

Семинар памяти Б. С. Ишханова «Фотоядерные исследования. Состояние и перспективы»

Моделирование излучения комптоновских источников с учётом нелинейных эффектов

И.А. Артюков,¹ А.В. Виноградов,¹ Р.М. Фещенко,^{1,*} В.И. Шведунов^{1,2}

¹Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук
Россия, Москва, 199991, Ленинский проспект, д. 53

²Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет.
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 17.11.2025; после доработки 29.12.2025; подписана в печать 30.12.2025)

В работе обсуждаются модели и методы расчёта излучения лазерно-электронных генераторов рентгеновского или гамма излучения на основе классической модели взаимодействия. Предлагаемая модель обеспечивает расчёт полного потока, спектральной яркости и поляризации излучения с учётом нелинейных эффектов. Последние неизбежно возникают при использовании мощных лазерных импульсов. Для набора ряда модельных параметров источника показано, что нелинейные эффекты приводят к значимому спектральному уширению излучения как основной гармоники, так и высших гармоник. Это ведёт к существенной деградации спектральных характеристик источника и может потребовать дополнительной монохроматизации спектра рабочего излучения. Проведено моделирование параметров рентгеновского и гамма излучения лазеро-электронного источника при использовании коллиматорных линий формирования пучка.

PACS: 41.60.Ar, 41.50 +h, 52.59.Px, 07.85.Fv УДК: 537.8, 535-3

Ключевые слова: комптоновское рассеяние, спектральная яркость, линейный ускоритель, нелинейные эффекты.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.81.2610203](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.81.2610203)

ВВЕДЕНИЕ

В задачах спектроскопии, материаловедении и ядерной физике растёт потребность в компактных источниках жёсткого рентгеновского и гамма-излучения с высокой спектральной яркостью и перестраиваемой энергией квантов до 500 кэВ и выше[1–3]. Одним из наиболее перспективных подходов является использование обратного комптоновского (томсоновского) рассеяния лазерных импульсов на пучках ультраквантитативистских электронов — лазерно-электронных генераторов комптоновского излучения (ЛЭГКИ) [4, 5]. Разработка ЛЭГКИ — это одна из важных проблем, стоящая в настоящее время перед российской наукой и техникой [6].

Комптоновские гамма-источники с энергиями выше 1 МэВ строятся с 1960-х годов, и работа продолжается: например, в 2021 г. запущен Шанхайский источник (0.25–21.7 МэВ, поток до 10^7 фотон/с) [7]; создаётся ELI-NP (до 19.5 МэВ, до 2×10^8 фотон/с) [8]. Для рентгеновского диапазона активно развиваются установки Compact Light Source и ThomX, где уже продемонстрирован поток порядка 10^{10} фотон/с [9, 10]. В области выше 100 кэВ комптоновские источники превосходят другие источники по спектральной яркости. Одним из примеров разработки для высоких энергий фотонов более 100 кэВ

является проект СВЕТА на базе линейного ускорителя с рекуперацией энергии (до 150 МэВ, поток до 3×10^{10} фотон/с) [11]. Жёсткое рентгеновское излучение (50–400 кэВ) сейчас востребовано в малодозовой медицинской фазово-контрастной визуализации, неразрушающем контроле крупных конструкций, а также при исследованиях тяжёлых элементов, К-края которых лежат в диапазоне 100–200 кэВ [2, 12].

Ключевая проблема ЛЭГКИ — это обеспечение низкого эмиттанса в компактном накопительном кольце. В области энергий менее 50 МэВ внутрипучковое рассеяние существенно ухудшает качество пучка [13]. Переход к энергиям в два-три раза выше уменьшает этот эффект, но усиливает затухание эмиттанса за счёт синхротронного излучения, позволяя в целом увеличить заряд электронных сгустков и время жизни пучка [14]. В ряде новых проектов энергия электронов достигает 100–150 МэВ, что обеспечивает энергию рентгеновского излучения 180–450 кэВ и спектральную яркость порядка 10^{12} фотонов на $\text{мм}^{-2}\text{с}^{-1}\text{мрад}^{-2} \cdot 0.1\%$ [11, 12, 14, 15]. В этом случае для получения рентгеновского излучения с энергией фотонов в десятки килоэлектронвольт требуются относительно длинноволновые лазеры с длиной волны до 20 мкм. Это могут быть CO₂-лазеры либо современные мощные лазеры среднего ИК диапазона с длиной волны 2–5 мкм [7].

* E-mail:rusl@sci.lebedev.ru

Альтернативой накопительным кольцам служат линейные ускорители с рекуперацией и мощными лазерными импульсами [11, 12, 15]. В таких системах важную роль играют нелинейные эффекты взаимодействия электронов с интенсивными полями, сопровождающиеся генерацией высших гармоник. Разработаны аналитические модели их учёта [16–18], в том числе для лазерных импульсов с модуляцией амплитуды [19] и частоты [20]. Проведённые эксперименты подтвердили появление гармоник второго порядка и выше [21, 22]. Нелинейный режим приводит к уширению спектра источника, для подавления этого негативного эффекта предлагается специальная частотная модуляция (chirping) лазерного импульса [20, 23].

В настоящей работе излагается линейная модель лазерно-электронного рассеяния [24, 25] в ЛЭГКИ, которая затем расширяется за счёт учёта нелинейных эффектов, включая генерацию высших гармоник. Разработанный на основе этой модели программный код способен генерировать массивы лучей для дальнейшей трассировки лучей в программах численного моделирования рентгенооптических систем. С использованием рейтингсинговых программ в дальнейшем проводится прогонка сгенерированных массивов лучей через элементы линии формирования выходного пучка источника.

1. ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ЛАЗЕРНО-ЭЛЕКТРОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Теория лазерно-электронных генераторов ранее уже являлась предметом многих исследований (см., например, [26]). Здесь она кратко изложена в методических целях, следуя в основном напей предыдущей работе [27].

Интенсивность и поляризация как лазерного, так и рентгеновского излучений может быть охарактеризована эрмитовой матрицей поляризации размерности 2×2 , которую можно представить в виде

$$\mathbf{I} = \frac{I}{2} \begin{pmatrix} 1 - \xi_3 & \xi_1 + i\xi_2 \\ \xi_1 - i\xi_2 & 1 + \xi_3 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где I — интенсивность излучения, а ξ_1 , ξ_2 и ξ_3 — параметры Стокса ($|\xi_m| \leq 1$). Степень поляризации излучения определяется как

$$p = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2} = \sqrt{1 - 4|\mathbf{I}|/I^2} \leq 1, \quad (2)$$

где интенсивность излучения выражается как $I = Sp\mathbf{I}$.

Известно, что выражение для числа актов рассеяния частицы с 4-импульсом $p_1 = (E_1, \mathbf{p}_1)$ на частице с 4-импульсом $p_2 = (E_2, \mathbf{p}_2)$ в направлении \mathbf{n} ($|\mathbf{n}| = 1$), в интервале энергии dE и на единицу четырёхмерного объёма $dx^4 = d^3rdt$ записывается как

$$\frac{dN}{d\Omega dE dx^4 dp_1^3 dp_2^3} = D\sigma_E \sqrt{(j_{p_1}^k j_{k,p_2})^2 - j_{p_1}^2 j_{p_2}^2}, \quad (3)$$

где $d\Omega$ — элемент телесного угла в направлении \mathbf{n} , $D\sigma_E$ — дифференциальное сечение рассеяния частицы с 4-импульсом p_1 на частице с 4-импульсом p_2 в интервале энергии dE . Токи частиц p_1 и p_2 обозначены как $j_{p_1}^k = j_{p_1}^k(\mathbf{r}, \mathbf{p}_1, t)$ и $j_{p_2}^k = j_{p_2}^k(\mathbf{r}, \mathbf{p}_2, t)$.¹ Чтобы учесть поляризацию фотонов, скалярные величины N и $D\sigma$ в (3) необходимо заменить 2×2 матрицами аналогичными (1).

Из выражения (3), учитывая поляризацию излучения и предполагая, что частица 1 — это безмассовый фотон, квадрат тока которого равен нулю, можно получить число фотонов с импульсом $\mathbf{p}_1 = \hbar\mathbf{k}_l$ ($|\mathbf{k}_l| = \omega_l$) в заданном состоянии поляризации, рассеянных электронами с импульсом $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p} = m\gamma\mathbf{v}$ и энергией E в направлении \mathbf{n} из единицы 4-объёма dx^4 в интервале частоты $d\omega = dE/\hbar$

$$\frac{d\mathbf{N}}{d\Omega d\omega dx^4 d^3pd^3k} = D\sigma j_{ph}^k j_{k,e}, \quad (4)$$

где $j_e^k = n_e(1, \mathbf{v})$ — 4-ток электронов с импульсом \mathbf{p} , $j_{ph}^k = n_{ph}(1, \mathbf{n}_l)$ — 4-ток фотонов с волновым вектором \mathbf{k}_l , \mathbf{v} — трехмерная скорость электрона, γ , m — лоренц-фактор и масса электрона соответственно, $D\sigma$ — матрица дифференциальных сечений рассеяния фотона на электроне в интервале частоты $d\omega$, а $n_e(\mathbf{r}, t)$ и $n_{ph}(\mathbf{r}, t)$ — пространственные плотности электронов и фотонов.

