ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Эффект двулучепреломления электромагнитного излучения в поле релятивистски вращающегося пульсара или магнетара в рамках нелинейной электродинамики вакуума

М.С. Сейдалиева,[1, 2, *] В.И. Денисов,[1, †] И.П. Денисова[3, 4, ‡]

[1] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

[2] *Казахский Национальный Университет имени Аль-Фараби Казахстан, Алматы, Проспект Аль-Фараби, 71*

[3] *Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Россия, 105005 Москва, ул. Бауманская 2-я, 5/1*

[4] *Государственный Университет Управления Россия, 109542 Москва, Рязанский проспект, 99*

(Получено18.07.2025; Принято13.08.2025)

В рамках параметризованной пост-максвелловской электродинамики вакуума исследовано распространение импульса рентгеновского и гамма излучения через электромагнитное поле релятивистски вращающегося пульсара. Получены выражения для траектории движения этого импульса и для закона его движения от точки $\mathbf{r}_s = \{x_s, y_s, z_s\}$, где в момент времени $t = t_s$ происходит вспышка рентгеновского или гамма излучения, до точки $\mathbf{r}_d = \{x_s, y_s, z_d\}$, где расположен детектор этого излучения. В случае, когда постмаксвеловские параметры теории различны $\eta_1 \neq \eta_2$, вычислено время нелинейно–электродинамического запаздывания электромагнитных сигналов, переносимых различными нормальными волнами. Проанализировано изменение состояния поляризации импульса рентгеновского или гамма излучения после его прохождения через электромагнитное поле релятивистски вращающегося пульсара. Проведено обсуждение возможностей наблюдения нелинейного воздействия электромагнитного поля релятивистски вращающегося пульсара на рентгеновские и гамма импульсы.

PACS коды: 03.50.-z, 11.10.Lm УДК: 53.09

Ключевыеслова: нелинейная электродинамика вакуума, метрический тензор, запаздывание сигналов, нормальные волны, уравнения лучей.

DOI: 10.55959/MSU0579-9392.80.2550102

ВВЕДЕНИЕ

Представления о нелинейности электродинамики в вакууме возникли в начале прошлого века. В настоящее время в научной литературе рассматривается несколько таких моделей электродинамики. Наиболее известными из них являются нелинейная электродинамика Борна–Инфельда [1] и электродинамика Гейзенберга–Эйлера [2], вытекающая из квантовой электродинамики.

Постмаксвелловская плотность функции Лагранжа для этих теорий [3, 4] имеет вид:

$$L = \frac{1}{8\pi}\Big\{[\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2] + \xi[\eta_1(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2)^2 + 4\eta_2(\mathbf{BE})^2]\Big\} + \\ + O(\xi^2 B^6), \quad (1)$$

где $\xi = 1/B_q^2$, $B_q = 4.41 \times 10^{13}$ Гс, а величина безразмерных пост-максвелловских параметров η_1 и η_2 зависит от выбора модели нелинейной электродинамики вакуума.

Согласно квантовой электродинамике [2] параметры η_1 и η_2 имеют вполне конкретные значения $\eta_1 = \alpha/(45\pi) = 5.1 \times 10^{-5}$, $\eta_2 = 7\alpha/(180\pi) = 9.0 \times 10^{-5}$, в то время как в теории Борна–Инфельда [1] они выражаются через неизвестную постоянную $a^2 : \eta_1 = \eta_2 = a^2 B_q^2/4$. В линейной электродинамике Максвелла $\eta_1 = \eta_2 = 0$, естественно.

Однако до настоящего времени надежных экспериментальных доказательств нелинейности электродинамики в вакууме не получено, хотя чувствительность экспериментальной техники вплотную приблизилась к тому уровню, который требуется [5] для регистрации эффектов нелинейной электродинамики вакуума.

Поэтому одной из важнейших задач, стоящих перед теоретической и математической физикой, является всесторонний анализ имеющихся математических моделей нелинейной электродинамики вакуума, разработка частных методов интегрирования содержащихся в этих моделях систем нелинейных дифференциальных уравнений и выявление на этой основе нелинейных эффектов в вакууме, наиболее перспективных для измерения.

Так как создаваемые в земных лабораториях магнитные поля $B \sim 10^6$ Гс очень малы, по сравнению с характерным полем $B_q = 4.41 \times 10^{13}$ Гс

[*] E-mail:seydalieva.moldyr@gmail.com
[†] E-mail:vid.msu@yandex.ru
[‡] E-mail:pm.mati813@gmail.com

квантовой электродинамики, то большой интерес представляет изучение эффектов нелинейной электродинамики вакуума в полях таких астрофизических объектов, как пульсары и магнетары. Пульсары [6, 7] представляют собой вращающиеся нейтронные звезды, обладающие сильными магнитными полями $B \sim 10^{13}$ Гс. Магнетары [8] также представляют собой вращающиеся нейтронные звезды, обладающие более сильными магнитными полями $B \sim 10^{15}$ Гс.

В магнитосферах пульсаров и магнетаров периодически возникают импульсы электромагнитного излучения, максимум спектра которых приходится на рентгеновскую и гамма области. Это излучение в настоящее время активно исследуется в международных спутниковых экспериментах, таких, например [9], как «ИНТЕГРАЛ».

Как показали первые расчеты [10, 11], большой интерес с точки зрения спутниковых экспериментов представляет эффект запаздывания электромагнитных импульсов, поляризованных в плоскости магнитного дипольного момента пульсара (первая нормальная волна), по сравнению с импульсами, поляризованными в ортогональной плоскости (вторая нормальная волна) при их распространении от общего источника в магнитосфере пульсара до детектора, находящегося на околоземной орбите.

В этих работах рассматривались только медленно вращающиеся пульсары, у которых практически отсутствовало электрическое поле. Но в природе существуют и релятивистски вращающиеся пульсары, у которых произведение угловой частоты вращения Ω на их радиус R_0 близко к скорости света: $1 - \Omega R_0/c \ll 1$. У таких пульсаров, помимо сильного магнитного поля, имеется и сравнимое с ним по величине электрическое поле. Поэтому нелинейное воздействие электромагнитного поля релятивистски вращающегося пульсара на проходящее мимо него рентгеновское и гамма излучение должно проявляться сильнее, чем в случае медленно вращающегося пульсара.

Однако из-за математических сложностей задача о воздействии электромагнитного поля релятивистски вращающегося пульсара на рентгеновское и гамма излучение пока решена в упрощенной постановке: дифференциальные уравнения лучей до их интегрирования [12, 13] усреднялись по периоду вращения пульсара, чтобы устранить быстроосциллирующие слагаемые, которые не поддавались интегрированию. Поэтому полученные в работах [12, 13] результаты не являлись наиболее общими и могли не содержать важные с экспериментальной точки зрения специфические свойства, которые могут позволить оценить меру отклонения нелинейной электродинамики вакуума от электродинамики Максвелла.

Целью настоящей работы является решение задачи о нелинейном воздействии электромагнитного поля релятивистски вращающегося пульсара или магнетара на рентгеновское и гамма излучение в случае, когда вычисления проводятся без проведения усреднения уравнений по периоду вращения нейтронной звезды.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть пульсар или магнетар радиуса R_0 с магнитным моментом $\mathbf{m}$ вращается с частотой Ω вокруг оси, перпендикулярной вектору $\mathbf{m}$. Будем считать, что вращение релятивистское: $1 - \Omega R_0/c \ll 1$.

Поместим начало отсчета в центр нейтронной звезды, образующей пульсар или магнетар, и ориентируем оси декартовой системы координат так, чтобы ось вращения нейтронной звезды была направлена вдоль оси z.

