

Семинар памяти Б. С. Ишханова «Фотоядерные исследования. Состояние и перспективы»

Описание кулоновских барьеров в реакциях слияния изотопов кальция

М. С. Косарев,^{1,2,*} Н. Н. Арсеньев,^{1,†} А. П. Северюхин^{1,3,‡}¹Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова
Россия, 141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Жолио-Кюри, д. 6²Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2³Государственный университет «Дубна»
Россия, 141982, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, д. 19

(Поступила в редакцию 10.12.2025; после доработки 15.01.2026; подписана в печать 17.01.2026)

В рамках теории функционала плотности энергии (ФПЭ) исследуется влияние скоростных членов ФПЭ Скирма на высоту и положение кулоновского барьера в реакциях слияния $^{40}\text{Ca} + ^{36-62}\text{Ca}$. Ядро-ядерные потенциалы вычислялись в рамках формализма двойной свертки. Показано, что усиление скоростных членов заметно улучшает описание кулоновского барьера в исследуемых реакциях. Изучена линейная корреляция между высотой и положением барьера. Выявлено влияние оболочечных эффектов на характеристики кулоновского барьера в реакциях $^{40}\text{Ca} + ^{36-62}\text{Ca}$.

PACS: 21.10.Dr, 21.60.Jz, 25.70.Jj УДК: 539.143.

Ключевые слова: реакции слияния, функционал плотности энергии.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.81.2610206](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.81.2610206)

ВВЕДЕНИЕ

Получение новых изотопов представляет собой один из первых шагов в исследовании свойств самых экзотических ядер. Синтез новых изотопов с нейтронным или протонным избытком, а также сверхтяжелых элементов посредством столкновений тяжелых ионов низкой энергии вблизи кулоновского барьера является важным направлением исследований в области ядерной физики. Полное слияние ядер, приводящее к образованию возбужденного составного ядра, является одним из ключевых ядерных процессов, происходящих при столкновениях двух сложных ядер при энергиях 10–20 МэВ на нуклон [1–4]. На сегодняшний день накоплен значительный экспериментальный материал [5, 6] и создан ряд теоретических моделей (см., например, [7, 8]).

Самосогласованная теоретическая модель должна охватить весь процесс полного слияния, включая структуру взаимодействующих ядер, взаимодействие коллективных и внутренних степеней свободы, а также переход от быстрого неравновесного динамического состояния к статистически равновесной системе [8]. Концепция потенциала ядро-ядерного взаимодействия позволяет анализировать эволюцию потенциальной энергии между двумя сталкивающимися ядрами [7]. Формализм двойной свертки [2] для расчета потенциала ядро-ядерного

взаимодействия обеспечивает простую численную реализацию [9]. В этом подходе плотности нуклонов как в налетающем ядре, так и в ядре-мишени описываются с использованием феноменологического потенциала Вудса–Саксона, что позволило успешно описать различные особенности слияния (см., например, [10, 11]). Однако основным ограничением является феноменологический выбор плотностей и параметров модели.

Дальнейшее развитие формализма заключалось в учете самосогласования через использование функционала плотности энергии (ФПЭ) для расчета потенциала ядро-ядерного взаимодействия. В частности, различные нерелятивистские функционалы [12–15] применялись для вычисления потенциала ядро-ядерного взаимодействия, что позволило устранить несогласованность в расчетах ядерной структуры и барьеров слияния [16].

Хорошо известно, что ФПЭ Скирма [17, 18] также может быть применен для вычисления барьеров слияния. В частности, в работах [19, 20] были проведены расчеты барьеров слияния на базе ФПЭ SkM* в сочетании с полуклассическим приближением Томаса–Ферми. Результаты этих расчетов показывают, что они близки к значениям, полученным в рамках феноменологических моделей. Однако при этом плотности были аппроксимированы с использованием параметризованной функции, что добавляет элемент модельной зависимости результатов расчетов. В работе [21] в рамках формализма двойной свертки было показано влияние скоростных членов ФПЭ Скирма на характеристики барьера. Усиление этих членов заметно улучшало качество описания как высоты, так и положения кулоновского барье-

* E-mail: kosarev@theor.jinr.ru† E-mail: arsenev@theor.jinr.ru‡ E-mail: sever@theor.jinr.ru

ра. На основе проведенного анализа был предложен новый набор параметров ФПЭ SLy4B [21].

