

ОБЗОР

Алгебраическая резонансная теория возмущений в задачах нелинейной и квантовой оптики

А.М. Башаров^{1, *}¹НИИЦ «Курчатовский институт»

Россия, 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1

(Поступила в редакцию 23.06.2025; подписана в печать 17.07.2025)

Сформулирована алгебраическая резонансная теория возмущений (АРТВ), выписаны общие формулы теории, с помощью которых сжато выведены эффективные гамильтонианы, описаны интерференционные взаимодействия, получены кинетические уравнения для различных случаев взаимодействия электромагнитного излучения с квантовыми системами. Указано на естественную интеграцию метода стохастических дифференциальных уравнений в АРТВ и физическое обоснование принципов отбора слагаемых АРТВ в случае приближения окружения открытой системы дельта-коррелированным шумом. Подчеркнута неизбежность появления интерференционных взаимодействий из-за сформулированных требований АРТВ относительно отбора в эффективный гамильтониан только медленно меняющихся во времени слагаемых в картине Дирака.

PACS: 42.50.Nn УДК: 535.1

Ключевые слова: унитарная симметрия, ряд Ван Флека, формула Кэмпбелла–Бейкера–Хаусдорфа, правила отбора слагаемых, интерференционные слагаемые, штарковское взаимодействие, квантовые случайные процессы, кинетическое уравнение.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.80.2550401](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.80.2550401)

1. ВВЕДЕНИЕ. ОСОБЕННОСТИ ОПТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ — БЫСТРО И МЕДЛЕННО МЕНЯЮЩИЕСЯ ВО ВРЕМЕНИ СЛАГАЕМЫЕ В ИСХОДНЫХ УРАВНЕНИЯХ

Исходные уравнения движения для описания процессов взаимодействия электромагнитного излучения с квантовыми системами содержат, как правило, быстро и медленно меняющиеся во времени слагаемые. Поэтому исследователи тем или иным способом вынуждены упрощать такие уравнения либо должны работать в принятых упрощенных моделях. Стандартными методами упрощения здесь является метод усреднения Крылова–Боголюбова–Митропольского [1, 2], метод многих масштабов [3] и другие асимптотические методы [4]. Применительно к оптическим задачам метод усреднения Крылова–Боголюбова–Митропольского исчерпывающе изложен в монографии [5].

Следует отметить, что методы усреднений и многих масштабов специфичны в том плане, что практически каждое уравнение требует отдельного подхода. Богаевский и Повзнер [6] предложили алгебраический подход к методу усреднения, в котором требуется найти операторы, позволяющие записать исследуемое уравнение в специфическом матричном виде, и для него развили теорию возму-

щений. Между тем в большинстве задач нелинейной и квантовой оптики зачастую изначально опирается на квантово-механическое уравнение для матрицы плотности фон Неймана и/или уравнение Шредингера, а квантовая механика — унитарно симметричная теория. Поэтому еще на заре квантовой механики Ван Флек использовал унитарную симметрию квантовой теории для построения теории возмущений [7]. Идея Ван Флека об унитарном преобразовании исходного гамильтониана и разложении преобразованного гамильтониана в ряд теории возмущений была использована во многих подходах, например Магнуса [8] и др. [9–12]. При этом, однако, никаких особенностей унитарного преобразования, связанного с наличием резонансов в оптических системах, предложено не было. Так, в работах Такадзуджи [11] разложение Ван Флека использовалось, однако выделение слагаемых в членах ряда Ван Флека проводилось на основе сравнения с результатами, полученными применением метода усреднения, поскольку во всех других работах, опирающихся на идею Ван Флека, не были исследованы особенности формирования ряда теории возмущений в резонансных условиях. Лишь в работах [13–15] сформулированы основные правила отбора слагаемых ряда теории возмущений, которые формируют эффективный гамильтониан резонансного приближения в любых порядках теории возмущений.

В настоящее время исходными уравнениями во многих исследованиях в области нелинейной и кван-

* E-mail: basharov@gmail.com

товой оптики служат квантово-механическое уравнение для матрицы плотности системы и уравнения Максвелла для напряженности электрического поля. В качестве системы выступают выделенная открытая система и окружающие ее поля или частицы среды. Ниже для определенности будем говорить об атомной открытой системе.

Уравнение для матрицы плотности обычно формулируют с учетом релаксационного оператора $\hat{\Gamma}\rho$:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [\rho, H] - \hat{\Gamma}\rho, \quad (1)$$

$$H = H^A + H^F + V^{A-F} + V^{Cl},$$

в котором гамильтониан H складывается из гамильтониана ансамбля атомов H^A , гамильтониана квантованного электромагнитного поля H^F и операторов взаимодействия атомной системы с квантованным V^{A-F} и классическими полями V^{Cl} . Релаксационный оператор имеет форму, которую принято называть формой Линдблада

$$\hat{\Gamma}\rho = -\frac{i}{\hbar} [\rho, H^{Add}] + \frac{1}{2} L_+ L_- \rho + \frac{1}{2} \rho L_+ L_- - L_- \rho L_+, \quad (2)$$

где $L_{\pm}$ — так называемые операторы Линдблада, а H^{Add} — добавочное эрмитовое слагаемое к гамильтониану.

Уже на этапе формулировки уравнения для матрицы плотности кроются принципиальные моменты: оператор релаксации (2) «вбирает в себя» действие термостатных широкополосных полей, поэтому операторы квантованных полей H^F и V^{A-F} не должны включать широкополосные поля, которые можно рассматривать как термостатные поля [16]. Также и широкополосные пакеты из нескольких фотонов должны рассматриваться наряду с широкополосными термостатными полями [17]. Кроме того, некоторые взаимодействия внутриатомной системы возникают еще на этапе учета взаимодействия с широкополосными термостатными полями [18], [19]. Примером здесь служит диполь-дипольное взаимодействие атомов. Если взаимодействие между атомами и термостатными квантовыми полями взять в электродипольном виде, то диполь-дипольное взаимодействие между атомами возникает автоматически в теории возмущений [20].

Уравнение Максвелла для напряженности классического поля $E_{cl}(t)$ запишем для немагнитных сред, используя поляризацию P среды и пренебрегая поляризационными характеристиками [21]:

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E_{cl}(t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P. \quad (3)$$

Пусть классическое поле напряженности $E_{cl}(t)$ представляет собой квазимонохроматический пакет

$$E_{cl}(t) = \mathcal{E}_{cl} \exp(i(\mathbf{k}_{cl}\mathbf{r} - \omega_{cl}t)) + c.c. \quad (4)$$

с несущей частотой ω_{cl} и волновым вектором $\mathbf{k}_{cl}$. $\mathcal{E}_{cl}$ — медленно меняющаяся функция времени по

сравнению с экспонентой, содержащейся в (4). Тогда условие резонанса

$$\omega_{cl} \approx (E_e - E_g)/\hbar \quad (5)$$

выделяет в спектре атома $\{E_i\}$ пару энергетических уровней: условно возбужденный с энергией E_e и основной с энергией E_g (см. рис. 1, а), и уравнение (1) принято записывать только для этой пары резонансных уровней. При этом говорить о быстром и медленно меняющихся во времени слагаемых уравнения (1) удобно в представлении взаимодействия (картине Дирака), операторы в котором будем отмечать явным написанием аргумента времени:

$$\rho(t) = \exp\left(\frac{i}{\hbar}(H^A + H^F)t\right)\rho\exp\left(-\frac{i}{\hbar}(H^A + H^F)t\right),$$

$$V(t) = \exp\left(\frac{i}{\hbar}(H^A + H^F)t\right)V\exp\left(-\frac{i}{\hbar}(H^A + H^F)t\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(t) = \frac{i}{\hbar}[\rho(t), V(t)] - (\hat{\Gamma}\rho)(t). \quad (6)$$

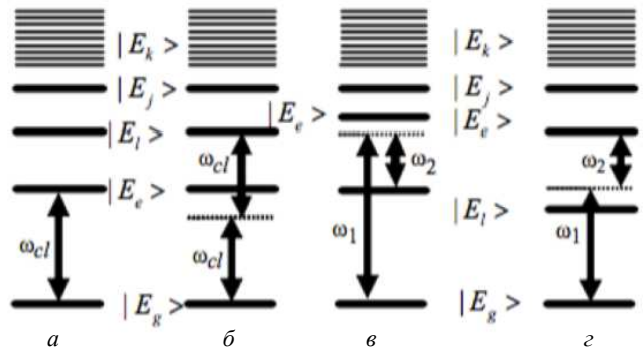


Рис. 1. Основной и возбужденный энергетические уровни атома, выделяемые условием одноквантового резонанса (а), вырожденного двухквантового резонанса (б), комбинационного резонанса (в) и невырожденного двухквантового резонанса (з). Резонансы в и з называют конфигурациями типа «лямбда» и «каскад» соответственно

Метод усреднения Крылова–Боголюбова–Митропольского естествен в простейших ситуациях типа (5), но исследователи сталкиваются со значительным объемом вычислений в более сложных случаях, а применение к уравнению (1) с релаксационным оператором часто становится некорректным. Это видно на примере однофотонного резонанса в нелинейной и квантовой оптике атома или ансамбля атомов.