В этой системе координат векторы $\mathbf{B}$ и $\mathbf{E}$ электромагнитного поля вращающегося пульсара или магнетара будут иметь вид [14]:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},\tau) = \frac{3(\mathbf{m}(\tau)\mathbf{r})\mathbf{r} - r^2\mathbf{m}(\tau)}{r^5} - \frac{\dot{\mathbf{m}}(\tau)}{cr^2} + \tag{2}$$
$$+\frac{3(\dot{\mathbf{m}}(\tau)\mathbf{r})\mathbf{r}}{cr^4} + \frac{(\ddot{\mathbf{m}}(\tau)\mathbf{r})\mathbf{r} - r^2\ddot{\mathbf{m}}(\tau)}{c^2r^3},$$
$$\mathbf{E}(\mathbf{r},\tau) = \frac{[\mathbf{r},\dot{\mathbf{m}}(\tau)]}{cr^3} + \frac{[\mathbf{r},\ddot{\mathbf{m}}(\tau)]}{c^2r^2},$$

где точка над вектором означает производную по запаздывающему времени $\tau = t - r/c$, а магнитный дипольный момент пульсара в рассматриваемой задаче имеет только две отличные от нуля компоненты $\mathbf{m}(\tau) = |\mathbf{m}|\{\cos(\Omega\tau),\ \sin(\Omega\tau),\ 0\}$.

Система уравнений для электромагнитного поля в параметризованной постмаксвелловской электродинамике вакуума (1) вне источников имеет вид:

$$\nabla_k\ U^{mk} = 0, \tag{3}$$

$$\nabla_k\ \mathcal{F}_{mn} + \nabla_m\ \mathcal{F}_{nk} + \nabla_n\ \mathcal{F}_{km} = 0,$$

где ∇_k — ковариантная производная по координате x^k в пространстве-времени с метрическим тензором g_{ik} теории гравитации Эйнштейна, $\mathcal{F}^{ki}_{(3)} = \mathcal{F}^{kn}g_{nm}\mathcal{F}^{mp}g_{pl}\mathcal{F}^{li}$.

Тензор U^{mk} нелинейно зависит от тензора электромагнитного поля $\mathcal{F}^{nk}$:

$$U^{mk} = \Big[1 + \xi\big(\eta_1 - 2\eta_2\big)\mathcal{F}_{(2)}\Big]\mathcal{F}^{mk} + 4\xi\eta_2\mathcal{F}^{ml}\mathcal{F}_{ln}\mathcal{F}^{nk},$$

где $\xi = 1/B_q^2$, а величина безразмерных постмаксвелловских параметров η_1 и η_2 зависит от выбора модели нелинейной электродинамики вакуума.

Предположим, что через электромагнитное поле вращающегося пульсара распространяется электромагнитный импульс с несущей частотой ω. Для исключения влияния магнитосферы пульсаров на электромагнитные волны, в качестве таких волн будем рассматривать рентгеновское и гамма излучение, для которых из-за большой частоты ω, показатель преломления магнитосферы $n = 1 - \alpha^2/\omega^2$ практически равен единице.

Из уравнения характеристик, полученных из уравнений нелинейной электродинамики вакуума (3) следует, что распространение электромагнитной волны в пространстве-времени с метрическим тензором g_{ik} теории гравитации Эйнштейна во внешнем электромагнитном поле F_{km} происходит [3, 15] по геодезическим некоторого вспомогательного пространства-времени, метрический тензор которого G_{ik} зависит от поляризации волны (двулучепреломление). Для одной нормальной волны тензор G_{ik} имеет вид

$$G^{(1)}_{ik} = g_{ik} - 4\eta_1 \xi F_{in} F_{mk} g^{nm}, \tag{4}$$

а для другой нормальной волны, имеющей ортогональную поляризацию к поляризации первой волны, метрический тензор G_{ik} отличается коэффициентом при втором слагаемом:

$$G^{(2)}_{ik} = g_{ik} - 4\eta_2 \xi F_{in} F_{mk} g^{nm}. \tag{5}$$

Предположим, что из некоторой точки $\mathbf{r} = \mathbf{r}_s = \{x_s, y_s, z_s\}$, расположенной в окрестности нейтронной звезды, в момент времени $t = t_s$ был испущен рентгеновский или гамма импульс. Этот импульс после прохождения через электромагнитное поле пульсара распространяется дальше и попадает в детектор, расположенный в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_d$. Найдем уравнения лучей, по которым, согласно параметризованной постмаксвелловской электродинамике, рентгеновские и гамма импульсы будут распространяться из точки $\mathbf{r} = \mathbf{r}_s$ в точку $\mathbf{r} = \mathbf{r}_d$, а также определим законы движения электромагнитных импульсов по этим лучам.

В общем случае произвольного расположения детектора рентгеновского и гамма излучения аналитическое решение поставленной задачи имеет чрезвычайно громоздкий вид. Поэтому для удобства дальнейших расчетов ориентируем оси системы координат так, чтобы точка $\mathbf{r}_d$, где находится детектор рентгеновского и гамма излучения, имела компоненты $\mathbf{r}_d = \{x_s, y_s z_d\}$. Кроме того, будем считать, что выполняется условие: $\sqrt{x_s^2 + y_s^2} > R_0$, которое означает, что луч проходит, не попадая внутрь нейтронной звезды. Детальный анализ показывает, что в этом частном случае мы достаточно просто обнаружим те же нелинейные эффекты, что и в случае произвольной ориентации осей координат относительно линии, соединяющей источник и детектор рентгеновского и гамма излучения.

Нейтронные звезды имеют заметное гравитационное поле. Однако, как показано в предшествующих работах, эффекты, возникающие при воздействии гравитационного поля пульсара на распространение электромагнитных волн, по величине малы, и их можно считать аддитивными добавками к нелинейно- электродинамическим эффектам. Поэтому в настоящей работе мы их рассматривать не будем и в качестве эйнштейновского метрического тензора g_{ik} возьмем тензор Минковского: $g_{ik} = diag\{1, -1, -1, -1\}$.

2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЛУЧЕЙ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ РЕЛЯТИВИСТСКИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ПУЛЬСАРА

Дифференциальные уравнения для лучей электромагнитной волны в рассматриваемой нами задаче можно получить [16] из уравнения для изотропных геодезических:

$$\frac{dK^n}{d\Sigma} + \Gamma^n_{mp} K^m K^p = 0, \tag{6}$$

где Σ — некоторый аффинный параметр, $K^m = dx^m/d\Sigma$ — волновой четырехвектор, а Γ^n_{mp} — символы Кристоффеля эффективного пространства-времени с метрическим тензором $G^{(1)}_{nm}$ для нормальных волн первого типа и $G^{(2)}_{nm}$ - для нормальных волн второго типа.

Как и в теории гравитации [16], уравнения (6) имеют первый интеграл:

$$G^{(1,2)}_{np} K^n K^p = 0. \tag{7}$$

Используя выражения (4) и (5), запишем компоненты метрического тензора $G^{(1,2)}_{np}$ через напряженности $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \tau)$ и $\mathbf{B}(\mathbf{r}, \tau)$ электромагнитного поля (2), создаваемого релятивистски вращающимся пульсаром:

$$\begin{aligned} G^{(1,2)}_{00} &= 1 - 4\xi\eta_{1,2} \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, \tau), \\ G^{(1,2)}_{01} &= 4\xi\eta_{1,2} \big[E_y B_z - E_z B_y\big], \\ G^{(1,2)}_{02} &= 4\xi\eta_{1,2} \big[E_z B_x - E_x B_z\big], \\ G^{(1,2)}_{03} &= 4\xi\eta_{1,2} \big[E_x B_y - E_y B_x\big], \\ G^{(1,2)}_{\alpha\beta} &= -\delta_{\alpha\beta} - \\ &-4\xi\eta_{1,2} \Big\{\mathbf{B}^2(\mathbf{r}, \tau)\delta_{\alpha\beta} - E_\alpha E_\beta - B_\alpha B_\beta\Big\}, \end{aligned} \tag{8}$$

где $\delta_{\alpha\beta}$ — символ Кронекера.