Цепочка изотопов Ca традиционно служит полигоном как для экспериментальных, так и для теоретических исследований. В частности, интерес к изучению слияния различных комбинаций изотопов Ca вызван обнаруженным явлением подбарьерного «усиления слияния» [22]. Кроме того, недавние эксперименты указывают на появления новых магических чисел $N = 32$ [23] и 34 [24]. Также был открыт нейтронно-избыточный изотоп ^{60}Ca [25], в котором можно ожидать проявления свойств магического ядра вследствие заполнения подболочки $N = 40$. В настоящей работе мы проиллюстрируем возможности нового ФПЭ SLy4B [21] для описания высоты и положения кулоновского барьера в реакциях $^{40}\text{Ca} + ^{36-62}\text{Ca}$, а также исследуем структурные особенности, возникающие вдоль данной изотопной цепочки ядер-мишени.

1. МЕТОД

Процесс полного слияния можно разбить на три последовательно протекающие стадии: захват, перестройку и распад. На стадии захвата происходит полная диссипация кинетической энергии и формируется специфический ядерный объект — двойная ядерная система (ДЯС) [1]. В процессе эволюции ДЯС происходит передача нуклонов от одного ядра к другому. Важная особенность этой системы состоит в том, что, несмотря на интенсивное взаимодействие между ядрами, входящими в неё, они в широком пределах сохраняют свою индивидуальность на всем протяжении эволюции системы к составному ядру.

Отправной точкой нашего метода является определение свойств основного состояния путем решения уравнений Хартри–Фока (ХФ) с ФПЭ Скирма. Спаривание трактуется в приближении Бардина–Купера–Шриффера (БКШ). Одночастичный континуум дискретизируется посредством диагонализации гамильтониана ХФ в базисе гармонического осциллятора [26]. Гамильтониан включает взаимодействие Скирма в частично-дырочном (ph) канале и зависящие от плотности контактные силы в канале частица-частица (pp):

$$V_{pair}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_0 \left[1 - \eta \frac{\rho(r_1)}{\rho_0} \right] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (1)$$

Здесь $\rho(r_1)$ — плотность ядерной материи, а ρ_0 — плотность насыщения ядерной материи. Параметр η варьируется от 0 до 1, что соответствует случаям объемного и поверхностного взаимодействия. Параметр V_0 фиксируется так, чтобы воспроизводить разницу масс соседних нечетных и четно-четных ядер в изучаемой области.

Остаточное взаимодействие V^{ph} может быть получено как вторая производная функционала плотности энергии по плотности нуклонов ρ . Следуя работе [27], мы упрощаем остаточное взаимодействие

в форме, аналогичной силам Ландау–Мигдала и сохраняем только члены с $l = 0$ [26]. При расчетах ядро-ядерного потенциала можно пренебречь членами, зависящими от спина и изоспина, так как их вклад незначителен. Также не принимаются во внимание кулоновское и спин-орбитальное частично-дырочные взаимодействия. Тогда остаточное взаимодействие можно записать следующим образом:

$$V^{ph}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) = N_0^{-1} F_0(r'_1) \delta(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2), \quad (2)$$

где параметр Ландау F_0 имеет вид

$$F_0(r) = N_0 \left(\frac{3}{4} t_0 + \frac{1}{16} t_3 \rho^\alpha(r) (\alpha + 1) (\alpha + 2) + \frac{1}{8} k_F^2 \theta_s \right). \quad (3)$$

Здесь комбинация $\theta_s = 3t_1 + (5 + 4x_2)t_2$ отвечает за скоростные слагаемые ФПЭ Скирма, а $t_{0,1,2,3}$, x_2 и α — параметры данного функционала (см. таблицу). Коэффициент $N_0 = 2k_F m^* / \pi^2 \hbar^2$ с k_F и m^* , соответствующими импульсу Ферми и эффективной нуклонной массе.