Матрица $D\sigma$ выражается через матрицу поляризации лазерного излучения Ξ следующим образом:

$$D\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega d\omega} = \mathbf{M}_\sigma^T \Xi \mathbf{M}_\sigma, \quad (5)$$

где \mathbf{M}_σ — симметричная неэрмитова матрица преобразования амплитуд поля излучения (будет определена ниже), а Ξ имеет вид

$$\Xi = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - \xi_{L3} & \xi_{L1} + i\xi_{L2} \\ \xi_{L1} - i\xi_{L2} & 1 + \xi_{L3} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где ξ_{L1} , ξ_{L2} и ξ_{L3} — параметры Стокса лазерного излучения.

Число и поляризацию испущенных фотонов из (4) необходимо интегрировать по импульсам электронов и фотонов, а также по времени, чтобы получить поток и поляризацию рентгеновского излучения (в матричной форме), испускаемого из элементарного объёма

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{V,\Omega,\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \omega) = & \nu \int_{V_{\mathbf{k}}} \int_{V_{\mathbf{p}}} \int_{-\infty}^{+\infty} D\sigma (1 - \mathbf{v}\mathbf{n}_l) \times \\ & \times n_e(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) n_{ph}(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) dt d^3pd^3k, \end{aligned} \quad (7)$$

¹ В формуле (3), а также во всех формулах ниже полагается, что скорость света $c = 1$. По повторяющимся индексам везде подразумевается суммирование, а запись типа $p_1 p_2$ эквивалентна $p_1^i p_{2i}$. Квадраты четырёхмерных векторов понимаются как $p_1^2 = (p_1^0)^2 - \mathbf{p}_1^2$.

где ν — частота обращения электронных сгустков в накопительном кольце ЛЭГКИ или частота следования импульсов линейного ускорителя. Выражение (7) задаёт усреднённые по большому числу лазерных импульсов и электронных сгустков поток и поляризацию рентгеновских фотонов, испускаемых из объёма d^3r в телесный угол $d\Omega$ и интервал частот $d\omega$.

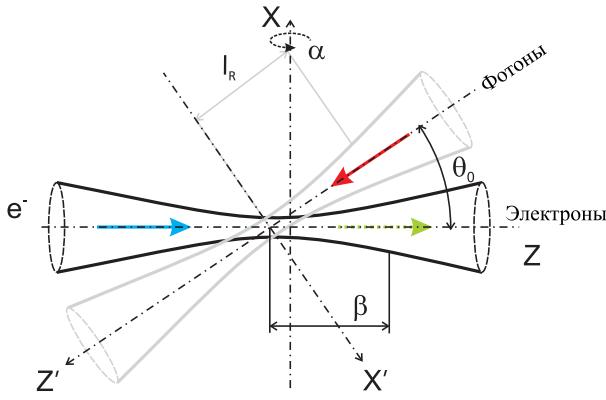


Рис. 1. Схема лазеро-электронного взаимодействия в ЛЭГКИ. Показаны используемые координатные системы (см. (30)), а также параметры пучков

Используя формулу (7), средний поток и поляризация рентгеновских фотонов в заданный телесный угол вычисляются как

$$\mathbf{I}_{\Omega, \omega} = \int_V \mathbf{I}_{V, \Omega, \omega}(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \omega) d^3r, \quad (8)$$

а средняя спектральная яркость рентгеновского излучения в направлении \mathbf{n} и на частоте ω

$$\mathbf{B}_{\mathbf{n}, \omega} = \delta\omega \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{I}_{V, \Omega, \omega}(\mathbf{r}_0 + \mu\mathbf{n}, \mathbf{n}, \omega) d\mu, \quad (9)$$

где \mathbf{r}_0 — точка наблюдения, а $\delta\omega$ — узкий спектральный интервал, обычно принимаемый равным $10^{-3}\omega$.

Введём две стационарные системы координат: (x, y, z) и (x', y', z') . Первая связана с электронным пучком, её ось z направлена вдоль средней скорости электронов. Вторая — с лазерным пучком, её ось z' направлена вдоль направления лазерного импульса. При таком выборе систем координат угол столкновения между пучками близок к π . Схема взаимодействия пучков в ЛЭГКИ представлена на рис. 1.

Для вычисления поляризации рентгеновского излучения необходима матрица преобразования амплитуды поля \mathbf{M}_σ (см. (5)), которая имеет вид

$$\mathbf{M}_\sigma = \mathbf{O}^T \mathbf{M} \mathbf{O}, \quad (10)$$

где \mathbf{O} — ортогональная матрица поворота на угол χ между плоскостью векторов \mathbf{v} и \mathbf{n} и плоскостью осей y и z . Диагональная матрица

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \sqrt{m_{11}} & 0 \\ 0 & \sqrt{m_{22}} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где m_{11} и m_{22} — сечения рассеяния для s- и p-поляризации лазерного излучения. Можно показать с использованием (5) и (10), что элементы матрицы сечений $D\sigma$

$$D\sigma = \frac{\sigma_0}{2} \begin{pmatrix} 1 - \eta_3 & \eta_1 + i\eta_2 \\ \eta_1 - i\eta_2 & 1 + \eta_3 \end{pmatrix} \quad (12)$$

выражаются как:

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{1}{2}(m_{11} + m_{22}) - \\ &- \frac{1}{2}(\xi_{L3} \cos 2\chi + \xi_{L1} \sin 2\chi)(m_{11} - m_{22}), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sigma_0\eta_3 &= -\frac{1}{2}(m_{11} - m_{22}) \cos 2\chi + \\ &+ \frac{\xi_{L3}}{2}((m_{11} + m_{22}) \cos^2 2\chi + 2\sqrt{m_{11}m_{22}} \sin^2 2\chi) + \\ &+ \frac{\xi_{L1}}{2}(m_{11} + m_{22} - 2\sqrt{m_{11}m_{22}}) \sin 2\chi \cos 2\chi, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sigma_0\eta_1 &= -\frac{1}{2}(m_{11} - m_{22}) \sin 2\chi + \\ &+ \frac{\xi_{L1}}{2}((m_{11} + m_{22}) \sin^2 2\chi + 2\sqrt{m_{11}m_{22}} \cos^2 2\chi) + \\ &+ \frac{\xi_{L3}}{2}(m_{11} + m_{22} - 2\sqrt{m_{11}m_{22}}) \sin 2\chi \cos 2\chi, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\sigma_0\eta_2 = \xi_{L2}\sqrt{m_{11}m_{22}}. \quad (16)$$

Из выражений (5)–(6) и (10)–(11) следует, что при нулевом угловом разбросе импульсов электронов степень поляризации рентгеновского излучения (2) преобразуется как

$$p = \sqrt{1 - (m_{11}m_{22})(1 - p_L^2)/I^2}, \quad (17)$$

где $p_L = \sqrt{\xi_{1L}^2 + \xi_{2L}^2 + \xi_{3L}^2}$, а интенсивность $I = Sp\mathbf{I}_{V, \Omega, \omega}$. В частности, из (17) видно, что полностью поляризованное лазерное излучение ($p_L = 1$) порождает полностью поляризованное рентгеновское излучение, если игнорировать угловой разброс импульсов электронов. Формулы (13)–(16) совпадают с формулами (35) из [26].

Коэффициенты m_{11} и m_{22} получают из дифференциального сечения рассеяния для линейно поляризованного света. В нём можно пренебречь поправками, связанными с углом столкновения θ_0 , поскольку они малы: $\sim \delta\theta_0^2 = 2(\mathbf{v}\mathbf{n}_l + 1) \ll 1$. Тогда с учётом квантовых поправок, связанных с эффектом Комптона, для неполяризованных электронов имеем сечение Кляйна–Нишины:

$$\omega' = \omega_l \frac{1 + v}{1 - v \cos \theta + \frac{a_c}{\gamma}(1 + \cos \theta)}, \quad (18)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\omega} = \frac{3}{8\pi} \frac{\sigma_T}{\gamma^2} \frac{\delta(\omega - \omega')}{(1 - v \cos \theta + \frac{a_c}{\gamma}(1 + \cos \theta))^2} \times \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a_c}{\gamma} \right)^2 \frac{1}{(1 - v \cos \theta + \frac{a_c}{\gamma}(1 + \cos \theta))(1 - v \cos \theta)} - \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \alpha}{\gamma^2 (1 - v \cos \theta)^2} \right], \quad (19)$$

где $a_c = \hbar\omega_l/m$ — комптоновский параметр, ω — рассеянная частота, $v = |\mathbf{v}|$, θ — угол наблюдения, определённый как $\cos \theta = \mathbf{v}\mathbf{n}/v$, α — угол между электрическим вектором лазерного излучения и осью y , $\sigma_T \approx 6.65 \times 10^{-25}$ см² — томсоновское сечение. Коэффициенты m_{11} и m_{22} соответствуют (19) при $\alpha = \pi/2$ и $\alpha = 0$. Второй член в квадратных скобках в (19) пропорциональный $(a_c/\gamma)^2$ в реальных задачах, как правило, мал и становится значимым только для энергий электронов в десятки гигаэлектронвольт. При $a_c = 0$ формулы (18)–(19) переходят в классические формулы для томсоновского сечения рассеяния.