В случае воздействия только одного классического поля (4) в условиях (5) имеем следующие уравнения для матричных элементов матрицы плотности одного атома с оператором дипольного момента d (без учета релаксационного оператора, в электродипольном приближении $V^{Cl} = -Ed$, для оптически

разрешенного атомного перехода $E_e \rightarrow E_g$):

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\rho_{eg}(t) &= \frac{i}{\hbar}(\rho_{ee}(t)(V_{eg}^s(t) + V_{eg}^f(t)) - \\ &\quad -(V_{eg}^s(t) + V_{eg}^f(t))\rho_{gg}(t)), \\ \frac{\partial}{\partial t}\rho_{ee}(t) &= \frac{i}{\hbar}(\rho_{eg}(t)(V_{ge}^s(t) + V_{ge}^f(t)) - \\ &\quad -(V_{ge}^s(t) + V_{ge}^f(t))\rho_{ee}(t)), \\ \frac{\partial}{\partial t}\rho_{gg}(t) &= \frac{i}{\hbar}(\rho_{ge}(t)(V_{eg}^s(t) + V_{eg}^f(t)) - \\ &\quad -(V_{ge}^s(t) + V_{ge}^f(t))\rho_{eg}(t)).\end{aligned}\quad (7)$$

Здесь выделены медленно меняющиеся во времени $V^s(t)$ и быстро меняющиеся во времени $V^f(t)$ слагаемые по сравнению с $\exp(\pm i\omega_{cl}t)$:

$$\begin{aligned}V_{eg}^s(t) &= -d_{eg} \exp(i(\Omega_{eg} - \omega_{cl})t)\mathcal{E}_{cl}, \\ V_{eg}^f(t) &= -d_{eg} \exp(i(\Omega_{eg} + \omega_{cl})t)\mathcal{E}_{cl}^* = V_{eg}^s(t)^*, \\ V(t) &= V^s(t) + V^f(t).\end{aligned}$$

Метод усреднения, примененный к (7), сразу исключает все быстрые переменные, так что если представить матрицу плотности в виде суммы медленно меняющегося во времени слагаемого $\rho^s(t)$ и быстро меняющегося $\rho^f(t)$: $\rho(t) = \rho^s(t) + \rho^f(t)$, то уравнение (7) становится уравнением, состоящим только из медленно меняющихся во времени членов:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\rho_{eg}^s(t) &= \frac{i}{\hbar}(\rho_{ee}^s(t)V_{eg}^s(t) - V_{eg}^s(t)\rho_{gg}^s(t)), \\ \frac{\partial}{\partial t}\rho_{ee}^s(t) &= \frac{i}{\hbar}(\rho_{eg}^s(t)V_{ge}^s(t) - V_{ge}^s(t)\rho_{ee}^s(t)), \\ \frac{\partial}{\partial t}\rho_{gg}^s(t) &= \frac{i}{\hbar}(\rho_{ge}^s(t)V_{eg}^s(t) - V_{ge}^s(t)\rho_{gg}^s(t)).\end{aligned}\quad (8)$$

Говорится, что эти уравнения отвечают приближению вращающейся волны, когда $V(t) \approx V^s(t)$. Они сводятся к уравнению Блоха [21, 22]. Его можно рассматривать как уравнение динамики, управляемое эффективным гамильтонианом первого порядка по константе связи, сам гамильтониан также ассоциируют с приближением вращающейся волны.

Дальнейшее применение метода усреднения к уравнению (7) для получения слагаемых следующего порядка малости по константе связи содержит не только технические сложности, но и принципиальные. Технические сложности рассмотрены и решены в монографии [5]. В обсуждаемом простом примере одноквантового резонанса (5) слагаемое второго порядка в эффективном гамильтониане определяет штарковский сдвиг энергетических уровней атома E_i^{St} , причем не только резонансных ($i = g, e, n, m, \dots$):

$$\begin{aligned}E_i^{St} &= |\mathcal{E}_{cl}|^2 \Pi_i(\nu), \\ \Pi_k(\omega_{cl}) &= \sum_j \frac{|d_{kj}|^2}{\hbar} \left(\frac{1}{\Omega_{kj} + \omega_{cl}} + \frac{1}{\Omega_{kj} - \omega_{cl}} \right), \\ \Omega_{kj} &= \frac{E_j - E_i}{\hbar}.\end{aligned}\quad (9)$$

Принципиальные проблемы с применением метода усреднения к уравнению (1) кроются в природе релаксационного оператора $(\hat{\Gamma}\rho)(t)$. Зачастую релаксационный оператор является следствием взаимодействия открытой системы с термостатом, который моделируется дельта-коррелированными случайными полями [23]. В таком случае время корреляции физических полей окружения открытой системы должно быть минимальным из всех возможных, в том числе и меньше «кинематических времен», таких как $1/\omega_{cl}$ [24]. Это означает, что в оптических задачах, при учете релаксационного оператора, быстроменяющихся во времени слагаемых (по сравнению с $\exp(\pm i\omega_{cl}t)$ в представлении взаимодействия) в уравнении (6) быть не должно! Таким образом, косвенно обосновывается [25] принцип отбора слагаемых ряда теории возмущений Ван Флека, который был впервые сформулирован и применен в работах [13–15] без учета микроскопии релаксационных процессов. При этом слагаемые, оставленные в преобразованном гамильтониане, считаем составляющими эффективного гамильтониана. Следуя терминологии [6] естественно назвать теорию возмущений с указанным принципом отбора слагаемых — алгебраической резонансной теорией возмущений (АРТВ). Она вбирает себя как частный случай метода усреднения, применяемый к задачам нелинейной и квантовой оптики.

2. ПРИНЦИПЫ АРТВ

Первый шаг в применении унитарной симметрии квантовой теории состоит в следующей цепочке стандартных преобразований, лежащих в основе всех стандартных представлений квантовой теории — картине Гейзенберга и картине Дирака [21, 25]:

$$\begin{aligned}|\tilde{\Psi}\rangle &= \hat{T}|\Psi\rangle, \quad \tilde{\rho} = \hat{T}\rho\hat{T}^\dagger, \quad \frac{\partial}{\partial t}|\tilde{\Psi}\rangle = \tilde{H}|\tilde{\Psi}\rangle, \\ \frac{\partial}{\partial t}\tilde{\rho} &= \frac{i}{\hbar}[\tilde{\rho}, \tilde{H}], \quad \tilde{H} = THT^\dagger - i\hbar T \frac{d}{dt}T^\dagger.\end{aligned}\quad (10)$$

Подчеркнем, что здесь речь идет как о векторе состояния открытой системы и ее окружения $|\tilde{\Psi}\rangle$, так и о матрице плотности открытой системы и ее окружения ρ . Никакого релаксационного оператора нет, и предполагается, что имеет место унитарная эволюция открытой системы и ее окружения. Здесь T — унитарный оператор эволюции.

Второй шаг использования унитарной симметрии состоит в учете малости взаимодействия открытой системы с окружением и построении общего ряда теории возмущений. Если ввести генератор $S = S^+$ унитарного преобразования $T = e^{-iS}$ и выделить малый оператор взаимодействия V : $H = H_0 + V$, то формула Кэмпбелла–Бейкера–Хаусдорфа (см., на-

пример, [26]) вводит в рассмотрение ряд

$$\begin{aligned} \tilde{H} = & H_0 - i[S, H_0] - \frac{1}{2}[S, [S, H_0]] - \dots \\ & \dots + V - i[S, V] - \frac{1}{2}[S, [S, V]] - \dots \\ & \dots - i\hbar e^{-iS} \frac{d}{dt} e^{iS}, \quad (11) \end{aligned}$$

который составляет основу многих дальнейших преобразований, основанных на ряде Ван Флека.

В картине Дирака ряд (11) упрощается и становится простым рассмотрением разных типов взаимодействия, например взаимодействия открытой системы с окружением, описываемым некоторым оператором $V_{S-F}(t)$ и взаимодействия между частями (элементами) открытой системы, представленным оператором $V_S(t)$. Запишем исходный оператор взаимодействия в картине Дирака как

$$V(t) = V_{S-F}(t) + V_S(t). \quad (12)$$

Отметим, что оператор $V_{S-F}(t)$ для взаимодействия атома, расположенного в начале координат, с классическим полем (4) предыдущего раздела отличается от модели двухуровневого атома учетом всех нерезонансных уровней и имеет вид:

$$\begin{aligned} V_{S-F}(t) = & -(\mathcal{E}_{cl} e^{-i\omega_{cl}t} + \mathcal{E}_{cl}^* e^{i\omega_{cl}t}) \times \\ & \times \sum_{kj} d_{kj} e^{i\Omega_{kj}t} |E_k\rangle \langle E_j|, \quad \Omega_{kj} = \frac{(E_k - E_j)}{\hbar}. \quad (13) \end{aligned}$$

Далее полагаем, что взаимодействия $V_{S-F}(t)$ и $V_S(t)$ характеризуются своими параметрами связи, раскладываем преобразованный гамильтониан в картине Дирака $\tilde{V}(t)$ и генератор преобразования S в ряд по этим двум параметрам взаимодействия («константам» связи):

$$\begin{aligned} S(t) = & S^{(1,0)}(t) + S^{(0,1)}(t) + S^{(2,0)}(t) + \dots, \\ \tilde{V}(t) = & \tilde{V}^{(1,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,1)}(t) + \tilde{V}^{(1,1)}(t) + \dots \\ & + \tilde{V}^{(2,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,2)}(t) + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