Динамику движения ядер во входном канале можно описать в приближении удара, а взаимодействие — суммой кулоновского V_C , центробежного V_l и ядерного V_N потенциалов [1]

$$V(R) = V_C(R) + V_l(R) + V_N(R). \quad (4)$$

Здесь R — эффективное расстояние между центрами сталкивающихся ядер. Опираясь на работу [9], кулоновский потенциал для двух взаимодействующих ядер с массовыми числами A_i , зарядами Z_i и радиусами r_i ($i = 1, 2$) можно записать следующим образом:

$$V_C(R) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}. \quad (5)$$

Данное приближение справедливо, когда расстояние R равно или превышает сумму радиусов сталкивающихся ядер ($R \geq r_1 + r_2$). В этом случае потенциал V_C совпадает с кулоновским потенциалом для двух точечных зарядов $Z_1 e$ и $Z_2 e$. В реакциях слияния этот сценарий реализуется с высокой точностью [9].

Центробежный потенциал V_l изменяется в ходе взаимодействия сталкивающихся ядер [1]. Ядерное трение, а именно его тангенциальная составляющая, приводит к преобразованию орбитального углового момента в спины взаимодействующих ядер. В предельном случае, когда тангенциальное и радиальное трение становятся интенсивными, происходит полная диссипация кинетической энергии и формируется система из двух слипшихся ядер, которая вращается как единое целое, подобно гантелям. В настоящей работе исследуется лобовое столкновение сферических ядер, что позволяет при расчетах не учитывать вклад центробежного потенциала.

Ядерный потенциал V_N брался в виде потенциала двойной свертки [2]

$$V_N(R) = \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2) V^{ph}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 + \mathbf{R}) \quad (6)$$

и может быть представлен следующим образом [21]:

$$V_N(R) = \left(\frac{3}{4} t_0 + \frac{1}{8} k_F^2 \theta_s \right) \int d\mathbf{r} \rho_1(\mathbf{r}) \rho_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}) + \frac{1}{16} t_3 (\alpha + 1)(\alpha + 2) \times \int d\mathbf{r} [\rho_1(\mathbf{r}) + \rho_2(\mathbf{r} - \mathbf{R})]^\alpha \rho_1(\mathbf{r}) \rho_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}). \quad (7)$$

Для того чтобы налетающее ядро могло быть захвачено ядром-мишенью, необходимо наличие кармана в потенциале взаимодействия. Так как второй член в выражении (7) имеет положительный вклад, необходим отрицательный вклад первого члена. Как показано в работе [21], одним из способов увеличить глубину кармана является усиление скоростных членов ФПЭ Скирма, который используется при вычислении ядерного потенциала V_N .