Следуя работе [3], перейдем в уравнениях (6) и первом интеграле (7) от дифференцирования по параметру Σ к дифференцированию по координате z в соответствии с выражением $d/d\Sigma = K^3 d/dz$. В результате получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x^0}{dz^2} &= -\Big\{\Gamma^0_{mp} - \frac{dx^0}{dz}\Gamma^3_{mp}\Big\}\frac{dx^p}{dz}\frac{dx^m}{dz}, \\ \frac{d^2x}{dz^2} &= -\Big\{\Gamma^1_{mp} - \frac{dx}{dz}\Gamma^3_{mp}\Big\}\frac{dx^p}{dz}\frac{dx^m}{dz}, \\ \frac{d^2y}{dz^2} &= -\Big\{\Gamma^2_{mp} - \frac{dy}{dz}\Gamma^3_{mp}\Big\}\frac{dx^p}{dz}\frac{dx^m}{dz}, \\ & G^{(1,2)}_{np}\frac{dx^n}{dz}\frac{dx^p}{dz} = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Решение этих уравнений позволит нам найти уравнения лучей $x = x(z), y = y(z)$ и закон движения рентгеновских или гамма импульсов по этим лучам $x^0 = ct = ct(z)$.

Компоненты метрического тензора $G^{(1,2)}_{np}$ (8) в нашей задаче отличаются от тензора Минковского на безразмерные слагаемые вида $\xi\eta_{1,2}E_\alpha E_\beta$,

$\xi\eta_{1,2}B_\alpha E_\beta$ и $\xi\eta_{1,2}B_\alpha B_\beta$. Эти слагаемые вблизи нейтронной звезды $r < 10R_0$, где происходит основная часть нелинейно-электродинамического воздействия на рентгеновские и гамма импульсы, малы $\sim 10^{-5}$. Поэтому в правых частях уравнений (9) имеется малый параметр $\sim 10^{-5}$, по степеням которого можно строить решение системы нелинейных уравнений (9).

Ограничиваясь только линейными членами, решение уравнений (9) будем искать в виде:

$$\begin{aligned} x^0 &= ct_0(z) + \xi\eta_{1,2}\mathbf{m}^2 ct_1(z), \\ x &= x_0(z) + \xi\eta_{1,2}\mathbf{m}^2 x_1(z), \\ y &= y_0(z) + \xi\eta_{1,2}\mathbf{m}^2 y_1(z). \end{aligned} \tag{10}$$

В качестве граничных условий для уравнений (9) потребуем, чтобы рентгеновский или гамма импульс в момент времени $t = t_s$ находился в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_s$, а луч проходил через точки $\mathbf{r} = \mathbf{r}_s$ и $\mathbf{r} = \mathbf{r}_d$. Тогда из соотношений (10) получим условия:

$$\begin{gathered} x_0(z_s) = x_0(z_d) = x_s, \\ y_0(z_s) = y_0(z_d) = y_s, \\ t_0(z_s) = t_s, \\ ct_1(z_s) = x_1(z_s) = x_1(z_d) = y_1(z_s) = y_1(z_d) = 0. \end{gathered} \tag{11}$$

Подставляя выражения (10) в уравнения (9) и разлагая их по малому параметру задачи, в нулевом приближении будем иметь:

$$\frac{d^2ct_0(z)}{dz^2} = \frac{d^2x_0(z)}{dz^2} = \frac{d^2y_0(z)}{dz^2} = 0,$$

$$\Big(\frac{dct_0(z)}{dz}\Big)^2 - \Big(\frac{dx_0(z)}{dz}\Big)^2 - \Big(\frac{dy_0(z)}{dz}\Big)^2 = 1.$$

Эти уравнения с учетом условий (11) дают:

$$ct_0(z) = ct_s + z - z_s,$$

$$x_0(z) = x_s = \rho_s\cos\varphi_s,$$

$$y_0(z) = y_s = \rho_s\sin\varphi_s,$$

где введена удобная для дальнейшего параметризация ρ_s и φ_s координат x_s y_s точки, в которой произошла вспышка рентгеновского или гамма излучения.

В первом приближении по имеющемуся малому параметру уравнения (9) принимают вид:

$$\begin{gathered} \frac{d^2ct_1(z)}{dz^2} = \Big[-\frac{90\rho_s^4z}{R^{12}} + \frac{12\rho_s^2z}{R^{10}}(13k^2\rho_s^2+4) - \frac{132k^2\rho_s^4}{R^9} - \frac{6k^2\rho_s^2z}{R^8}(3k^2\rho_s^2+20) + \frac{2k^2\rho_s^2}{R^7}(19k^2\rho_s^2+54) + \\ + \frac{40k^4\rho_s^2z}{R^6} - \frac{40k^4\rho_s^2}{R^5}\Big]\cos[2k(R-z)+2\Psi_1)] - \Big[\frac{180k\rho_s^4z}{R^{11}} - \frac{66k\rho_s^4}{R^{10}} - \frac{24k\rho_s^2z}{R^9}(3k^2\rho_s^2+4) + \frac{6k\rho_s^2}{R^8}(17k^2\rho_s^2+9) + \\ + \frac{2k^3\rho_s^2z}{R^7}(k^2\rho_s^2+46) - \frac{2k^3\rho_s^2}{R^6}(3k^2\rho_s^2+46) - \frac{8k^5\rho_s^2z}{R^5} + \frac{8k^5\rho_s^2}{R^4}\Big]\sin[2k(R-z)+2\Psi_1)] - \frac{90\rho_s^4z}{R^{12}} - \\ - \frac{24\rho_s^2z}{R^{10}}(k^2\rho_s^2-2) - \frac{6z}{R^8}(k^4\rho_s^4+2) + \frac{10k^4\rho_s^4}{R^7} + \frac{16k^4\rho_s^2z}{R^6} - \frac{20k^4\rho_s^2}{R^5} - \frac{8k^4z}{R^4} + \frac{8k^4}{R^3}, \end{gathered}$$

