

## Волновая функция и $S$ -фактор нуклона в кварк–дикварковой модели с хромодинамическим взаимодействием

Ю. Д. Черниченко<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, кафедра «Высшая математика», лаборатория физических исследований Республика Беларусь, 246746, г. Гомель, пр. Октября, д. 48

(Поступила в редакцию 17.01.2026; после доработки 07.02.2026; подписана в печать 11.02.2026)

Получены конечно-разностная и интегральная формы релятивистских квазипотенциальных уравнений в конфигурационном представлении для волновой функции нуклона в рамках его кварк–дикварковой модели. В рамках этой модели нуклон рассматривается как двухчастичная составная система, в которой кварк имеет спин  $1/2$ , а дикварк — спин  $0$ . Найдены приближенные решения задачи рассеяния и спектральной задачи для радиальной волновой функции  $s$ -состояния нуклона в кварк–дикварковой модели с кулоновским (хромодинамическим) потенциалом. Определено условие квантования энергетических уровней нуклона, отвечающее кулоновскому хромодинамическому потенциалу. Получено выражение для релятивистского порогового ресуммирующего  $S$ -фактора нуклона и исследованы его свойства. Установлены новые закономерности поведения порогового  $S$ -фактора нуклона, обусловленные спинами и различием масс кварков, формирующих нуклон. Рассмотрение проведено в рамках релятивистского квазипотенциального подхода, основанного на ковариантной гамильтоновой формулировке квантовой теории поля, путем перехода от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению для случая составной системы двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс.

PACS: 11.55.Nx, 13.60.Nb, 11.55.Fv, 13.85.Lg, 13.85.Qk УДК: 539.1

Ключевые слова: релятивистский квазипотенциальный подход, релятивистское конфигурационное представление, квантовая хромодинамика, кулоновский хромодинамический потенциал, кварк–дикварковая модель нуклона, кулоновская волновая функция нуклона, релятивистский пороговый ресуммирующий  $S$ -фактор нуклона.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.81.2620202](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.81.2620202)

### ВВЕДЕНИЕ

Исследование влияния спинов и различия масс кварков на свойства физических характеристик релятивистских связанных систем, например пороговых ресуммирующих факторов, является и в настоящее время актуальным. В частности, исследованию влияния спинов и различия масс кварков на свойства пороговых ресуммирующих  $S$ -факторов для псевдоскалярных, векторных и псевдовекторных мезонов были посвящены работы [1, 2]. В этих работах были установлены новые закономерности и эффекты поведения пороговых ресуммирующих  $S$ -факторов для псевдоскалярных, векторных и псевдовекторных мезонов, обусловленные спинами и различием масс кварков, образующих мезоны. Очевидно, что поведение порогового ресуммирующего  $S$ -фактора нуклона также должно зависеть от спинов и различий масс кварков, образующих нуклон.

Настоящая работа посвящена нахождению приближенных аналитических решений релятивистских квазипотенциальных (РКП) уравнений для радиальной волновой функции  $s$ -состояния нуклона

в рамках его кварк–дикварковой модели. В рамках этой модели нуклон рассматривается как связанная система кварка и дикварка, взаимодействие между которыми осуществляется посредством кулоновского (хромодинамического) потенциала:

$$V(r) = -\frac{\alpha_s}{r}, \alpha_s > 0. \quad (1)$$

В рамках этой же кварк–дикварковой модели с кулоновским хромодинамическим потенциалом (1) будет получено выражение для релятивистского порогового ресуммирующего  $S$ -фактора и исследованы его свойства. В нашем исследовании мы ограничимся кварк–дикварковой моделью нуклона, в которой кварк имеет спин  $1/2$ , а дикварк — спин  $0$ . Нахождение аналитических решений РКП-уравнений для волновых функций и порогового ресуммирующего  $S$ -фактора нуклона в рамках его кварк–дикварковой модели, в которой кварк имеет спин  $1/2$ , а дикварк — спин  $1$ , планируется рассмотреть в одной из следующих работ.

Отметим, что кварк–дикварковая модель нуклона имела достаточно успешное применение для описания структурных функций нуклона (см., например, работы [3–8]).

Рассмотрение проводится в рамках РКП-подхода Логунова–Тавхелидзе [9], построенного на основе ковариантной одновременной формулировки

\* E-mail: [chern@gstu.by](mailto:chern@gstu.by)

проблемы двух тел в квантовой теории поля. Мы будем использовать вариант ковариантного РКП-подхода [10, 11], который не связан с формализмом Бете–Солпитера и ковариантным формализмом Фейнмана–Дайсона, а использует гамильтонову формулировку квантовой теории поля [12–14]. Используемый РКП-подход непосредственно связан с возможностью представить полную энергию двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс  $m_1, m_2$  в с.ц.и. в виде выражения, пропорционального энергии одной эффективной релятивистской частицы массы  $m' = \sqrt{m_1 m_2}$ . При этом РКП-подход, разработанный в [10, 11], позволяет перейти от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению ( $\mathbf{r}$ -представление), введенному в [15] для случая взаимодействия двух релятивистских частиц равных масс  $m$ . Для случая составной системы двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс  $m_1, m_2$ , который мы здесь рассматриваем, переход от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к трехмерному  $\mathbf{r}$ -представлению был разработан в работах [16, 17]. Два варианта ковариантных РКП-подходов Логунова–Тавхелидзе [9] и Ка-

дышевского [10, 11] являются одними из эффективных ковариантных методов описания связанной системы двух релятивистских частиц и они нашли широкое применение для описания свойств атомов, адронов и ядер как связанных состояний (см., например, работы [18–29]).

## 1. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ НУКЛОНА В СОСТАВНОЙ КВАРК–ДИКВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

В рамках кварк–дикварковой модели нуклон имеет массу  $m_1$ , 4-импульс  $p_1(k_1)$  и спин  $\sigma_1 = \sigma'_1 = \pm 1/2$ , а бесспиновый дикварк с массой  $m_2$ , 4-импульсом  $p_2(k_2)$  имеет спин  $\sigma_2 = \sigma'_2 = 0$ . С помощью правил шпурионной диаграммной техники [10, 12–14, 17] уравнение для вершинной функции нуклона с 4-импульсом  $Q$ , вектором 4-скорости  $\lambda_Q = (\lambda_Q^0; \lambda_Q) = Q/\sqrt{Q^2} = \lambda_K = K/\sqrt{K^2}$ ,  $Q^2 = (q_1 + q_2)^2 = s_q = M_Q^2$ ,  $K^2 = (k_1 + k_2)^2$ , спином  $s_N = 1/2$  и его проекцией  $\tau_N = \pm 1/2$  после разложения по спиновым состояниям кварка и бесспинового дикварка и суммирования по  $\sigma'_1 = \pm 1/2$  запишется в виде

$$\Gamma_{\alpha\beta}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q; Q) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\tau_K dk_1 dk_2}{4k_{10}k_{20}} V_{\alpha\gamma}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K; Q^2) \times (\hat{k}_1 + m_1)^{\gamma\delta} \frac{\Gamma_{\delta\beta}(k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K; Q)}{\tau_K - i\varepsilon} \delta^{(4)}(-Q + k_1 + k_2 - \lambda_Q \tau_K), \quad (2)$$

где  $\alpha, \dots, \delta$  — спинорные индексы;  $\hat{k}_1 = k_1^\mu \gamma_\mu$ ,  $\gamma_\mu$  — матрицы Дирака ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ), квазипотенциал  $V_{\alpha\gamma}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K; Q^2)$ , отвечающий в первом приближении одноглюонному обмену КХД, для случая бесспинового дикварка имеет вид (см., например, работу [6])

$$V_{\alpha\gamma}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K; Q^2) = -(\gamma^\sigma)_{\alpha\gamma} (k_2 + p_2)_\sigma \times V(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K; Q^2), \quad (3)$$

где  $V(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K; Q^2)$  — скалярная локальная часть квазипотенциала, а следовательно, вершинная функция представится в виде

$$\Gamma_{\alpha\beta}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q; Q) = \delta_{\alpha\beta} \Gamma_Q(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q), \quad (4)$$

где  $\Gamma_Q(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q)$  — скалярная часть вершинной функции, причем все 4-импульсы  $k_i$ ,  $i = 1, 2$  (или  $p_i, q_i$ ) принадлежат верхним полам массовых гиперболоидов<sup>1</sup>:

$$k_i^2 = k_{i0}^2 - \mathbf{k}_i^2 = m_i^2, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

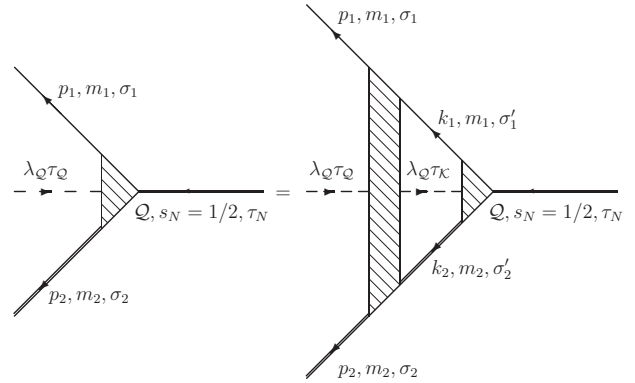


Рис. 1. Графическое уравнение для вершинной функции кварк–дикварковой составной системы, соответствующее правилам шпурионной диаграммной техники

Уравнению (2) отвечает его графический аналог на рис. 1, на котором сплошные линии соответствуют нуклону и его составляющим: кварку с 4-импульсами  $p_1, k_1$  и бесспиновому дикварку с 4-импульсами  $p_2, k_2$ ; штриховые линии отвечают квазичастицам-шпурионам, а блок диаграмм, обозначенный на рис. 1 трапецией, а в уравнении (2) — через  $V_{\alpha\gamma}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K; Q^2)$ , рассматривается как квазипотенциал, которому соответствует сумма неприводимых в смысле одношпурионных

<sup>1</sup> Здесь и всюду мы используем систему единиц, в которой положено:  $\hbar = c = 1$ .

и двухчастичных рассечений диаграмм.

В данном подходе скалярная часть вершинной функции  $\Gamma_{\mathcal{Q}}(p_1, p_2; \lambda_{\mathcal{Q}}\tau_{\mathcal{Q}})$  представляет собой четырехвостку, у которой два внешних импульса коллинеарны в силу выбора вектора 4-скорости составной частицы  $\lambda_{\mathcal{Q}} = \mathcal{Q}/M_{\mathcal{Q}}$ . Значит, как и для составной системы двух спиновых частиц, которые находятся в состоянии движения с относительным орбитальным моментом  $J$ , скалярная часть вершинной функции  $\Gamma_{\mathcal{Q}}(p_1, p_2; \lambda_{\mathcal{Q}}\tau_{\mathcal{Q}})$  будет зависеть только от одного скалярного лоренц-инвариантного параметра, в качестве которого выберем  $\mathcal{Q}p_2$  и введем, как обычно, следующие обозначения (подробности см., например, в работе [1]):

$$\Gamma_{\mathcal{Q}}(p_1, p_2; \lambda_{\mathcal{Q}}\tau_{\mathcal{Q}}) = \Gamma_{M_{\mathcal{Q}}}(\mathcal{Q}p_2),$$

$$V(p_1, p_2; \lambda_{\mathcal{Q}}\tau_{\mathcal{Q}}|k_1, k_2; \lambda_{\mathcal{Q}}\tau_{\mathcal{K}}; \mathcal{Q}^2) = V(\mathcal{Q}p_2, \mathcal{Q}k_2; M_{\mathcal{Q}}).$$

Тогда уравнение (2) с учетом выражений (3)–(5)

$$\begin{aligned} \Gamma_{M_{\mathcal{Q}}}(\Delta_{p_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}) &= \frac{1}{16(2\pi)^3} \int \frac{d\Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}}{\Delta_{k_1, m_1 \lambda_{\mathcal{Q}}}^0 \Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}^0} V(\Delta_{p_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}, \Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}; M_{\mathcal{Q}}) \times \\ &\times \text{Sp} \left[ (\hat{\Delta}_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}} + \hat{\Delta}_{p_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}})(\hat{\Delta}_{k_1, m_1 \lambda_{\mathcal{Q}}} + m_1) \right] \frac{\Gamma_{M_{\mathcal{Q}}}(\Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}})}{M_{\mathcal{Q}} - \sqrt{s_{\Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}}} + i\varepsilon}, \end{aligned} \quad (7)$$

где были введены обозначения

$$\begin{aligned} \Gamma_{M_{\mathcal{Q}}}(\mathcal{Q}p_2) &= \Gamma_{M_{\mathcal{Q}}}(\Delta_{p_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}), \quad V(\mathcal{Q}p_2, \mathcal{Q}k_2; M_{\mathcal{Q}}) = V(\Delta_{p_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}, \Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}; M_{\mathcal{Q}}), \\ \Delta_{k_1, m_1 \lambda_{\mathcal{Q}}} &= -\Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}, \quad \Delta_{k_1, m_1 \lambda_{\mathcal{Q}}}^0 = \sqrt{m_1^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}^2}, \quad \Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}^0 = \sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}^2}, \end{aligned}$$

