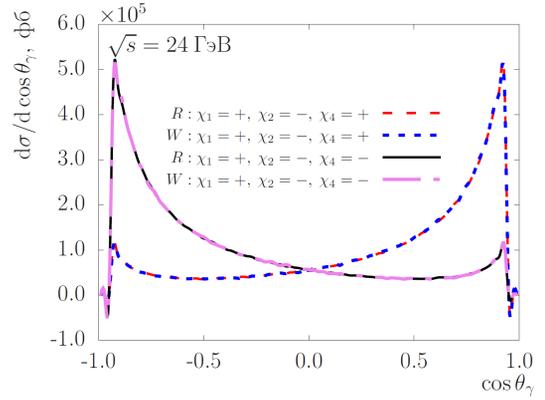


Рис. 7. Распределения дифференциальных сечений процесса (10) в фемтобарнах по $\cos \theta_\gamma$ фотона при энергии 24 ГэВ в с.ц.м. для комбинации спиральностей $\chi_1 = +, \chi_2 = -$ и спиральности фотона $\chi_4 = \pm$. R — ReneSANCe и W — WHIZARD

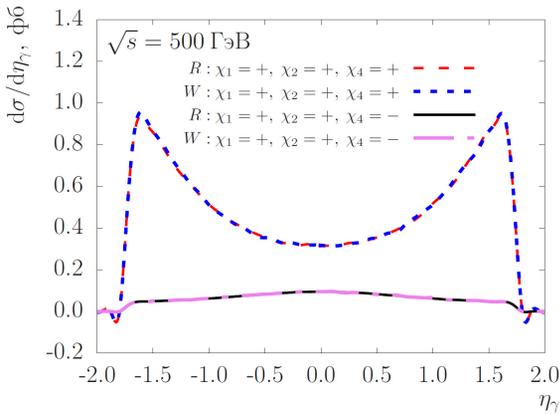


Рис. 8. Распределения дифференциальных сечений процесса (10) в фемтобарнах по псевдобыстроте фотона η_γ при энергии 500 ГэВ в с.ц.м. для комбинации спиральностей $\chi_1 = +, \chi_2 = +$ и спиральности фотона $\chi_4 = \pm$. R — ReneSANCe и W — WHIZARD

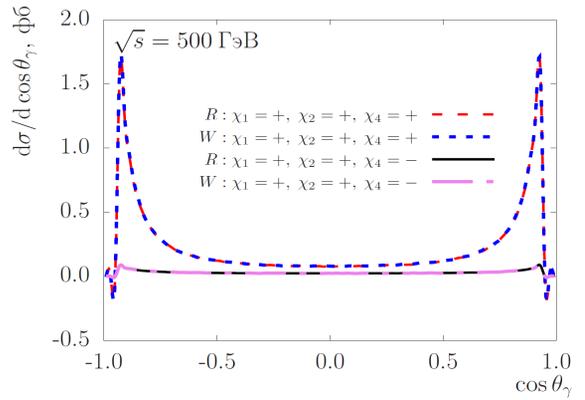


Рис. 9. Распределения дифференциальных сечений процесса (10) в фемтобарнах по $\cos \theta_\gamma$ фотона при энергии 500 ГэВ в с.ц.м. для комбинации спиральностей $\chi_1 = +, \chi_2 = +$ и спиральности фотона $\chi_4 = \pm$. R — ReneSANCe и W — WHIZARD

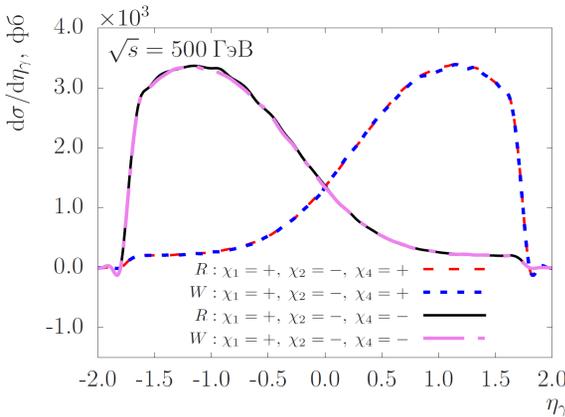


Рис. 10. Распределения дифференциальных сечений процесса (10) в фемтобарнах по псевдобыстроте фотона η_γ при энергии 500 ГэВ в с.ц.м. для комбинации спиральностей $\chi_1 = +, \chi_2 = -$ и спиральности фотона $\chi_4 = \pm$. R — ReneSANCe и W — WHIZARD