Рассмотрим пространственные распределения электронов и фотонов в соответствующих системах координат. Поскольку в накопительном кольце бетатронные и синхротронные колебания электронов можно считать независимыми [28], плотности n_e и n_{ph} факторизуются на поперечную (\perp) и продольную (\parallel) части:

$$n_e = \frac{N_e}{m} f_{e\parallel}(z - z_0, \gamma) f_{e\perp}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0, z - z_0, \mathbf{p}_\perp), \quad (20)$$

$$n_{ph} = \frac{N_{ph}}{\omega_l^2} f_{ph\parallel}(z' - \Delta t, \omega_l) f_{ph\perp}(\boldsymbol{\rho}', z', \mathbf{k}_{l\perp}), \quad (21)$$

где N_e и N_{ph} — число электронов в сгустке и фотонов в лазерном импульсе, Δt — временная задержка, $\mathbf{r}_0 = (\boldsymbol{\rho}_0, z_0)$ — вектор смещения пучков.

Продольное распределение фотонов

$$f_{ph\parallel}(z', \omega_l) = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \exp \left\{ -\left(\frac{z'}{\tau} \right)^2 \right\} \delta(\omega_l - \omega_0), \quad (22)$$

где τ — длительность импульса и ω_0 — средняя частота лазерных фотонов. Лазерный импульс предполагается монохроматическим, что обычно допустимо для импульсов с $\tau > 1$ пс.

Продольное распределение электронов

$$f_{e\parallel}(z, \gamma) = \frac{1}{\pi l_e \Delta \gamma} \exp \left\{ -\left(\frac{z}{l_e} \right)^2 \right\} \exp \left\{ -\left(\frac{\gamma - \gamma_0}{\Delta \gamma} \right)^2 \right\}, \quad (23)$$

где l_e — длина сгустка, γ_0 — средний фактор, $\Delta \gamma$ — ширина распределения.

Для поперечных функций распределения в (20)

и (21) обычно используется гауссов пучок [28]:

$$f_{e\perp}(\boldsymbol{\rho}, z, \mathbf{p}_\perp) = \frac{1}{\pi^2 w_{e,x}(z) w_{e,y}(z) \Delta p_{\perp,x} p_{\perp,y}} \times \exp \left\{ -\left(\frac{x}{w_{e,x}(z)} \right)^2 - \left(\frac{y}{w_{e,y}(z)} \right)^2 \right\} \times \exp \left\{ -\left(\frac{p_{\perp,x}}{\Delta p_{\perp,x}} \right)^2 - \left(\frac{p_{\perp,y}}{\Delta p_{\perp,y}} \right)^2 \right\}, \quad (24)$$

$$f_{ph\perp}(\boldsymbol{\rho}', z', \mathbf{k}_{l\perp}) = \frac{1}{\pi w_{ph}^2(z')} \times \exp \left\{ -\left(\frac{\boldsymbol{\rho}'}{w_{ph}(z')} \right)^2 \right\} \delta(\mathbf{n}_l - \mathbf{n}_0), \quad (25)$$

где $\Delta p_{\perp,x}$ и $\Delta p_{\perp,y}$ — поперечные разбросы импульса электронов вдоль осей x и y соответственно, $\mathbf{n}_l = \mathbf{k}_l/\omega_l$ — единичный вектор лазерного фотона и \mathbf{n}_0 — единичный вектор в направлении лазерного пучка. Хорошо известно [28], что

$$\Delta p_{\perp,x} = m (\varepsilon_x / (\beta_x \gamma))^{1/2}, \quad (26)$$

$$\Delta p_{\perp,y} = m (\varepsilon_y / (\beta_y \gamma))^{1/2}, \quad (27)$$

$$w_{e,x(y)}^2(z) = \frac{\varepsilon_{x(y)}}{\gamma} \left(\beta_{x(y)} + \frac{z^2}{\beta_{x(y)}} \right), \quad (28)$$

$$w_{ph}^2(z') = \frac{1}{2\omega_l} \left(l_r + \frac{z'^2}{l_r} \right), \quad (29)$$

где $\beta_{x(y)}$ — бета-функция электронного пучка в точке взаимодействия вдоль оси x (y), $\varepsilon_{x(y)}$ — поперечный эмиттанс электронного пучка, а l_r — рэлеевская длина лазерного пучка. В выражении (25) поперечное распределение импульсов фотонов задано в виде δ -функции, что согласуется с приближением, когда сечение рассеяния не зависит от угла столкновения.

Координаты (x, y, z) и (x', y', z') связаны между собой (см. рис. 1) двумя последовательными поворотами вокруг осей x и z :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ 0 & -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \alpha_0 & \sin \alpha_0 & 0 \\ -\sin \alpha_0 & \cos \alpha_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \quad (30)$$

В формулах (30) угол α_0 соответствует повороту вокруг оси z , а угол столкновения θ_0 не предполагается равным π , как в матрице (12).

Можно заметить, что время присутствует только в продольных компонентах плотностей электронов и фотонов $f_{e\parallel}$ и $f_{ph\parallel}$. Поэтому интеграл по времени в (7) может быть вычислен аналитически:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} f_{e\parallel}(z - z_0 - t, \gamma) f_{ph\parallel}(z' - t - \Delta t, \omega_l) dt = \\ & = \frac{1}{\pi \Delta \gamma \sqrt{l_e^2 + \tau^2}} \exp \left\{ -\frac{(z - z' - z_0 + \Delta t)^2}{l_e^2 + \tau^2} \right\} \times \\ & \times \exp \left\{ -\left(\frac{\gamma - \gamma_0}{\Delta \gamma} \right)^2 \right\} \delta(\omega_l - \omega_0). \quad (31) \end{aligned}$$

Поскольку в выражении (19) для сечения присутствует δ -функция, усреднение матрицы $D\sigma$ по распределению γ выполняется аналитически (с учётом

(13)–(16)). Тогда усреднённые элементы $\overline{m_{11}}$ и $\overline{m_{22}}$ имеют вид

$$\overline{m_{11}} = \frac{3\sigma_T}{64\pi\sqrt{\pi}\Delta\gamma\omega_0} \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \frac{1}{\sqrt{1 - \omega\theta^2/(4\omega_0)}} e^{-K}, \quad (32)$$

$$\overline{m_{22}} = m_{11} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0} \frac{\theta^2}{2} \right)^2, \quad (33)$$

$$K = \left[\sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \frac{1}{\sqrt{1 - \omega\theta^2/(4\omega_0)}} - 2\gamma_0 \right]^2 / (4\Delta\gamma^2), \quad (34)$$

где $\theta^2 = 2(1 - \mathbf{v}\mathbf{n})$.

Теперь, учитывая интеграл (31), в котором $d^3p = md\gamma d^2p_\perp$ и $d^3k_l = \omega_l^2 d\omega_l d\mathbf{n}_l$, и используя усреднённые по γ значения матрицы (12) — $D\sigma_\gamma$ — с элементами из (32)–(33), выражение (7) для $\mathbf{I}_{V,\Omega,\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \omega)$ преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{V,\Omega,\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \omega) &= \frac{2\nu N_e N_{ph}}{\pi^{7/2} \sqrt{l_e^2 + \tau^2} \Delta p_{\perp,x} \Delta p_{\perp,y} w_{e,x}(z - z_0) w_{e,y}(z - z_0) w_{ph}^2(z')} \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{(z - z' - z_0 + \Delta t)^2}{l_e^2 + \tau^2} - \left(\frac{x - x_0}{w_{e,x}(z - z_0)} \right)^2 - \left(\frac{y - y_0}{w_{e,y}(z - z_0)} \right)^2 - \left(\frac{\rho'}{w_{ph}(z')} \right)^2 \right\} \times \\ &\times \int_{V_{\mathbf{p}_\perp}} D\sigma_\gamma(\mathbf{nv}) \exp \left\{ -\left(\frac{p_{\perp,x}}{\Delta p_{\perp,x}} \right)^2 - \left(\frac{p_{\perp,y}}{\Delta p_{\perp,y}} \right)^2 \right\} d^2p_\perp. \quad (35) \end{aligned}$$

Из (35) следует, что для вычисления поляризации рентгеновского излучения необходимо усреднить матрицу $D\sigma_\gamma$ из (12) по поперечному разбросу импульсов электронов. Это эквивалентно усреднению выражений (13)–(16) и в общем случае приводит к частичной деполяризации исходного полностью поляризованного рентгеновского излучения. Это усреднение аналитически не выполняется при произвольном угле наблюдения. Однако при нулевом угле θ элементы m_{11} и m_{22} не зависят от угла χ , который в этом случае равен азимутальному углу между скоростью электрона и средней скоростью сгустка. Тогда выражения (13)–(16) можно усреднить по углу χ :

$$\overline{\sigma_0} = \frac{1}{2} (\overline{m_{11}} + \overline{m_{22}}), \quad (36)$$

$$\overline{\sigma_0\eta_3} = \frac{\xi_{L3}}{4} (\sqrt{\overline{m_{11}}} + \sqrt{\overline{m_{22}}})^2, \quad (37)$$

$$\overline{\sigma_0\eta_1} = \frac{\xi_{L1}}{4} (\sqrt{\overline{m_{11}}} + \sqrt{\overline{m_{22}}})^2, \quad (38)$$

$$\overline{\sigma_0\eta_2} = \xi_{L2} \sqrt{\overline{m_{11}} \overline{m_{22}}}. \quad (39)$$

Для получения матрицы поляризации $\mathbf{I}_{V,\Omega,\omega}$ выражения (36)–(39) необходимо дополнительно усреднить по радиальному разбросу импульсов электронов.

2. НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Перейдем теперь к нелинейной модели, которая будет строится в рамках классической электродинамики. Как известно, классическая задача движения заряженной частицы (электрона) в поле плоской электромагнитной волны допускает точное решение, которое выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} u^i &= u_0^i + \frac{ek_0^i}{m(k_0 u_0)} u_0^l A_{0l}(\tau) - \frac{e}{m} A_0^i(\tau) - \\ &\quad \frac{e^2 k_0^i}{2m^2(k_0 u_0)} A^2(\tau), \quad (40) \end{aligned}$$

где e — заряд электрона, $u^i = (\gamma, \gamma\mathbf{v})$ — четырехмерная скорость электрона, $k_0^i = (\omega_0, \mathbf{k}_0)$ — 4D волновой вектор падающей плоской электромагнитной волны с частотой ω_0 , а $\mathbf{k}_0 = \omega_0 \mathbf{n}_0$ — соответствующий трехмерный волновой вектор и $|\mathbf{n}_0| = 1$.

Электромагнитная волна в (40) описывается поперечным четырехмерным вектор-потенциалом $A_0^i(\tau) = (A^0, \mathbf{A}_0)$, где $\tau = k_0 x$. Потенциал может быть выражен как $A_0^i = A^{(1)i} \cos \tau + A^{(2)i} \sin \tau$, где два члена отвечают двум ортогональным ($A^{(1)} A^{(2)} = 0$) линейным поляризациям. Обозначим $K_1 = -(A^{(1)})^2 > 0$ и $K_2 = -(A^{(2)})^2 > 0$ и заметим,

что $k_0 A^{(1)} = k_0 A^{(2)} = 0$ в силу поперечности поля. Критерием применимости классического приближения служит неравенство $4\gamma\hbar\omega_0/m = 4\gamma a_c \ll 1$.

Из формулы (40) путем интегрирования по элементу интервала частицы $d\tau/(k_0 u_0)$ можно получить выражение для четырехмерного радиуса-вектора электрона x^i . Выражение для четырехмерного Фурье преобразования четырехточка $j^i = (j^0, \mathbf{j})$, соответствующего движению одиночного электрона, имеет вид

$$j^i(k^i) = \frac{e}{k_0 u_0} \int u^i(\tau) \exp(ik^i x_i(\tau)) d\tau, \quad (41)$$

где $k^i = (\omega, \mathbf{k})$ — 4D волновой вектор рассеянной волны, $\mathbf{k} = \mathbf{v}\mathbf{n}$ — трехмерный волновой вектор.

Для вычисления излученной частицей энергии в элемент телесного угла $d\Omega$, в направлении \mathbf{n} , в интервал частот $d\omega$ и для заданной поляризации необходимо вычислить поляризационный тензор излучения $dE_{\alpha\beta}/d\Omega/d\omega$, где $\alpha, \beta = 1, 2$ — индексы поляризации, который выражается через компоненты пространственной части тока (41) ортогональные \mathbf{n} как

$$\frac{dE_{\alpha\beta}}{d\Omega d\omega} = -\frac{\omega^2}{4\pi^2} j^\alpha j^{*\beta}, \quad (42)$$

где $j^1 = \mathbf{j}\mathbf{e}_1$ и $j^2 = \mathbf{j}\mathbf{e}_2$, а два ортогональных орта равны: $\mathbf{e}_1 = \mathbf{n} \times \mathbf{v}/\mu$ и $\mathbf{e}_2 = \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{v})/\mu$, где $\mu = \sqrt{\mathbf{v}^2 - (\mathbf{n}\mathbf{v})^2}$. Тензор (42) заменяет собой матрицу сечений (4) и уже не может быть представлен как произведение матриц в (5) и должен быть повернут обратно в исходную систему координат на ранее определённый угол χ из линейной матрицы поворота \mathbf{O} . Из выражения (42), в частности, следует, что рассеянное излучение полностью поляризовано, если лазерное излучение полностью поляризовано, как и в линейном случае.

Далее предполагается, что, как и в линейном случае, сечение рассеяния не зависит от угла их столкновения θ_0 . Поэтому можно считать, что $\mathbf{n}_0\mathbf{v} \approx -v$, $\mathbf{v} \approx -v\mathbf{n}_0$, $kk_0 \approx \omega\omega_0(1 + \mathbf{v}\mathbf{n}/v)$ и $k_0u_0 \approx \gamma\omega_0(1 + v)$. Также для малых углов рассеяния и ультрарелятивистских электронов, т.е. при $\gamma \gg 1$ и $\theta \ll 1$, предполагается, что $v \approx 1$, $1 - \mathbf{v}\mathbf{n} \approx (1 + \gamma^2\theta^2)/(2\gamma^2)$, где $\cos\theta = \mathbf{v}\mathbf{n}/v \approx 1 - \theta^2/2$.

Поскольку интеграл в формуле (41) берётся в бесконечных пределах, то для случая плоской монохроматической волны, когда подынтегральное выражение является периодической функцией, он равен сумме дельта-функций, отвечающим дискретным s -гармоникам с частотами, равными

$$\omega_s = s\omega_0 \frac{1 - \mathbf{n}_0\mathbf{v}}{1 - \mathbf{v}\mathbf{n} + \frac{e^2}{4m^2\gamma^2} \frac{1 - \mathbf{n}\mathbf{n}_0}{1 - \mathbf{v}\mathbf{n}_0} (K_1 + K_2)}, \quad (43)$$

где второй член в знаменателе пропорционален параметру нелинейности $a_0^2 \approx e^2(K_1 + K_2)/(2m^2) = 4\pi I_L/(\omega_0^2 A_s^2)$ (см. обозначения ниже). При возведении интеграла (41) в квадрат в формуле (42) получатся квадраты дельта-функций, которые долж-

ны интерпретироваться как предел полной излученной энергии при стремлении времени взаимодействия T к бесконечности. Квадраты дельта-функций необходимо заменить их первыми степенями по формуле $\delta^2(x) \rightarrow \mathcal{T}\delta(x)/(2\pi)$, где $\mathcal{T} = T\omega_0(1 - \mathbf{v}\mathbf{n}_0)$ и перейти от полной излученной энергии к средней по времени T мощности излучения: $P_{\alpha\beta} = E_{\alpha\beta}/T$.

Вводя полную интенсивность лазерного излучения $I_L = \omega_0^2(K_1 + K_2)/(8\pi)$ и томсоновское сечение $\sigma_T = 8\pi e^4/(3m^2)$, можно записать для поляризационного тензора дифференциальных сечений s -й гармоники:

$$\frac{d\sigma_{\alpha\beta}^{(s)}}{d\Omega d\omega} = \frac{P_{\alpha\beta}^{(s)}}{I_L} \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{3}{2\pi} \frac{\sigma_T}{\gamma^2(1 - \mathbf{v}\mathbf{n})^2} \frac{s}{(1 + M)^2} \times \frac{g_\alpha^{(s)}(\mathbf{k}) g_\beta^{(s)*}(\mathbf{k})}{K_1 + K_2} \delta(\omega - \omega_s), \quad (44)$$

где $M = (1 + \cos\theta)(K_1 + K_2)/(4\gamma^2 A_s^2(1 - v \cos\theta)(1 + v))$ — коэффициент насыщения, $A_s = m/e$ — потенциал насыщения, а факторы $g_\alpha^{(s)}$ равны

$$g_1^{(s)}(\mathbf{k}) = -(\mathbf{A}^{(1)}\mathbf{e}_1)f_1^{(s)}(\mathbf{k}) - (\mathbf{A}^{(2)}\mathbf{e}_1)f_2^{(s)}(\mathbf{k}), \quad (45)$$

$$\begin{aligned} g_2^{(s)}(\mathbf{k}) = & \gamma A_s \left(1 - \frac{K_1 + K_2}{4A_s^2\gamma^2 v(1 + v)} \right) \mu f_0^{(s)}(\mathbf{k}) + \\ & + \left((\mathbf{A}^{(1)}\mathbf{n})f_1^{(s)}(\mathbf{k}) + (\mathbf{A}^{(2)}\mathbf{n})f_2^{(s)}(\mathbf{k}) \right) \frac{\mathbf{n}\mathbf{v}}{\mu} - \\ & - \frac{K_1 - K_2}{4\gamma A_s v(1 + v)} \mu f_3^{(s)}(\mathbf{k}). \end{aligned} \quad (46)$$

По сравнению с (18)–(19) в выражениях (44)–(46) квантовый эффект Комптона не учитывается.