причем  $\Delta_{k_i, m_i \lambda_{\mathcal{Q}}}$  и  $\Delta_{k_i, m_i \lambda_{\mathcal{Q}}}^0$  ( $i = 1, 2$ ) — пространственная и временная компоненты 4-вектора  $\Lambda_{\lambda_{\mathcal{Q}}}^{-1} k_i = \Delta_{k_i, m_i \lambda_{\mathcal{Q}}}$  из пространства Лобачевского, моделями которого служат поверхности массовых гиперболоидов (5), а группа Лоренца является их группой движения, т.е.

$$\begin{aligned} \Lambda_{\lambda_{\mathcal{Q}}}^{-1} \mathbf{k}_i &= \Delta_{k_i, m_i \lambda_{\mathcal{Q}}} = \mathbf{k}_i(-)m_i \lambda_{\mathcal{Q}} = \mathbf{k}_i - \lambda_{\mathcal{Q}} \left( k_{i0} - \frac{\mathbf{k}_i \cdot \lambda_{\mathcal{Q}}}{1 + \lambda_{\mathcal{Q}}^0} \right), \\ (\Lambda_{\lambda_{\mathcal{Q}}}^{-1} k_i)^0 &= \Delta_{k_i, m_i \lambda_{\mathcal{Q}}}^0 = k_{i0} \lambda_{\mathcal{Q}}^0 - \mathbf{k}_i \cdot \lambda_{\mathcal{Q}} = \sqrt{m_i^2 + \Delta_{k_i, m_i \lambda_{\mathcal{Q}}}^2}, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (8)$$

Также было учтено, что  $\mathcal{Q}p_2$  — лоренцевый скаляр ( $\mathcal{Q}p_2 = \Lambda_{\lambda_{\mathcal{Q}}}^{-1}(\mathcal{Q}p_2) = M_{\mathcal{Q}} \Delta_{p_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}^0$ ), полная энергия двух свободных релятивистских частиц  $\sqrt{s_k} = \sqrt{(k_1 + k_2)^2}$  является инвариантом при преобразованиях Лоренца (8):

$$\begin{aligned} \sqrt{s_k} &= \Lambda_{\lambda_{\mathcal{Q}}}^{-1} \sqrt{s_k} = \sqrt{s_{\Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}}} = \\ &= \sqrt{m_1^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}^2} + \sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}^2}, \end{aligned}$$

а выражение для шпура после преобразований Лоренца (8) принимает вид

$$\begin{aligned} \text{Sp} \left[ (\hat{\Delta}_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}} + \hat{\Delta}_{p_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}})(\hat{\Delta}_{k_1, m_1 \lambda_{\mathcal{Q}}} + m_1) \right] &= \\ &= 4(\Delta_{k_1, m_1 \lambda_{\mathcal{Q}}} \Delta_{k_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}} + \Delta_{k_1, m_1 \lambda_{\mathcal{Q}}} \Delta_{p_2, m_2 \lambda_{\mathcal{Q}}}). \end{aligned} \quad (9)$$

Напомним, что рассматриваемый здесь РКП-подход [10, 11] для случая взаимодействия двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс  $m_1$

принимает вид

$$\begin{aligned} \Gamma_{M_{\mathcal{Q}}}(\mathcal{Q}p_2) &= -\frac{1}{16(2\pi)^3} \int \frac{d\tau_{\mathcal{K}} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2}{\sqrt{m_1^2 + \mathbf{k}_1^2} \sqrt{m_2^2 + \mathbf{k}_2^2}} \times \\ &\times V(\mathcal{Q}p_2, \mathcal{Q}k_2; M_{\mathcal{Q}}) \text{Sp} \left[ (\hat{k}_2 + \hat{p}_2)(\hat{k}_1 + m_1) \right] \times \\ &\times \frac{\Gamma_{M_{\mathcal{Q}}}(\mathcal{Q}k_2)}{\tau_{\mathcal{K}} - i\varepsilon} \delta^{(4)}(-\mathcal{Q} + k_1 + k_2 - \lambda_{\mathcal{Q}}\tau_{\mathcal{K}}). \end{aligned} \quad (6)$$

Далее, в уравнении (6) необходимо выполнить интегрирование по  $\mathbf{k}_1, \tau_{\mathcal{K}}$ . Для этого в интегралах по  $\mathbf{k}_i$  ( $i = 1, 2$ ), как и в спиновом случае [1], выполним чистое преобразование Лоренца («буст»)  $\Lambda_{\lambda_{\mathcal{Q}}}^{-1}$ , соответствующее 4-скорости составной частицы  $\lambda_{\mathcal{Q}}$ , и воспользуемся инвариантностью  $\delta^{(4)}$ -функции в (6) относительно чистого преобразования Лоренца. В результате уравнение (6) преобразуется к виду

и  $m_2$  позволяет ввести концепцию эффективной релятивистской частицы [16, 17], которая выступает в качестве двухчастичной связанной системы, имеет массу  $m' = \sqrt{m_1 m_2}$ , относительный 3-импульс  $\Delta_{k', m' \lambda_{\mathcal{Q}}}$  и несет полную энергию двух свободных релятивистских частиц произвольных масс  $\sqrt{s_k}$ , пропорциональную энергии  $\Delta_{k', m' \lambda_{\mathcal{Q}}}^0$  одной эффективной релятивистской частицы массы  $m'$ :

$$\begin{aligned} \sqrt{s_k} &= \sqrt{(k_1 + k_2)^2} = 2g' \Delta_{k', m' \lambda_{\mathcal{Q}}}^0, \\ \Delta_{k', m' \lambda_{\mathcal{Q}}}^0 &= \sqrt{m'^2 + \Delta_{k', m' \lambda_{\mathcal{Q}}}^2}, \end{aligned} \quad (10)$$

где фактор  $g'$ , зависящий от отношения масс кварка и дикварка, определяется выражением

$$g' = \frac{m'}{2\mu} = \frac{m_1 + m_2}{2\sqrt{m_1 m_2}} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} + \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \right), \quad (11)$$

в котором  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  — приведенная масса двух частиц произвольных масс.

Для перехода от двухчастичной задачи к одночастичной в уравнении (7) выполним замену переменных вида (подробности можно найти в работах [1, 30, 31])

$$\Delta_{k',m'\lambda_Q} = \frac{\Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}}{|\Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}|} \left[ \Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}^2 - \left( \frac{m_1 \sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}^2} - m_2 \sqrt{m_1^2 + \Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}^2}}{m_1 + m_2} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (12)$$

из которого следует обратное преобразование

$$\Delta_{k_2,m_2\lambda_Q} = g' \Delta_{k',m'\lambda_Q} \sqrt{\frac{4\mu^2 + \Delta_{k',m'\lambda_Q}^2}{m'^2 + \Delta_{k',m'\lambda_Q}^2}}, \quad (13)$$

и соотношения

$$\begin{aligned} \sqrt{m_1^2 + \Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}^2} &= g' f_+^{-1}(\Delta_{k',m'\lambda_Q}), & \sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}^2} &= g' f_-^{-1}(\Delta_{k',m'\lambda_Q}) \\ m_1 &= m' (g' + \sqrt{g'^2 - 1}), & m_2 &= m' (g' - \sqrt{g'^2 - 1}) \text{ при } m_1 > m_2; \\ \sqrt{m_1^2 + \Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}^2} &= g' f_-^{-1}(\Delta_{k',m'\lambda_Q}), & \sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}^2} &= g' f_+^{-1}(\Delta_{k',m'\lambda_Q}), \\ m_1 &= m' (g' - \sqrt{g'^2 - 1}), & m_2 &= m' (g' + \sqrt{g'^2 - 1}) \text{ при } m_1 < m_2; \\ \frac{d\Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}}{\sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}^2} \sqrt{m_1^2 + \Delta_{k_2,m_2\lambda_Q}^2}} &= g' \frac{d\Delta_{k',m'\lambda_Q}}{\sqrt{m'^2 + \Delta_{k',m'\lambda_Q}^2}} f(\Delta_{k',m'\lambda_Q}), \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$f_{\pm}(\Delta_{k',m'\lambda_Q}) = \frac{\sqrt{m'^2 + \Delta_{k',m'\lambda_Q}^2}}{m'^2 + \Delta_{k',m'\lambda_Q}^2 \pm m' \sqrt{m'^2 - 4\mu^2}}, \quad f(\Delta_{k',m'\lambda_Q}) = \frac{\sqrt{4\mu^2 + \Delta_{k',m'\lambda_Q}^2}}{m'^2 + \Delta_{k',m'\lambda_Q}^2}. \quad (15)$$

Тогда, выполнив в уравнении (7) замену переменных вида (12), (13) и учитывая соотношения (9), (10), (14) и (15), полностью ковариантное РКП-уравнение в пространстве импульсов для волновой РКП-функции  $\Psi_{M_Q}(\Delta_{p',m'\lambda_Q})$  запишется в виде

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2m'} (2\Delta_{q',m'\lambda_Q}^0 - 2\Delta_{p',m'\lambda_Q}^0) \Psi_{M_Q}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{k',m'\lambda_Q}} \tilde{V}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) \hat{A}_{sd}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}) \Psi_{M_Q}(\Delta_{k',m'\lambda_Q}), \end{aligned} \quad (16)$$

где волновая РКП-функция в пространстве импульсов для кварк-дикварковой системы определена как в спиновом, так и в бесспиновом случаях [1, 30, 31] выражением

$$\Psi_{M_Q}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}) = \frac{f(\Delta_{p',m'\lambda_Q}) \Gamma_{M_Q}(\Delta_{p',m'\lambda_Q})}{2^{3/2} \sqrt{m'} (2\Delta_{q',m'\lambda_Q}^0 - 2\Delta_{p',m'\lambda_Q}^0 + i\varepsilon)}$$

и введены обозначения

$$\begin{aligned} \tilde{V}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) &= f(\Delta_{p',m'\lambda_Q}) V(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0), \\ \hat{A}_{sd}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}) &= \frac{1}{4} \left[ g'^2 \left( \frac{\Delta_{k',m'\lambda_Q}^0}{m'} \right)^2 - g'^2 + \frac{1}{2} \right] - \\ &- \frac{1}{8} g'^2 \frac{(\Delta_{p',m'\lambda_Q}(-) \Delta_{k',m'\lambda_Q})^0}{m'} + \frac{1}{4} g'^2 \frac{\Delta_{p',m'\lambda_Q}^0 \Delta_{k',m'\lambda_Q}^0}{m'^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

Величина  $(\Delta_{p',m'\lambda_Q}(-) \Delta_{k',m'\lambda_Q})^0$  в (17) в соответствии с преобразованиями Лоренца (8) есть временная компонента 4-вектора передачи импульса в пространстве Лобачевского:

$$(\Delta_{p',m'\lambda_Q}(-) \Delta_{k',m'\lambda_Q})^0 = \frac{\Delta_{p',m'\lambda_Q} \Delta_{k',m'\lambda_Q}}{m'},$$

а релятивистский трехмерный элемент объема в пространстве Лобачевского определяется выражением

$$d\Omega_{\Delta_{k',m'\lambda_Q}} = \frac{m' d\Delta_{k',m'\lambda_Q}}{\Delta_{k',m'\lambda_Q}^0}, \quad (18)$$

причем теперь все 4-импульсы принадлежат верхней полé массового гиперboloида

$$\Delta_{k',m'\lambda_Q}^{02} - \Delta_{k',m'\lambda_Q}^2 = m'^2,$$

которая погружена в 4-мерное импульсное пространство и служит моделью этого релятивистского неевклидова пространства импульсов, а группа Лоренца на этой поверхности является его группой движения, осуществляющей трансляцию в этом пространстве импульсов. Роль плоских волн, соответствующих этим трансляциям в пространстве Лобачевского, выполняют функции Шапиро [32, 33]:

$$\xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) = \left( \frac{\Delta_{p',m'\lambda_Q}^0 - \Delta_{p',m'\lambda_Q} \cdot \mathbf{n}}{m'} \right)^{-1-ir/\lambda'}, \quad (19)$$

где  $\lambda' = 1/m'$  — комптоновская длина волны эффективной релятивистской частицы массы  $m'$ , а модуль радиуса-вектора  $\mathbf{r}$  ( $\mathbf{r} = r\mathbf{n}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ) является релятивистским инвариантом. Эти функции соответствуют главной серии унитарных неприводимых представлений группы Лоренца и в нерелятивистском пределе ( $|\Delta_{p',m'\lambda_Q}| \ll 1/\lambda'$ ,  $r \gg \lambda'$ )  $\xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \rightarrow \exp(i\Delta_{p',m'\lambda_Q} \cdot \mathbf{r})$ . Кроме того, функции (19) удовлетворяют условиям полноты и ортогональности

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}} \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \xi^*(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}') &= \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}), \\ \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{r} \xi(\Delta_{q',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \xi^*(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) &= \frac{\Delta_{q',m'\lambda_Q}^0}{m'} \delta(\Delta_{p',m'\lambda_Q} - \Delta_{q',m'\lambda_Q}) \end{aligned} \quad (20)$$

и уравнению в терминах конечных разностей

$$\left( \hat{H}_0 - 2\Delta_{p',m'\lambda_Q}^0 \right) \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) = 0. \quad (21)$$

Здесь

$$\hat{H}_0 = 2m' \left[ \text{ch} \left( i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{i\lambda'}{r} \text{sh} \left( i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{\lambda'^2}{2r^2} \Delta_{\theta,\varphi} \exp \left( i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) \right] \quad (22)$$

— оператор свободного гамильтониана, являющийся конечно-разностным оператором, построенным из операторов сдвига  $\exp(\pm i\lambda' \partial / \partial r)$ , в то время как  $\Delta_{\theta,\varphi}$  — его угловая часть.