$$\begin{gathered} \frac{d^2x_1(z)}{dz^2} = x_s\Big[\frac{90\rho_s^4}{R^{12}} - \frac{12\rho_s^2}{R^{10}}(13k^2\rho_s^2+8) - \frac{72k^2\rho_s^2z}{R^9} + \frac{6k^2\rho_s^2}{R^8}(3k^2\rho_s^2+26) + \\ + \frac{24k^4\rho_s^2z}{R^7} - \frac{24k^4\rho_s^2}{R^6}\Big]\cos[2k(R-z)+2\Psi_1)] + x_s\Big[\frac{180k\rho_s^4}{R^{11}} + \frac{36k\rho_s^2z}{R^{10}} - \frac{24k\rho_s^2}{R^9}(3k^2\rho_s^2+8) - \frac{60k^3\rho_s^2z}{R^8} + \\ + \frac{2k^3\rho_s^2}{R^7}(k^2\rho_s^2+38) + \frac{4k^5\rho_s^2z}{R^6} - \frac{4k^5\rho_s^2}{R^5}\Big]\sin[2k(R-z)+2\Psi_1)] - \\ - \Big[\frac{60k\rho_s^3}{R^9} + \frac{24k\rho_sz}{R^8} - \frac{4k\rho_s}{R^7}(8k^2\rho_s^2+15) - \frac{40k^3\rho_sz}{R^6} + \frac{40k^3\rho_s}{R^5}\Big]\sin[2k(R-z)+\Psi_0)] - \\ - \Big[\frac{30\rho_s^3}{R^{10}} - \frac{6\rho_s}{R^8}(11k^2\rho_s^2+5) - \frac{48k^2\rho_sz}{R^7} + \frac{2k^2\rho_s}{R^6}(3k^2\rho_s^2+32) + \frac{12k^4\rho_sz}{R^5} - \frac{12k^4\rho_s}{R^4}\Big]\cos[2k(R-z)+\Psi_0)] + \\ + \frac{90\rho_s^4x_s}{R^{12}} + \frac{6\rho_s^2x_s(4k^2\rho_s^2-21)}{R^{10}} + \frac{6x_s(k^4\rho_s^4-5k^2\rho_s^2+3)}{R^8} + \frac{24ky_sz}{R^8} + \\ + \frac{20k^3\rho_s^2y_s}{R^7} - \frac{2k^3(3k\rho_s^2x_s-8y_sz)}{R^6} + \frac{4k^3(kx_sz-4y_s)}{R^5} - \frac{4k^4x_s}{R^4}, \end{gathered} \tag{12}$$

$$\frac{d^2y}{dz^2}=y_s\Big[\frac{90\rho_s^4}{R^{12}}-\frac{12\rho_s^2}{R^{10}}(13k^2\rho_s^2+8)-\frac{72k^2\rho_s^2z}{R^9}+\frac{6k^2\rho_s^2}{R^8}(3k^2\rho_s^2+26)+$$
$$+\frac{24k^4\rho_s^2z}{R^7}-\frac{24k^4\rho_s^2}{R^6}\Big]\cos[2k(R-z)+2\Psi_1)]+$$
$$+y_s\Big[\frac{180k\rho_s^4}{R^{11}}+\frac{36k\rho_s^2z}{R^{10}}-\frac{24k\rho_s^2}{R^9}(3k^2\rho_s^2+8)-\frac{60k^3\rho_s^2z}{R^8}+\frac{2k^3\rho_s^2}{R^7}(k^2\rho_s^2+38)+\frac{4k^5\rho_s^2z}{R^6}-\frac{4k^5\rho_s^2}{R^5}\Big]\times$$
$$\times\sin[2k(R-z)+2\Psi_1)]-\Big[\frac{60k\rho_s^3}{R^9}+\frac{24k\rho_sz}{R^8}-\frac{4k\rho_s}{R^7}(8k^2\rho_s^2+15)--\frac{40k^3\rho_sz}{R^6}+\frac{40k^3\rho_s}{R^5}\Big]\cos[2k(R-z)+\Psi_0)]+$$
$$+\Big[\frac{30\rho_s^3}{R^{10}}-\frac{6\rho_s}{R^8}(11k^2\rho_s^2+5)-\frac{48k^2\rho_sz}{R^7}+\frac{2k^2\rho_s}{R^6}(3k^2\rho_s^2+32)+\frac{12k^4\rho_sz}{R^5}-\frac{12k^4\rho_s}{R^4}\Big]\sin[2k(R-z)+\Psi_0)]+$$
$$+\frac{90\rho_s^4y_s}{R^{12}}+\frac{6\rho_s^2y_s(4k^2\rho_s^2-21)}{R^{10}}+\frac{6y_s(k^4\rho_s^4-5k^2\rho_s^2+3)}{R^8}-\frac{24kx_sz}{R^8}-$$
$$-\frac{20k^3\rho_s^2x_s}{R^7}-\frac{2k^3(3k\rho_s^2y_s+8x_sz)}{R^6}+\frac{4k^3(ky_sz+4x_s)}{R^5}-\frac{4k^4y_s}{R^4},$$

где введены обозначения: $R=\sqrt{z^2+\rho_s^2}$, $\rho_s^2=x_s^2+y_s^2$, $\Psi_0=2k(z_s-ct_s)+\varphi_s$, $\Psi_1=k(z_s-ct_s)+\varphi_s$.

Первый интеграл в этом приближении дает соотношение:

$$\frac{dct_1(z)}{dz}=\Big[\frac{9\rho_s^4}{R^{10}}-\frac{3\rho_s^2}{R^8}(5k^2\rho_s^2+2)-\frac{12k^2\rho_s^2z}{R^7}+\frac{k^2\rho_s^2}{R^6}(k^2\rho_s^2+14)+\frac{2k^4\rho_s^2z}{R^5}-\frac{2k^4\rho_s^2}{R^4}\Big]\cos[2k(R-z)+$$
$$+2\Psi_1)]+\Big[\frac{18k\rho_s^4}{R^9}+\frac{6k\rho_s^2z}{R^8}-\frac{6k\rho_s^2}{R^7}(k^2\rho_s^2+2)-\frac{8k^3\rho_s^2z}{R^6}+\frac{8k^3\rho_s^2}{R^5}\Big]\sin[2k(R-z)+2\Psi_1)]+ \tag{13}$$
$$+\frac{9\rho_s^4}{R^{10}}+\frac{3\rho_s^2}{R^8}(k^2\rho_s^2-2)+\frac{(k^4\rho_s^4+2)}{R^6}+\frac{2k^4\rho_s^2z}{R^5}-\frac{4k^4\rho_s^2}{R^4}-\frac{4k^4z}{R^3}+\frac{4k^4}{R^2}.$$

Несложно убедиться, что первое уравнение системы (12) получается, если продифференцировать по z соотношение (13). Поэтому вместо первого уравнения системы (12) мы будем решать уравнение (13), как более простое.

Таким образом, для нахождения $ct_1(z)$, $x_1(z)$ и $y_1(z)$ нам необходимо решить два обыкновенных дифференциальных уравнения второго порядка вида

$$\frac{d^2W_{x,y}(z)}{dz^2}=H_{x,y}(z)$$

и одно уравнение первого порядка

$$\frac{dct_1(z)}{dz}=H(z)$$

с известными правыми частями $H_{x,y}(z)$, $H(z)$ и однородными граничными условиями $ct_1(z_s)=x_1(z_s)=y_1(z_s)=x_1(z_d)=y_1(z_d)=0$. Так как такие уравнения имеют очевидные решения

$$ct_1(z)=\int\limits_{z_s}^{z}H(\sigma)d\sigma,$$

$$W_{x,y}(z)=z\int\limits_{z_s}^{z}H_{x,y}(\sigma)d\sigma-\int\limits_{z_s}^{z}\sigma H_{x,y}(\sigma)d\sigma+$$
$$+\frac{(z-z_s)}{(z_d-z_s)}\Big\{\int\limits_{z_s}^{z_d}\sigma H_{x,y}(\sigma)d\sigma-z_d\int\limits_{z_s}^{z_d}H_{x,y}(\sigma)d\sigma\Big\},$$

а вторые степени σ в подынтегральных выражениях можно понизить с помощью соотношения $\sigma^2=R^2-\rho_s^2$, то вся задача о нахождении уравнений лучей в электромагнитном поле релятивистски вращающегося пульсара и законов движения импульсов рентгеновского и гамма излучения по этим лучам сводится к вычислению интегралов с переменным верхним пределом вида

$$S_0(z,n,\Psi)=\int\limits_0^z\frac{\sin[2k(\sqrt{\sigma^2+\rho_s^2}-\sigma)+\Psi]}{(\sqrt{\sigma^2+\rho_s^2})^n}d\sigma,$$
$$C_0(z,n,\Psi))=\int\limits_0^z\frac{\cos[2k(\sqrt{\sigma^2+\rho_s^2}-\sigma)+\Psi]}{(\sqrt{\sigma^2+\rho_s^2})^n}d\sigma,$$
$$S_1(z,n,\Psi))=\int\limits_0^z\frac{\sigma\sin[2k(\sqrt{\sigma^2+\rho_s^2}-\sigma)+\Psi]}{(\sqrt{\sigma^2+\rho_s^2})^n}d\sigma,$$
$$C_1(z,n,\Psi))=\int\limits_0^z\frac{\sigma\cos[2k(\sqrt{\sigma^2+\rho_s^2}-\sigma)+\Psi]}{(\sqrt{\sigma^2+\rho_s^2})^n}d\sigma, \tag{14}$$

где целое число n в выражениях (14) изменяется от 12 до 4, а Ψ и ρ_s — некоторые постоянные.