Считаем для определенности, что левый индекс каждой пары верхних индексов описывает порядок слагаемого по константе связи между открытой системой и окружением, а правый индекс — порядок по константе между элементами открытой системы. Порядок взаимодействия с полями грубо определяется отношением энергии взаимодействия между полем и открытой системой (или ее подсистемы) к энергии кванта возбуждения, которым обменивается открытая система и окружение. Для оптических систем — это малый параметр. Параметров взаимодействия может быть несколько в силу возможности участия нескольких полей и/или различных элементов системы

В результате формула Кэмпбелла–Бейкера–Хау-

сдорфа дает выражения:

$$\tilde{V}^{(1,0)}(t) = i\hbar \frac{d}{dt} S^{(1,0)}(t) + V_{S-F}(t),$$

$$\tilde{V}^{(0,1)}(t) = i\hbar \frac{d}{dt} S^{(0,1)}(t) + V_S(t),$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{(1,1)}(t) = & i\hbar \frac{d}{dt} S^{(1,1)}(t) - \frac{i}{2} [S^{(1,0)}(t), V_S(t)] - \\ & - \frac{i}{2} [S^{(1,0)}(t), \tilde{V}^{(0,1)}(t)] - \frac{i}{2} [S^{(0,1)}(t), V_{S-F}(t)] - \\ & - \frac{i}{2} [S^{(0,1)}(t), \tilde{V}^{(1,0)}(t)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{(2,0)}(t) = & i\hbar \frac{d}{dt} S^{(2,0)}(t) - \frac{i}{2} [S^{(1,0)}(t), V_{S-F}(t)] - \\ & - \frac{i}{2} [S^{(1,0)}(t), \tilde{H}^{(1,0)}(t)] \dots \end{aligned}$$

В качестве третьего шага к слагаемым $\tilde{V}^{(1,0)}(t)$, $\tilde{V}^{(0,1)}(t)$, $\tilde{V}^{(1,1)}(t)$, $\tilde{V}^{(2,0)}(t)$ и т.д. преобразованного гамильтониана $\tilde{V}(t)$ применяется требование, чтобы все слагаемые $\tilde{V}^{(i,j)}(t)$ были медленно меняющимися функциями времени по сравнению с $\exp(\pm i\Omega_S t)$. Здесь Ω_S — характерная частота открытой системы. В случае адиабатического включения всех взаимодействий это требование однозначно определяет величины $S^{(i,j)}$ и $\tilde{V}^{(i,j)}$. Помимо отбора слагаемых, требование присутствия только медленно меняющихся во времени величин накладывает ограничение на спектр мод широкополосных полей, учитываемых в эффективном гамильтониане. Это, в свою очередь, приводит к разбиению широкополосного окружающего поля на совокупность источников, определяемых частотной областью спектра широкополосного поля, в которой оператор взаимодействия с открытой системой $\tilde{V}^{(i,j)}$ будет медленно меняться во времени.

Четвертый шаг — построение эффективного гамильтониана. Эффективный гамильтониан определяется существенными в задаче слагаемыми $\tilde{V}^{(i,j)}$. Например, с точностью до второго порядка по константам связи имеем такое представление эффективного гамильтониана:

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{Eff}(t) = & \tilde{V}^{(1,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,1)}(t) + \\ & + \tilde{V}^{(1,1)}(t) + \tilde{V}^{(2,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,2)}(t). \end{aligned}$$

Величины $S^{(i,j)}(t)$ вбирают в себя все быстро меняющиеся во времени величины, так что по сути $S^{(i,j)}(t) = S^{(i,j)'}(t)$. Двумя штрихами у оператора обозначаем только те слагаемые, которые быстро меняются во времени. Подчеркнем, что речь идет не только об определенной частотной зависимости слагаемых оператора, но и о соответствующих областях спектра широкополосного поля. Один штрих у оператора будем использовать для обозначения его медленно меняющихся во времени слагаемых.

Тогда

$$\begin{aligned}\tilde{V}^{(1,0)}(t) &= V'_{S-F}(t), \quad \tilde{V}^{(0,1)}(t) = V'_S(t), \\ \tilde{V}^{(1,1)}(t) &= -\frac{i}{2} \left[S^{(1,0)}(t), V''_S(t) \right]' - \frac{i}{2} \left[S^{(0,1)}(t), V''_{S-F}(t) \right]', \\ \tilde{V}^{(2,0)}(t) &= -\frac{i}{2} \left[S^{(1,0)}(t), V''_{S-F}(t) \right]', \\ \tilde{V}^{(0,2)}(t) &= -\frac{i}{2} \left[S^{(0,1)}(t), V''_S(t) \right]' \dots\end{aligned}\quad (15)$$

В произведении операторов, являющихся быстро меняющимися во времени, могут возникнуть как слагаемые, медленно меняющиеся во времени, так и быстро меняющиеся. Штрих у коммутатора $\left[S^{(1,0)}(t), V''_S(t) \right]'$ обозначает выражение, представленное в виде суммы слагаемых, из которой исключены все слагаемые, содержащие быстро меняющиеся функции времени.

Отметим, что формулы (15) и являются теми общими формулами АРТВ, которые затруднительно получить в методах усреднения. При этом аналогичные формулы нетрудно записать и для большего числа взаимодействий открытой системы. Если в задаче имеется только одно взаимодействие, то оно также описывается общими формулами (15) с отличным от нуля только одним индексом в одном и том же положении, например первом. В конкретных задачах нетрудно переписать формулы (15) для представления Шредингера. Однако общий анализ удобно проводить в картине Дирака.

Общие формулы (15) позволяют описать множество эффективных гамильтонианов различных задач нелинейной и квантовой оптики, опуская стандартные промежуточные вычисления по нахождению слагаемых $S^{(i,j)}$ генератора унитарного преобразования и вычисление коммутаторов.

Слагаемые $\tilde{V}^{(1,0)}(t)$ и $\tilde{V}^{(0,1)}(t)$ в случае однофотонных резонансов отвечают приближению вращающейся волны, т.е. эффективный гамильтониан, ограниченный этими слагаемыми,

$$\tilde{V}^{Eff}(t) = \tilde{V}^{(1,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,1)}(t)$$

и есть используемый в многочисленных подходах к теории открытых систем. Важное дополнение вносит АРТВ — отстройки от резонанса должны быть малыми, чтобы слагаемые $\tilde{V}^{(1,0)}(t)$ и $\tilde{V}^{(0,1)}(t)$ медленно менялись во времени. Для примера: рассмотренное во Введении взаимодействие атома с волной (4) в условиях (5) дается оператором $\tilde{V}^{(1,0)}(t) = V^S(t)$.

Если в качестве эффективного гамильтониана выбрать, например, такой:

$$\tilde{V}^{Eff}(t) = \tilde{V}^{(1,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,1)}(t) + \tilde{V}^{(1,1)}(t), \quad (16)$$

то посредством слагаемого $\tilde{V}^{(1,1)}(t)$ он будет описывать новый канал взаимодействия и релаксации открытой системы или подсистемы рассматриваемой системы. Эти процессы естественно называть

интерференционными процессами. Примеры таких процессов приведены в следующем разделе.

АРТВ в нелинейно-оптических задачах с участием когерентных полей и пренебрежением релаксацией позволяют упростить получение результатов, которые могут быть получены и методом усреднения Крылова–Боголюбова–Митропольского. Это позволяет продвинуться дальше в исследованиях резонансных и нерезонансных взаимодействий когерентных полей. В частности, еще в первой работе [13] методами АРТВ получен оригинальный эффективный гамильтониан квантовой системы, энергетические состояния которой вырождены по различным ориентациям полного углового момента, определен эффективный дипольный момент в случае вырождения энергетических уровней и учете состояния поляризации когерентных волн, находящихся в двухквантовом резонансе с атомной системой.

Наконец, АРТВ показывает, что штарковский сдвиг энергетических уровней (9) является универсальным эффектом, проявляющимся как в классических, так и квантовых полях, как в резонансных, так и в нерезонансных взаимодействиях, и во всех задачах описывается слагаемым в эффективном гамильтониане вида $\tilde{V}^{(2)}(t)$, как в случае взаимодействия атома только с одним когерентным или квантованным полем; вида $\tilde{V}^{(2,0)}(t)$, $\tilde{V}^{(0,2)}(t)$ и т.п., если в процессах взаимодействия атома участвует более одного поля. При этом можно говорить о специфическом штарковском взаимодействии, которое в случае двух квантовых точек проявляется в виде механизма электромагнитно-индуцированного переноса электрона от одной квантовой точки к другой. В случае ансамбля одинаковых атомов штарковское взаимодействие приводит к новому типу динамики локализованной открытой системе, невинеровской динамики, основным отличием которой служат эффекты подавления коллективного излучения и стабилизации возбужденного состояния. Пример такого эффекта штарковского взаимодействия рассмотрен в разделе 4.

3. ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ КАНАЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

3.1. Радиационные атомные столкновения

В первых работах по АРТВ [26, 27] этот метод был применен к анализу радиационных атомных столкновений, введенных в обсуждение Гудзенко и Яковленко [28].