Переход в  $\mathbf{r}$ -представление осуществляется с помощью преобразований Шапиро [32, 33]:

$$\begin{aligned} \psi_{M_Q}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}} \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \Psi_{M_Q}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}), \\ \Psi_{M_Q}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}) &= \int d\mathbf{r} \xi^*(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \psi_{M_Q}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (23)$$

Для случая локального квазипотенциала

$$\tilde{V}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) \equiv \tilde{V}((\Delta_{p',m'\lambda_Q}(-)\Delta_{k',m'\lambda_Q})^2; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) \quad (24)$$

квадрат вектора передачи импульса в пространстве Лобачевского  $\Delta_{p',k'} = \mathbf{p}'(-)\mathbf{k}'$  является лоренцевым инвариантом, что, согласно (8), позволяет представить его в виде

$$\Delta_{p',k'}^2 = (\mathbf{p}'(-)\mathbf{k}')^2 = (\Delta_{p',m'\lambda_Q}(-)\Delta_{k',m'\lambda_Q})^2 = \Delta_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}}^2.$$

Следовательно, квазипотенциал (24) в пространстве Лобачевского зависит от квадрата разности двух ковариантно определенных векторов импульса частиц. С таким квазипотенциалом правая часть уравнения (16) с учетом выражения (17) представляет собой свертку в пространстве Лобачевского, что позволяет применить к нему преобразования Шапиро (23). Тогда, применяя к уравнению (16) преобразования Шапиро (23) и используя теорему сложения для релятивистских плоских волн (19),

$$\int d\omega_n \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}(-)\Delta_{k',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) = \int d\omega_n \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \xi^*(\Delta_{k',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}), \quad (25)$$

условие полноты в (20), уравнение (21), а также учитывая эрмитовость оператора свободного гамильтониана (22), получим конечно-разностную форму РКП-уравнения в  $\mathbf{r}$ -представлении для волновой РКП-функции кварк–дикварковой связанной системы:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2m'}(2\Delta_{q',m'\lambda_Q}^0 - \hat{H}_0)\psi_{M_Q}(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) \frac{1}{4} \left[ g'^2 \left( \frac{\hat{H}_0}{2m'} \right)^2 - g'^2 + \frac{1}{2} \right] \psi_{M_Q}(\mathbf{r}) - \\ - \frac{1}{8}g'^2 \left[ \frac{\hat{H}_0}{2m'} V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) \right] \psi_{M_Q}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4}g'^2 \frac{\hat{H}_0}{2m'} \left[ V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) \frac{\hat{H}_0}{2m'} \psi_{M_Q}(\mathbf{r}) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь оператор  $\hat{H}_0$  определен в (22), а потенциал  $V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0)$ , являясь локальным в смысле геометрии Лобачевского, дается в терминах тех же релятивистских плоских волн:

$$V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}} \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \tilde{V}((\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q})^2; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0).$$

При том же условии локальности квазипотенциала применение к уравнению (16) преобразований Шапиро (23) и использование теоремы сложения (25) для релятивистских плоских волн (19) приводит к интегральной форме РКП-уравнения в  $\mathbf{r}$ -представлении для волновой РКП-функции кварк–дикварковой связанной системы:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}} \frac{(\Delta_{q',m'\lambda_Q}^0 - \Delta_{p',m'\lambda_Q}^0)}{m'} \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \int d\mathbf{r}' \xi^*(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}') \psi_{M_Q}(\mathbf{r}') = \\ = V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}} \frac{1}{4} \left[ g'^2 \left( \frac{\Delta_{p',m'\lambda_Q}^0}{m'} \right)^2 - g'^2 + \frac{1}{2} \right] \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \times \\ \times \int d\mathbf{r}' \xi^*(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}') \psi_{M_Q}(\mathbf{r}') - \frac{1}{8}g'^2 \left[ \frac{\hat{H}_0}{2m'} V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) \right] \psi_{M_Q}(\mathbf{r}) + \\ + \frac{1}{4}g'^2 \frac{\hat{H}_0}{2m'} \left[ V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}} \frac{\Delta_{p',m'\lambda_Q}^0}{m'} \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \int d\mathbf{r}' \xi^*(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}') \psi_{M_Q}(\mathbf{r}') \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

Далее, считая потенциал сферически симметричным и используя разложение волновой РКП-функции  $\psi_{M_Q}(\mathbf{r})$  по функциям Лежандра первого рода  $P_\mu^\nu(z)$ ,

$$\psi_{M_Q}(\mathbf{r}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) i^\ell \frac{\varphi_\ell(r, \chi')}{r} P_\ell \left( \frac{\Delta_{q',m'\lambda_Q} \cdot \mathbf{r}}{|\Delta_{q',m'\lambda_Q}|r} \right),$$

выполним в (26) и (27) выкладки в полной аналогии с выводом в [1, 34–36] конечно-разностной и интегральной форм уравнения для радиальной волновой РКП-функции связанной системы двух спиновых или бесспиновых кварков произвольных масс с относительным орбитальным моментом  $\ell$ . В результате получим конечно-разностную и интегральную формы РКП-уравнения в  $\mathbf{r}$ -представлении для радиальной волновой РКП-функции кварк–дикварковой связанной системы с относительным орбитальным моментом  $\ell$  в виде

$$\begin{aligned} (\text{ch } \chi' - \hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}}) \varphi_\ell(\rho, \chi') = V(\rho; \chi') \frac{1}{4} \left[ g'^2 \left( \hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} \right)^2 - g'^2 + \frac{1}{2} \right] \varphi_\ell(\rho, \chi') - \\ - \frac{1}{8\rho} g'^2 \left[ \hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} \rho V(\rho; \chi') \right] \varphi_\ell(\rho, \chi') + \frac{1}{4} g'^2 \hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} \left[ V(\rho; \chi') \hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} \varphi_\ell(\rho, \chi') \right], \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\chi (\text{sh } \chi)^{2\ell+2} (\text{ch } \chi' - \text{ch } \chi) \frac{(-1)^{\ell+1}}{\rho^{(\ell+1)}} \left[ \left( \frac{d}{d \text{ch } \chi} \right)^\ell \frac{\sin \rho \chi}{\text{sh } \chi} \right] \left( \frac{d}{d \text{ch } \chi} \right)^\ell \frac{1}{\text{sh } \chi} \int_0^\infty d\rho' \frac{\rho' \sin(\rho' \chi)}{(-\rho')^{(\ell+1)}} \varphi_\ell(\rho', \chi') = \\
 & = V(\rho; \chi') \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\chi (\text{sh } \chi)^{2\ell+2} \frac{1}{4} \left[ g'^2 \text{ch}^2 \chi - g'^2 + \frac{1}{2} \right] \frac{(-1)^{\ell+1}}{\rho^{(\ell+1)}} \left[ \left( \frac{d}{d \text{ch } \chi} \right)^\ell \frac{\sin \rho \chi}{\text{sh } \chi} \right] \times \\
 & \times \left( \frac{d}{d \text{ch } \chi} \right)^\ell \frac{1}{\text{sh } \chi} \int_0^\infty d\rho' \frac{\rho' \sin(\rho' \chi)}{(-\rho')^{(\ell+1)}} \varphi_\ell(\rho', \chi') - \frac{1}{8\rho^2} g'^2 \left[ \hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} \rho V(\rho; \chi') \right] \varphi_\ell(\rho, \chi') + \\
 & + \frac{1}{4\rho} g'^2 \hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} \left\{ \rho V(\rho; \chi') \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\chi (\text{sh } \chi)^{2\ell+2} \text{ch } \chi \frac{(-1)^{\ell+1}}{\rho^{(\ell+1)}} \left[ \left( \frac{d}{d \text{ch } \chi} \right)^\ell \frac{\sin \rho \chi}{\text{sh } \chi} \right] \times \right. \\
 & \left. \times \left( \frac{d}{d \text{ch } \chi} \right)^\ell \frac{1}{\text{sh } \chi} \int_0^\infty d\rho' \frac{\rho' \sin(\rho' \chi)}{(-\rho')^{(\ell+1)}} \varphi_\ell(\rho', \chi') \right\}, \quad (29)
 \end{aligned}$$

где

$$\hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} = \text{ch} \left( i \frac{d}{d\rho} \right) + \frac{\ell(\ell+1)}{2\rho(\rho+i)} \exp \left( i \frac{d}{d\rho} \right)$$

— радиальная часть оператора свободного гамильтониана (22),  $\rho = r/\lambda'$ ,  $\chi'$  — быстрота, которая параметризует импульс и энергию:

$$\Delta_{q',m'\lambda_Q} = m' \text{sh } \chi' \mathbf{n}_{\Delta_{q',m'\lambda_Q}}, |\mathbf{n}_{\Delta_{q',m'\lambda_Q}}| = 1, \sqrt{s} = M_Q = 2g' \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0, \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0 = m' \text{ch } \chi', \quad (30)$$

а функция  $(-\rho)^{(\ell)} = i^\ell \Gamma(\ell + i\rho) / \Gamma(i\rho)$  называется обобщенной степенью [15], где  $\Gamma(z)$  — гамма-функция.

## 2. РАДИАЛЬНАЯ ВОЛНОВАЯ РКП-ФУНКЦИЯ $s$ -СОСТОЯНИЯ НУКЛОНА В СОСТАВНОЙ КВАРК–ДИКВАРКОВОЙ МОДЕЛИ С ХРОМОДИНАМИЧЕСКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Радиальная волновая РКП-функция  $s$ -состояния ( $\ell = 0$ ) кварк–дикварковой связанной системы с кулоновским (хромодинамическим) потенциалом (1), не содержащая  $i$ -периодических констант, может быть найдена как решение интегрального уравнения (29), которое при относительном орбитальном моменте  $\ell = 0$  и с потенциалом (1) принимает вид

$$\begin{aligned}
 & \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\chi (\text{ch } \chi' - \text{ch } \chi) \sin \rho \chi \int_0^\infty d\rho' \sin(\rho' \chi) \varphi_0(\rho', \chi') = \\
 & = -\frac{2\tilde{\alpha}'_s}{\pi} \int_0^\infty d\chi \frac{1}{4} \left[ g'^2 \text{ch}^2 \chi - g'^2 + \frac{1}{2} \right] \frac{\sin \rho \chi}{\rho} \int_0^\infty d\rho' \sin(\rho' \chi) \varphi_0(\rho', \chi') + \frac{\tilde{\alpha}'_s}{8\rho} g'^2 \varphi_0(\rho, \chi') - \\
 & - \frac{\tilde{\alpha}'_s}{4} g'^2 \hat{H}_{0,\ell=0}^{\text{rad}} \left[ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\chi \text{ch } \chi \frac{\sin \rho \chi}{\rho} \int_0^\infty d\rho' \sin(\rho' \chi) \varphi_0(\rho', \chi') \right], \quad \tilde{\alpha}'_s = \alpha_s m'. \quad (31)
 \end{aligned}$$

Подчеркнем, что кулоновскому потенциалу (1) в импульсном пространстве Лобачевского соответствует его образ

$$\tilde{V}(\chi_\Delta) \sim \frac{1}{\chi_\Delta \text{sh } \chi_\Delta},$$

где квадрат переданного 4-импульса  $t$  связан с быстротой  $\chi_\Delta$  соотношением

$$t = (\mathcal{P} - \mathcal{Q})^2 = -Q^2 = 2M^2 (1 - \text{ch } \chi_\Delta). \quad (32)$$

При больших  $-t = Q^2$  в соответствии с выражением (32) быстрота  $\chi_\Delta \approx \ln(Q/M)^2$  и, следовательно, потенциал  $\tilde{V}(\chi_\Delta)$  ведут себя как  $[(Q/M)^2 \ln(Q/M)^2]^{-1}$ , что воспроизводит главное поведение потенциала в КХД, который в лидирующем порядке пропорционален  $\bar{\alpha}_s(Q^2)/Q^2$ , где  $\bar{\alpha}_s(Q^2)$  — инвариантный заряд. Такое КХД-подобное поведение кулоновского (хромодинамического) потенциала (1) в РКП-подходе впервые было отмечено в работе [37], причем в случае  $\gamma_\mu \otimes \gamma^\mu$  он яв-

ляется определяющим [38, 39], а возможность его использования как образа кулоновской части фейнмановского матричного элемента (квазипотенциала), содержащего все спиновые эффекты, была детально рассмотрена в работах [40, 41].