Эти интегралы не являются независимыми, так как можно доказать, что при $n>2$ и $\rho_s>0$ функции $S_0(z,n,\Psi)$, $C_0(z,n,\Psi)$, $S_1(z,n,\Psi)$ и $C_1(z,n,\Psi)$ можно выразить [17] через элементарные функции и шесть функций $S_0(z,1,\Psi)$, $C_0(z,1,\Psi)$, $S_0(z,2,\Psi)$, $C_0(z,2,\Psi)$, $S_1(z,2,\Psi)$ и $C_1(z,2,\Psi)$.

3. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ЛУЧА, ПРОХОДЯЩЕГО ЧЕРЕЗ ИЗЛУЧАТЕЛЬ И ПРИЕМНИК РЕНТГЕНОВСКИХ И ГАММА ИМПУЛЬСОВ

Для определения влияния электромагнитного поля релятивистски вращающегося пульсара на луч, по которому распространяется рентгеновское и гамма излучение от источника к приемнику имеем дифференциальные уравнения:

$$\frac{d^2x_1}{dz^2} = H_x(z), \qquad \frac{d^2y_1}{dz^2} = H_y(z)$$

с однородными граничными условиями $x_1(z_s) = y_1(z_s) = x_1(z_d) = y_1(z_d) = 0$.

Решая эти уравнения, а также учитывая соответствующие решения нулевого приближения, для зависимости $x(z)$ получим:

$$x(z) = x_s + \eta\xi\mathbf{m}^2\Big\{F_x(z) - F_x(z_s) + \\ + \frac{(z-z_s)}{(z_d-z_s)}\Big[F_x(z_s) - F_x(z_d)\Big]\Big\}, \quad (15)$$

где $\eta = \eta_1$ для электромагнитного импульса, переносимого первой нормальной волной и $\eta = \eta_2$ — для переносимого второй нормальной волной, и для сокращения записи введено обозначение:

$$\begin{aligned}
F_x = &-\frac{9\rho_s^2x_s}{8R^8} - \frac{x_s(8k^2\rho_s^2-15)}{16R^6} - \frac{(16k^4\rho_s^4x_s - 24k^2\rho_s^2x_s + 64kzy_s - 57x_s)}{64\rho_s^2R^4} - \frac{4k^3y_s}{3R^3} + \\
&+\frac{1}{128\rho_s^4R^2}(16k^4\rho_s^4x_s - 256k^3\rho_s^2zy_s + 120k^2\rho_s^2x_s - 192kzy_s + 285x_s) - \frac{4k^4zx_s}{3\rho_s^2R} - \\
&-\frac{1}{128\rho_s^7}(304k^4z\rho_s^4x_s + 256k^3\rho_s^4y_s + 360k^2\rho_s^2zx_s + 192k\rho_s^2y_s + 855zx_s)\operatorname{arctg}\left(\frac{z}{\rho_s}\right) - \\
&-x_s\Big[\frac{9k\rho_s^2}{4R^7} - \frac{k(4k^2\rho_s^2+5)}{8R^5} + \frac{5kz}{16\rho_s^2R^4} + \frac{k(4k^2\rho_s^2-35)}{32\rho_s^2R^3} + \frac{kz(16k^2\rho_s^2+25)}{16\rho_s^4R^2} - \frac{k}{64\rho_s^4R}(16k^4\rho_s^4 - 68k^2\rho_s^2 + 175) - \\
&-\frac{k(z+R)}{64\rho_s^6}(144k^4\rho_s^4 - 64k^2\rho_s^2 - 525)\Big]\sin[2k(\sqrt{z^2+\rho_s^2} - z) + 2\Psi_1] - x_s\Big[\frac{9\rho_s^2}{8R^8} - \frac{(28k^2\rho_s^2+5)}{16R^6} - \\
&-\frac{(12k^2\rho_s^2+35)}{64\rho_s^2R^4} - \frac{5k^2z}{8\rho_s^2R^3} + \frac{(16k^4\rho_s^4 - 180k^2\rho_s^2 - 175)}{128\rho_s^4R^2} + \frac{5k^2z}{8\rho_s^4R}(4k^2\rho_s^2-5) + \frac{(64k^6\rho_s^6 + 580k^2\rho_s^2 + 525)}{128\rho_s^6}\Big]\times \\
&\times\cos[2k(\sqrt{z^2+\rho_s^2} - z) + 2\Psi_1] + \Big[\frac{5k\rho_s}{4R^5} + \frac{3kz}{8R^4\rho_s} - \frac{5k}{16\rho_sR^3} + \frac{kz(6k^2\rho_s^2+7)}{8\rho_s^3R^2} + \frac{k}{32\rho_s^3R}(16k^2\rho_s^2 - 25) + \\
&+\frac{k(z+R)}{32\rho_s^5}(16k^4\rho_s^4 - 28k^2\rho_s^2 + 75)\Big]\sin[2k(\sqrt{z^2+\rho_s^2} - z) + \Psi_0] + + \Big[\frac{5\rho_s}{8R^6} - \frac{(48k^2\rho_s^2+5)}{32R^4\rho_s} - \\
&-\frac{3k^2z}{4\rho_sR^3} - \frac{(56k^2\rho_s^2+25)}{64\rho_s^3R^2} + \frac{k^2z}{4\rho_s^3R}(6k^2\rho_s^2 - 7) - \frac{5k^4}{4\rho_s} + \frac{k^2}{\rho_s^3} + \frac{75}{64\rho_s^5}\Big]\cos[2k(\sqrt{z^2+\rho_s^2} - z) + \Psi_0] + \\
&+\frac{5zx_s}{128\rho_s^6}(128k^6\rho_s^6 - 160k^4\rho_s^4 - 336k^2\rho_s^2 - 105)C_0(z,2,2\Psi_1) - \\
&-\frac{kzx_s}{64\rho_s^6}(64k^6\rho_s^6 - 320k^4\rho_s^4 + 980k^2\rho_s^2 + 525)[S_0(z,1,2\Psi_1) - S_1(z,2,2\Psi_1)] - \\
&-\frac{k^2x_s}{32\rho_s^4}(176k^4\rho_s^4 - 176k^2\rho_s^2 - 75)[C_1(z,2,2\Psi_1) - C_0(z,1,2\Psi_1)] + \\
&+\frac{k^2}{16\rho_s^3}(16k^4\rho_s^4 + 4k^2\rho_s^2 - 3)[C_0(z,1,\Psi) - C_1(z,2,\Psi_0)] + \\
&+\frac{1}{64\rho_s^5}(64k^6\rho_s^6 + 32k^4\rho_s^4 + 276k^2\rho_s^2 + 75)[k\rho_sx_sS_0(z,2,2\Psi_1) + zC_0(z,2,\Psi_0)] + \\
&+\frac{k}{32\rho_s^3}(80k^4\rho_s^4 + 3)S_0(z,2,\Psi_0) + \frac{kz}{32\rho_s^5}(176k^4\rho_s^4 - 176k^2\rho_s^2 - 75)\times \\
&\times[S_1(z,2,\Psi_0) - S_0(z,1,\Psi_0)],
\end{aligned} \quad (16)$$

где $\Psi_0 = 2k(z_s - ct_s) + \varphi_s$, $2\Psi_1 = 2k(z_s - ct_s) + 2\varphi_s$.