Если атомы двух сортов B и A находятся в поле классической электромагнитной волны (4), то при деполяризующих атомных столкновениях с прицельным параметром много больше размеров атомов, когда траекторию пролета одного атома мимо другого можно считать прямолинейной, возможны процессы обмена возбуждениями [28]. Рассмотрим случай, когда в атомах сорта B квантовый переход $E_b^B \rightarrow E_a^B$ является оптически разрешенным,

а в атомах сорта A переход $E_c^A \rightarrow E_a^A$ оптически запрещен. Невозбужденные атомы на нижних упомянутых обозначаем как A и B . Атомы на верхних указанных уровнях обозначаем A^* и B^* . Тогда, при наличии резонансного условия

$$\hbar\omega_{cl} + (E_b^B - E_a^B) \approx (E_c^A - E_a^A), \quad (17)$$

идет обмен возбуждениями:

$$B^* + A + \hbar\omega_{cl} \rightarrow A^* + B, B + A^* \rightarrow A + B^* + \hbar\omega_{cl}. \quad (18)$$

Исходный гамильтониан системы в картине Шредингера таков ($\mathbf{R}$ — радиус-вектор относительного движения, напряженность электрического поля (4) и операторы дипольного момента атомов представлены векторами):

$$\begin{aligned} H &= H_{S-F} + H_S, H_{S-F} = -\mathbf{E}_{cl}(\mathbf{d}^A + \mathbf{d}^B), \\ H_S &= H^{AB} = H_0^A + H_0^B + U^{AB}, \\ U^{AB} &= \frac{\mathbf{d}^A \mathbf{d}^B R^2 - 3(\mathbf{d}^A \mathbf{R})(\mathbf{d}^B \mathbf{R})}{R^5}. \end{aligned} \quad (19)$$

Упомянутые выше операторы для каждого сорта атомов отмечены верхними индексами. Оператор U^{AB} представляет взаимодействие атомов разного сорта. Его можно было бы получить, рассматривая квантованное вакуумное электромагнитное поле, но АРТВ позволяет результат такого рассмотрения учесть в его конечном виде отдельным взаимодействием через U^{AB} . Далее, полагая, что первый верхний индекс в разложениях генераторов относится к взаимодействию с классическим полем (4), находим эффективный оператор взаимодействия между атомами разных сортов по формулам (15). В картине Шредингера можно получить:

$$\begin{aligned} \langle \alpha_a \beta_a | \tilde{H}^{(0,2)} | \alpha'_a \beta'_a \rangle &= \sum_{\alpha'_a \beta'_a} \frac{U_{\alpha_a \beta_a, \alpha'_a \beta'_a}^{AB} U_{\alpha'_a \beta'_a, \alpha'_a \beta'_a}^{AB}}{\hbar(\Omega_{\alpha_a \alpha'_a}^A + \Omega_{\beta_a \beta'_a}^B)}, \\ \langle \alpha_a \beta_a | \tilde{H}^{(2,0)} | \alpha'_a \beta'_a \rangle &= \sum_{\alpha'_a \beta'_a} \frac{(\mathcal{E}_{cl} \mathbf{d}_{\alpha_a \alpha'_a}^A \delta_{\beta_a \beta'_a} + \mathcal{E}_{cl} \mathbf{d}_{\beta_a \beta'_a}^B \delta_{\alpha_a \alpha'_a})(\mathcal{E}_{cl}^* \mathbf{d}_{\alpha'_a \alpha'_a}^A \delta_{\beta'_a \beta'_a} + \mathcal{E}_{cl}^* \mathbf{d}_{\beta'_a \beta'_a}^B \delta_{\alpha'_a \alpha'_a})}{\hbar(\Omega_{\alpha_a \alpha'_a}^A + \Omega_{\beta_a \beta'_a}^B - \omega_{cl})} + \\ &+ \sum_{\alpha'_a \beta'_a} \frac{(\mathcal{E}_{cl}^* \mathbf{d}_{\alpha_a \alpha'_a}^A \delta_{\beta_a \beta'_a} + \mathcal{E}_{cl}^* \mathbf{d}_{\beta_a \beta'_a}^B \delta_{\alpha_a \alpha'_a})(\mathcal{E}_{cl} \mathbf{d}_{\alpha'_a \alpha'_a}^A \delta_{\beta'_a \beta'_a} + \mathcal{E}_{cl} \mathbf{d}_{\beta'_a \beta'_a}^B \delta_{\alpha'_a \alpha'_a})}{\hbar(\Omega_{\alpha_a \alpha'_a}^A + \Omega_{\beta_a \beta'_a}^B + \omega_{cl})}, \\ \langle \alpha_a \beta_b | \tilde{H}^{(1,1)} | \alpha_c \beta_a \rangle &= \langle \alpha_c \beta_a | \tilde{H}^{(1,1)} | \alpha_a \beta_b \rangle^* = \\ &- \sum_{\alpha'_a \beta'_a} \frac{(\mathcal{E}_{cl}^* \mathbf{d}_{\alpha_a \alpha'_a}^A \delta_{\beta_b \beta'_a} + \mathcal{E}_{cl}^* \mathbf{d}_{\beta_b \beta'_a}^B \delta_{\alpha_a \alpha'_a}) e^{i\omega_{cl}t} U_{\alpha'_a \beta'_a, \alpha_c \beta_a}^{AB}}{\hbar(\Omega_{\alpha_c \alpha'_a}^A + \Omega_{\beta_b \beta'_a}^B)} - \sum_{\alpha'_a \beta'_a} \frac{U_{\alpha_a \beta_b, \alpha'_a \beta'_a}^{AB} (\mathcal{E}_{cl}^* \mathbf{d}_{\alpha'_a \alpha_c}^A \delta_{\beta'_a \beta_a} + \mathcal{E}_{cl}^* \mathbf{d}_{\beta'_a \beta_a}^B \delta_{\alpha'_a \alpha_c}) e^{i\omega_{cl}t}}{\hbar(\Omega_{\alpha_a \alpha'_a}^A + \Omega_{\beta_b \beta'_a}^B)}. \end{aligned}$$

Здесь учтено, что энергетические уровни могут быть вырожденными и квантовые числа различных состояний, относящиеся к одной и той же энергии, например E_a^A , обозначены как α_a и α'_a , так что $E_a^A = E_{\alpha_a}^A = E_{\alpha'_a}^A$. Кроме того, использовано условие (17). Дальнейшие вычисления и проявления радиационных атомных столкновений в оптических процессах можно найти в работах [19, 26] (см. также первую работу [27]).

Несмотря на сложный характер рассмотренного взаимодействия в двухчастичной системе, оператор $\tilde{H}^{(2,0)}$ показывает тот же штарковский сдвиг, что и в простой модели (9). Оператор $\tilde{H}^{(0,2)}$ демонстрирует вклад в сдвиг энергетических уровней межатомного взаимодействия, который потом, вследствие хаотичности рассмотренных атомных столкновений в газе, приводит к деполяризации [21],

[26–28]. Наконец специфическое интерференционное взаимодействие $\tilde{H}^{(1,1)}$ приводит к радиационному переходу между уровнями составной двухатомной системы, когда поглощается квант из внешнего когерентного поля и используется возбуждение одной из подсистем двухатомной системы для квантового перехода в другой подсистеме.

Заметим, что в случае радиационных атомных столкновений интерференционное взаимодействие обеспечивает нетривиальную динамику подсистем двухатомной системы, возникающей лишь в течение атомного столкновения. В следующем пункте интерференционное взаимодействие позволит системе из двух подсистем рассматривать как единое целое — элементарный излучатель, локализованный в некоторой области пространства.

3.2. Атомно-фотонный и фотонный кластеры

Поля, воздействующие на открытую систему, могут быть представлены как классическими электромагнитными полями, так и квантовыми. Если в предыдущем пункте вместо классической электромагнитной волны рассматривать термостатное квантованное поле, то возникает специфический механизм релаксации атомного возбуждения одной из подсистем [29]. В многорезонаторной квантовой памяти имеются реализации [30], когда атом может находиться в поле мод некоторого числа резонаторов.

3.2.1. Атомно-фотонный кластер

Пусть комбинационный резонанс двухчастотного поля с атомом (рис. 1, *б*) реализован полем внешней когерентной волны (4) частоты $\omega_1 = \omega_{cl}$ и полем фотонной моды микрорезонатора частоты ω_2 :

$$\omega_{cl} - \omega_2 \approx \frac{(E_e - E_g)}{\hbar}. \quad (20)$$

В задаче, в дополнение к оператору $V_{S-F}(t)$, выписанному в разделе 2 (формула (13)), возникает оператор взаимодействия $V_S(t)$ между элементами системы вида:

$$V_S(t) = \gamma_2 (c e^{-i\omega_2 t} + c^\dagger e^{i\omega_2 t}) \sum_{kj} d_{kj} e^{i\Omega_{kj} t} |E_k\rangle \langle E_j|. \quad (21)$$

Здесь $c^\dagger$ и c — операторы рождения и уничтожения фотона в моде резонатора.

АРТВ позволяет ввести в рассмотрение модель искусственного излучателя [31], взаимодействие которого с когерентным полем (4) описывается оператором $\tilde{V}^{(1,1)}(t)$, имеющим вид, аналогичный оператору $\tilde{V}'(t)$, рассмотренному во введении:

$$\tilde{V}'(t) = \gamma_2 c^\dagger |E_e\rangle \langle E_g| \mathcal{E}_{cl} e^{-i\omega_{cl} t} \Pi_{eg}(-\omega_2) + H.c.,$$

где использована картина Шредингера и буквы $H.c.$ обозначают слагаемое, эрмитово-сопряженное предыдущему. Введен стандартный параметр теории оптических резонансных процессов [21, 25, 26]:

$$\begin{aligned} \Pi_{nm}(\nu) &= \sum_j \frac{d_{nj} d_{jm}}{\hbar} \left(\frac{1}{\Omega_{jn} + \nu} + \frac{1}{\Omega_{jm} - \nu} \right) = \\ &= \Pi_{mn}^*(-\nu). \end{aligned} \quad (22)$$

В силу условия резонанса (17) для резонансных атомных энергетических уровней $|E_g\rangle$ и $|E_e\rangle$ справедливо соотношение $\Pi_{eg}(\omega_{cl}) = \Pi_{eg}(-\omega_2)$.