Решение уравнения (31) будем искать в виде контурного интеграла

$$\varphi_0(\rho, \chi) = \int_{\alpha_-}^{\alpha_+} d\zeta e^{i\rho\zeta} R_0(\zeta, \chi), \quad (33)$$

где интегрирование выполняется в комплексной  $\zeta$ -плоскости вдоль контура с конечными точками  $\alpha_{\pm} = -R \pm i\varepsilon$ ,  $R \rightarrow +\infty$ ,  $\varepsilon \rightarrow +0$  (см. рис. 2), т.е. подобно тому как это делалось в работах [1, 34–36].

Напомним, что значения  $\zeta = \pm\chi + 2\pi ni$ , ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) являются точками ветвления функции  $R_0(\zeta, \chi)$  (см. рис. 2). Контур интегрирования в представлении (33) не должен пересекать разрезы, которые проводятся от  $-\infty + 2\pi ni$  до  $\pm\chi + 2\pi ni$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . В случае когда взаимодействие выключено,  $\alpha_s \rightarrow 0$ , решение  $\varphi_0(\rho, \chi')$  должно воспроизводить известную свободную волновую функцию

$$\lim_{\alpha_s \rightarrow 0} \varphi_0(\rho, \chi') \xrightarrow{\rho \rightarrow \infty} \frac{\sin(\rho\chi')}{\text{sh } \chi'}, \quad (34)$$

поэтому выбираем  $\alpha_{\pm} = -R \pm i\varepsilon$  при  $R \rightarrow +\infty$ ,  $\varepsilon \rightarrow +0$ . Вертикальную и горизонтальную части контура интегрирования в правой его части нам

удобно выбрать в виде  $\text{Re } \zeta = +R$  и  $\text{Im } \zeta = \pm\pi$  (см. рис. 2), т.е. как и в работах [1, 34–36].

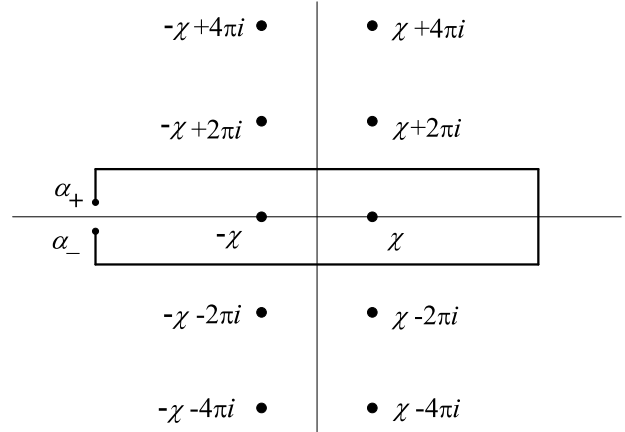


Рис. 2. Контур интегрирования в комплексной  $\zeta$ -плоскости в представлении (33) и сингулярности функции  $R_0(\zeta, \chi)$  в (47)

Подставляя в уравнение (31) представление (33) и выполняя интегрирование с помощью соотношения

$$\frac{1}{i\pi} \int_0^{\infty} d\rho' \sin(\rho'\chi) e^{i\rho'\zeta} = \frac{1}{i\pi} \frac{\chi}{\chi^2 - \zeta^2}, \quad \text{Im } \zeta > 0, \quad (35)$$

приходим к интегральному уравнению, из которого после интегрирования по частям получаем для функции  $R_0(\zeta, \chi')$  уравнение

$$\begin{aligned} & \left( \frac{d^2}{d\zeta^2} - 1 \right) \frac{d}{d\zeta} [(\text{ch } \chi' - \text{ch } \zeta) R_0(\zeta, \chi')] = \\ & = \left( \frac{d^2}{d\zeta^2} - 1 \right) \left[ \frac{i\tilde{\alpha}'_s}{4} \left( 2g'^2 \text{ch}^2 \zeta - \frac{3}{2}g'^2 + \frac{1}{2} \right) R_0(\zeta, \chi') \right] + \frac{i\tilde{\alpha}'_s}{4} g'^2 \text{ch}^2 \zeta R_0(\zeta, \chi') + \frac{i\tilde{\alpha}'_s}{4} g'^2 \frac{d}{d\zeta} [\text{sh } \zeta \text{ ch } \zeta R_0(\zeta, \chi')] \end{aligned} \quad (36)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} & e^{i\rho\zeta} (\text{ch } \chi' - \text{ch } \zeta) R_0(\zeta, \chi') \Big|_{\alpha_-}^{\alpha_+} = 0, \\ & e^{i\rho\zeta} \frac{d}{d\zeta} [(\text{ch } \chi' - \text{ch } \zeta) R_0(\zeta, \chi')] - e^{i\rho\zeta} \left[ \frac{i\tilde{\alpha}'_s}{4} \left( 2g'^2 \text{ch}^2 \zeta - \frac{3}{2}g'^2 + \frac{1}{2} \right) R_0(\zeta, \chi') \right] \Big|_{\alpha_-}^{\alpha_+} = 0, \\ & i e^{i\rho\zeta} \left( \frac{d^2}{d\zeta^2} - 1 \right) [(\text{ch } \chi' - \text{ch } \zeta) R_0(\zeta, \chi')] + \\ & + e^{i\rho\zeta} \frac{d}{d\zeta} \left[ \frac{\tilde{\alpha}'_s}{4} \left( 2g'^2 \text{ch}^2 \zeta - \frac{3}{2}g'^2 + \frac{1}{2} \right) R_0(\zeta, \chi') \right] + e^{i\rho\zeta} \frac{\tilde{\alpha}'_s}{4} g'^2 \text{sh } \zeta \text{ ch } \zeta R_0(\zeta, \chi') \Big|_{\alpha_-}^{\alpha_+} = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

Вместо точного решения  $R_0(\zeta, \chi')$  уравнения (36) с граничными условиями (37) рассмотрим приближенные решения, отвечающие двум значениям переменной  $\rho$ :  $\rho \gg 1$  и  $\rho \ll 1$ .

В случае  $\rho \gg 1$  уравнение (36) и граничные условия (37) принимают более простой вид:

$$\frac{d}{d\zeta} [(\text{ch } \chi' - \text{ch } \zeta) R_0^{(nr)}(\zeta, \chi')] = \frac{i\tilde{\alpha}'_s}{4} (a_{sd}^{(nr)} \text{ch}^2 \zeta + b_{sd}) R_0^{(nr)}(\zeta, \chi'), \quad (38)$$

$$e^{i\rho\zeta} (\text{ch } \chi' - \text{ch } \zeta) R_0^{(nr)}(\zeta, \chi') \Big|_{\alpha_-}^{\alpha_+} = 0, \quad (39)$$

где

$$a_{sd}^{(nr)} = 2g'^2, \quad b_{sd} = \frac{-3g'^2 + 1}{2}. \quad (40)$$

Решение уравнения (38) с граничным условием (39) дается выражением

$$R_0^{(nr)}(\zeta, \chi') = 2 C_0(\chi') \frac{\exp \left[ -\frac{i\tilde{\alpha}'_s a_{sd}^{(nr)}}{4} \operatorname{sh} \zeta + \left( 1 - i\rho_{sd}^{(nr)} \right) \zeta + iB_{sd}^{(nr)} \chi' \right]}{(e^\zeta - e^{-\zeta})^2} \left[ \frac{e^\zeta - e^{-\chi'}}{e^\zeta - e^{-\chi'}} \right]^{-1+iB_{sd}^{(nr)}}, \quad (41)$$

где значения параметров  $\rho_{sd}^{(nr)}$  и  $B_{sd}^{(nr)}$  определяются выражениями

$$\rho_{sd}^{(nr)} = \frac{\tilde{\alpha}'_s a_{sd}^{(nr)}}{4} \operatorname{ch} \chi', \quad B_{sd}^{(nr)} = \frac{\tilde{\alpha}'_s \left( a_{sd}^{(nr)} \operatorname{ch}^2 \chi' + b_{sd} \right)}{4 \operatorname{sh} \chi'}, \quad (42)$$

а  $C_0(\chi')$  — произвольная функция от быстроты  $\chi'$ , которая параметризует импульс и энергию в (30).

Для случая  $\rho \ll 1$  вместо уравнения (38) получим уравнение

$$\frac{d}{d\zeta} \left[ (\operatorname{ch} \chi' - \operatorname{ch} \zeta) R_0^{(r)}(\zeta, \chi') \right] = \frac{i\tilde{\alpha}'_s}{4} \left( a_{sd}^{(r)} \operatorname{ch}^2 \zeta + b_{sd} \right) R_0^{(r)}(\zeta, \chi'), \quad (43)$$

удовлетворяющее прежнему граничному условию (39), где

$$a_{sd}^{(r)} = g'^2. \quad (44)$$

Решение уравнения (43) с граничным условием (39) дается выражением

$$R_0^{(r)}(\zeta, \chi') = 2 C_0(\chi') \frac{\exp \left[ -\frac{i\tilde{\alpha}'_s a_{sd}^{(r)}}{4} \operatorname{sh} \zeta + \left( 1 - i\rho_{sd}^{(r)} \right) \zeta + iB_{sd}^{(r)} \chi' \right]}{(e^\zeta - e^{-\zeta})^2} \left[ \frac{e^\zeta - e^{-\chi'}}{e^\zeta - e^{-\chi'}} \right]^{-1+iB_{sd}^{(r)}}, \quad (45)$$

где значения параметров  $\rho_{sd}^{(r)}$  и  $B_{sd}^{(r)}$  определяются выражениями

$$\rho_{sd}^{(r)} = \frac{\tilde{\alpha}'_s a_{sd}^{(r)}}{4} \operatorname{ch} \chi', \quad B_{sd}^{(r)} = \frac{\tilde{\alpha}'_s \left( a_{sd}^{(r)} \operatorname{ch}^2 \chi' + b_{sd} \right)}{4 \operatorname{sh} \chi'}. \quad (46)$$

Таким образом, решения (41) и (45) не только совпадают по форме, но и отличаются незначительно только значениями спинового параметра  $a_{sd}^{(i)}$ ,  $i = nr, r$ . Поэтому в качестве приближенного решения  $R_0(\zeta, \chi')$  уравнения (36) с граничными условиями (37) выберем решение, которое по форме совпадает с решениями в (41) и (45):

$$R_0(\zeta, \chi') = 2 C_0(\chi') \frac{\exp \left\{ -\frac{i\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4} \operatorname{sh} \zeta + [1 - i\rho_{sd}(\chi')] \zeta + iB_{sd}(\chi') \chi' \right\}}{(e^\zeta - e^{-\zeta})^2} \left[ \frac{e^\zeta - e^{-\chi'}}{e^\zeta - e^{-\chi'}} \right]^{-1+iB_{sd}(\chi')}, \quad (47)$$

где

$$a_{sd} = \frac{a_{sd}^{(nr)} + a_{sd}^{(r)}}{2} = \frac{3}{2}g'^2, \quad \rho_{sd}(\chi') = \frac{\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4} \operatorname{ch} \chi', \quad B_{sd}(\chi') = \frac{\tilde{\alpha}'_s \left( a_{sd} \operatorname{ch}^2 \chi' + b_{sd} \right)}{4 \operatorname{sh} \chi'}, \quad (48)$$

а спиновый параметр  $b_{sd}$  остается неизменным и определен в (40).