Совершенно аналогично для зависимости координаты y луча от координаты z найдем:

$$y(z) = y_s + \eta\xi\mathbf{m}^2\Big\{F_y(z) - F_y(z_s) + \frac{(z-z_s)}{(z_d-z_s)}\Big[F_y(z_s) - F_y(z_d)\Big]\Big\}, \quad (17)$$

где введено обозначение:

$$
\begin{aligned}
F_y = &-\frac{9\rho_s^2 y_s}{8R^8} - \frac{y_s(8k^2\rho_s^2-15)}{16R^6} - \frac{(16k^4\rho_s^4 y_s - 24k^2\rho_s^2 y_s - 64kzx_s - 57y_s)}{64\rho_s^2 R^4} + \frac{4k^3 x_s}{3R^3} + \\
&+\frac{1}{128\rho_s^4 R^2}(16k^4\rho_s^4 y_s + 256k^3\rho_s^2 z x_s + 120k^2\rho_s^2 y_s + 192kzx_s + 285y_s) - \frac{4k^4 z y_s}{3\rho_s^2 R} - \\
&-\frac{1}{128\rho_s^7}(304k^4 z\rho_s^4 y_s - 256k^3\rho_s^4 x_s + 360k^2\rho_s^2 z y_s - 192k\rho_s^2 x_s + 855zy_s)\,\mathrm{arctg}\left(\frac{z}{\rho_s}\right) - \\
&-y_s\Big[\frac{9k\rho_s^2}{4R^7} - \frac{k(4k^2\rho_s^2+5)}{8R^5} + \frac{5kz}{16\rho_s^2 R^4} + \frac{k(4k^2\rho_s^2-35)}{32\rho_s^2 R^3} + \frac{kz(16k^2\rho_s^2+25)}{16\rho_s^4 R^2} - \\
&-\frac{k}{64\rho_s^4 R}(16k^4\rho_s^4 - 68k^2\rho_s^2 + 175) - \frac{k(z+R)}{64\rho_s^6}(144k^4\rho_s^4 - 64k^2\rho_s^2 - 525)\Big] \sin[2k(\sqrt{z^2+\rho_s^2}-z)+2\Psi_1] - \\
&-y_s\Big[\frac{9\rho_s^2}{8R^8} - \frac{(28k^2\rho_s^2+5)}{16R^6} - \frac{(12k^2\rho_s^2+35)}{64\rho_s^2 R^4} - \frac{5k^2 z}{8\rho_s^2 R^3} + \frac{(16k^4\rho_s^4 - 180k^2\rho_s^2 - 175)}{128\rho_s^4 R^2} + \frac{5k^2 z}{8\rho_s^4 R}(4k^2\rho_s^2-5) + \\
&+\frac{(64k^6\rho_s^6 + 580k^2\rho_s^2 + 525)}{128\rho_s^6}\Big] \cos[2k(\sqrt{z^2+\rho_s^2}-z)+2\Psi_1] + \Big[\frac{5k\rho_s}{4R^5} + \frac{3kz}{8R^4\rho_s} - \frac{5k}{16\rho_s R^3} + \\
&+\frac{kz(6k^2\rho_s^2+7)}{8\rho_s^3 R^2} + \frac{k}{32\rho_s^3 R}(16k^2\rho_s^2-25) + \frac{k(z+R)}{32\rho_s^5}(16k^4\rho_s^4 - 28k^2\rho_s^2 + 75)\Big] \cos[2k(\sqrt{z^2+\rho_s^2}-z)+\Psi_0] - \\
&-\Big[\frac{5\rho_s}{8R^6} - \frac{(48k^2\rho_s^2+5)}{32R^4\rho_s} - \frac{3k^2 z}{4\rho_s R^3} - \frac{(56k^2\rho_s^2+25)}{64\rho_s^3 R^2} + \frac{k^2 z}{4\rho_s^3 R}(6k^2\rho_s^2-7) - \frac{5k^4}{4\rho_s} + \frac{k^2}{\rho_s^3} + \frac{75}{64\rho_s^5}\Big] \times \\
&\times \sin[2k(\sqrt{z^2+\rho_s^2}-z)+\Psi_0] + \frac{5zy_s}{128\rho_s^6}(128k^6\rho_s^6 - 160k^4\rho_s^4 - 336k^2\rho_s^2 - 105)C_0(z,2,2\Psi_1) - \\
&-\frac{kzy_s}{64\rho_s^6}(64k^6\rho_s^6 - 320k^4\rho_s^4 + 980k^2\rho_s^2 + 525)[S_0(z,1,2\Psi_1) - S_1(z,2,2\Psi_1)] - \\
&-\frac{k^2 y_s}{32\rho_s^4}(176k^4\rho_s^4 - 176k^2\rho_s^2 - 75)[C_1(z,2,2\Psi_1) - C_0(z,1,2\Psi_1)] - \\
&-\frac{k^2}{16\rho_s^3}(16k^4\rho_s^4 + 4k^2\rho_s^2 - 3)[S_0(z,1,\Psi_0) - S_1(z,2,\Psi_0)] + \\
&+\frac{1}{64\rho_s^5}(64k^6\rho_s^6 + 32k^4\rho_s^4 + 276k^2\rho_s^2 + 75)[k\rho_s y_s S_0(z,2,2\Psi_1) - zS_0(z,2,\Psi_0)] + \frac{k}{32\rho_s^3}(80k^4\rho_s^4+3)C_0(z,2,\Psi_0) + \\
&+\frac{kz}{32\rho_s^5}(176k^4\rho_s^4 - 176k^2\rho_s^2 - 75)[C_1(z,2,\Psi_0) - C_0(z,1,\Psi_0)].
\end{aligned} \tag{18}
$$

Выражения (15)–(18) задают в параметрическом виде два разных луча (при $\eta = \eta_1$ и при $\eta = \eta_2$), проходящих через точку $\mathbf{r}_s = \{x_s, y_s, z_s\}$, где в момент времени $t = t_s$ происходит вспышка рентгеновского и гамма излучения, и через точку $\mathbf{r}_d = \{x_s, y_s, z_d\}$, где расположен детектор этого излучения. Параметром в этих выражениях является координата z.

4. ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ И ГАММА ИМПУЛЬСОВ ПО ЛУЧАМ

Решая уравнение (13) с однородным граничным условием $ct_1(z_s) = 0$, а также учитывая соответствующее решение нулевого приближения, для зависимости $ct = ct(z)$ получим:

$$
ct(z) = ct_s + z - z_s + \eta\xi\mathbf{m}^2\big[F(z) - F(z_s)\big], \tag{19}
$$

где введено обозначение:

$$
\begin{aligned}
F(z) = &\frac{9z\rho_s^2}{8R^8} + \frac{z}{16R^6}(8k^2\rho_s^2+5) + \frac{z}{64\rho_s^2 R^4}(16k^4\rho_s^4 + 40k^2\rho_s^2 + 57) - \frac{2k^4\rho_s^2}{3R^3} - \\
&-\frac{z}{128\rho_s^4 R^2}(208k^4\rho_s^4 - 120k^2\rho_s^2 - 171) + \frac{4k^4}{R} + \frac{1}{128\rho_s^5}(304k^4\rho_s^4 + 120k^2\rho_s^2 + 171)\,\mathrm{arctg}\left(\frac{z}{\rho_s}\right) + \\
&+\Big\{\frac{9k\rho_s^2 z}{4R^7} - \frac{5k\rho_s^2}{8R^6} - \frac{kz(4k^2\rho_s^2-5)}{8R^5} + +\frac{k(16k^2\rho_s^2+5)}{32R^4} - \frac{kz(4k^2\rho_s^2-25)}{32\rho_s^2 R^3} + \frac{k(32k^2\rho_s^2+25)}{64\rho_s^2 R^2} + \\
&+\frac{k}{64\rho_s^4}(16k^4\rho_s^4 - 28k^2\rho_s^2 + 75)\big(1+\frac{z}{R}\big)\Big] \sin[2k(\sqrt{z^2+\rho_s^2}-z)+2\Psi_1] +
\end{aligned} \tag{20}
$$

$$+\Big[\frac{9\rho_s^2 z}{8R^8} - \frac{z(28k^2\rho_s^2-5)}{16R^6} + \frac{5k^2\rho_s^2}{4R^5} + \frac{z(12k^2\rho_s^2+25)}{64\rho_s^2R^4} - \frac{5k^2}{16R^3} - \frac{z}{128\rho_s^4R^2}(16k^4\rho_s^4 - 76k^2\rho_s^2 - 75) +$$
$$+\frac{5k^2(8k^2\rho_s^2-5)}{32\rho_s^2R}\Big]\cos[2k(\sqrt{z^2+\rho_s^2}-z)+2\Psi_1] + \frac{C_0(z,2,2\Psi_1)}{128\rho_s^4}(64k^6\rho_s^6 +$$
$$+32k^4\rho_s^4 + 276k^2\rho_s^2 + 75) + \frac{k[S_1(z,2,2\Psi_1) - S_0(z,1,2\Psi_1)]}{64\rho_s^4}(176k^4\rho_s^4 - 176k^2\rho_s^2 - 75).$$

Полученные соотношения (19) и (20) при $\eta = \eta_1$ позволяют исследовать законы движения рентгеновского и гамма импульса, переносимого по первому лучу одной нормальной волной, а при $\eta = \eta_2$ — переносимого по второму лучу другой нормальной волной, имеющей ортогональную поляризацию к поляризации первой волны.

5. ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНО-ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО ЗАПАЗДЫВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИГНАЛОВ, ПЕРЕНОСИМЫХ РАЗЛИЧНЫМИ НОРМАЛЬНЫМИ ВОЛНАМИ

Для вычисления времени запаздывания T-импульса, переносимого одной нормальной волной, относительно импульса, переносимого другой нормальной волной, вычтем из времени распространения первой нормальной волны от источника к детектору время распространения на том же пути другой нормальной волны. В результате получим:

$$T = \frac{\xi(\eta_2-\eta_1)\mathbf{m}^2}{c}\big[F(z_d) - F(z_s)\big]. \tag{21}$$

Выберем $z_s = 0$. Подставляя $z_d \to \infty$, $z_s = 0$, в выражение (20) будем иметь:

$$\lim_{z_d\to\infty} F(z_d) = \frac{\pi}{256\rho_s^5}(304k^4\rho_s^4 + 120k^2\rho_s^2 + 171) + \frac{k\sin 2(\varphi_s - kct_s)}{32\rho_s^4}(16k^4\rho_s^4 - 28k^2\rho_s^2 + 75) +$$
$$+\frac{\lim\limits_{z_d\to\infty} C_0(z_d,2,2(\varphi_s-kct_s))}{128\rho_s^4}(64k^6\rho_s^6 + 32k^4\rho_s^4 + 276k^2\rho_s^2 + 75) +$$
$$+\lim_{z_d\to\infty}\frac{k[S_1(z_d,2,2(\varphi_s-kct_s)) - S_0(z_d,1,2(\varphi_s-kct_s))]}{64\rho_s^4}(176k^4\rho_s^4 - 176k^2\rho_s^2 - 75).$$
$$F(0) = \frac{k\sin(2k\rho_s + 2(\varphi_s-kct_s))}{32\rho_s^4}(8k^4\rho_s^4 + 18k^2\rho_s^2 + 35) + \frac{k^2\cos(2k\rho_s+2(\varphi_s-kct_s))}{32\rho_s^3}(40k^2\rho_s^2+5) + \frac{10k^4}{3\rho_s},$$

Поэтому выражение для времени запаздывания (21) в рассматриваемом случае примет вид:

$$T = \frac{\xi(\eta_2-\eta_1)\mathbf{m}^2}{c\rho_s^5}\Big\{\frac{\pi}{256}(304k^4\rho_s^4 + 120k^2\rho_s^2 + 171) + \frac{k\rho_s\sin 2(\varphi_s-kct_s)}{32}(16k^4\rho_s^4 - 28k^2\rho_s^2 + 75) +$$
$$+\frac{\rho_s}{128}(64k^6\rho_s^6 + 32k^4\rho_s^4 + 276k^2\rho_s^2 + 75)\lim_{z\to\infty} C_0(\infty,2,2(\varphi_s-kct_s)) +$$
$$+\frac{k\rho_s}{64}(176k^4\rho_s^4 - 176k^2\rho_s^2 - 75)\lim_{z\to\infty}[S_1(\infty,2,2(\varphi_s-kct_s)) - S_0(\infty,1,2(\varphi_s-kct_s))] -$$
$$-\frac{10k^4\rho_s^4}{3} - \frac{k\rho_s\sin(2k\rho_s+2(\varphi_s-kct_s))}{32}(8k^4\rho_s^4 + 18k^2\rho_s^2 + 35) - \frac{k^2\rho_s^2\cos[2(k\rho_s+\varphi_s-kct_s)]}{32}(40k^2\rho_s^2+5)\Big\} =$$
$$= \frac{\xi(\eta_2-\eta_1)\mathbf{m}^2}{c\rho_s^5}\Big\{\frac{\pi}{256}(304k^4\rho_s^4 + 120k^2\rho_s^2 + 171) + \frac{k\rho_s\sin 2(\varphi_s-kct_s)}{32}(16k^4\rho_s^4 - 28k^2\rho_s^2 + 75) +$$
$$+\frac{k\rho_s}{32}(64k^6\rho_s^6 + 32k^4\rho_s^4 + 276k^2\rho_s^2 + 75)I_1(2(\varphi_s-kct_s)) - \frac{10k^4\rho_s^4}{3} -$$
$$-\frac{k\rho_s}{32}(176k^4\rho_s^4 - 176k^2\rho_s^2 - 75)I_2(2(\varphi_s-kct_s)) - \frac{k\rho_s\sin(2k\rho_s+2(\varphi_s-kct_s))}{32}(8k^4\rho_s^4 + 18k^2\rho_s^2 + 35) -$$
$$-\frac{k^2\rho_s^2\cos(2k\rho_s+2(\varphi_s-kct_s))}{32}(40k^2\rho_s^2+5)\Big\}. \tag{22}$$

Из выражения (22) следует, что в электродинамике Гейзенберга–Эйлера величина времени запаздывания T в магнитном поле типичного пульсара ($|\mathbf{m}|/R_0^3 \sim 10^{13}$ Гс) достигает 10^{-8} с, а для магнетара примерно на два порядка больше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время, с развитием спутниковых наблюдений [18], регистрирующих жесткое электромагнитное излучение, исходящее от Солнца, пульсаров и магнетаров, появилась возможность подготовить эксперимент для наблюдения эффекта нелинейного электродинамического двойного лучепреломления. Одно из наблюдаемых проявлений двойного лучепреломления вакуума в пульсаре или его окрестностях связано с задержкой прохождения импульсов жесткого рентгеновского и гамма-излучения вблизи пульсара. Из-за двойного лучепреломления в вакууме скорость распространения быстрой моды больше, чем у медленной, поэтому она достигнет детектора раньше. Таким образом, начальная часть любого импульса, поступающего от источника рентгеновского излучения к детектору, будет линейно поляризована. Эта часть импульса будет иметь длительность T. По истечении этого времени медленная мода достигнет детектора, и состояние поляризации импульса, скорее всего, изменится на эллиптическое.