Эффективный гамильтониан $\tilde{V}^{(1,1)}(t)$ будет схож с обычным оператором взаимодействия при однофотонном резонансе, если ввести образующие полиномиальной алгебры третьего порядка [27]:

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{(1,1)}(t) &= g X_+ \mathcal{E}_{cl} e^{-i\omega_{cl} t} + H.c., \\ X_+ &= c^\dagger R_+, X_- = c R_-, X_0 = \frac{R_3 + c^\dagger c}{2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь $R_\pm$ и R_3 — образующие алгебры углового момента $\mathfrak{su}(2)$, через которые эффективный оператор резонансного взаимодействия $\tilde{V}^{(1)}$ в условиях (5) можно записать в виде:

$$\tilde{V}^{(1)} = g R_+ \mathcal{E}_{cl} e^{-i\omega_{cl} t} + H.c.$$

В выписанных формулах величина g выражается через параметры задачи, но обычно о ней говорят просто как о константе связи.

Из представленных формул видно, что оператор взаимодействия атомно-фотонного кластера с внешним электромагнитным полем в первом порядке теории возмущений по константе взаимодействия с этим полем отличается лишь заменой $R_\pm$ на $X_\pm$.

3.2.2. Фотонный кластер

Между двумя гармоническими осцилляторами с частотами ω_1 и ω_2 ($\omega_1 \neq \omega_2$) возникает естественный резонанс с классической волной (4) вида

$$\omega_1 - \omega_2 \approx \omega_{cl}, \quad (24)$$

выделяющий двухуровневую систему с энергиями E_e и E_g , причем эти уровни относятся к разным осцилляторам. Однако такую модель взаимодействия с внешним электромагнитным полем (4) невозможно реализовать, рассматривая только гармонические осцилляторы [31, 33]. Чтобы разрешить проблему резонансного взаимодействия в условиях (24), в задачу необходимо ввести подсистему-посредник. В качестве таковой в [31] предложено взять нерезонансные атомы. Тогда если рассмотреть только три вида взаимодействий атомов — два взаимодействия атомов с осцилляторными модами ω_1 (левый индекс) и ω_2 (средний индекс) и с волной (4) (правый индекс), то резонанс (24) можно реализовать экспериментально. Такую ситуацию нетрудно описать и рассчитать при помощи АРТВ, если ввести трехиндексное разложение:

$$\begin{aligned} S(t) &= S^{(1,0,0)}(t) + S^{(0,1,0)}(t) + S^{(0,0,1)}(t) + \dots, \\ \tilde{V}(t) &= \tilde{V}^{(1,0,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,1,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,0,1)}(t) + \\ &+ \tilde{V}^{(1,1,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,1,1)}(t) + \dots \end{aligned} \quad (25)$$

Операторы V_r , $r = 1, 2$, учитываемые парой левых индексов, имеют вид (21), а оператор V_{cl} , учитываемый правым индексом, имеет вид (13). В результате нетрудно рассчитать эффективный оператор $\tilde{V}^{(1,1,1)}$, отвечающий взаимодействию с такой системой в условиях (24):

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{(1,1,1)}(t) = & -\frac{i}{2} \left[S^{(1,1,0)}(t), V_{cl}(t) \right]' - \frac{i}{2} \left[S^{(1,0,1)}(t), V_2(t) \right]' - \frac{i}{2} \left[S^{(0,1,1)}(t), V_1(t) \right]' - \\ & - \frac{1}{12} \left[S^{(1,0,0)}(t), \left[S^{(0,1,0)}(t), V_{cl}(t) \right] \right]' - \frac{1}{12} \left[S^{(1,0,0)}(t), \left[S^{(0,0,1)}(t), V_2(t) \right] \right]' - \frac{1}{12} \left[S^{(0,1,0)}(t), \left[S^{(1,0,0)}(t), V_{cl}(t) \right] \right]' - \\ & - \frac{1}{12} \left[S^{(0,1,0)}(t), \left[S^{(0,0,1)}(t), V_1(t) \right] \right]' - \frac{1}{12} \left[S^{(0,0,1)}(t), \left[S^{(1,0,0)}(t), V_2(t) \right] \right]' - \frac{1}{12} \left[S^{(1,0,0)}(t), \left[S^{(0,1,0)}(t), V_{cl}(t) \right] \right]' . \end{aligned} \quad (26)$$

Как и в предыдущем пункте, оператор $\tilde{V}^{(1,1,1)}$ можно записать в виде (23) с операторами:

$$\begin{aligned} X_+ &= c_2 c_1^\dagger, \quad X_- = c_2^\dagger c_1, \\ \Omega &= \omega_1 - \omega_2, \quad g = \gamma_1 \gamma_2 \Pi_{ph}(\omega_{cl}) |E_g\rangle \langle E_g|, \end{aligned} \quad (27)$$

где $c_j^\dagger$ и c_j — операторы рождения и уничто-

жения фотонов в моде j -го резонатора, причем $[c_j, c_{j'}^\dagger] = \delta_{j,j'}$, $[c_j, c_{j'}] = 0$.

В отличие от атомно-фотонного здесь операторы $X_\pm$ и обсуждаемая модель дают физическую реализацию представления Йордана–Швингера алгебры $\text{su}(2)$ [26]. Параметр $\Pi_{ph}(\omega_{cl})$ отличен от нуля только в случае, когда у атомных состояний или их части нет определенной четности:

$$\begin{aligned} \Pi_{ph}(\omega_{cl}) = & \sum_j \left(\frac{\Pi_{gj}(\omega_{cl}) + \Pi_{gj}(-\omega_1)}{\Omega_{gj} + \omega_1 - \omega_{cl}} d_{jg} + d_{gj} \frac{\Pi_{jg}(\omega_{cl}) + \Pi_{jg}(-\omega_1)}{\Omega_{gj} - \omega_1 + \omega_{cl}} \right) + \\ & + \sum_j \left(\frac{\Pi_{gj}(\omega_2) + \Pi_{gj}(-\omega_1)}{\Omega_{gj} + \omega_1 - \omega_2} d_{jg} + d_{gj} \frac{\Pi_{jg}(\omega_2) + \Pi_{jg}(-\omega_1)}{\Omega_{gj} - \omega_1 + \omega_2} \right) + \\ & + \sum_j \left(\frac{\Pi_{gj}(\omega_2) + \Pi_{gj}(\omega_{cl})}{\Omega_{gj} - \omega_{cl} - \omega_2} d_{jg} + d_{gj} \frac{\Pi_{jg}(\omega_2) + \Pi_{jg}(\omega_{cl})}{\Omega_{gj} + \omega_{cl} + \omega_2} \right). \end{aligned} \quad (28)$$

Несмотря на отсутствие вычислений, общие формулы АРТВ и вид принятых операторов взаимодействия позволяют при необходимости воспроизвести данные результаты. Такое компактное изложение интерференционного резонансного взаимодействия с необходимостью одновременного учета трех взаимодействий вряд ли возможно на основе метода усреднений.

3.2.3. «Внутренние» интерференционные взаимодействия

Обычно, при рассмотрении воздействия электромагнитного поля на атомы, молекулы, квантовые точки, эти объекты представляются диагональными гамильтонианами, которые их описывают в отсутствие полей. Однако если интенсивность воздействия внешних полей достаточно велика, например сравнима с внутриатомными полями, то необходимо исходный гамильтониан разбивать на составные слагаемые, описывающие подсистемы и их взаимодействия. В общей теории такие взаимодействия отражены в операторе $V_S(t)$. И если в случае атомов интенсивные поля достаточно редки в оптических устройствах, то в случае таких объектов, как ангармонический осциллятор, анагармонизм необходимо

учитывать наряду с учетом взаимодействия осциллятора с внешними полями. В работе [34] сформулированы подобное отличие резонанса в атомной системе от резонанса в ангармоническом осцилляторе. Схема АРТВ позволяет кратко передать содержание работы [34] следующим образом.

Гамильтониан H_{osc} ангармонического осциллятора можно разбить на диагональную и недиагональную части:

$$\begin{aligned} H_{osc} &= \hbar \Omega_c \left(c^\dagger c + \alpha (c + c^\dagger)^3 + \beta (c + c^\dagger)^4 \right) = \\ &= H_{osc-Diag} + H_{osc-Non-D}, \\ H_{osc-Diag} &= \hbar \Omega_c N + W_1, \\ W_1 &= \hbar \Omega_c 6\beta \left(N + N^2 \right), \quad N = c^\dagger c, \\ H_{osc-Non-D} &= W_\alpha + W_\beta, \\ W_\alpha &= \hbar \Omega_c \alpha \left((3cN + c^3) + H.c. \right), \\ W_\beta &= \hbar \Omega_c \beta \left((c^4 - 2c^2 + 4c^2 N) + H.c. \right). \end{aligned} \quad (29)$$

Оператор взаимодействия с полем (4) дается выражением

$$V_{cl} = \gamma \left(\mathcal{E}_{cl} \exp(-i\omega_{cl}t) + \mathcal{E}_{cl}^* \exp(i\omega_{cl}t) \right) (c + c^\dagger). \quad (30)$$

АРТВ определяется разложением (26), в котором левый индекс отвечает константе взаимодействия с (4). Другие индексы отмечают порядки разложения по W_α и W_β .