Наконец, после подстановки в представление (33) решения (47) и последующего  $\zeta$ -интегрирования в комплексной плоскости вдоль контура с конечными точками  $\alpha_\pm$ , т.е. также, как это делалось в работах [1, 34–36], выражение для радиальной волновой РКП-функции  $\varphi_0(\rho, \chi')$ , не содержащее  $i$ -периодических констант, принимает вид

$$\begin{aligned} \varphi_0(\rho, \chi') = 2 C_0(\chi') e^{iB_{sd}(\chi')\chi'} \operatorname{sh} \{ \pi [\rho - \rho_{sd}(\chi')] \} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\exp \left\{ \frac{i\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4} \operatorname{sh} x + (1 + i[\rho - \rho_{sd}(\chi')]) x \right\}}{(e^x + e^{-x})^2} \left[ \frac{e^x + e^{-\chi'}}{e^x + e^{-\chi'}} \right]^{iB_{sd}(\chi')-1}. \end{aligned} \quad (49)$$

Нормировочный множитель  $C_0(\chi')$  является действительным, а решение (49) по форме совпадает с решением для случая составной системы двух спиновых кварков произвольных масс [1]. Поэтому, как и в работе [1], вклад в интеграл от осциллирующего фактора  $\exp[i\tilde{\alpha}'_s a_{sd} \operatorname{sh}(x)/4]$  можно положить равным единице. Очевидно, что такая аппроксимация не только не нарушает свойств симметрии решения (49), но и позволяет представить выражение радиальной волновой РКП-функции для  $s$ -состояния нуклона через гипергеометрическую функцию  ${}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; z)$ , т.е. подобно тому, как это делалось в спиновом и бесспиновом случаях [1, 34–36],

$$\varphi_0(\rho, \chi') = 2\pi C_0(\chi') e^{iB_{sd}(\chi')\chi' - \chi' + i[\rho - \rho_{sd}(\chi')]\chi'} [\rho - \rho_{sd}(\chi')] \times \\ \times {}_2F_1\left(1 - iB_{sd}(\chi'), 1 - i[\rho - \rho_{sd}(\chi')]; 2; 1 - e^{-2\chi'}\right), \quad (50)$$

где действительный нормировочный множитель  $2\pi C_0(\chi')$  дается выражением

$$|2\pi C_0(\chi')|^2 = e^{\pi B_{sd}(\chi')} |\Gamma[1 - iB_{sd}(\chi')]|^2 \quad (51)$$

и находится из граничного условия (34) и асимптотики

$$\varphi_0(\rho, \chi')|_{\rho \gg 1} \approx \frac{2\pi C_0(\chi') e^{-\pi B_{sd}(\chi')/2}}{\operatorname{sh} \chi' |\Gamma[1 - iB_{sd}(\chi')]|} \sin \{[\rho - \rho_{sd}(\chi')]\chi' + B_{sd}(\chi') \ln(2[\rho - \rho_{sd}(\chi')]) \operatorname{sh} \chi' + \arg \Gamma[1 - iB_{sd}(\chi')]\},$$

где  $\Gamma(z)$  — гамма-функция.

Отметим, что при значении быстроты  $\chi' = i\kappa$ , которая параметризует энергию  $M_Q = 2m'g' \cos \kappa$ , ( $0 < \kappa < \pi/2$ ), гипергеометрическая функция в решении (50) становится многочленом степени  $k$  ( $k = 0, 1, \dots$ ), когда  $iB_{sd}(i\kappa) = n$ , ( $n = 1, 2, \dots$ ). Это приводит к условию квантования энергетических уровней для  $s$ -состояния нуклона в рамках его кварк–дикварковой модели, в которой кварк имеет спин  $1/2$ , а бесспиновый дикварк — спин  $0$ , взаимодействующих посредством кулоновского хромодинамического потенциала (1),

$$\frac{\tilde{\alpha}'_s (a_{sd} \cos^2 \kappa + b_{sd})}{4 \sin \kappa} = n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (52)$$

Выражение для радиальной волновой РКП-функции  $\varphi_0(\rho, \kappa)$  нуклона, не содержащее  $i$ -периодических констант, как и условие квантования его энергетических уровней (52), может быть непосредственно получено из приближенного решения (49) при  $\chi' = i\kappa$  ( $0 < \kappa < \pi/2$ ). С учетом условия квантования энергетических уровней для  $s$ -состояния (52), т.е. когда  $iB_{sd}(i\kappa) = n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), где  $\rho_{sd}(i\kappa) = (\tilde{\alpha}'_s a_{sd} \cos \kappa)/4$ , выражение для  $\varphi_0(\rho, \kappa)$  принимает вид

$$\varphi_0(\rho, \kappa) = 2C_0(\kappa) e^{i\kappa} \operatorname{sh} \{ \pi [\rho - \rho_{sd}(i\kappa)] \} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\exp \left\{ \frac{i\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4} \operatorname{sh} x + (1 + i[\rho - \rho_{sd}(i\kappa)]) x \right\}}{(e^x + e^{i\kappa})^2} \times \\ \times \left[ \frac{e^x + e^{-i\kappa}}{e^x + e^{i\kappa}} \right]^{n-1}. \quad (53)$$

Очевидно, что функция под знаком интеграла в правой части выражения (53) имеет полюс  $(n+1)$ -го порядка при  $x = i\kappa + i\pi$  и, следовательно, интеграл может быть вычислен с помощью основной теоремы теории вычетов. В частности, для ос-

новного уровня ( $n = 1$ )  $s$ -состояния нуклона имеем

$$\int_C dz \frac{\exp \left\{ \frac{i\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4} \operatorname{sh} z + (1 + i[\rho - \rho_{sd}(i\kappa_1)]) z \right\}}{(e^z + e^{i\kappa_1})^2} = \\ = 2\pi i \operatorname{res} \left[ \frac{\exp \left\{ \frac{i\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4} \operatorname{sh} z + (1 + i[\rho - \rho_{sd}(i\kappa_1)]) z \right\}}{(e^z + e^{i\kappa_1})^2}, \right. \\ \left. z = i\kappa_1 + i\pi \right], \quad (54)$$

где интегрирование выполняется в комплексной  $z$ -плоскости вдоль контура  $C$ , который содержит внутри себя точку  $z = i\kappa_1 + i\pi$ , которая является полюсом 2-го порядка подынтегральной функции в выражении (54) (см. рис. 3).

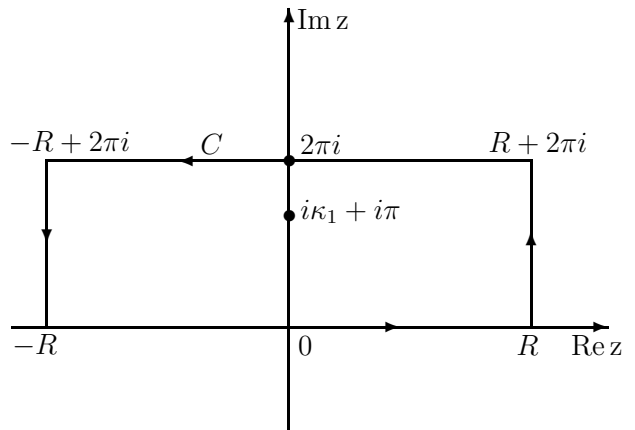


Рис. 3. Контур интегрирования  $C$  в комплексной  $z$ -плоскости, содержащий внутри себя точку  $z = i\kappa_1 + i\pi$ , являющуюся полюсом 2-го порядка подынтегральной функции в выражении (54)

Выполнив вычисления в левой и правой частях выражения (54), получим

$$(1 - \exp\{-2\pi[\rho - \rho_{sd}(i\kappa_1)]\}) \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\exp\left\{\frac{i\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4} \operatorname{sh} x + (1 + i[\rho - \rho_{sd}(i\kappa_1)])x\right\}}{(e^x + e^{i\kappa_1})^2} =$$

$$= 2\pi \exp\left\{-i\kappa_1 + \frac{\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4} \sin \kappa_1 - \kappa_1[\rho - \rho_{sd}(i\kappa_1)] - \pi[\rho - \rho_{sd}(i\kappa_1)]\right\} [\rho - 2\rho_{sd}(i\kappa_1)]. \quad (55)$$

Тогда выражение (53) для радиальной волновой РКП-функции  $\varphi_0(\rho, \kappa_1)$  основного уровня ( $n = 1, \chi' = i\kappa_1$ )  $s$ -состояния нуклона, не содержащее  $i$ -периодических констант, с учетом соотношения (55) принимает вид

$$\varphi_0^{(1)}(\rho, \kappa_1) = C_0^{(1)}(\kappa_1) \exp\{-\kappa_1[\rho - 2\rho_{sd}(i\kappa_1)]\} \times$$

$$\times [\rho - 2\rho_{sd}(i\kappa_1)], \quad (56)$$

где

$$C_0^{(1)}(\kappa_1) =$$

$$= 2\pi C_0(\kappa_1) \exp\left[\frac{\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4} \sin \kappa_1 - \kappa_1 \rho_{sd}(i\kappa_1)\right], \quad (57)$$

причем нормировочный множитель  $C_0^{(1)}(\kappa_1)$  находится из условия нормировки

$$4\pi \int_0^{\infty} dr \left|\varphi_0^{(1)}(r, \kappa_1)\right|^2 = 1, \quad (58)$$

а быстрота  $\kappa_1$  для основного уровня  $s$ -состояния нуклона с потенциалом (1) находится из условия квантования уровней энергии (52) при  $n = 1$ . Для основного уровня  $s$ -состояния нуклона из (56) и (58) находим:

$$\pi \left|C_0^{(1)}(\kappa_1) e^{2\kappa_1 \rho_{sd}(i\kappa_1)}\right|^2 =$$

$$= \frac{m' \kappa_1^3}{8\kappa_1^2 \rho_{sd}^2(i\kappa_1) - 4\kappa_1 \rho_{sd}(i\kappa_1) + 1}.$$

Из решения (56) видно, что при всех значениях параметра  $a_{sd}$  волновая РКП-функция основного уровня  $s$ -состояния нуклона имеет нуль на конечном расстоянии  $\rho = \tilde{\alpha}'_s a_{sd} \cos(\kappa_1)/2$ . При этом значение параметра  $2\rho_{sd}(i\kappa_1) = \tilde{\alpha}'_s a_{sd} \cos(\kappa_1)/2$  определяет «размер» основного уровня  $s$ -состояния нуклона с энергией  $M_Q = 2m'g' \cos \kappa_1$ .

Заметим, что безразмерный фактор

$$\sigma_{\text{conf}} = \frac{\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4} \sin \kappa_1 - \kappa_1 \rho_{sd}(i\kappa_1) =$$

$$= \frac{\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4} (\sin \kappa_1 - \kappa_1 \cos \kappa_1), \quad (59)$$

который входит в выражение (57) для нормировочной константы  $C_0^{(1)}(\kappa_1)$  решения (56), по форме совпадает с левой частью квазиклассического условия

квантования уровней энергии  $s$ -состояния связанной системы двух бесспиновых частиц произвольных масс с линейным потенциалом  $V(r) = \sigma r$  [36]:

$$\chi_n \operatorname{ch} \chi_n - \operatorname{sh} \chi_n = \frac{\pi \sigma}{2g'm'^2} \left(n - \frac{1}{4}\right), \quad n = 1, 2, \dots, \quad (60)$$

взятого при  $\chi_n = -i\kappa_1$  и  $n = 1$  (с точностью до множителей  $\tilde{\alpha}'_s a_{sd}/4$  и  $i$ ). Очевидно, множитель  $\tilde{\alpha}'_s a_{sd}/4$  определяется кулоновской константой связи  $\tilde{\alpha}'_s$  и спиновым параметром  $a_{sd}$ , зависящим от отношения масс кварка и дикварка (фактор  $g' \geq 1$ , причем  $g' = 1$  для случая равных масс  $m_1 = m_2 = m$ ). При  $a_{sd} = 0$  ( $b_{sd} = 2/m'g'$ ) фактор (59) исчезает, что соответствует случаю  $s$ -состояния связанной системы двух бесспиновых частиц произвольных масс (см., например, работу [1]).