Когда быстрая мода покинет детектор, через него будет распространяться только сигнал, переносимый медленной модой. Поэтому хвостовая часть любого импульса будет линейно поляризованной перпендикулярно поляризации головной части этого импульса. Такое состояние поляризации всех жестких импульсов, приходящих от пульсаров и магнетаров, может быть обеспечено только нелинейностью электродинамики вакуума.

Чтобы проверить это предсказание нелинейной электродинамики вакуума, необходимо измерить состояние поляризации рентгеновских и гамма-импульсов, исходящих от пульсаров и магнетаров. Поляриметры для этих диапазонов частот в настоящее время недоступны, но несколько исследовательских центров [19]–[28] планируют разработать такие устройства.

В настоящее время в связи с развитием спутниковых наблюдений [18], регистрирующих жесткое электромагнитное излучение, приходящее от пульсаров и магнетаров, появляется возможность для подготовки эксперимента по наблюдению эффекта нелинейно-электродинамического двулучепреломления.

Для проверки этого предсказания нелинейной электродинамики вакуума необходимо измерять состояние поляризации приходящих от пульсаров и магнетаров рентгеновских и гамма импульсов. Поляриметры для этих диапазонов частоты в настоящее время отсутствуют, но в нескольких научных центрах имеются [19]–[28] планы создать такие приборы.

Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М.В.Ломоносова

[1] *Born M., Infeld L.* // Proc. Roy. Soc. Lond. Ser. A **144** 425 (1934).
[2] *Heisenberg W., Euler H.* // Z. Phys. **89**:11-12 714 (1936).
[3] *Vshivtseva P.A., Denisov M.M.* // Computational Mathematics and Mathematical Physics **49**, 2092 (2009).
[4] *Denisov V.I., Sokolov V.A., Svertilov S.I.* // JCAP **09** 004 (2017).
[5] *Burke D.L.* et al. // Phys. Rev. Lett. **79** 1626 (1997).
[6] *Manchester R.N., Taylor J.H.* // Pulsars. ed. W.H. Freeman, San Francisco, 1977.
[7] *Manchester R.N., Hobbs G.B., Teoh A.* et al. // Astron. J., **129** 1993 (2005).
[8] *Olausen S.A., Kaspi V.M.* // Astrophys. J. Suppl. **212** 1 (2014).
[9] *Sidoli L., Paizis A., Postnov K.* // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **457** 3693 (2016).
[10] *Kim J.Jr., Lee T* // Journal of Cosmology, Astroparticle Physics **11** 017 (2011).
[11] *Abishev Medeu* et al. // Astroparticle Physics **73** 8 (2016).
[12] *Васильев М.И., Соколов В.А.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. № 5. 8 (2012). (*Vasil'ev M.I., Sokolov V.A.* // Moscow Univ. Phys. **67** 418 (2012).
[13] *Denisov V.I., Denisova I.P., Sokolov V.A.* // Theor Math Phys. **172** 1321 (2012)).
[14] *Denisov V.I. , Svertilov S.I.* // Astronomy and Astrophysics, **399**, L39 (2003).
[15] *Guzman-Herrera Elda, Montiel Ariadna, Breton Nora,* // JCAP, **11** 002 (2024).
[16] *Landau L.D., Lifshitz E.M.* // The Classical Theory of Fields. Butter-worth-Heinemann, 1975.
[17] *Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M.* // Table of Integrals, Series, and Products. Fifth Edition, Academic Press, UK (1994).
[18] *Bogomolov A.V.* et al. // Izv.Akad. Nauk Ser. Fiz. **36** 1422 (2003).
[19] *Caroli E.* et al. // Nucl. Instrum. Meth. **A 477** 567 (2002).
[20] *Zoglauer A.* et al. // Proceedings of the 5th INTEGRAL Workshop on the INTEGRAL Universe (ESA SP-552), Munich Germany (2004).
[21] *Bellazzini R.* et al. // Nucl. Instrum. Meth. **A 579** 853 (2007).
[22] *Aprile E., Curioni A., Giboni K.L.* // Nucl. Instrum. Meth. **A 593** 414 (2008).
[23] *Bloser P.F.* et al. // Nucl. Instrum. Meth. **A 600** 424 (2009).
[24] *Orsi S.* et al. // Nucl. Instrum. Meth. **A 648** 139 (2011).
[25] *Greiner J.* et al. // Exper. Astron. **34** 551 (2012).

[26] *Soffitta P.* // Exper. Astron. **36** 523 (2013).
[27] *Tanimori T.* et al. // Astrophys. J. **810** 28 (2015).
[28] *Weisskopf M.C.* // Proc. SPIE bf 9905 990517 (2016).

Effect of Birefringence of Electromagnetic Radiation in the Field of a Relativistically Rotating Pulsar or Magnetar within the Framework of Nonlinear Vacuum Electrodynamics

M. S. Seidaliyeva[1,2,a], **V. I. Denisov**[1,b], **I. P. Denisova**[3,4,c,*]
[1] *Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*
[2] *Al-Farabi Kazakh National University. Kazakhstan, Almaty*
[3] *Bauman Moscow State Technical University. Moscow, 105005, Russia*
[4] *The State University of Management. Moscow, 109542, Russia*
E-mail: [a] *seydalieva.moldyr@gmail.com*, [b] *vid.msu@yandex.ru*, [c] *pm.mati813@gmail.com*

Within the framework of parameterised post-Maxwellian vacuum electrodynamics, the propagation of an X-ray and gamma radiation pulse through the electromagnetic field of a relativistically rotating pulsar is investigated. Expressions are obtained for the trajectory of this pulse and for the law of its motion from the point $\mathbf{r}_s = \{x_s, y_s, z_s\}$, where at the moment of time $t = t_s$ an X-ray or gamma-ray burst occurs, to the point $\mathbf{r}_d = \{x_s, y_s, z_d\}$, where the detector of this radiation is located. In the case when the post-Maxwellian parameters of the theory differ, $\eta_1 \neq \eta_2$, the time of nonlinear electrodynamic delay of electromagnetic signals carried by different normal modes is calculated. The change in the polarisation state of the X-ray or gamma radiation pulse after passing through the electromagnetic field of a relativistically rotating pulsar is analysed. The possibilities of observing the nonlinear effect of the electromagnetic field of a relativistically rotating pulsar on X-ray and gamma-ray pulses are discussed.

PACS: 03.50.-z, 11.10.Lm
Keywords: nonlinear vacuum electrodynamics, metric tensor, signal delay, normal waves, ray equations.
Received 18 July 2025.
English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2025. **80**, No. . Pp. .

Сведения об авторах

1. Сейдалиева Молдир Сапаралиевна — стажер физического факультета МГУ;
e-mail: seydalieva.moldyr@mail.com.
2. Денисов Виктор Иванович — доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; тел. (495)-939-16-47,
e-mail: vid.msu@yandex.ru.
3. Денисова Ирина Павловна — доктор физ.-мат. наук, профессор;
e-mail: pm.mati813@gmail.com.