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Как отобразить ФПЭ Скирма, который правильно описывает ядро-ядерный потенциал (4)? В качестве исходной точки был выбран ФПЭ SLy4 [28] (см. таблицу), так как данный ФПЭ зарекомендовал себя как надежный инструмент для описания свойств ядер-мишени (см., например, [29, 30]). Однако данный функционал заметно переоценивает высоту кулоновского барьера слияния [21]. С другой стороны, за счет усиления скоростных членов ФПЭ удалось заметно улучшить качество описывания высоты и положения барьера. В результате был предложен новый набор параметров ФПЭ Скирма SLy4B [21] (см. таблицу). На рис. 1, а представлено сравнение энергии связи четно-четных изотопов $^{36-62}\text{Ca}$ в зависимости от числа нейтронов, вычисленные с использованием метода ХФ-БКШ с ФПЭ SLy4 и SLy4B. Для учета нейтронных парных корреляций в обоих функционалах было выбрано контактное взаимодействие, т.е. $\eta = 0$ в (1). Силовой параметр $V_0 = -270 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^3$ был зафиксирован так, чтобы воспроизвести нейтронные парные энергии изотопов $^{50,52,54}\text{Ca}$ [31]. Как видно из рис. 1, а, экспериментальные значения [32] для энергии связи изотопов $^{36-62}\text{Ca}$ воспроизводятся с хорошей точностью как ФПЭ SLy4, так и SLy4B. Максимальное отклонение не превышает 2% в случае ФПЭ SLy4B.

Следует отметить, что новый ФПЭ SLy4B уступает в качестве описания энергии связи в нейтронно-дефицитных изотопах Ca по сравнению с функционалом SLy4, но значительно лучше воспроизводит значения для нейтронно-избыточных изотопов.

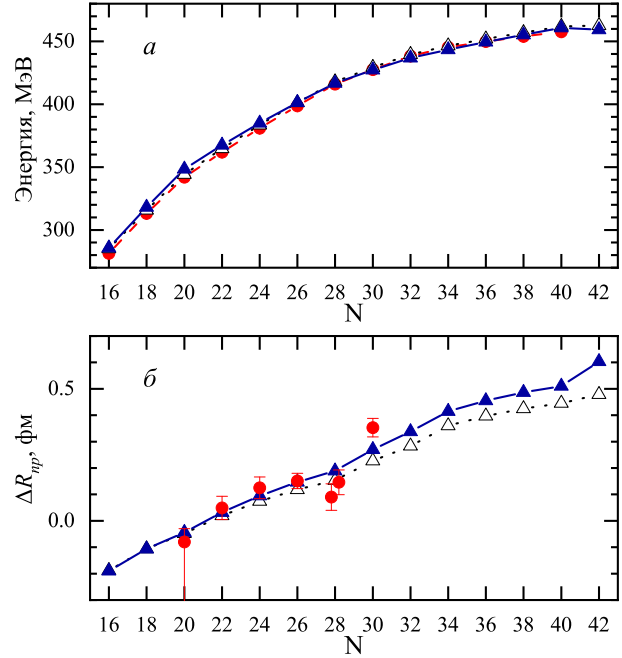


Рис. 1. а — Энергия связи четно-четных изотопов Ca в зависимости от числа нейтронов. Результаты расчетов, выполненных с использованием метода ХФ-БКШ с ФПЭ SLy4 (Δ) и SLy4B (\blacktriangle), сопоставлены с экспериментальными данными или их экстраполяцией (\bullet) из AME2020 [32]. б — Обозначения такие же, как и на рисунке а, но для толщины нейтронной «шубы» ΔR_{np} . Экспериментальные значения взяты из [33, 34]

Таблица. Параметры ФПЭ

Параметры	SLy4B [21]	SLy4 [28]
t_0 (МэВ·фм ³)	-2569.54	-2488.91
t_1 (МэВ·фм ⁵)	648.80	486.82
t_2 (МэВ·фм ⁵)	-546.39	-546.39
t_3 (МэВ·фм ^{3+3α})	13777.0	13777.0
x_0	0.834	0.834
x_1	-0.344	-0.344
x_2	-1.10	-1.00
x_3	1.354	1.354
α	0.1667	0.1667
W_0 (МэВ·фм ⁵)	123.0	123.0
θ_s (МэВ·фм ⁵)	1400.0	914.1