Оказывается, что возможны три типа резонансов вида

$$\omega_{cl} \approx \frac{(E_n - E_0)}{\hbar}, \quad E_n = \hbar\Omega_c \left[n + 6\beta(n + n^2) \right]. \quad (31)$$

Это связано с тем, что нелинейности W_α и W_β состоят из слагаемых, содержащих операторы $(c^\dagger)^p$ и $(c)^p$, которые можно интерпретировать как операторы рождения и уничтожения p квантов внутренней нелинейности. Тогда переходы с поглощением кванта классического поля $\hbar\omega_{cl}$ могут сопровождаться с одновременным поглощением или испусканием квантов нелинейности $p\hbar\Omega_c$. Тогда, помимо основного резонанса $\omega_{cl} \approx (E_1 - E_0)/\hbar$, возможен резонанс $\omega_{cl} \approx (E_2 - E_0)/\hbar$, когда дополнительно берется один квант внутренней нелинейности, и он участвует в резонансе конфигурации типа каскад. Или берется три кванта внутренней нелинейности в конфигурации типа «лямбда» (см. рис. 1). Важным фактором здесь является то, что переходы, вызванные полем (4), меняют квантовое число на единицу. В резонансе $\omega_{cl} \approx (E_3 - E_0)/\hbar$ имеет место взаимодействие в конфигурации «каскад» — участвуют два кванта нелинейности, а в конфигурации «лямбда» — три кванта [34, 35]. Здесь также оператор резонансного взаимодействия имеет вид (23) с $X^+ = |E_e\rangle\langle E_g| = X_-^\dagger$, где в терминах описание резонанса в атомной системе $E_0 = E_g$, $E_n = E_e$.

4. «МНОГОЛИКОСТЬ» ШТАРКОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

4.1. Штарковское взаимодействие как оператор электромагнитно-индуцированного переноса электрона между квантовыми точками

Пусть в поле классической электромагнитной волны (4) находятся квантовые точки, некоторые пары которых можно рассматривать как одну, нижние энергетические уровни которой локализованы в близких областях пространства и имеют примерно равные энергии (рис. 2). Будем считать внешнее поле (4) нерезонансным. Тогда оно может вызвать нерезонансный электромагнитно-индуцированный перенос электрона из одного места локализации в другое ([36], рис. 2).

АРТВ здесь определяет штарковский сдвиг выродившегося уровня составной квантовой точки. Эффекты туннелирования оказываются скрытыми в дипольных моментах. Тогда штарковское взаимо-

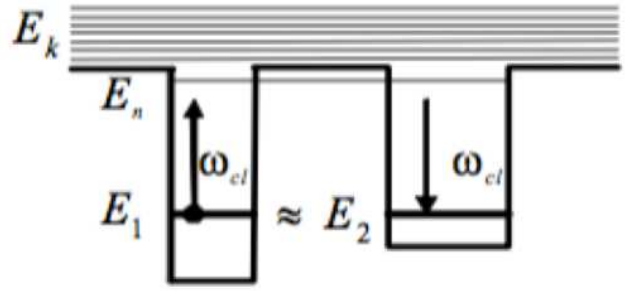


Рис. 2. Нерезонансный перенос электрона между квантовыми точками

действие получается в виде [36]:

$$H = \sum_s (E_s + E_s^{st}) |E_s\rangle\langle E_s| + \Lambda |E_2\rangle\langle E_1| + \Lambda^* |E_1\rangle\langle E_2|, \\ E_\alpha^{st} = -|\mathcal{E}_{cl}|^2 \sum_i |d_{i\alpha}|^2 \left(\frac{1}{\Omega_{i\alpha} + \omega_{cl}} + \frac{1}{\Omega_{i\alpha} - \omega_{cl}} \right), \\ \Lambda = -|\mathcal{E}_{cl}|^2 \sum_i |d_{2i} d_{i1}| \left(\frac{1}{\Omega_{i\alpha} + \omega_{cl}} + \frac{1}{\Omega_{i\alpha} - \omega_{cl}} \right). \quad (32)$$

Суммирование ведется только по общим для двух квантовых точек энергетическим уровням. Здесь E_α^{st} описывает обычные штарковские сдвиги уровней (9), а Λ определяет оператор переноса электрона между квантовыми точками.

Важным здесь является учет непрерывного спектра, часть которого распределена между квантовыми точками. Тогда во внешнем электромагнитном поле (4) одна составляющая штарковского сдвига отражает обычный сдвиг энергии частицы, другая — описывает перенос частиц между квантовыми точками.

4.2. Штарковское взаимодействие как квантовый считающий случайный процесс

Пусть ансамбль неподвижных одинаковых атомов взаимодействует с широкополосным квантованным вакуумным электромагнитным полем. Оператор такого взаимодействия имеет обычный вид (13), в котором проведены замены, учитывающие квантованность ($[b_{\mathbf{q}}, b_{\mathbf{q}'}^\dagger] = \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'}$) и широкополосность ($\sum_{\mathbf{q}}$) поля, а также число атомов ансамбля N_a ($\sum_{i=1}^N$):

$$\mathcal{E}_{cl} e^{-i\omega_{cl}t} \rightarrow \sum_{\mathbf{q}} \Gamma_{\omega_{\mathbf{q}}} b_{\mathbf{q}} e^{-i\omega_{\mathbf{q}}t}, \\ |E_k\rangle\langle E_j| \rightarrow \sum_{i=1}^N |E_k\rangle^i \langle E_j|^i. \quad (33)$$

Здесь квантованное поле представлено операторами рождения $b_{\mathbf{q}}^\dagger$ и уничтожения $b_{\mathbf{q}}$ фотонов с импульсом $\hbar\mathbf{q}$ и энергией $\hbar\omega_{\mathbf{q}}$, законом дисперсии

$\omega_{\mathbf{q}} = qc$, и считаем, что ансамбль атомов локализован в области вокруг точки $\mathbf{r} = 0$, $|E_k\rangle^i$ собственный вектор гамильтониана i -го атома. Размеры области локализации много меньше характерных длин волн. В случае обычного трехмерного пространства $\Gamma_{\mathbf{q}} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_{\mathbf{q}}}{l^3}}$, l^3 — объем квантового пространства. Поляризацией и эффектами отдачи пренебрегаем.

Пусть в задаче имеется только одно поле (например, в задаче об обычном свержизлучении). Тогда

вместо разложений (14) и (25) имеем разложения только с одним индексом. При этом в формулах (15) $V_S = 0$, $S^{(0,1)} = 0$, а оператор V_{S-F} дается формулами (13) и (33). Считаем также, что только уровни $|E_1\rangle^i$ и $|E_2\rangle^i$ могут быть заселенными в начальный момент времени (задача о свержизлучении). Таким образом, эффективный гамильтониан в картине Дирака определяется только величинами $\tilde{V}^{(1)}(t)$ и $\tilde{V}^{(2)}(t)$. Стандартной процедурой получаем [37]

$$\tilde{V}^{(1)}(t) = \sum_{i,\omega} \Gamma_{\omega} b_{\omega}^{\dagger} d_{12} e^{i(\omega - \Omega_{21})t} |E_1\rangle^i \langle E_2|^i + \sum_{i,\omega} \Gamma_{\omega} b_{\omega}^{\dagger} d_{21} e^{-i(\omega - \Omega_{21})t} |E_2\rangle^i \langle E_1|^i. \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{(2)}(t) &= \tilde{V}^{(St)}(t) + H^{Lamb} + V^{Ext}, \\ \tilde{V}^{(St)}(t) &= \sum_{\mathbf{q}} \Gamma_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^{\dagger} \sum_{\mathbf{q}'} \Gamma_{\mathbf{q}'} b_{\mathbf{q}'}^{\dagger} e^{-i(\omega_{\mathbf{q}'} - \omega_{\mathbf{q}})t} \times \sum_{i,k} \frac{1}{2} \left(\Pi_k(\omega_{\mathbf{q}}) + \Pi_k(\omega_{\mathbf{q}'}') \right) |E_k\rangle^i \langle E_k|^i, \\ H^{Lamb} &= \sum_{\mathbf{q}} \Gamma_{\mathbf{q}}^2 \sum_{i,kj} \frac{|d_{kj}|^2}{\hbar(\Omega_{kj} - \omega_{\mathbf{q}})} |E_k\rangle^i \langle E_k|^i, \\ V^{Ext} &= - \sum_{\mathbf{q}} \Gamma_{\mathbf{q}}^2 \sum_{i \neq i', kj} |E_k\rangle^i \langle E_j|^i |E_j\rangle^{i'} \langle E_k|^{i'} \frac{|d_{kj}|^2}{\hbar(\omega_{\mathbf{q}} - \Omega_{kj})}. \end{aligned} \quad (35)$$

Оператор $V^{St}(t)$ представляет штарковское взаимодействие атомов с квантованным электромагнитным полем, билинейное по операторам поля, когда имеют место процессы виртуального испускания и поглощения кванта. Оператор H^{Lamb} описывает коллективный лэмбовский сдвиг уровней, а V^{Ext} отвечает диполь-дипольному взаимодействию атомов на расстояниях, много меньших длины волны.