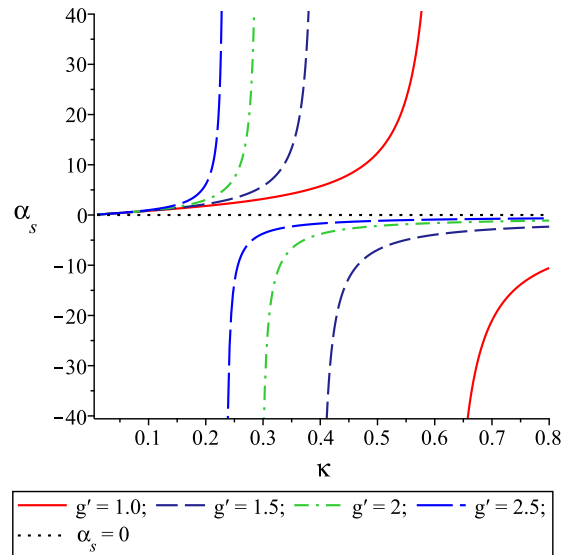


Рис. 4. График кулоновской константы взаимодействия  $\alpha_s = \tilde{\alpha}'_s$ , определяемой условием квантования уровней энергии (52) при  $n = 1$ , и точки ее сингулярности при «критических» значениях быстроты  $\kappa$ , определяющих границу области конфайнмента кварков для основного уровня  $s$ -состояния кварк-дикварковой модели нуклона

Кроме того, кулоновская константа взаимодействия  $\tilde{\alpha}'_s$ , определяемая условием квантования уровней энергии (52), имеет для всех фиксированных значений фактора  $g' \geq 1$  сингулярность

при «критических» значениях быстроты  $\kappa$ , определяющих границу области конфайнмента кварков в кварк–дикварковой модели нуклона: при  $\kappa > \kappa^{\text{conf}}$  кулоновская константа взаимодействия  $\alpha_s < 0$  (см. рис. 4). Значит, появление безразмерного фактора (59) в нормировочной константе  $C_0^{(1)}(\kappa_1)$ , определяемой выражением (57), не является случайным, а его природа обусловлена кулоновским хромодинамическим потенциалом (1), спинами и массами кварка и дикварка. Следовательно, учет спинов и масс кварка и дикварка с кулоновским хромодинамическим взаимодействием (1) (без учета запирающей части взаимодействия) приводит:

1. к появлению безразмерного фактора (59), входящего в нормировочную константу  $C_0^{(1)}(\kappa_1)$  решения (56), а значит, не влияющего на значения вычисляемых величин; безразмерный фактор (59) совпадает по форме с безразмерной константой линейного взаимодействия  $\sigma_{\text{lin}} = \sigma/m'^2 = (8g'/3\pi)(\sin \kappa_1 - \kappa_1 \cos \kappa_1)$ , которая входит в правую часть квазиклассического условия квантования (60) уровней энергии  $s$ -состояния связанной системы двух бесспиновых частиц произвольных масс с линейным потенциалом, взятого при  $\chi_n = -i\kappa_1$  (без множителя  $i$ ) для основного уровня энергии ( $n = 1$ );
2. к конфайнменту кварков в кварк–дикварковой модели нуклона с линейным взаимодействием (как в модели струны) с безразмерной константой взаимодействия  $\sigma_{\text{conf}}$  в (59); этот конфайнмент обусловлен кулоновским хромодинамическим потенциалом (1), спинами и массами кварка и дикварка (фактор  $a_{sd}$ , исчезающий в бесспиновом случае) и значением быстроты  $\kappa$ , «критические» значения которой будут определять границу области конфайнмента кварков в кварк–дикварковой модели нуклона ( $\alpha_s < 0$  при  $\kappa > \kappa^{\text{conf}}$ ); при малых значениях быстроты  $\kappa$  кулоновская константа связи  $\tilde{\alpha}'_s$  мала, а значит, в этой области кварки являются квазисвободными.

Таким образом, приведенная выше аргументация дает объяснение механизма возникновения конфайнмента кварков нуклона в рамках КХД.

В заключение этого раздела отметим, что решение спектральной задачи для радиальной волновой РКП-функции основного уровня  $s$ -состояния нуклона и с тем же взаимодействием (1), но на основе

$$S_{\text{nucl},sd}(\chi') = \frac{X_{\text{nucl},sd}(\chi')}{1 - \exp[-X_{\text{nucl},sd}(\chi')]} \exp[-\pi\rho_{sd}(\chi')] \times \left| \Gamma[2 + i\rho_{sd}(\chi')] {}_2F_1\left(1 + iB_{sd}(\chi'), -i\rho_{sd}(\chi'); 2; 1 - e^{-2\chi'}\right) \right|^2, \quad (63)$$

где

$$X_{\text{nucl},sd}(\chi') = 2\pi B_{sd}(\chi') = \frac{\pi\tilde{\alpha}'_s(a_{sd} \text{ch}^2 \chi' + b_{sd})}{2 \text{sh} \chi'}, \quad (64)$$

конечно-разностной формы РКП-уравнения в конфигурационном представлении (28), взятом в рассматриваемом здесь приближении и при значении быстроты  $\chi' = i\kappa_1$ , приводит к такому же по форме решению (56), но с точностью до  $i$ -периодических констант.

### 3. ПОРОГОВЫЙ РЕСУММИРУЮЩИЙ S-ФАКТОР НУКЛОНА

В двухчастичном приближении амплитуда Бете–Солпитера  $\chi_{\text{BS}}(x = 0)$  связана с волновыми РКП-функциями в пространстве импульсов и в конфигурационном представлении в соответствии с преобразованиями Шапиро (23) соотношением (см., например, [34–36, 42])

$$\chi_{\text{BS}}(x = 0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{k',m'\lambda_Q}} \Psi_{M_Q}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}) = \psi_{M_Q}(\mathbf{r}) \Big|_{r=i\lambda'}, \quad (61)$$

где релятивистский трехмерный элемент объема в пространстве Лобачевского  $d\Omega_{\Delta_{k',m'\lambda_Q}}$  определен в (18).

Принимая во внимание соотношение (61), пороговый ресуммирующий  $S$ -фактор нуклона в рамках его кварк–дикварковой модели, как и в случае составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс [1], определим выражением

$$S_{\text{nucl},sd}(\chi') = \lim_{\rho \rightarrow i} \left| \exp\left[\frac{-\pi\rho_{sd}(\chi')}{2}\right] \Gamma[1 + i\rho_{sd}(\chi')] \frac{\varphi_0(\rho, \chi')}{\rho} \right|^2, \quad (62)$$

где дополнительный фактор  $\exp[-\pi\rho_{sd}(\chi')/2] \times \Gamma[1 + i\rho_{sd}(\chi')]$  обеспечивает правильный релятивистский предел при  $\chi' \rightarrow +\infty$ , равный 1. Таким образом, функция

$$\psi_0(\rho, \chi') = \exp\left[\frac{-\pi\rho_{sd}(\chi')}{2}\right] \Gamma[1 + i\rho_{sd}(\chi')] \varphi_0(\rho, \chi')$$

представляет собой физическую радиальную волновую РКП-функцию  $s$ -состояния нуклона в рамках его кварк–дикварковой модели с хромодинамическим потенциалом (1).

Используя приближенное решение для радиальной волновой РКП-функции в (50) и выражение для нормировочного множителя в (51), получим следующее выражение для релятивистского порогового ресуммирующего  $S$ -фактора  $s$ -состояния нуклона в рамках его кварк–дикварковой модели с хромодинамическим потенциалом (1):

а параметры  $b_{sd}$  и  $a_{sd}, \rho_{sd}(\chi'), B_{sd}(\chi')$  определены в (40) и (48).

Пороговый  $S$ -фактор (63) может быть выражен в терминах скорости  $u$ , где скорость  $u$  определяется выражением

$$u = \sqrt{1 - \frac{4m'^2}{s - (m_1 - m_2)^2}}, \quad (65)$$

а также через относительную скорость  $u'_{\text{rel}}$  эффективной релятивистской частицы массы  $m' = \sqrt{m_1 m_2}$ , выступающей в качестве двухчастичной связанной системы, и которая определяется через скорость  $u$  в (65) выражением [34–36]

$$u'_{\text{rel}} = \frac{2u}{\sqrt{1 - u^2}}. \quad (66)$$

В частности, величина (64) в терминах скорости (65) и относительной скорости (66) принимает вид

$$\begin{aligned} X_{\text{nucl},sd}(u) &= \frac{\pi \tilde{\alpha}'_s \sqrt{1 - u^2}}{2g'u} \times \\ &\times \left[ g'^2 (a_{sd} + b_{sd}) + \frac{a_{sd} u^2}{1 - u^2} \right] = \\ &= \frac{\pi \tilde{\alpha}'_s}{g' u'_{\text{rel}}} \left[ g'^2 (a_{sd} + b_{sd}) + \frac{a_{sd}}{4} u'^2_{\text{rel}} \right]. \end{aligned}$$

Напомним, что фактор  $g'$ , определенный выражением (11), зависит от отношения масс частиц и устанавливает связь между полной энергией  $\sqrt{s_k}$  составной системы двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс  $m_1, m_2$  и энергией  $\Delta^0_{k',m'\lambda_Q}$  эффективной релятивистской частицы массы  $m'$  с импульсом  $\Delta_{k',m'\lambda_Q}$  (см. (10)), что отражает асимметрию между этими двумя системами. Кроме того, фактор (11) представляет собой отношение среднего арифметического масс частиц к их среднему геометрическому, а значит, он описывает асимметрию составной системы двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс, причем  $g' \geq 1 \forall m_1, m_2$ , а равенство имеет место (асимметрии нет) только при  $m_1 = m_2 = m$ . С другой стороны, фактор  $g'$  можно рассматривать и как отношение гироманнитного отношения орбитального момента составной системы с приведенной массой  $\mu$  и зарядом  $e$ , равного  $g_L = e/2\mu c$ , где  $c$  — скорость света, к гироманнитному отношению для спинового момента эффективной релятивистской частицы массы  $m'$  и с таким же зарядом  $e$ , равному  $g_s = e/m'c$ . Также фактор  $g'$ , и это важно, устанавливает явную зависимость спиновых параметров  $b_{sd}, a_{sd}$  в (40) и (48) от отношения масс  $m_1, m_2$  релятивистских спиновых частиц (в данном случае кварка и дикварка), образующих составную систему (нуклон), причем при  $m_1 = m_2 = m$  фактор  $g' = 1$  и, следовательно, в этом случае значения параметров  $b_{sd}, a_{sd}$ , как это видно из (40) и (48), определяются только собственными спинами частиц, в данном случае кварка и дикварка.

Отметим, что пороговый  $S$ -фактор (63) имеет явно выраженный релятивистский характер, поскольку как аргумент  $r$  (модуль радиуса-вектора  $\mathbf{r}$ ) в кулоновском потенциале (1), так и релятивистская относительная скорость  $\mathbf{v}$  взаимодействующих частиц являются релятивистскими инвариантами [17], а, значит, в силу соотношения  $|\mathbf{v}| = 2u/(1 + u^2)$ , скорость  $u$  в (65) и относительная скорость  $u'_{\text{rel}}$  эффективной релятивистской частицы в (66) также обладают этим свойством [34–36]. При этом роль параметра скорости в  $S$ -факторе (63) теперь играет не релятивистская относительная скорость  $\mathbf{v}$  взаимодействующих частиц, а относительная скорость (66) эффективной релятивистской частицы, выступающей в качестве двухчастичной системы.

Новый релятивистский пороговый суммирующий  $S$ -фактор (63) нуклона в рамках его кварк–дикварковой модели с хромодинамическим потенциалом (1) имеет следующие важные свойства.

1. При  $m_1 \neq m_2$   $S$ -фактор нуклона (63) и спиновый  $S$ -фактор для псевдоскалярных, векторных и псевдовекторных мезонов [1, 2]

$$\begin{aligned} S_{\text{uneq},s}(\chi') &= \frac{X_{\text{uneq},s}(\chi')}{1 - \exp[-X_{\text{uneq},s}(\chi')]} e^{-\pi \tilde{\rho}'} \times \\ &\times \left| \Gamma(2 + i\tilde{\rho}') {}_2F_1 \left( 1 + iB', -i\tilde{\rho}'; 2; 1 - e^{-2\chi'} \right) \right|^2 \quad (67) \end{aligned}$$

совпадают по форме, но отличаются значениями их спиновых параметров  $a_{sd}, b_{sd}$  и  $a', b'$ , где

$$\begin{aligned} X_{\text{uneq},s}(\chi') &= 2\pi B', \quad \tilde{\rho}' = \frac{\tilde{\alpha}'_s a' \text{ch } \chi'}{4}, \\ B' &= \frac{\tilde{\alpha}'_s (a' \text{ch}^2 \chi' + b')}{4 \text{sh } \chi'}, \end{aligned}$$

со спиновыми параметрами

$$\begin{aligned} a' &= \begin{cases} g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \text{ (псевдоскаляр)}; \\ \frac{1}{2} g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \text{ (вектор)}; \\ -\frac{1}{2} g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu \text{ (псевдовектор)}; \end{cases} \\ b' &= \begin{cases} 1 - a' & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \text{ (псевдоскаляр)}; \\ \frac{3}{4} - a' & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \text{ (вектор)}; \\ \frac{1}{4} - a' & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu \text{ (псевдовектор)}. \end{cases} \end{aligned}$$

2. В нерелятивистском пределе  $\chi' \rightarrow +0$  ( $u \rightarrow 0$ ) поведение  $S$ -фактора нуклона (63) дается выражением

$$\begin{aligned} S_{\text{nucl},sd}(\chi') \Big|_{\chi' \rightarrow +0} &\approx \frac{\pi \tilde{\alpha}'_s (a_{sd} + b_{sd}) / 2 \text{sh } \chi'}{1 - \exp[-\pi \tilde{\alpha}'_s (a_{sd} + b_{sd}) / 2 \text{sh } \chi']} \times \\ &\times \frac{\pi \tilde{\alpha}'_s a_{sd} / 2}{\exp(\pi \tilde{\alpha}'_s a_{sd} / 2) - 1} \left( 1 + \frac{(\tilde{\alpha}'_s a_{sd})^2}{16} \right) \times \\ &\times \left| {}_1F_1 \left( -\frac{i\tilde{\alpha}'_s a_{sd}}{4}; 2; \frac{i\tilde{\alpha}'_s (a_{sd} + b_{sd})}{2} \right) \right|^2, \end{aligned}$$

где  ${}_1F_1(\alpha; \beta; z)$  — вырожденная гипергеометрическая функция.