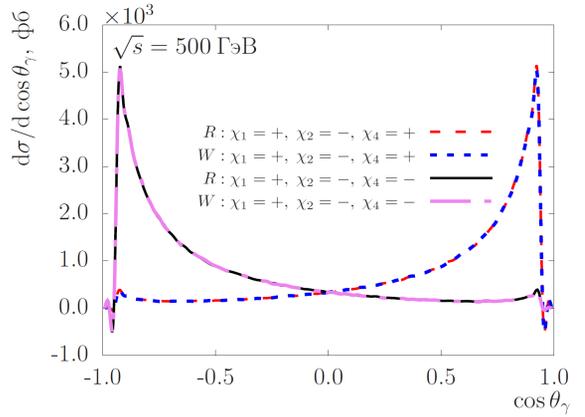


Рис. 11. Распределения дифференциальных сечений процесса (10) в фемтобарнах по $\cos \theta_\gamma$ фотона при энергии 500 ГэВ в с.ц.м. для комбинации спиральностей $\chi_1 = +, \chi_2 = -$ и спиральности фотона $\chi_4 = \pm$. R — ReneSANCe и W — WHIZARD

$\chi_2 = -$ и $\chi_4 = \pm$, превышая вклад комбинации $\chi_1 = +$, $\chi_2 = +$ и $\chi_4 = \pm$ на один порядок. Для 500 ГэВ наблюдается аналогичная картина, однако различие между вкладами вышеупомянутых комбинаций составляет три порядка.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным приоритетом развития SANC в качестве инструмента теоретической поддержки физики высоких энергий является разработка Монте-Карло инструментов с учетом поправок на однопетлевом уровне точности, а также создание автономных модулей компонент однопетлевого сечения с целью интеграции в существующие сторонние Монте-Карло генераторы событий [35, 36].

В статье подробно описано аналитическое вычисление амплитуды для одного из вкладов однопетлевых расчетов для процессов рождения прямых фотонов (1) в рамках системы SANC. Для этих процессов впервые в спинорном формализме получены спиральные амплитуды жёсткого тормозного излучения глюона и фотона с учетом спиральностей и масс всех частиц.

Проведены численные расчёты и верификация на примере канала аннигиляции пары кварков $\bar{c}s$ для различных комбинаций спиральных состояний и энергий в системе центра масс. Получено хорошее согласие с результатами WHIZARD и CalcHeP как для случаев с учётом спиральных состояний частиц, так и для усреднённых по ним.

Исследование процессов рождения прямых фотонов с учётом однопетлевых радиационных поправок и спиральностей начальных и конечных состояний является важной частью дальнейшего физического анализа на коллайдере NICA. Полученные результаты будут использованы в расширенном анализе, включающем все вклады однопетлевого уровня оценки процесса прямых фотонов в аннигиляционном канале, а разработанные вычислительные модули будут интегрированы в следующую версию генератора ReneSANCe.

Автор выражает признательность коллективу проекта SANC за плодотворные обсуждения и поддержку при подготовке публикации.