Интересно рассмотреть, как усиление скоростных членов ФПЭ влияет на толщину нейтронной «шубы», ΔR_{np} , в изотопах $^{36-62}\text{Ca}$. Толщина нейтронной «шубы», определяемая как разница между среднеквадратичными радиусами нейтронов $\langle r_n^2 \rangle^{1/2}$ и протонов $\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$, показана на рис. 1, б. Можно заметить, что усиление скоростных членов в ФПЭ SLy4B приводит к улучшению описания толщины нейтронной «шубы» по сравнению с расчетами SLy4. Отметим, что результаты рас-

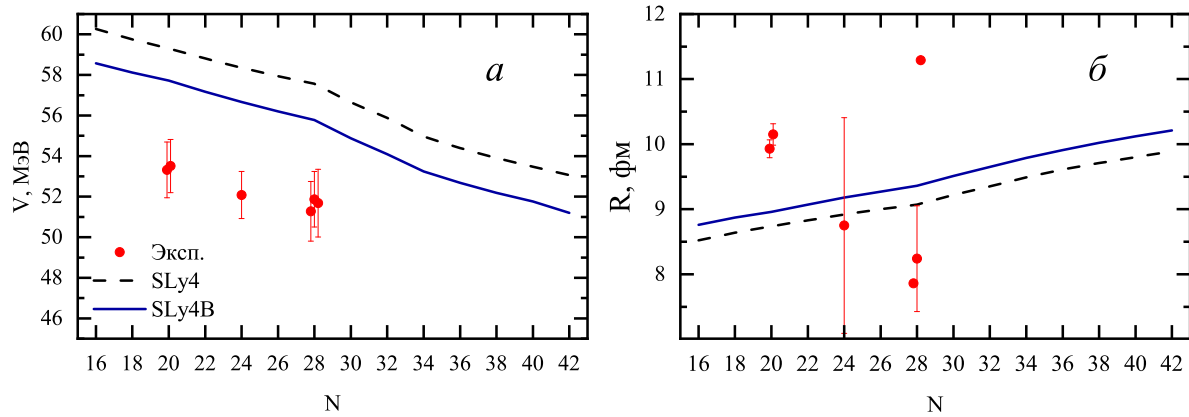


Рис. 2. Зависимость высоты (а) и положения (б) кулоновского барьера от числа нейтронов ядра-мишени для реакций $^{40}\text{Ca} + ^{36-62}\text{Ca}$. Экспериментальные данные взяты из работы [35]

четов с SLy4B предсказывают более резкое увеличение толщины нейтронной «шубы» после изотопа ^{48}Ca по сравнению с результатами, полученными при использовании SLy4. По-видимому, функционал SLy4B более чувствителен к изменению оболочечной структуры при пересечении нейтронных оболочек с магическими числами $N = 28$ и 40 . Результаты расчетов предсказывает незначительный излом в поведении толщины нейтронной «шубы» для изотопа ^{54}Ca , где наблюдается заполнение нейтронной подоболочки $N = 34$. Данная подоболочка сейчас рассматривается как гипотетическая магическая оболочка (см., например, [31]).

В рамках формализма двойной свертки были вычислены значения высоты и положения кулоновского барьера реакции слияния с участием изотопов Ca, где в качестве налетающего ядра используется изотоп ^{40}Ca , а в качестве ядра-мишени — четно-четные изотопы $^{36-62}\text{Ca}$. Результаты расчетов представлены на рис. 2. Видно, что с ростом нейтронного избытка в ядре-мишени отмечается снижение высоты барьера с 60.3 до 53.1 МэВ в случае реакции $^{40}\text{Ca} + ^{36}\text{Ca}$ и $^{40}\text{Ca} + ^{62}\text{Ca}$ соответственно. Такое поведение можно объяснить тем фактом, что с увеличением числа нейтронов в ядре-мишени увеличивается вклад ядерной части ядро-ядерного потенциала, что приводит к снижению высоты кулоновского барьера. Следует отметить, что если в качестве ядра-мишени используются изотопы Ca с числом нейтронов $N = 20, 28$ и 34 , то наблюдается излом в рассматриваемой зависимости. Это указывает, что при прохождении через соответствующие оболочки происходит более значительный рост вклада ядерной части потенциала V_N , что связано с изменениями в структуре данных изотопов Ca. Однако рассчитанные значения высоты барьера превышают экспериментальные значения [35] (см. рис. 2, а). С другой стороны, имеющиеся данные демонстрируют также нисходящий тренд высоты барьера от числа нейтронов в ядре-мишени. В случае ФПЭ SLy4B, усиление скоростных членов ФПЭ приводит к снижению барьера в сред-