3. В релятивистском пределе  $\chi' \rightarrow +\infty$  ( $u \rightarrow 1$ ) его поведение имеет асимптотику

$$S_{nucl, sd}(\chi')|_{\chi' \gg 1} \approx \frac{2\pi [B_{sd}(\chi') - \rho_{sd}(\chi')]}{1 - \exp\{-2\pi [B_{sd}(\chi') - \rho_{sd}(\chi')]\}}|_{\chi' \gg 1} \approx \approx 1 + \frac{\pi \tilde{\alpha}'_s (a_{sd} + 2b_{sd}) e^{-\chi'}}{4} \xrightarrow{\chi' \rightarrow +\infty} 1 - 0 \text{ при } \forall g' \geq 1, \quad (68)$$

которая отвечает соответствующим значениям спиновых параметров  $b_{sd}$  и  $a_{sd}$  в (40) и (48), являющихся функциями параметра  $g'$ , а, значит, функциями отношения масс кварка и дикварка.

4. Случай, когда одна из частиц покоится, означает, что  $m_1 \rightarrow +\infty$ , а другая частица имеет массу  $m_2$  и импульс  $\mathbf{k}$ , а, следовательно, предельное значение скорости  $u$ , определяемой выражением (65), имеет вид

$$u \xrightarrow{m_1 \rightarrow +\infty} \frac{|\mathbf{k}|}{\sqrt{m_2^2 + \mathbf{k}^2} + m_2}.$$

5. В ультрарелятивистском пределе, как это было доказано в [43, 44], спектр связанных состояний исчезает, когда масса  $m' \rightarrow 0$ , так как масса релятивистской эффективной частицы является единственным размерным параметром. Эта особенность отражает существенное различие между потенциальными моделями и квантовой теорией поля, где появляется дополнительный размерный параметр. Кроме того, мы можем также заключить, что  $S$ -фактор (63), который соответствует непрерывному спектру, будет стремиться к 1 при  $m' \rightarrow 0$ .

Таким образом, установлена зависимость релятивистского порогового ресуммирующего  $S$ -фактора нуклона (63) как от скорости  $u$  в (65) или относительной скорости  $u'_{rel}$  эффективной релятивистской частицы в (66), так и от спиновых параметров  $a_{sd}$  и  $b_{sd}$ , а значит, от отношения масс спинового кварка и бесспинового дикварка, составляющих нуклон (фактор  $g'$ ). Выполненный анализ поведения  $S$ -фактора нуклона (63) в релятивистском ( $\chi' \rightarrow +\infty$  или  $u \rightarrow 1$ ) и в ультрарелятивистском ( $m' \rightarrow 0$ ) пределах показал, что он воспроизводит ожидаемые релятивистский и ультрарелятивистский пределы, равные 1. Более того, пороговый  $S$ -фактор нуклона (63) в релятивистском пределе  $\chi' \rightarrow +\infty$  ( $u \rightarrow 1$ ), как следует из асимптотики (68), всегда стремится к единице снизу при  $\forall g' \geq 1$ . Это означает, что для всех значений фактора  $g' \geq 1$ , а следовательно, отношений масс кварка и дикварка, существуют такие «критические» значения скорости  $\chi'$  (скорости  $u$ ), при которых  $S$ -фактор нуклона (63) будет обращаться в единицу, приближаясь к единице снизу при  $\chi' \rightarrow +\infty$  ( $u \rightarrow 1$ ). Тем самым для  $S$ -фактора нуклона (63) также, как и для спинового  $S$ -фактора псевдоскалярных и векторных мезонов (67) (см. [1, 2]), установлены новые закономерности и эффекты, обусловленные их спиновыми параметрами  $a_{sd}, b_{sd}$ , зависящими от фактора  $g'$ , а следовательно, от отношения масс кварка и дикварка.

Для установления закономерностей поведения порогового ресуммирующего  $S$ -фактора нукло-

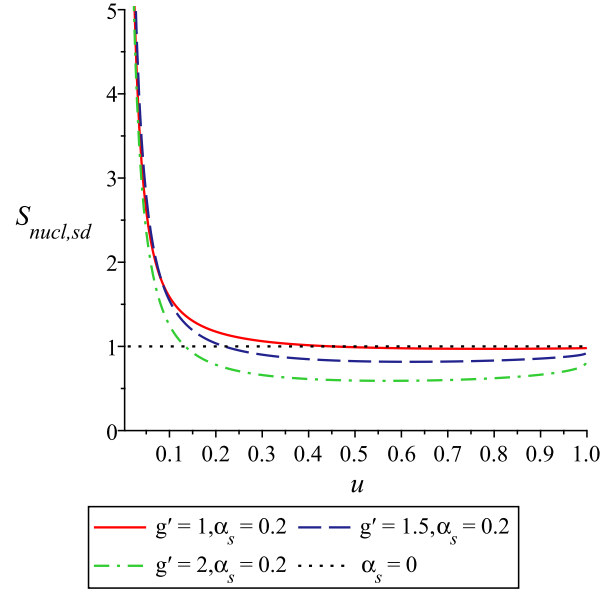


Рис. 5. Графики поведения порогового ресуммирующего  $S$ -фактора нуклона (63) как функции скорости  $u$ , отвечающие различным значениям фактора  $g'$  и фиксированному значению кулоновской константы  $\alpha_s = \tilde{\alpha}'_s = 0.2$

на (63), отвечающего различным значениям фактора  $g'$  и кулоновской константы  $\alpha_s = \tilde{\alpha}'_s$ , были построены графики функции  $S_{nucl, sd} = S_{nucl, sd}(u)$  как функции скорости  $u$  (рис. 5 и 6). Точечным прямым на рис. 5 и 6 отвечают значения  $S$ -фактора нуклона (63) при выключенном взаимодействии  $\alpha_s = 0$ , равные 1. Из рис. 5 и 6 видно, что графики функции  $S_{nucl, sd} = S_{nucl, sd}(u)$  для порогового ресуммирующего  $S$ -фактора нуклона зависят как от отношения масс спинового кварка и бесспинового дикварка (фактор  $g'$ ), так и от значения кулоновской константы  $\alpha_s$ . Более того, рис. 5 и 6 показывают, что для всех значений фактора  $g' \geq 1$ , зависящих от отношения масс кварка и дикварка, существуют такие «критические» значения скорости  $u$  (быстроты  $\chi'$ ), при которых  $S$ -фактор нуклона (63) обращается в единицу, приближаясь к единице снизу при  $u \rightarrow 1$  ( $\chi' \rightarrow +\infty$ ). Это означает, что для этих «критических» значений скорости  $u$  (быстроты  $\chi'$ ) и для всех значений фактора  $g' \geq 1$  эффективная константа взаимодействия равна нулю, а для значений скорости  $u$  (быстроты  $\chi'$ ), которые больше «критических», значения эффектив-

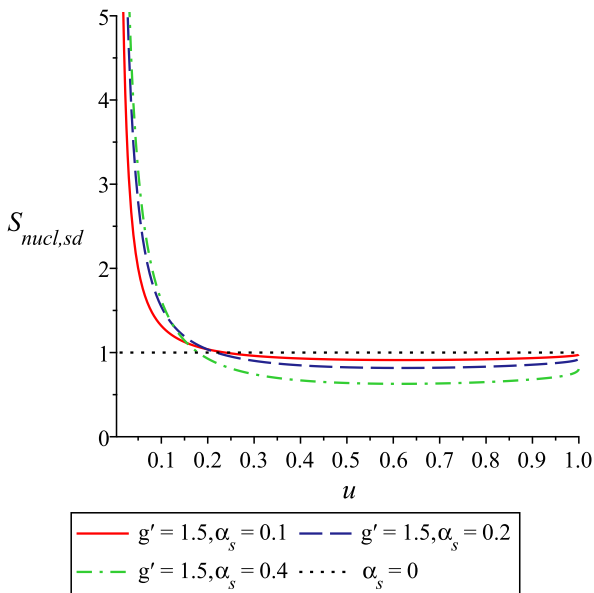


Рис. 6. То же, что и на рис. 5, но для различных значений кулоновской константы  $\alpha_s = \tilde{\alpha}'_s$  и фиксированного значения фактора  $g' = 1.5$

ной константы взаимодействия становятся меньше нуля, приближаясь в пределе при  $u \rightarrow 1$  ( $\chi' \rightarrow +\infty$ ) к нулю снизу, а  $S$ -фактор нуклона (63) приближается к единице снизу при  $u \rightarrow 1$  ( $\chi' \rightarrow +\infty$ ). Следовательно, при таких «критических» значениях скорости  $u$  (быстроты  $\chi'$ ) и для всех значений фактора  $g' \geq 1$  кварки в нуклоне становятся свободными.

Таким образом, для  $S$ -фактора нуклона (63) мы установили новые закономерности и эффекты, обусловленные их спиновыми параметрами  $a_{sd}, b_{sd}$ , зависящими от фактора  $g'$ , а следовательно, от отношения масс кварка и дикварка. Это, в свою очередь, может рассматриваться как проявление новых свойств кварк-глюонной материи, обусловленных спинами и массами кварков нуклона. Такими же характерными особенностями поведения обладает и пороговый спиновый  $S$ -фактор (67) псевдоскалярных и векторных составных систем (см., например, работы [1, 2]).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получены конечно-разностная и интегральная формы РКП-уравнений в конфигурационном представлении для волновой РКП-функции нуклона в рамках его кварк-дикварковой модели. В рамках этой модели нуклон рассматривается как двухчастичная составная система, в которой кварк имеет спин  $1/2$ , а дикварк — спин 0. На основе интегральной формы РКП-уравнения в конфигурационном представлении для радиальной волновой РКП-функции  $s$ -состояния нуклона как кварк-дикварковой связанной системы с кулоновским хромодинамическим потенциалом (1) най-

дены приближенные решения задачи рассеяния и спектральной задачи. Определено условие квантования энергетических уровней нуклона, отвечающее кулоновскому хромодинамическому потенциалу (1). Получено выражение для порогового ресуммирующего  $S$ -фактора нуклона и исследованы его свойства.

Показано, что при всех значениях параметра  $a_{sd}$  волновая РКП-функция основного состояния нуклона имеет нуль на конечном расстоянии  $\rho = \tilde{a}'_s a_{sd} \cos(\kappa_1)/2$ . При этом значение параметра  $2\rho_{sd}(i\kappa_1) = \tilde{\alpha}'_s a_{sd} \cos(\kappa_1)/2$  определяет «размер» основного состояния нуклона с энергией  $M_Q = 2m'g' \cos \kappa_1$ . Установлена зависимость нового релятивистского порогового ресуммирующего  $S$ -фактора нуклона (63) от спиновых параметров  $a_{sd}$  и  $b_{sd}$ , содержащих фактор  $g'$ , который зависит от отношения масс спинового кварка и бесспинового дикварка, что указывает на связь между их спинами и массами. Показано, что фактор  $g'$  устанавливает связь между энергией эффективной релятивистской частицы массы  $m'$  и полной энергией нуклона и отражает как асимметрию их масс, так и асимметрию их гиромангнитных отношений.

Показано, что новый пороговый  $S$ -фактор нуклона (63) имеет явно выраженный релятивистский характер, причем роль параметра скорости в нем теперь играет не релятивистская относительная скорость  $v$  взаимодействующих частиц, а относительная скорость (66) эффективной релятивистской частицы, выступающей в качестве двухчастичной системы.

Установлена связь нового  $S$ -фактора нуклона (63) с ранее найденным спиновым  $S$ -фактором для псевдоскалярных, векторных и псевдовекторных мезонов. Выполнен анализ поведения  $S$ -фактора нуклона (63) в нерелятивистском ( $u \rightarrow 0$  или  $\chi' \rightarrow 0$ ), релятивистском ( $u \rightarrow 1$  или  $\chi' \rightarrow +\infty$ ) и в ультрарелятивистском ( $m' \rightarrow 0$ ) пределах. Показано, что он воспроизводит ожидаемые релятивистский и ультрарелятивистский пределы, равные 1.

Детальный анализ поведения нового  $S$ -фактора нуклона (63) в релятивистском случае ( $u \rightarrow 1$  или  $\chi' \rightarrow +\infty$ ) показал, что он всегда стремится к единице снизу при  $\forall g' \geq 1$ . Показано, для всех значений фактора  $g' \geq 1$ , а следовательно, отношений масс кварка и дикварка, существуют такие «критические» значения скорости  $u$  (быстроты  $\chi'$ ), при которых  $S$ -фактор нуклона (63) будет обращаться в единицу, приближаясь в пределе при  $u \rightarrow 1$  ( $\chi' \rightarrow +\infty$ ) к единице снизу. Это дает основание сделать вывод, что для таких «критических» значений скорости  $u$  (быстроты  $\chi'$ ) и для значений фактора  $g' \geq 1$  эффективная константа взаимодействия равна нулю, а следовательно, в этом случае кварки становятся свободными. Такая особенность поведения  $S$ -фактора нуклона (63) указывает на новые закономерности и эффекты, обусловленные их спиновыми параметрами  $a_{sd}, b_{sd}$ , зависящими от фактора  $g'$ , а следовательно, от отношения масс кварка и дикварка. Это также можно рассматри-

вать как проявление новых свойств кварк-глюонной материи, обусловленных спина и массами кварков нуклона. Такой же характер поведения имеет место и для спинового  $S$ -фактора (67) псевдоскалярных и векторных мезонов. Таким образом, для  $S$ -фактора нуклона (63), также как и для спинового  $S$ -фактора (67) псевдоскалярных и векторных мезонов, установлены новые закономерности и эффекты, обусловленные их спиновыми параметрами  $a_{sd}, b_{sd}$ , зависящими от фактора  $g'$ .