-
- [1] Abazov V. et al. // *Natural Sci. Rev.* **1**, 1 (2024).
 [2] Aurenche P. et al. // *Nucl. Phys. B* **297**, 661–696 (1988).
 [3] Baer H., Ohnemus J., Owens J.F. // *Phys. Rev. D* **42**, 61–71 (1990).
 [4] Gordon L.E., Vogelsang W. // *Phys. Rev. D* **50**, 1901–1916 (1994).
 [5] Owens J.F. // *Rev. Mod. Phys.* **59**, 465 (1987).
 [6] Berger Edmond L., Qiu Jian-wei // *Phys. Rev. D* **44**, 2002–2024 (1991).
 [7] Gordon L.E., Vogelsang W. // *Phys. Rev. D* **48**, 3136–3159 (1993).
 [8] Bunce G., Saito N., Soffer J., Vogelsang W. // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **50**, 525–575 (2000).
 [9] Harrison M., Ludlam T., Ozaki S. // *Nucl. Instrum. Meth. A* **499**, 235–244 (2003).
 [10] Aschenauer Elke-Caroline et al. // *arXiv* **2302.00605** (2023).
 [11] Guellenstern S., Gornicki P., Mankiewicz L. et al. // *Nucl. Phys. A* **560**, 494–500 (1993).
 [12] Gullenstern S., Gornicki P., Mankiewicz L. et al. // *Comput. Phys. Commun.* **87**, 416–431 (1995).
 [13] Gullenstern S., Martin O., Gornicki P. et al. // *arXiv hep-ph/9612278*, (1996).
 [14] Bourrely C., Guillet J.P., Soffer Jacques // *Nucl. Phys. B* **361**, 72–92 (1991).
 [15] Aurenche P., Baier R., Fontannaz M. // *Phys. Rev. D* **42**, 1440–1449 (1990).
 [16] Guskov A., SPD Working Group // *J. Phys. Conf. Ser.* **1435**, 1, 012035 (2020).
 [17] Alizada M.R., Ahmadov A.I., Arbuzov A.B. // *Phys. Part. Nucl. Lett.* **21**, 2, 85–89 (2024).
 [18] Saleev V.A., Shipilova A.V. // *Phys. Part. Nucl. Lett.* **20**, 3, 400–403 (2023).
 [19] Saleev V.A., Shipilova A.V. // *Phys. Atom. Nucl.* **85**, 6, 737–747 (2022).
 [20] Sadykov R., Yermolchik V. // *Comput. Phys. Commun.* **256**, 107445 (2020).
 [21] Bondarenko S., Dydyshka Y., Kalinovskaya L. et al. // *Comput. Phys. Commun.* **285**, 108646 (2023).
 [22] Sadykov R. et al. // *J. Phys. Conf. Ser.* **2438**, 1, 012152 (2023).
 [23] Kampf A.A. // *AYSS-2024*, 27 Oct. - 1 Nov. 2024.
 [24] Yermolchik V.L. // *VIII SPD collaboration meeting*, 5–8 Nov. 2024.
 [25] Andonov A., Arbuzov A., Bardin D. et al. // *Comput. Phys. Commun.* **174**, 481–517 (2006). Erratum: *Comput. Phys. Commun.* **177**, 623–624 (2007).
 [26] Vega R., Wudka J. // *Phys. Rev. D* **53**, 5286–5292 (1996). Erratum: *Phys. Rev. D* **56**, 6037–6038 (1997).
 [27] Kleiss R., Stirling W. James // *Nucl. Phys. B* **262**, 235–262 (1985).
 [28] Dittmaier S., Bohm M. // *Nucl. Phys. B* **412**, 39–56 (1994).
 [29] Dittmaier S. // *Phys. Rev. D* **59**, 016007 (1998).
 [30] Dydyshka Y. // *J. Phys. Conf. Ser.* **2438**, 1, 012028 (2023).
 [31] Bondarenko S., Sapronov A. // *Comput. Phys. Commun.* **184**, 6, 2343–2350 (2013).
 [32] Belyaev A., Christensen N.D., Pukhov A. // *Comput. Phys. Commun.* **184**, 1729–1769 (2013).
 [33] Moretti M., Ohl T., Reuter J. // *arXiv*: 0102195 (2013).
 [34] Kilian W., Ohl T., Reuter J. // *Eur. Phys. J. C* **71**, 1742 (2011).
 [35] Bardin D. et al. // *Acta Phys. Polon. B* **40**, 75–92 (2009).
 [36] Nanava G., Was Z. // *Acta Phys. Polon. B* **34**, 4561–4570 (2003).

Hard Bremsstrahlung for Prompt Photons Production Processes

A. A. Kampf^{1,2,a}

¹*Joint Institute for Nuclear Research, Dubna 141980, Russia.*

²*Moscow State University, Moscow 119191, Russia.*

E-mail: ^akampf@jinr.ru

The paper describes the analytical calculation of helicity amplitudes for hard photon and gluon bremsstrahlung using the spinor formalism for processes such as $\bar{q}q \rightarrow g\gamma$ and $qg \rightarrow q\gamma$. The presented amplitudes are expressed in terms of strength bivectors. The dependence on particle helicities and masses is taken into account. Numerical calculations have been performed for the annihilation process of a $\bar{c}c$ quark pair at energies of 24, 91, and 500 GeV in the center-of-mass frame, taking into account various combinations of the helicities of the quarks and the photon in the final state. The study is part of the ongoing development of a theoretical framework within the SANC system, aimed at analyzing polarized observables in proton–proton collisions at the NICA collider.

PACS: 13.88.+e, 12.20.-m, 12.38.Bx, 13.85.Qk

Keywords: mixed QED-QCD radiative corrections, Bremsstrahlung contribution, helicity amplitudes, SPD NICA.

Received 30 April 2025.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2025. **80**, No. . Pp. .

Сведения об авторах

Кампф Алексей Андреевич — аспирант МГУ им. М.В. Ломоносова, мл. науч. сотрудник НЭОБП ЛЯП ОИЯИ; e-mail: kampf@jinr.ru.