нем на 1.7 МэВ и улучшает описание. Как видно из рис. 2, а, в расчетах с ФПЭ SLy4B выявленные ранее закономерности зависимости высоты барьера от числа нейтронов в ядре-мишени сохраняются: плавное снижение высоты барьера с увеличением нейтронного избытка, так излом при прохождении через оболочки $N = 20, 28$ и 34 .

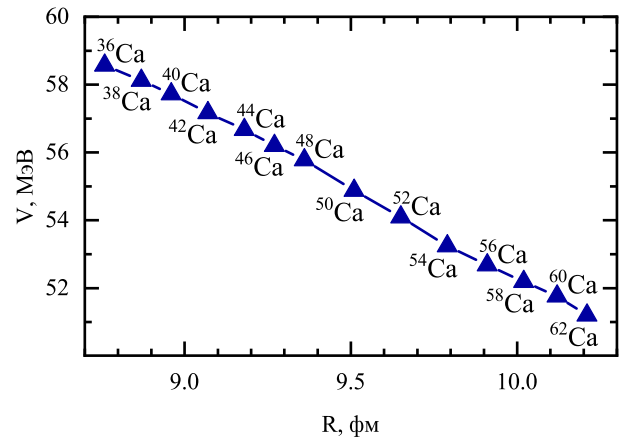


Рис. 3. Зависимость высоты кулоновского барьера от его положения для реакций $^{40}\text{Ca} + ^{36-62}\text{Ca}$, вычисленные с использованием ФПЭ SLy4B

Рассчитанное положение кулоновского барьера монотонно увеличивается с ростом нейтронного избытка (см. рис. 2, б) и составляет 8.5 и 9.9 фм для реакции $^{40}\text{Ca} + ^{36}\text{Ca}$ и $^{40}\text{Ca} + ^{62}\text{Ca}$ соответственно. Предсказанная зависимость количественно отличается от экспериментальной, основанной на ограниченном числе данных. Для реакции $^{40}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$ значения, полученные из различных измерений, варьируются в диапазоне от 7.86 до 11.29 фм [35], а для реакции $^{40}\text{Ca} + ^{44}\text{Ca}$ дают значение положения барьера с большими ошибками (около 1.66 фм).

Наши расчеты показывают, что эффект заполнения нейтронных оболочек при $N = 20, 28$ и 34 не проявляется так явно, как в случае высоты барьера. Отметим излом при прохождении через за-

мкнутую оболочку $N = 28$. По-видимому, положение кулоновского барьера не так чувствительно к оболочечной структуре. В случае ФПЭ SLy4В увеличение скоростных членов приводит к смещению положения кулоновского барьера в среднем на 0.3 фм (см. рис. 2, б).

Рассмотрим взаимосвязь между высотой и положением кулоновского барьера для реакций $^{40}\text{Ca} + ^{36-62}\text{Ca}$. На рис. 3 представлена зависимость этих характеристик, вычисленных с использованием ФПЭ SLy4В. Наблюдается линейная корреляция между указанными величинами. Отметим, что линейная корреляция сохраняется в расчетах при отсутствии спаривания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе в рамках функционала плотности энергии Скимма изучено влияние скоростных слагаемых ФПЭ на формирование ядро-ядерного потенциала и параметры кулоновского барьера для реакций с участием изотопов $^{36-62}\text{Ca}$. Ядро-ядерный потенциал вычислялся в формализме двойной свертки. Предложенный ранее функционал SLy4В продемонстрировал высокую надеж-