Функции $f_0^{(s)}$ выражаются через интегралы вида

$$\begin{pmatrix} f_0^{(s)}(\mathbf{k}) \\ f_1^{(s)}(\mathbf{k}) \\ f_2^{(s)}(\mathbf{k}) \\ f_3^{(s)}(\mathbf{k}) \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} 1 \\ \cos\tau \\ \sin\tau \\ \cos 2\tau \end{pmatrix} \exp[i\psi_s] d\tau, \quad (47)$$

где $\psi_s = s\tau + a_1 \sin\tau - a_2 \cos\tau + a_3 \sin 2\tau$. Для функций (47) справедливо соотношение $s f_0^{(s)} + a_1 f_1^{(s)} + a_2 f_2^{(s)} + 2a_3 f_3^{(s)} = 0$.

В выражениях (47) безразмерные параметры

$$a_1 = \frac{\omega}{\omega_0\gamma(1 + v)} \frac{\mathbf{n}\mathbf{A}^{(1)}}{A_s}, \quad (48)$$

$$a_2 = \frac{\omega}{\omega_0\gamma(1 + v)} \frac{\mathbf{n}\mathbf{A}^{(2)}}{A_s}, \quad (49)$$

$$a_3 = \frac{1}{8} \frac{\omega}{\omega_0} \frac{v + \mathbf{v}\mathbf{n}}{\gamma^2 v(1 + v)^2} \frac{K_1 - K_2}{A_s^2}. \quad (50)$$

Для полного дифференциального сечения рассеяния, беря след матрицы дифференциальных сече-

ний (44) и используя (45) и (46), можно записать

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{(s)}}{d\Omega d\omega} = & -\frac{3}{2\pi} \frac{\sigma_T}{\gamma^2(1-\mathbf{nv})^2(K_1+K_2)(1+M)^2} \times \\ & \times \left[\left| f_0^{(s)} \right|^2 (A_s^2 + (K_1+K_2)/2) - \right. \\ & - \left(\left| f_1^{(s)} \right|^2 K_1 + \left| f_2^{(s)} \right|^2 K_2 \right) + \\ & \left. + \operatorname{Re} \left(f_3^{(s)} f_0^{(s)*} \right) (K_1 - K_2)/2 \right] \delta(\omega - \omega_s). \quad (51) \end{aligned}$$

Далее нелинейная матрица (тензор) сечений (44) должна быть подставлена в интеграл (7) как и в линейном случае. В нелинейном случае однако интеграл по времени не может быть вычислен аналитически как в (31). Он должен вычисляться численно, поскольку сечения в (50)–(51) зависят от времени через интенсивность лазерного излучения. После усреднения по энергии электронов выражение для матрицы (тензора) плотности источников примет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{V,\Omega,\omega}^{(s)}(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \omega) = & \frac{2\nu N_e N_{ph} \exp \left[-(x-x_0)^2/w_{e,x}^2(z-z_0) - (y-y_0)^2/w_{e,y}^2(z-z_0) \right]}{\pi^4 l_e \tau \Delta p_{\perp,x} \Delta p_{\perp,y} w_{e,x}(z-z_0) w_{e,y}(z-z_0) w_{ph}^2(z')} \times \\ & \times \exp \left[-\rho'^2/w_{ph}^2(z') \right] \int_{V_{\mathbf{p}_{\perp}}} \int_{-\infty}^{+\infty} D\sigma_{\gamma}^{(s)}(\mathbf{nv}) \exp \left[-(z-z_0-t)^2/l_e^2 - (z'-t-\Delta t)^2/\tau^2 - \right. \\ & \left. - p_{\perp,x}^2/\Delta p_{\perp,x}^2 - p_{\perp,y}^2/\Delta p_{\perp,y}^2 \right] dt d^2 p_{\perp}, \quad (52) \end{aligned}$$

где усредненный по γ тензор сечений выражается как

$$\begin{aligned} \left(D\sigma_{\gamma}^{(s)} \right)_{\alpha\beta} = & \frac{3\sigma_T s}{8\pi^{3/2} \Delta\gamma\omega_0} \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0(1+M)}} \times \\ & \times \frac{g_{\alpha}^{(s)}(\mathbf{k}) g_{\beta}^{(s)*}(\mathbf{k})}{K_1+K_2} \frac{e^{-K}}{\sqrt{1-\theta^2\omega/(4\omega_0)}}, \quad (53) \end{aligned}$$

$$K = \left[\sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \frac{1+M}{1-\omega\theta^2/(4\omega_0)} - 2\gamma_0 \right]^2 / (4\Delta\gamma^2). \quad (54)$$

В выражения (52)–(53) необходимо подставить $\gamma^2 = (1+M)\omega/(4\omega_0 - \theta^2\omega)$. Можно отметить, что в (52), по сравнению с (35), появился дополнительный интеграл по времени.

3. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В рамках сделанных в разделах 1–2 приближений базовый объемный тензор s -й гармоники $\mathbf{I}_{V,\Omega,\omega}^{(s)}$ из (35) или (52) представляет собой двойной (в линейном случае) и тройной (в нелинейном случае) интеграл по времени и двумерному поперечному распределению импульсов электронов от произведения поляризационного тензора дифференциальных сечений (5) или (53) на поперечные и продольные распределения электронного и лазерного пучков. В нелинейном случае параметры $f_0^{(s)}$, $f_1^{(s)}$, $f_2^{(s)}$ и $f_3^{(s)}$ также должны вычисляться путем численного интегрирования. В случае тензора полной интенсивности $\mathbf{I}_{\Omega,\omega}^{(s)}$ (8) и тензора спектральной яркости $\mathbf{B}_{\Omega,\omega}^{(s)}$ (9) размерности интегралов увеличиваются на

Таблица. Основные параметры ЛЭГКИ для генерации рентгеновского (вторая колонка) и гамма-излучения (третья колонка). Безразмерный параметр насыщения равен $a_0 \approx \lambda_0 \sqrt{I_L}/(\sqrt{\pi} A_s) \approx 0.85 \cdot 10^{-9} \lambda_0 \sqrt{I_L}$ (длина волны в микронах)

Параметр	Значение 1	Значение 2
$m\gamma$	50–150 МэВ	1–2 ГэВ
eN_e	0.2 нКл	1 нКл
$\Delta\gamma/\gamma$	0.25%	0.25%
E_L	0.1–0.5 Дж	1 Дж
$\hbar\omega_0$	1.204/0.602 эВ	1.204 эВ
λ_0	1.030/0.515 мкм	1.030 мкм
ν	1000 Гц	1 Гц
$\tau (l_e)$	10 пс	10 пс
$\varepsilon_x(y)$	1 мм · мрад	1/0.2 мм · мрад
β_x/β_y	20 мм	100 мм
l_r	0.35 мм	0.15 мм
θ_0	52 мрад	52 мрад
a_0	0.03–0.15	0.32

3 и 1 соответственно. Поскольку нелинейные сечения зависят от интенсивности лазерного излучения, нелинейные тензоры $\mathbf{I}_{\Omega,\omega}^{(s)}$ и $\mathbf{B}_{\Omega,\omega}^{(s)}$ в общем случае не сводятся к произведению угловой части тензора (52) на некоторый геометрический фактор, в отличие от линейного случая [24, 25].

Вычисление всех многомерных интегралов выполняется детерминистическим методом Ромберга или методом Монте–Карло. Для расчета параметров рентгеновского излучения ЛЭГКИ были разработаны программы TSource и TSourceN для линейного [25] и нелинейного случаев соответственно. Правильность расчётов с использованием как