Рассмотрение было выполнено в рамках релятивистского квазипотенциального подхода, основанного на ковариантной гамильтоновой формулировке квантовой теории поля, путем перехода к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению [16, 17] для случая составной системы двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс.

Поскольку новый  $S$ -фактор нуклона (63) получен в рамках полностью ковариантного метода, то можно ожидать, что он более полно учитывает как релятивистский характер кварка и дикварка нуклона, так и эффекты, обусловленные их спинами и различием их масс.

Автору приятно выразить искреннюю благодарность В.В. Андрееву, А.В. Киселеву и Ю.А. Курочкину за проявленный интерес к работе, полезное обсуждение полученных результатов и ценные замечания к ним.

Работа выполнена при поддержке программы международного сотрудничества Республики Беларусь с ОИЯИ и Государственной программы научных исследований на 2021–2025 гг. «Конвергенция-2025», подпрограмма «Микромир, плазма и Вселенная».

- [1] Черниченко Ю.Д. // ЯФ. **84**. 262 (2021). (Chernichenko Yu.D. // Phys. At. Nucl. **84**. 339 (2021)).
- [2] Chernichenko Yu.D., Kaptari L.P., Solovtsova O.P. // Eur. Phys. J. Plus. **136**. 302 (2021).
- [3] Schmidt I.A., Blankenbecler R. // Phys. Rev. D. **16**. 1318 (1977).
- [4] Frazer W.R., Gunion J.F. // Phys. Rev. Lett. **45**. 1138 (1980).
- [5] Abbot L.F., Atwood W.B., Barnett R.M. // Phys. Rev. D. **22**. 582 (1980).
- [6] Линкевич А.Д., Саврин В.И., Санадзе В.В., Скачков Н.Б. // ЯФ. **37**. 959 (1983). (Linkevich A.D., Savrin V.I., Sanadze V.V., Skachkov N.B. // Sov. J. Nucl. Phys. **37**. 572 (1983)); Линкевич А.Д., Саврин В.И., Санадзе В.В., Скачков Н.Б. // Препринт P2-82-263. ОИЯИ (Дубна, 1982).
- [7] Линкевич А.Д., Саврин В.И., Скачков Н.Б. // ЯФ. **37**. 391 (1983). (Linkevich A.D., Savrin V.I., Skachkov N.B. // Sov. J. Nucl. Phys. **37**. 235 (1983)); Linkevich A.D., Savrin V.I., Skachkov N.B. // Preprint No. E2-82-130. JINR (Dubna, 1983).
- [8] Линкевич А.Д., Саврин В.И., Санадзе В.В., Скачков Н.Б. // Препринт P2-82-563. ОИЯИ (Дубна, 1982).
- [9] Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. // Nuovo Cim. **29**. 380 (1963).
- [10] Kadyshevsky V.G. // Nucl. Phys. B. **6**. 125 (1968).
- [11] Kadyshevsky V.G., Mateev M.D. // Nuovo Cim. A. **55**. 275 (1968).
- [12] Кадышевский В.Г. // ЖЭТФ. **46**. 654 (1964). (Kadyshevsky V.G. // Sov. Phys. JETP. **19**. 443 (1964)).
- [13] Кадышевский В.Г. // ЖЭТФ. **46**. 872 (1964). (Kadyshevsky V.G. // Sov. Phys. JETP. **19**. 597 (1964)).
- [14] Кадышевский В.Г. // Докл. АН СССР. **160**. 573 (1965). (Kadyshevsky V.G. // Sov. Phys. Dokl. **10**. 46 (1965)).
- [15] Kadyshevsky V.G., Mir-Kasimov R.M., Skachkov N.B. // Nuovo Cim. A. **55**. 233 (1968).
- [16] Кадышевский В.Г., Матеев М.Д., Мур-Касимов Р.М. // ЯФ. **11**. 692 (1970). (Kadyshevsky V.G., Mateev M.D., Mir-Kasimov R.M. // Sov. J. Nucl. Phys. **11**. 388 (1970)).
- [17] Кадышевский В.Г., Мур-Касимов Р.М., Скачков Н.Б. // ЭЧАЯ. **2**. 635 (1972). (Kadyshevsky V.G., Mir-Kasimov R.M., Skachkov N.B. // Sov. J. Part. Nucl. **2**. 69 (1972)).
- [18] Фаустов Р.Н. // ТМФ. **3**. 240 (1970). (Faustov R.N. // Theor. Math. Phys. **3**. 478 (1970)).
- [19] Faustov R.N. // Ann. Phys. (N.Y.). **78**. 176 (1973).
- [20] Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. // ТМФ. **41**. 205 (1979). (Skachkov N.B., Solovtsov I.L. // Theor. Math. Phys. **41**. 977 (1979)); Skachkov N.B., Solovtsov I.L. // Preprint No. E2-11678. JINR (Dubna, 1978).
- [21] Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. // ЯФ. **30**. 107 (1979). (Skachkov N.B., Solovtsov I.L. // Sov. J. Nucl. Phys. **30**. 562 (1979)); Skachkov N.B., Solovtsov I.L. // Preprint No. E2-11727. JINR (Dubna, 1978).
- [22] Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. // ЯФ. **31**. 1332 (1980). (Skachkov N.B., Solovtsov I.L. // Sov. J. Nucl. Phys. **31**. 686 (1980)).
- [23] Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. // ТМФ. **43**. 330 (1980). (Skachkov N.B., Solovtsov I.L. // Theor. Math. Phys. **43**. 494 (1980)).
- [24] Линкевич А.Д., Саврин В.И., Скачков Н.Б. // ТМФ. **53**. 20 (1982). (Linkevich A.D., Savrin V.I., Skachkov N.B. // Theoret. Math. Phys. **53**. 955 (1982)).
- [25] Боос Э.Э., Саврин В.И., Шаблыгин Е.М. // ТМФ. **72**. 197 (1987). (Boos E.E., Savrin V.I., Shablygin E.M. // Theoret. Math. Phys. **72**. 819 (1987)).
- [26] Боос Э.Э., Саврин В.И., Шичанин С.А. // ТМФ. **77**. 247 (1988). (Boos E.E., Savrin V.I., Shichanin S.A. // Theoret. Math. Phys. **77**. 1176 (1988)).
- [27] Арбузов В.А., Боос Э.Э., Саврин В.И., Шичанин С.А. // ТМФ. **83**. 175 (1990). (Arbuzov V.A., Boos E.E., Savrin V.I., Shichanin S.A. // Theoret. Math. Phys. **83**. 457 (1990)).
- [28] Матеев В.А., Саврин В.И., Сисакян А.Н., Тавхелидзе А.Н. // ТМФ. **132**. 267 (2002). (Mateev V.A., Savrin V.I., Sisakyan A.N., Tavkhelidze A.N.

- // *Theoret. Math. Phys.* **132**. 1119 (2002)).
- [29] Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O. // *Phys. Lett. B.* **635**. 93 (2006). (arXiv:hep-ph/0602110).
- [30] Черниченко Ю.Д. // *ЯФ.* **77**. 251 (2014). (*Chernichenko Yu.D.* // *Phys. At. Nucl.* **77**. 229 (2014)).
- [31] Черниченко Ю.Д. // *ЯФ.* **78**. 226 (2015). (*Chernichenko Yu.D.* // *Phys. At. Nucl.* **78**. 201 (2015)).
- [32] Шапиро И.С. // Докл. АН СССР. **106**. 647 (1956). (*Shapiro I.S.* // *Sov. Phys. Dokl.* **1**. 91 (1956)).
- [33] Шапиро И.С. // ЖЭТФ. **43**. 1727 (1962). (*Shapiro I.S.* // *Sov. Phys. JETP.* **16**. 1219 (1963)).
- [34] Соловцова О.П., Черниченко Ю.Д. // *ЯФ.* **73**. 1658 (2010). (*Solovtsova O.P., Chernichenko Yu.D.* // *Phys. At. Nucl.* **73**. 1612 (2010)).
- [35] Соловцова О.П., Черниченко Ю.Д. // *ТМФ.* **166**. 225 (2011). (*Solovtsov I.L., Chernichenko Yu.D.* // *Theor. Math. Phys.* **166**. 194 (2011)).
- [36] Черниченко Ю.Д. Релятивистский квазипотенциальный подход в задачах рассеяния. Изд. центр УО ГГТУ им. П.О. Сухого. Гомель, 2011.
- [37] Savrin V.I., Skachkov N.B. // *Lett. Nuovo Cim.* **29**. 363 (1980).
- [38] Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. // *ТМФ.* **54**. 183 (1983). (*Skachkov N.B., Solovtsov I.L.* // *Theor. Math. Phys.* **54**. 116 (1983)); *Skachkov N.B., Solovtsov I.L.* // Preprint No. E2-81-760. JINR (Dubna, 1981).
- [39] Скачков Н.Б. // *ТМФ.* **22**. 213 (1975). (*Skachkov N.B.* // *Theor. Math. Phys.* **22**. 149 (1975)); *Скачков Н.Б.* // Preprint No. P2-12152. ОИЯИ (Дубна, 1979).
- [40] Сидоров А.В., Скачков Н.Б. // *ТМФ.* **46**. 213 (1981). (*Sidorov A.V., Skachkov N.B.* // *Theor. Math. Phys.* **46**. 141 (1981); *Сидоров А.В., Скачков Н.Б.* // Препринт P2-80-45. ОИЯИ (Дубна, 1980).
- [41] Savrin V.I., Sidorov A.V., Skachkov N.B. // *Nucl. Phys. B.* **164**. 1642 (1981).
- [42] Barbieri R., Christillin P., Remiddi E. // *Phys. Rev. A.* **8**. 2266 (1973).
- [43] Lucha W., Schöberl F.F. // *Phys. Rev. Lett.* **64**. 2733 (1990).
- [44] Lucha W., Schöberl F.F. // *Phys. Lett. B.* **387**. 573 (1996).

## Wave Function and $S$ Factor of Nucleon into Quark-Diquark Model with Chromodynamical Interaction

Yu. D. Chernichenko<sup>1,a,b</sup>

Department of Higher Mathematics, Laboratory of Physical Research P.O. Sukhoi Gomel State Technical University  
Gomel 246746, Belarus

E-mail: <sup>a</sup> [chyud@mail.ru](mailto:chyud@mail.ru), <sup>b</sup> [chern@gstu.by](mailto:chern@gstu.by)

Finite-difference and integral forms of relativistic quasipotential equations in the configuration representation for the wave function of a nucleon in the framework of its quark-diquark model are obtained. In this model, the nucleon is considered as a two-particle composite system in which the quark has spin 1/2 and the diquark has spin 0. Approximate solutions of the scattering problem and the spectral problem for the radial wave function of the  $s$ -state of a nucleon in a quark-diquark model with a Coulomb (chromodynamical) potential are found. The condition for quantization of the energy levels of the nucleon corresponding to the Coulomb chromodynamical potential is determined. An expression for the relativistic threshold resummation  $S$  factor of a nucleon is obtained and its properties are investigated. The new regularities of behavior for the threshold  $S$  factor of the nucleon due to the spins and the difference in the masses of the quarks forming the nucleon are established. The consideration is carried out within the framework of a relativistic quasipotential approach based on the covariant Hamiltonian formulation of quantum field theory, via a transition from the momentum formulation in Lobachevsky space to a three-dimensional relativistic configurational representation for the case of a composite system of two relativistic spin particles of arbitrary masses.

PACS: 11.55.Hx, 13.60.Hb, 11.55.Fv, 13.85.Lg, 13.85.Qk

*Keywords:* relativistic quasipotential approach, relativistic configurational representation, quantum chromodynamic, Coulomb chromodynamical potential, quark-diquark model of nucleon, nucleon wave function, threshold resummation  $S$  factor of nucleon.

Received 17 January 2026.

English version: *Moscow University Physics Bulletin.* 2026. **81**, No. 2. Pp. .

### Сведения об авторе

Черниченко Юрий Дмитриевич — канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник, доцент кафедры «Высшая математика»; e-mail: [chyud@mail.ru](mailto:chyud@mail.ru), [chern@gstu.by](mailto:chern@gstu.by).