ность при описании свойств основного состояния изотопов $^{36-62}\text{Ca}$, включая энергию связи и толщину нейтронной «шубы». В области нейтронно-избыточных ядер функционал SLy4В показал более точное соответствие экспериментальным данным по сравнению с исходным ФПЭ SLy4. Анализ кулоновского барьера в реакциях $^{40}\text{Ca} + ^{36-62}\text{Ca}$ показал, что его высота снижается в среднем на 1.7 МэВ при увеличении скоростных членов ФПЭ.

Установлено, что с ростом нейтронного избытка в ядре-мишени высота барьера уменьшается благодаря возрастанию вклада ядерной части ядро-ядерного потенциала. Также была выявлена линейная зависимость между высотой барьера и его положением. Кроме того, обнаружено влияние оболочечных эффектов на характеристики кулоновского барьера в реакциях $^{40}\text{Ca} + ^{36-62}\text{Ca}$.

Авторы выражают признательность Н.В. Антоненко и В.В. Саргсяну за конструктивные обсуждения в процессе выполнения работы.

Исследование было поддержано в рамках научной программы Национального центра физики и математики, направление № 6 «Ядерная и радиационная физика» (этап 2023–2025).

- [1] Volkov V.V. // *Phys. Rep.* **44**. 93 (1978).
- [2] Satchler G.R., Love W.G. // *Phys. Rep.* **55**. 183 (1979).
- [3] Flerov G.N., Ter-Akopian G.N. // *Rep. Prog. Phys.* **46**. 817 (1983).
- [4] Freiesleben H., Kratz J.V. // *Phys. Rep.* **106**. 1 (1984).
- [5] Oganessian Yu.Ts., Sobiczewski A., Ter-Akopian G.M. // *Phys. Scr.* **92**. 023003 (2017).
- [6] Ackermann D. // *Prog. Part. Nucl. Phys.* **147**. 104215 (2026).
- [7] Adamian G. G., Antonenko N. V., Lenske H. et al. // *Eur. Phys. J. A.* **57**. 89 (2021).
- [8] Godbey K., Nunes F.M., Albertsson M. et al. // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **52**. 120501 (2025).
- [9] Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R.V., Ivanova S.P., Melnikova O.I. // *Int. J. Mod. Phys. E.* **5**. 191 (1996).
- [10] Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W. // *Phys. Rev. C.* **80**. 034606 (2009).
- [11] Sargsyan V.V., Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W., Zhang H.Q. // *Phys. Rev. C.* **84**. 064614 (2011).
- [12] Borzov I. N., Fayans S. A., Krömer E., Zawischa D. // *Z. Phys. A.* **355**. 117 (1996).
- [13] Fayans S.A., Tolokonnikov S.V., Trykov E.L., Zawischa D. // *Nucl. Phys. A.* **676**. 49 (2000).
- [14] Hofmann F., Lenske H. // *Phys. Rev. C.* **57**. 2281 (1998).
- [15] Tsoneva N., Lenske H. // *Phys. Rev. C.* **77**. 024321 (2008).
- [16] Adamian G.G., Antonenko N.V., Lenske H., Tolokonnikov S.V., Saperstein E.E. // *Phys. Rev. C.* (2016). **94**. 054309.
- [17] Skyrme T.H.R. // *Phil. Mag.* **1**. 1043 (1956).
- [18] Vautherin D., Brink D.M. // *Phys. Rev. C.* **5**. 626 (1971).
- [19] Dobrowolski A., Pomorski K., Bartel J. // *Nucl. Phys. A.* **729**. 713 (2003).
- [20] Liu M., Wang N., Li Z., Wu X., Zhao E. // *Nucl. Phys. A.* **768**. 80 (2006).
- [21] Kosarev M.S., Arsenyev N.N., Severyukhin A.P. // *Int. Jour. Mod. Phys. E.* **35**. 2641001 (2026).
- [22] Aljuwair H.A., Ledoux R.J., Beckerman M. et al. // *Phys. Rev. C.* **30**. 1223 (1984).
- [23] Wienholtz F., Beck D., Blaum K. et al. // *Nature.* **498**. 346 (2013).
- [24] Steppenbeck D., Takeuchi S., Aoi N. et al. // *Nature.* **502**. 207 (2013).
- [25] Tarasov O.B., Ahn D.S., Bazin D. et al. // *Phys. Rev. Lett.* **121**. 022501 (2018).
- [26] Nguyen Van Giai, Stoyanov Ch., Voronov V.V. // *Phys. Rev. C.* **57**. 1204 (1998).
- [27] Nguyen Van Giai, Sagawa H. // *Phys. Lett. B.* **106**. 379 (1981).
- [28] Chabanat E., Bonche P., Haensel P. et al. // *Nucl. Phys. A.* **635**. 231 (1998).
- [29] Severyukhin A.P., Voronov V.V., Nguyen Van Giai // *Phys. Rev. C.* **77**. 024322 (2008).
- [30] Severyukhin A.P., Åberg S., Arsenyev N.N., Nazmitdinov R.G. // *Phys. Rev. C.* **95**. 061305 (2017).
- [31] Arsenyev N.N., Severyukhin A.P., Voronov V.V., Nguyen Van Giai // *Phys. Rev. C.* **95**. 054312 (2017).
- [32] Wang M., Huang W.J., Kondev F.G. et al. // *Chin. Phys. C.* **45**. 030003 (2021).
- [33] Trzcińska A., Jastrzębski J., Lubiński P. et al. //