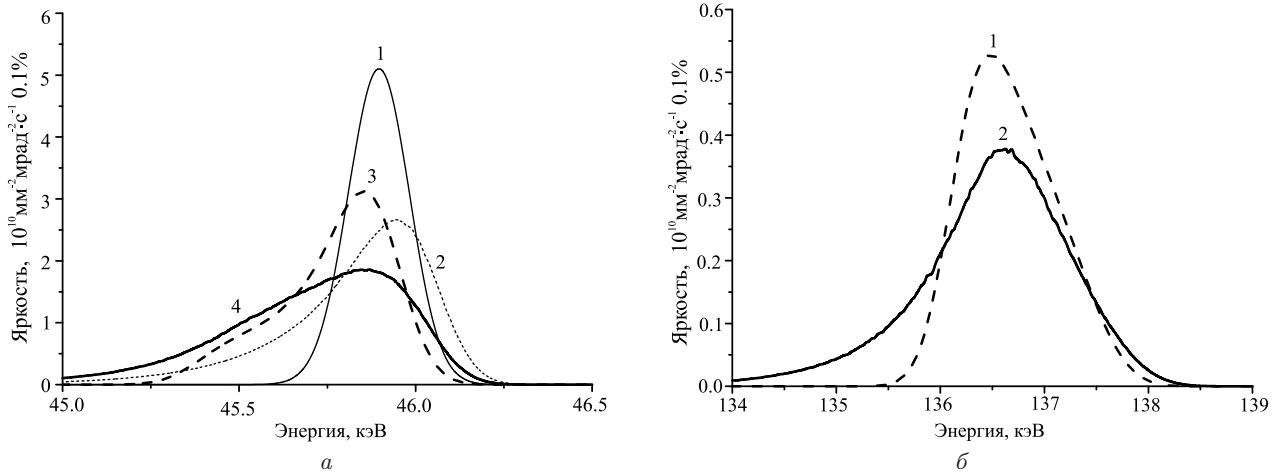


Рис. 2. Спектральная яркость ЛЭГКИ (лазерная длина волны 1.03 мкм) как функция энергии рентгеновских фотонов для основной (а) и третьей (б) гармоник. Цифры на графиках означают: 1 — энергия лазерного импульса 100 мДж без учёта поперечного разброса импульсов электронов, 2 — 100 мДж с учётом поперечного разброса, 3 — 500 мДж без учёта поперечного разброса, 4 — 500 мДж с учётом поперечного разброса. Значения яркости для энергии лазерного импульса 500 мДж поделены на 5

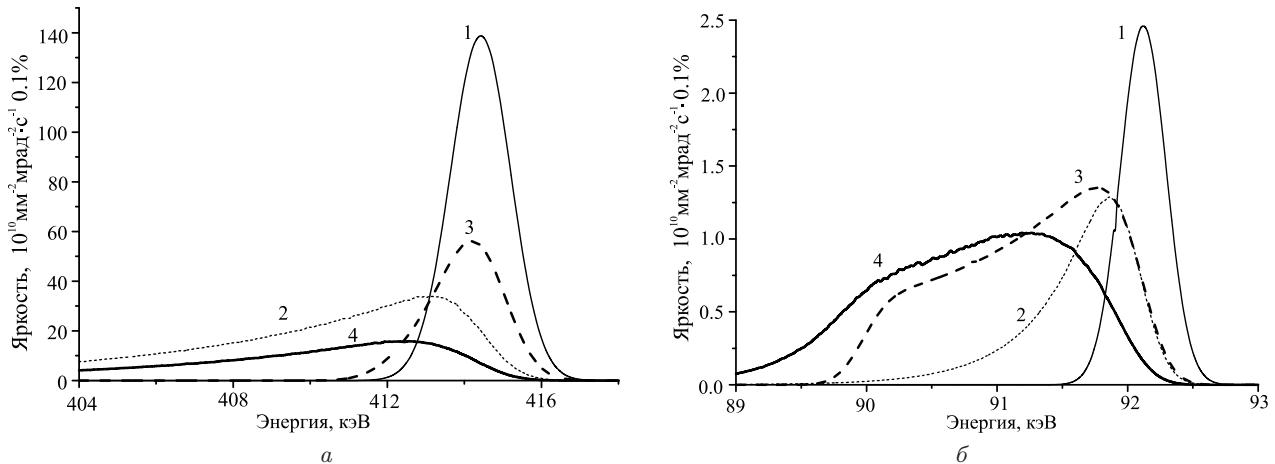


Рис. 3. Спектральная яркость ЛЭГКИ для лазерной длины волны 1.03 мкм и энергии электронов 150 МэВ (а) и для лазерной длины волны 0.515 мкм и энергии электронов 50 МэВ (б) как функция энергии рентгеновских фотонов для основной гармоники. Цифры на графиках означают то же, что и на рис. 2. Значения яркости для энергии лазерного импульса 500 мДж поделены на 5

линейного, так и нелинейного программного кодов валидировалась путем решения простых модельных задач, а нелинейного кода также путём сравнения с линейным кодом в пределе малой интенсивности лазерного излучения. Для иллюстрации свойств рентгеновского излучения, генерируемого ЛЭГКИ, был проведен ряд численных экспериментов, результаты которых приведены ниже. Параметры ЛЭГКИ, использованные для численных экспериментов, приведены в во второй колонке таблицы.

На рис. 2 показана рассчитанная спектральная яркость рентгеновского излучения ЛЭГКИ для линейной поляризации лазерного импульса ($\xi_{L1} = 1$) как функция энергии фотонов для основной и третьей нелинейной гармоник и для двух значений энергии лазерного импульса. Из рис. 2 видно, что с увеличением энергии лазерного импульса как

при учёте, так и без учёта поперечного разброса скоростей электронов наблюдается заметное нелинейное уширение спектра ЛЭГКИ и сдвиг средней энергии рентгеновских фотонов в область меньших энергий. Уширение спектра сопровождается соответствующим снижением пиковой спектральной яркости. При используемых здесь параметрах вклад поперечного эмиттанса в уширение спектра сравнительно мал, но возникает достаточно длинный «хвост», тянувшийся в сторону меньших энергий. Из рис. 2 также следует, что полный поток в третьей гармонике составляет примерно 0,05% от потока в основной гармонике при энергии лазерного импульса 500 мДж, то есть довольно незначительную величину. Моделирование второй нелинейной гармоники не проводилось, поскольку она не излучается при нулевом угле наблюдения.

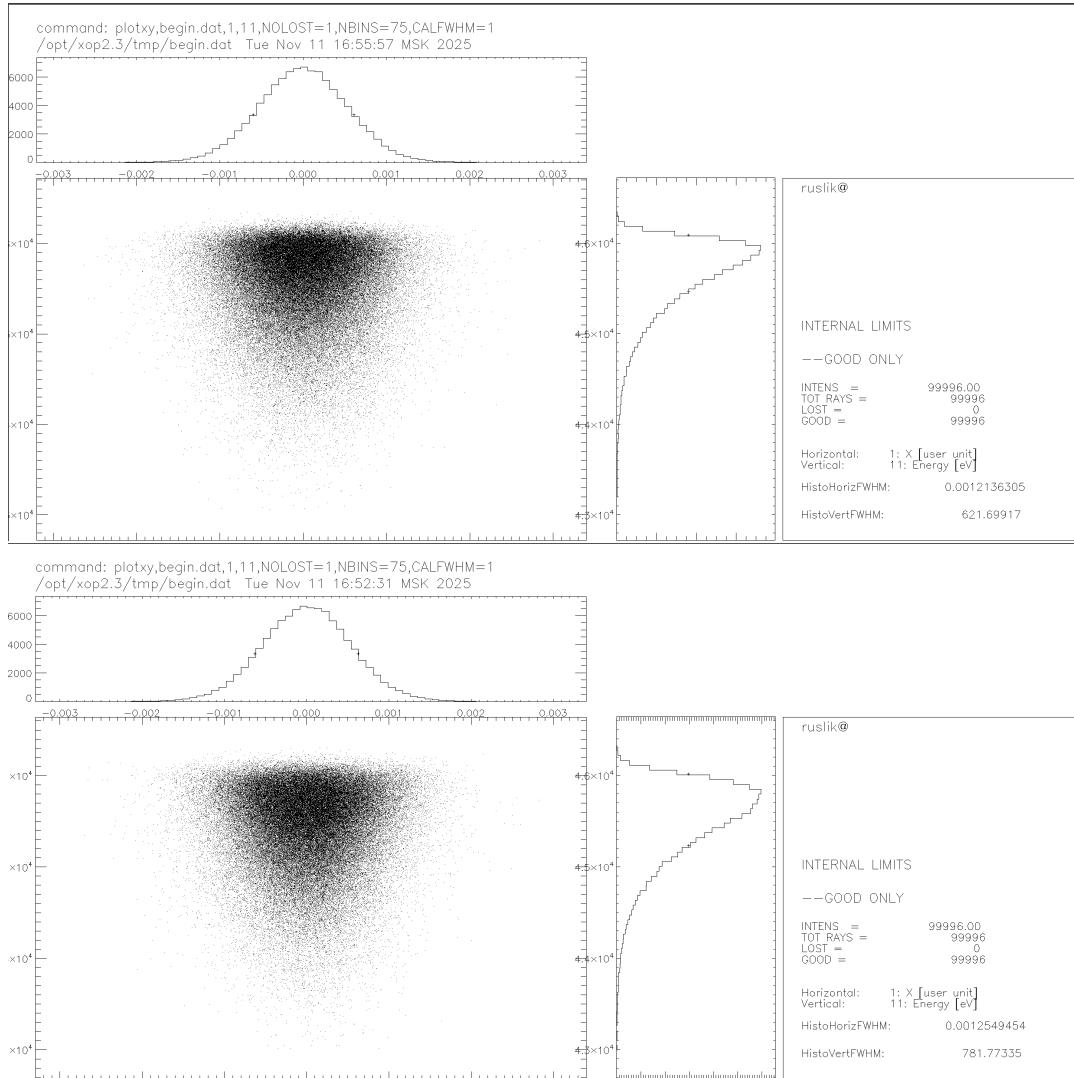


Рис. 4. Распределения по энергии и координате x массивов лучей, сгенерированных с помощью линейного кода TSource (вверху) и нелинейного кода TSourceN (внизу). Для демонстрации используется утилита XYPlot из пакета SHADOW

На рис. 3, *a* показана рассчитанная спектральная яркость ЛЭГКИ для энергии электронов 150 МэВ и линейной поляризации как функция энергии фотонов для основной гармоники и для двух значений энергии лазерного импульса. Также на рис. 3, *b* показана спектральная яркость ЛЭГКИ для второй гармоники лазерного излучения (длины волны 0.515 мкм) как функция энергии фотонов для основной гармоники и для двух значений энергии лазерного импульса. Поляризации лазерного излучения была также линейной с $\xi_{L1} = 1$. В случае, изображённом на рис. 3, угловой разброс импульсов электронов вносит больший вклад в общее уширение спектра, чем нелинейное уширение (см. рис. 2). Как и ранее, заметен длинный «хвост», тянувшийся в область низких энергий.