Чтобы получить кинетическое уравнение для ансамбля атомов, необходимо учесть факт широкополосности и стационарности окружающих атома электромагнитного поля. Последнее выражается в требованиях:

$$\begin{aligned} \langle \Psi_0^F | b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}'} | \Psi_0^F \rangle &= 0, \quad \langle \Psi_0^F | b_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}'}^{\dagger} | \Psi_0^F \rangle = \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'}, \\ \langle \Psi_0^F | b_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}'} | \Psi_0^F \rangle &= \langle \Psi_0^F | b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}'}^{\dagger} | \Psi_0^F \rangle = 0, \end{aligned} \quad (36)$$

$|\Psi_0^F\rangle$ — начальное состояние электромагнитного поля окружения, и полагаем вектор состояния атомного ансамбля (открытой системы) и его окружения факторизован в начальный момент времени.

Если дополнительно потребовать постоянства параметров $\Gamma_{\mathbf{q}}$ вблизи резонансной частоты Ω_{21} , то с учетом (36) операторы $\tilde{V}^{(1)}(t)$ и $\tilde{V}^{St}(t)$ выражаются через основные квантовые случайные процессы — порождающий $B^{+}(t)$, уничтожающий $B(t)$ и считающий (считывающий) $\Lambda(t)$:

$$\begin{aligned} b(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp(-i(\omega - \Omega_{21})t) b_{\omega}, \\ B(t) &= \int_0^t dt' b(t'), \end{aligned} \quad (37)$$

$$dB(t) = B(t+dt) - B(t), \quad dB(t)dB^{+}(t) = dt;$$

$$\Lambda(t) = \int_0^t dt' b^{\dagger}(t') b(t'). d\Lambda(t) = \Lambda(t+dt) - \Lambda(t); \quad (38)$$

$$d\Lambda(t)d\Lambda(t) = d\Lambda(t), \quad d\Lambda(t)dB^{+}(t) = dB^{+}(t),$$

$$dB(t)d\Lambda(t) = dB(t),$$

$$\begin{aligned} d\Lambda(t)dB(t) &= d\Lambda(t)dt = dB^{+}(t)d\Lambda(t) = \\ &= dB(t)dB(t) = dB^{+}(t)dt = dB(t)dt = dt dt = 0. \end{aligned} \quad (39)$$

Выписанные соотношения следует понимать как равенство соответствующих стохастических интегралов для так называемых неупреждающих операторов в качестве подынтегральных выражений [23]. Кроме того, использовано безразмерное время и частоты [20, 37] $t \rightarrow \Omega_{21}t$, $\omega \rightarrow \omega/\Omega_{21}$, $\Omega_{21} \rightarrow 1$. В размерных величинах была бы необходима замена $b_{\omega} \rightarrow b_{\omega}/\Omega_{21}$.

В результате имеем выражения

$$\tilde{V}^{(1)}(t) = Y^{+}dB(t) + YdB^{+}(t), \quad V^{St}(t)dt = Y_{\Lambda}d\Lambda(t)$$

и квантовое стохастическое дифференциальное уравнение для оператора эволюции $U(t)$ открытой системы и окружения в картине Дирака [20, 37]:

$$dU(t) = \left\{ \exp \left(-i(H^{Eff-S}(t)dt + (Y^+dB(t) + YdB^+(t)) + Y_\Lambda d\Lambda(t)) \right) - 1 \right\} U(t). \quad (40)$$

С учетом алгебры Хадсона–Партасарати (37)–(39) уравнение (40) приобретает вид:

$$dU(t) = -iH^{Eff-S}(t)dtU(t) + \left(Y^+ \frac{Y_\Lambda^e + iY_\Lambda}{(Y_\Lambda)^2} Y dt + Y^+ \frac{Y_\Lambda^e}{Y_\Lambda} dB(t) + \frac{Y_\Lambda^e}{Y_\Lambda} Y dB^+(t) + Y_\Lambda^e d\Lambda(t) \right) U(t) \quad (41)$$

Здесь $Y_\Lambda^e = e^{-iY_\Lambda} - 1$. Невинеровские операторные множители Y_Λ^e ,

$$\frac{Y_\Lambda^e}{Y_\Lambda}, \quad \frac{Y_\Lambda^e + iY_\Lambda}{(Y_\Lambda)^2},$$

отличают (41) от аналогичных уравнений [23], не учитывающих штарковское взаимодействие с квантованным широкополосным электромагнитным полем.

Кинетическое уравнение для ансамбля атомов $\rho^S(t)$ следует из уравнения для матрицы плотности открытой системы и окружения $\rho^{S+Env}(t) = U(t)|\Psi^{S+Env}(0)\rangle\langle\Psi^{S+Env}(0)|U^\dagger(t)$ после усреднения по состояниям окружения с учетом соотношений:

$$Tr_{Env}(\rho^{S+Env}(t)dB(t)) = Tr_{Env}(\rho^{S+Env}(t)dB^+(t)) = Tr_{Env}(\rho^{S+Env}(t)d\Lambda(t)) = 0.$$

В результате имеем кинетическое уравнение невинеровского типа [20, 37]

$$\frac{\partial \rho^S(t)}{\partial t} = -i[H^{Eff-S}(t), \rho(t)] + \left(\frac{Y_\Lambda^e}{Y_\Lambda} Y \rho^S(t) Y^+ + \frac{Y_\Lambda^{e+}}{Y_\Lambda} + Y^+ \frac{Y_\Lambda^e + iY_\Lambda}{(Y_\Lambda)^2} Y \rho^S(t) + \rho^S(t) Y^+ \frac{Y_\Lambda^{e+} - iY_\Lambda}{(Y_\Lambda)^2} Y \right).$$

Это кинетическое уравнение нетрудно переписать в форме Линдблада (1) и (2) с операторами Линдблада:

$$L_- = \frac{Y_\Lambda^e}{Y_\Lambda} = L_+^\dagger, \quad H^{Add} = Y^+ \frac{\sin Y_\Lambda - Y_\Lambda}{(Y_\Lambda)^2} Y, \quad (42)$$

при этом

$$L_+ L_- = 2Y^+ \frac{1 - \cos Y_\Lambda}{(Y_\Lambda)^2} Y. \quad (43)$$

В зависимости от начального состояния ансамбля одинаковых атомов его переход в состояние с меньшим на единицу возбуждением в атомной системе носит экспоненциальный характер, описываемый экспонентой типа $\exp(-\gamma\gamma_{nW}N_a t)$ с дополнительным невинеровским множителем γ_{nW} , который при некоторых значениях числа атомов N_a может обращаться в ноль вследствие соотношений типа (43). Здесь γ — константа обычного радиационного распада одного атома, а состояния атомного ансамбля считаются симметричными по перестановкам атомов. Для случая однократно возбужденного атомного ансамбля (так называемое W -состояние [38], являющееся примером искусственной частицы с сильным штарковским взаимодействием) параметр $\gamma_{nW} = \gamma_{nW}^{(1)}$ определяется выражением:

$$\gamma_{nW}^{(1)} = 2 \frac{(1 - \cos(N_a \eta_{St}^{(1)}))}{(N_a \eta_{St}^{(1)})^2}, \quad \eta_{St}^{(1)} = \frac{|\Pi_1(\Omega_{21})|\hbar}{d_{12}^2},$$

которое демонстрирует возможность полного подавления коллективных процессов излучения штарковским взаимодействием.

Наконец, отметим, что после выделения релаксационного оператора и «скрытия» части спектра широкополосного окружения вблизи резонансной частоты в задаче появился оператор диполь-дипольного взаимодействия V^{Ext} , который в дальнейшем можно использовать как оператор V_S . Такую ситуацию имеем в случае радиационных атомных столкновений, рассмотренную в пункте 3.1. Условием такого рассмотрения является то, что скрытая часть спектра широкополосного окружения уже не будет учитываться в дальнейшем.

4.3. Штарковское взаимодействие как связь различных процессов

АРТВ применяется (с использованием формул, представленных в разделе 2) к самым разнообразным системам. Для квантованного поля резонаторной моды частоты Ω_c и параметра связи g_c оператор V_c^{St} штарковского взаимодействия получается из (9) при помощи замен:

$$\mathcal{E}_{cl} \rightarrow g_c c_c e^{-i\Omega_c t}, \quad \mathcal{E}_{cl}^* \rightarrow g_c c_c^\dagger e^{i\Omega_c t}, \quad \Pi_j(\omega_{cl}) \rightarrow \Pi_j(\Omega_c),$$

$$V_c^{St}(t) = g_c^2 c_c^\dagger c_c \sum_{i,j} \Pi_j(\Omega_c) |E_j\rangle^{(i)} \langle E_j|^{(i)}.$$

Здесь индекс c у оператора c_c уничтожения кванта $\hbar\Omega_c$ подчеркивает принадлежность оператора к параметрам резонаторной моды Ω_c .