- [34] [Phys. Rev. Lett. **87**. 082501 \(2001\).](#)
[Tanaka M., Takechi M., Homma A. et al. // Phys. Rev. Lett. **124**. 102501 \(2020\).](#)
- [35] [Chen Y., Yao H., Li M. et al. // At. Data Nucl. Data Tables. **154**. 101587 \(2023\).](#)

Description of Coulomb Barriers in Fusion Reactions of Calcium Isotopes

M. S. Kosarev^{1,2,a}, N. N. Arsenyev^{1,b}, A. P. Severyukhin^{1,3,c}

¹*Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna 141980, Russia*

²*Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

³*Dubna State University. Dubna 141982, Russia*

E-mail: ^akosarev@theor.jinr.ru, ^barsenev@theor.jinr.ru, ^csever@theor.jinr.ru

The energy density functional (EDF) theory has been applied to the study of the influence of the velocity-dependent terms of the Skyrme EDF on the height and position of the Coulomb barrier in the fusion reactions $^{40}\text{Ca}+^{36-62}\text{Ca}$. The nucleus–nucleus interaction potentials were calculated within the double-folding formalism. It is shown that the enhancement of the velocity-dependent terms significantly improves the description of the Coulomb barrier in the studied reactions. A linear correlation between the height and position of the barrier has been examined. The influence of shell effects on the properties of the Coulomb barrier in the reactions $^{40}\text{Ca}+^{36-62}\text{Ca}$ is revealed.

PACS: 21.10.Dr, 21.60.Jz, 25.70.Jj.

Keywords: fusion reactions, energy density functional.

Received 10 December 2025.

English version: [Moscow University Physics Bulletin. 2026. **81**, No. 1. Pp. .](#)

Сведения об авторах

1. Косарев Михаил Сергеевич — стажер-исследователь; тел.: (496) 216-45-33, e-mail: kosarev@theor.jinr.ru.
2. Арсеньев Николай Николаевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (496) 216-36-65, e-mail: arsenev@theor.jinr.ru.
3. Северюхин Алексей Павлович — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (496) 216-24-11, e-mail: sever@theor.jinr.ru.