Программы TSource и TSourceN также могут генерировать массивы лучей для использования в рейт-трейсинговых программных кодах SHADOW [29] и OASYS [30]. Для примера на рис. 4 показа-

ны рассчитанные распределения по координате x и энергии рентгеновских фотонов для 10^5 лучей, сгенерированных с помощью программ TSource (вверху) и TSourceN (внизу). Для расчётов параметры ЛЭГКИ взяты из второй колонки таблицы. Распределения визуализированы с помощью утилиты XYPlot из программного пакета SHADOW 2.3. Хорошо видно, что спектр рентгеновского излучения в нелинейном случае уширен по сравнению с линейным случаем.

На рис. 5 показаны распределения, аналогичные изображённым на рис. 4, но после отражения от эллиптического фокусирующего зеркала скользящего падения и прохождения двух ортогональных щелей, образующих простейшую линию формирования рентгеновского пучка. Заметно сужение спектра по сравнению с рис. 4. Зеркало было расположено на расстоянии 10 см от источника и имеет скользящий угол 1° . Щели шириной 100×100 мкм расположены на расстоянии 50 см от зеркала.

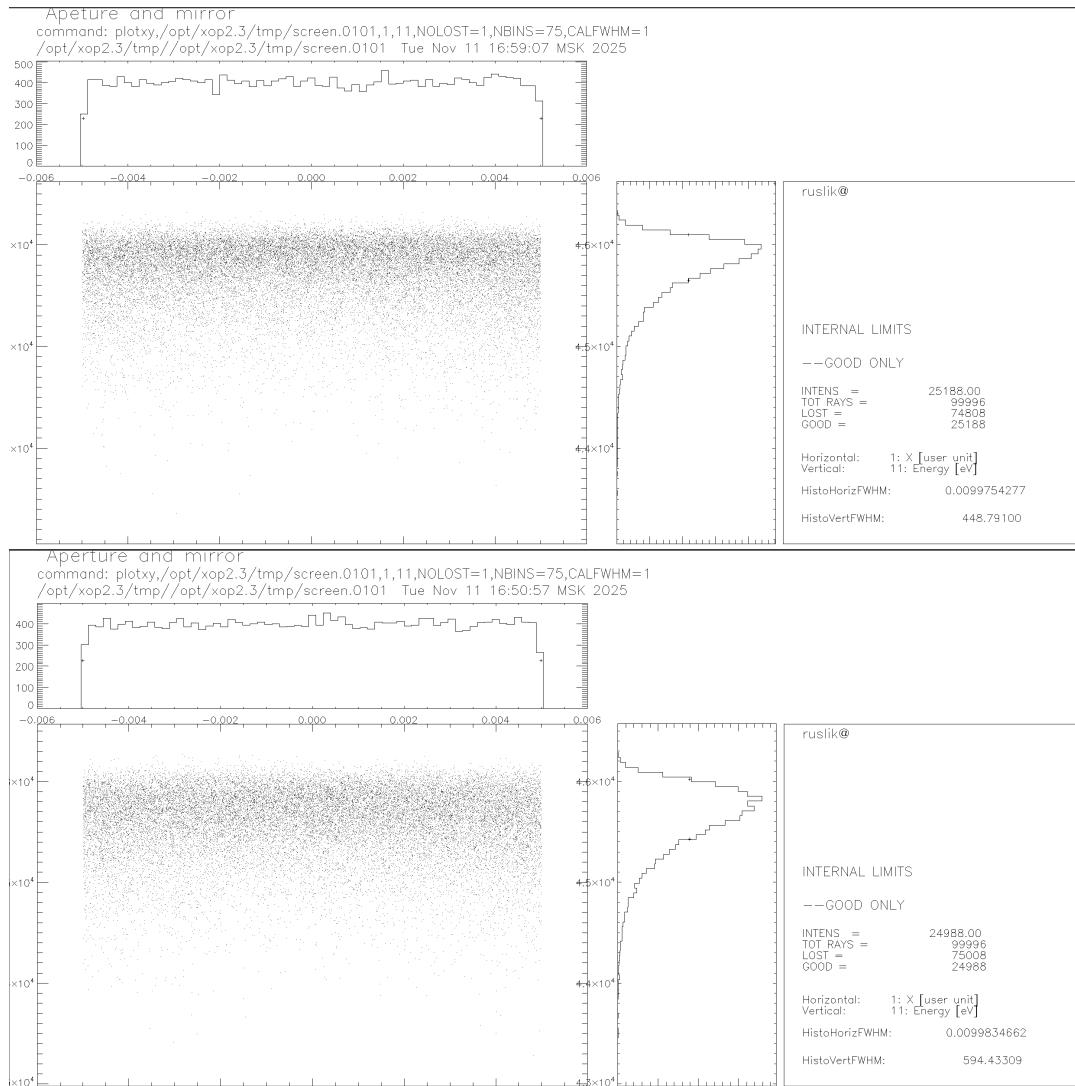


Рис. 5. То же, что и на рис. 4 после отражения от фокусирующего зеркала и прохождения двух ортогональных щелей

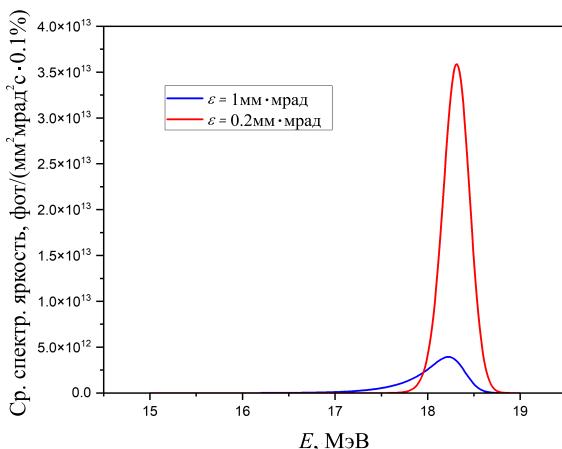


Рис. 6. Спектральная яркость гамма источника как функция энергии для двух значений поперечного эмиттанса

В заключение на рис. 6 показана спектральная яркость гамма излучения с энергией фотонов око-

ло 18 МэВ для ЛЭГКИ с параметрами, указанными в третьей колонке таблицы, для двух значений поперечного эмиттанса. Также на рис. 7 с помощью утилиты XYPlot из пакета SHADOW 2.4 показаны распределения по энергии и координате для массива лучей, сгенерированного линейным кодом TSource для этого случая, после прохождения щелевой апертуры с размерами 5 × 5 мм, расположенной в 50 м от источника. Для гамма-излучения в настоящее время не существует какой-либо оптики. Поэтому формирование пучка осуществляется с помощью щелей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлены линейная и нелинейная математические модели генерации излучения в лазерно-электронных рентгеновских генераторах. Линейная модель базируется на классическом томсоновском сечении рассеяния фотонов на электронах, а также на сечениях Кляйна–Нипи-

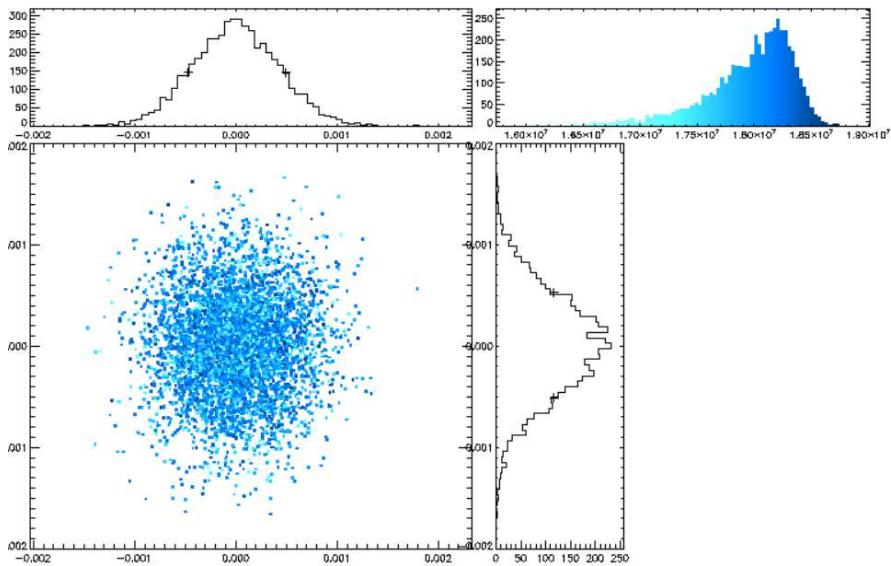


Рис. 7. То же, что и на рис. 4, но для спектра гамма-излучения после прохождения через две ортогональные щели шириной 5×5 мм

ны для учёта комптоновского эффекта. Нелинейная модель базируется на классических уравнениях движения электрона в электромагнитном поле и уравнениях Максвелла. Обе разработанные модели позволяют вычислить все параметры генерируемого рентгеновского и гамма излучения ЛЭГКИ, включая параметры Стокса при произвольной поляризации лазерных импульсов.