Если кванты резонаторной моды Ω_c участвуют во взаимодействии с квантами широкополосного электромагнитного поля, то слагаемые типа $\tilde{V}^{(1,1,0,\dots)}(t)$, $\tilde{V}^{(1,0,1,\dots)}(t)$ и т.п. можно также представлять как операторы штарковского взаимодействия, при котором виртуально излучается (поглощается) фотон из одного поля, а поглощается (излучается) фотон другого поля. Например, $\tilde{V}^{(1,1,0,\dots)}(t)$ можно получить из $\tilde{V}^{(0,0,2,\dots)}(t)$, определяемой формулой (9) заменой

$$\mathcal{E}_{cl} \rightarrow g_c c_c e^{-i\Omega_c t}, \mathcal{E}_{cl}^* \rightarrow \int d\omega_c \Gamma(\omega_c) b_{\omega_c}^\dagger e^{i\omega_c t},$$

$$\Pi_k(\omega_{cl}) \rightarrow \frac{1}{2} (\Pi_k(\omega_{cl}) + \Pi_k(\Omega_c))$$

и добавлением слагаемого, эрмитово-сопряженного полученному, т.е.

$$\tilde{V}^{(1,1,0,\dots)}(t) = g_c c_c \int d\omega_c \Gamma(\omega_c) b_{\omega_c}^\dagger e^{i\omega_c t - i\Omega_c t} \times$$

$$\times \sum_{i,k} \frac{1}{2} (\Pi_k(\omega_c) + \Pi_k(\Omega_c)) |E_k\rangle^{(i)} \langle E_k|^{(i)} + H.c.$$

Здесь также наглядно видно выделение такими процессами в представлении взаимодействия шумового источника из широкополосного поля окружения. Чтобы выписанное слагаемое $\tilde{V}^{(1,1,0,\dots)}(t)$ медленно менялось во времени, множители типа $e^{i\omega_c t - i\Omega_c t}$ не должны быстро осциллировать, т.е. центральная частота $\bar{\omega}_c$ шумового источника, фотоны которого отмечаются нижним индексом c , должна совпадать с частотой Ω_c резонаторной моды $\bar{\omega}_c = \Omega_c$. Таким образом, штарковское взаимодействие атомной подсистемы открытой системы устанавливает связь между полями различной природы и определяет интерференционные взаимодействия не только для атомных подсистем, но и для резонаторных. Это является следствием установленного правила отбора слагаемых АРТВ, когда необходимо следить лишь за экспоненциальными временными множителями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

АРТВ и ее универсальные формулы (10), (14), (15) позволили относительно компактно, с возможностью воспроизведения необходимых выкладок, описать широкий круг задач и их эффективные гамильтонианы. АРТВ необходимо применять к уравнениям открытой системы и окружения и только затем получать кинетические уравнения и релаксационные слагаемые. Это принципиально отличает описанный подход от стандартного, стартующего с «общего» кинетического уравнения и последующего рассмотрения тех или иных приближений, связанных с изменением резонансных условий, обсуждения дисперсионных пределов, учета новых взаимодействий и т.п. В этих случаях при стандартном подходе обычно теряются интерференционные резонансные взаимодействия. Наконец, в открытых системах принцип отбора слагаемых АРТВ автоматически разбивает широкополосные поля, с которыми взаимодействует открытая квантовая система, на совокупность независимых шумовых источников, каждый из которых служит определенным каналом релаксации [25, 39].

Отметим плодотворность идей АРТВ в задачах, в которых имеет место калибровочная симметрия. Например, сходными с АРТВ методами возможно получать представление нулевой кривизны одних нелинейных уравнений из представления нулевой кривизны точно интегрируемой задачи [39, 40]. В квантовом случае также имеется система линейных уравнений [25], условия совместности которых приводят к точной диагонализации гамильтониана вследствие непрерывного унитарного преобразования типа (10). АРТВ можно рассматривать как один вариант анализа этих уравнений, однако подход, аналогичный [39, 40] и устанавливающий связь с квантовой интегрируемостью, здесь пока не развит.

Автор выражает благодарность А.И. Трубилко за полезные обсуждения и помощь в работе. Автор признателен С.В. Сазонову за поддержку.

Данная работа финансировалась за счет средств государственного задания Национального исследовательского центра «Курчатовский институт».

- [1] Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н. // Введение в нелинейную механику. М.: РХД, 2004 (переиздание книги 1937 г.).
- [2] Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. // Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: ГИФМЛ, 1958.
- [3] Найфэ А. // Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984.
- [4] Маслов В.П. // Теория возмущений и асимптотические методы. М.: МГУ, 1965.
- [5] Бутылкин В.С., Каплан А.Е., Хронопуло Ю.Г.,

Якубович Е.И. // Резонансные взаимодействия света с веществом. М.: Наука, 1977.

- [6] Богаевский В.Н., Повзнер А.Я. // Алгебраические методы в нелинейной теории возмущений. М.: Наука, 1987.
- [7] Van Vleck, J.H. // *Phys.Rev.* **33**. 467 (1929).
- [8] Magnus W. // *Comm. Pure Appl. Math.* **7**. 649 (1954).
- [9] Эрнст Р., Боденхаузен Дж., Вокаун А. // ЯМР в одном и двух измерениях. М.: Мир, 1990.
- [10] Бир Г.Л., Пикус Г.Е. // Симметрия и деформации

- ционные эффекты в полупроводниках. М.: Наука, 1972.
- [11] *Takatsuji M.* // *Phys. Rev. A* **11**, 619 (1975).
- [12] *Wagner M.* // *Unitary Transformations in Solid State Physics*. Elsevier, 1986.
- [13] Башаров А.М., Маймистов А.И., Маныкин Э.А. // *ЖЭТФ* **153**, 726 (2018).
- [14] Иванова, А.В., Меликян Г.Г. // *Хим.физ.* **3**, 297 (1983).
- [15] Перлин Е.Ю., Федоров А.В., А.В. Кашевник А.В. // *ЖЭТФ* **85**, 1357 (1983).
- [16] Башаров А.М. // *ЖЭТФ* **111**, 25 (1997).
- [17] Трубилюк А.И., Башаров А.М. // *ЖЭТФ* **153**, 726 (2018).
- [18] *Cohen-Tannoudji C., Dupont-Roc J., Grynberg G.* // *Atom-Photon Interactions*. Wiley, 2004.
- [19] *Cohen-Tannoudji C., Dupont-Roc J., Grynberg G.* // *Photons and Atoms. Introduction to Quantum Electrodynamics*. Wiley, 1997.
- [20] *Basharov A.M.* // *Phys. Rev. A* **84**, 013801 (2011).
- [21] *Maimistov A.I., Basharov A.M.* // *Nonlinear optical waves*. Kluwer Academic, Dordrecht, 1999.
- [22] *Bloch F.* // *Phys.Rev.* **70**, 460 (1946).
- [23] *Gardiner C.W., Zoller P.* // *Quantum noise. A Handbook of Markovian and Non-Markovian Quantum Stochastic Methods*. Springer, 2004.
- [24] Трубилюк А.И., Башаров А.М. // *Письма в ЖЭТФ* **111**, 632 (2020).
- [25] Башаров А.М. // *ЖЭТФ* **158**, 978 (2020).
- [26] Башаров А.М. // *Фотоника. Метод унитарного преобразования в нелинейной оптике*. М.: МИФИ, 1990.
- [27] *Ivanova A.V., Melikyan G.G.* // *J. Phys. B* **21**, 3017 (1988).
- [28] Гудзенко Л.И., Яковленко С.И. // *ЖЭТФ* **62**, 1686 (1972).
- [29] Башаров А.М. // *ЖЭТФ* **116**, 469 (1999).
- [30] Моисеев С.А., Перминов Н.С., Желтиков А.М. // *Письма в ЖЭТФ* **115**, 353 (2022).
- [31] *Basharov A.M.* // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics* **88**, 835 (2024).
- [32] Башаров А.М. // *ЖЭТФ* **137**, 1090 (2010).
- [33] Копвиллем У.Х., Пранц С.В. // *Поляризационное эхо*. М.: Наука, 1985.
- [34] Башаров А.М. // *ВМУ. Серия 3. Физика. Астрономия*. **80**, 2530404 (2025).
- [35] Башаров А.М. // *Письма в ЖЭТФ* **120**, 417 (2024).
- [36] Башаров А.М., Дубовис С.А. // *ЖЭТФ* **128**, 476 (2005).
- [37] Башаров А.М. // *ЖЭТФ* **142**, 419 (2012).
- [38] *Gorbachev V.N., Trubilko A.I.* // *Laser Phys.Lett.* **3**, 59 (2006).
- [39] Башаров А.М. // *ЖЭТФ* **97**, 169 (1990).
- [40] *Basharov A.M., Maimistov A.I.* // *J. Quant. Nonlin. Phenom.* **1**, 76 (1992).

Algebraic Resonance Perturbation Theory in Problems of Nonlinear and Quantum Optics

A.M. Basharov

National Research Centre «Kurchatov Institute»

Moscow 123182, Russia

E-mail: basharov@gmail.com

The algebraic resonance perturbation theory (ARPT) is formulated, general formulas of the theory are written out, with the help of which effective Hamiltonians are concisely derived, interference interactions are described, kinetic equations for various cases of interaction of electromagnetic radiation with quantum systems are obtained. It is pointed out that the method of stochastic differential equations is naturally integrated into ARPT and that the principles of selecting ARPT terms are physically justified in the case of an approximation of the environment of an open system by delta-correlated noise. The inevitability of the appearance of interference interactions is emphasized due to the formulated ARPT requirements regarding the selection of only slowly time-varying terms in the Dirac picture into an effective Hamiltonian.

PACS: 42.50.Ct, 42.50, 02.50.Fz, 02.50.Ga

Keywords: unitary symmetry, Van Vleck series, Campbell-Baker-Hausdorff formula, rules for the selection of terms, interference interactions, Stark interaction, quantum random processes, kinetic equation.

Received 23 June 2025.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2025. **80**, No. . Pp. .

Сведения об авторе

Башаров Асхат Масхудович — доктор физ.-мат. наук, нач. лаборатории НИЦ «Курчатовский институт»; e-mail: basharov@gmail.com.