Как линейная, так и нелинейная модели реализованы в виде программных кодов на языке JAVA, которые, помимо демонстрационных вычислений, позволяют генерировать исходные массивы лучей для использования в профессиональных рентгеновских рей-трейсинговых программах, предназначенных для моделирования каналов и рабочих станций, таких как SHADOW 2.3/2.4 [29] и OASYS [30]. В работе для жёсткого рентгеновского излучения с энергией около 46 кэВ приведены результаты моделирования простой линии формирования пучка, состоящей из эллиптического зеркала и ортогональных щелей. Также приведены результаты моделирования прохождения массива лучей в гамма-диапазоне с энергией около 18 МэВ через линию формирования, состоящую из двух ортогональных щелей. В обоих случаях для численного моделирования хода лучей использовался программный пакет SHADOW.

Из результатов моделирования, в частности, следует, что нелинейное уширение спектра излуче-

ния ЛЭГКИ становится заметным при энергиях лазерного импульса 500 мДж и более и диаметре пятна фокусировки в точке взаимодействия 15 мкм и менее, соответствующем плотности потока 10^{16} Вт/см² и более. Поэтому создание ЛЭГКИ с узкой спектральной полосой потребует принятия специальных мер по сужению спектра генерируемого излучения. Это можно сделать использованием лазерных импульсов с супергауссовой формой и резкими фронтами либо использованием специальным образом чирпированных лазерных импульсов.

Дальнейшее развитие представленных в настоящей работе моделей предполагается в направлении более реалистичного описания лазерных импульсов и электронных сгустков, в том числе с использованием упомянутых выше импульсов с резкими фронтами, а также с использованием повёрнутых сгустков импульсов в схеме типа *crab crossing*. Помимо этого, предполагается учесть эффект Комптона в нелинейном рассеянии.

Данная работа была выполнена в рамках государственного задания Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, а также поддерживалась по договорам: № 1028-223-2024 (Проведение оценочных расчетов характеристик комптоновского излучения в точках взаимодействия) и № 0171-223-2025 (Проведение оценочных расчетов характеристик комптоновского излучения в точках взаимодействия) с МГУ имени М.В. Ломоносова.

[1] Achterhold K., Bech M., Schleede S. et al. // *Scientific reports*. **3**. (2013).

[2] Karimi S., Brown W., Thornton C. et al. // *SPIE*.

12531. 1253102 (2023).

[3] Vinogradov A.V., D'yachkov N.V., Polunina A.V. et al. // *Quantum Electronics*. **48**, N 6. 565 (2018).

- [4] Бессонов Е.Г., Виноградов А.В., Горбунков М.В. и др. // УФН. **173**, № 8. 899 (2003).
- [5] Paternò G., Cardarelli P., Gambaccini M. et al. // Physics in Medicine & Biology. **64**, N 18. 185002 (2019).
- [6] Григоренко Л.В., Антоненко Н.В., Артюков И.А. и др. // ФИЗМАТ АНО «Национальный центр физики и математики». **1**, № 3–4. 123 (2023).
- [7] Wang H.-W., Fan G.-T., Liu L.-X. et al. // Nuclear Science and Techniques. **33**, N 7. 87 (2022).
- [8] Söderström P.-A., Kuşoğlu A., Testov D. // Frontiers in Astronomy and Space Sciences **10**. 1248834 (2023).
- [9] Günther B., Gradl R., Jud C. et al. // Synchrotron Radiation **27**, N 5. 1395 (2020).
- [10] Alkadi M., Alves M., Amer M. et al. // Physical Review Accelerators and Beams. **28**, N 2. 023401 (2025).
- [11] Deitrick K., Hoffstaetter G.H., Franck C. et al. // Physical Review Accelerators and Beams. **24**, N 5. 050701 (2021).
- [12] Bazzani A., Cardarelli P., Paternò G. et al. // Physics Open. **5**. 100036 (2020).
- [13] Jacquet M. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms. **331**, 1 (2014).
- [14] Hornberger B., Kasahara J., Ruth R. et al. // SPIE. **11886**, 51 (2021).
- [15] Faillace L., Agostino R.G., Bacci A. et al. // Advances in Laboratory-based X-Ray Sources, Optics, and Applications VII / SPIE. **11110**, 14 (2019).
- [16] Esarey E., Ride S.K., Sprangle P. // Physical Review E. **48**, N 4. 3003 (1993).
- [17] Popa A. // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. **41**, N 1. 015601 (2007).
- [18] Ride S.K., Esarey E., Baine M. // Physical Review E. **52**, N 5. 5425 (1995).
- [19] Kharin V.Yu., Seipt D., Rykovanov S.G. // Phys. Rev. A. **93**, N 6. 063801 (2016).
- [20] Seipt D., Kharin V.Yu., Rykovanov S.G. // Phys. Rev. Lett. **122**, N 20. 204802 (2019).
- [21] Chen S., Maksimchuk A., Umstadter D. // Nature. **396**, N 6712. 653 (1998).
- [22] Babzien M., Ben-Zvi I., Kusche K. et al. // Phys. Rev. Lett. **96**, N 5. 054802 (2006).
- [23] Рыкованов С.Г., Тимошенко А.Д., Федотов А.М. и др. // Известия вузов. Радиофизика. **67**, № 10. 829 (2024).
- [24] Артюков И.А., Виноградов А.В., Фещенко Р.М. // Физические основы приборостроения. **5**, № 3. 56 (2016).
- [25] Vinogradov A., Feshchenko R., Shvedunov V., Artyukov I. // Symmetry. **15**, N 5. 1068 (2023).
- [26] Sun C., Wu Y. K. // Phys. Rev. ST Accel. Beams. **14**, N 4. 044701 (2011).
- [27] Feshchenko R.M., Vinogradov A.V., Artyukov I.A. // Phys. Rev. Accelerators and Beams. **19**, N 11. 114702 (2016).
- [28] Wiedemann H. Particle accelerator physics. Springer, 2015. ISBN: 9783319183176.
- [29] Rebuffi L., Sánchez del Río M. // Synchrotron Radiation. **23**, N 6. 1357 (2016).
- [30] Rebuffi L., del Rio M.S. // Advances in Computational Methods for X-Ray Optics IV / SPIE. **10388**. 169 (2017).

Modeling the Compton source radiation taking into account nonlinear effects

I. A. Artyukov¹, A. V. Vinogradov¹, R. M. Feshchenko^{1,a}, V. I. Shvedunov^{1,2}

¹P.N. Lebedev Physical Institute of Russian Academy of Sciences
Moscow 119991, Russia

²Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia
E-mail: ^arusl@sci.lebedev.ru

The paper discusses models and methods for calculating the radiation of laser-electron generators of X-ray or gamma radiation based on the classical interaction model. The proposed model enables the calculation of the total flux, spectral brilliance, and polarisation of the radiation with nonlinear effects taken into account. The latter inevitably arise when high-power laser pulses are used. For a set of model source parameters, it is shown that nonlinear effects lead to significant spectral broadening of both the fundamental and the higher harmonics. This results in substantial degradation of the spectral characteristics of the source and may require additional monochromatisation of the working radiation spectrum. Modelling of the parameters of X-ray and gamma radiation from a laser-electron source has been carried out using collimator beam-shaping lines.

PACS: 41.60.Ap, 41.50 +h, 52.59.Px, 07.85.Fv

Keywords: Compton scattering, spectral brilliance, linear accelerator, non-linear effects.

Received 17 November 2025.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2026. **81**, No. 1. Pp. .

Сведения об авторах

- Артюков Игорь Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (499)132-65-22, e-mail: iart@lebedev.ru.
- Виноградов Александр Владимирович — доктор физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник; тел.: (499)132-65-22, e-mail: vinograd@lebedev.ru.
- Фещенко Руслан Михайлович — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник; тел.: (499)132-61-12, e-mail: rusl@lebedev.ru.
- Шведунов Василий Иванович — доктор физ.-мат. наук, профессор, и.о. зав. отделом; тел.: (495)939-24-51, e-mail: shved@depni.simp.msu.ru.