

Нейросетевое моделирование наблюдаемых реакций электророждения одинокного пиона на протоне в резонансной области

А.В. Голда,^{1,*} Е.Л. Исупов,^{2,†} А.А. Русова,^{1,2} В.В. Чистякова¹

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра общей ядерной физики
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

²Научно исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобелъцына
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (НИИЯФ МГУ)
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 5

(Поступила в редакцию 04.02.2026; после доработки 27.03.2026; подписана в печать 02.04.2026)

В работе представлен нейросетевой подход к прогнозированию дифференциальных сечений эксклюзивной реакции электророждения пиона $\gamma^*p \rightarrow n\pi^+$. Задача рассматривается как многомерная регрессия по кинематическим переменным реакции. Глубокая полносвязная нейронная сеть обучается на экспериментальных данных детектора CLAS без введения априорных теоретических предположений о динамике реакции, при этом основное внимание уделяется валидации модели и оценке её физической надёжности.

Для проверки качества прогнозирования проводится сравнение с феноменологической моделью MAID2007, показавшее, что нейронная сеть корректно воспроизводит характерную угловую зависимость и общее поведение сечений, включая области фазового пространства, не представленные в обучающей выборке. Также применяется метод реплик, основанный на построении ансамбля нейросетевых моделей, обученных на статистически флуктуирующих наборах данных, что позволяет количественно оценить устойчивость прогнозирования и связанные с ними неопределённости.

Результаты демонстрируют, что предложенная модель обеспечивает адекватное поведение значений прогнозируемых дифференциальных сечений, оставаясь устойчивой к статистическим флуктуациям входных данных, и корректно воспроизводит многомерные корреляции в распределениях кинематических переменных реакции электророждения одинокного пиона на протоне.

PACS: 13.60.Le, 07.05.Mh УДК: 539.1

Ключевые слова: электророждение, искусственный интеллект, нейронные сети, дифференциальные сечения рассеяния, MAID2007, метод реплик, структурные функции, детектор CLAS.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.81.2620204](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.81.2620204)

ВВЕДЕНИЕ

Методы машинного обучения [1, 2] в последние годы стали мощным инструментом в физике элементарных частиц, открывая новые возможности для анализа экспериментальных данных. Область их применения охватывает генерацию событий [3], подавление фона, задачи реконструкции треков частиц [4] и другие направления. Активное применение методов машинного обучения в субъядерной физике во многом обусловлено наличием больших массивов экспериментальных данных, позволяющих разрабатывать и валидировать модели, способные воспроизводить сложные многомерные корреляции физических наблюдаемых. В нашей предыдущей работе [5] была предложена полносвязная нейронная сеть для прогнозирования дифференциальных сечений эксклюзивной реакции электророждения $\gamma^*p \rightarrow n\pi^+$ в резонансной

области. Модель обучалась на примерно 10^5 экспериментальных измерений, полученных на детекторе CLAS [6], и показала, что предложенный подход способен интерполировать значения сечений в многомерном кинематическом фазовом пространстве с точностью, сопоставимой с экспериментальными неопределённостями. При этом прогнозируемые значения сети сохраняли известные физические корреляции между переменными без явного включения априорной физической информации в архитектуру модели.

Дифференциальные сечения являются ключевой экспериментальной наблюдаемой, из которой извлекаются структурные функции и амплитуды электровозбуждения нуклонных резонансов. Построение гладкого и физически корректного представления дифференциальных сечений в многомерном фазовом пространстве кинематических переменных является необходимым для дальнейшего анализа в рамках моделей реакций. Также точные алгоритмы предсказания дифференциальных сечений рассеяния могут использоваться в качестве Монте-Карло генераторов событий и послужить основой

* E-mail: golda.av15@physics.msu.ru

† E-mail: isupov@jlab.org

для алгоритмов хранения данных.

Несмотря на успешные результаты первоначального исследования, необходимо провести дополнительную проверку модели путём сравнения с устойчивыми теоретическими моделями и оценить её устойчивость. В настоящей работе основное внимание уделено двум аспектам валидации:

1. сравнению значений прогнозирования нейронной сети с результатами феноменологической модели электророждения пионов MAID2007 [7],
2. анализу устойчивости значений прогнозирования сети с использованием метода реплик, учитывающего экспериментальные статистические неопределённости и основанного на формировании ансамбля статистически эквивалентных псевдовыборок, аналогично подходу, широко применяемому в физике высоких энергий (см., например, [8, 9]).

Эти проверки позволяют достоверно оценить надёжность модели и её способность к обобщению вне обучающей выборки.

1. ИССЛЕДОВАНИЕ НУКЛОННЫХ РЕЗОНАНСОВ В РЕАКЦИИ $\gamma^* p \rightarrow n\pi^+$

Ранние исследования возбужденных состояний нуклона (N^*) основывались на изучении реакции упругого рассеяния π -мезонов на нуклонах, благодаря которой была открыта большая часть известных нуклонных резонансов. Однако значительная часть N^* недоступна в упругом πN -рассеянии, поскольку многие из них распадаются с испусканием мезонов, отличных от пионов, и/или с испусканием более одного мезона. По этой причине современные исследования возбужденных состояний нуклона основаны на анализе эксклюзивных реакций, индуцированных реальными и виртуальными фотонами. Свойства N^* характеризуются их массами, ширинами, квантовыми числами, а также электромагнитными спиральными амплитудами $A_{1/2}$, $A_{3/2}$ и $S_{1/2}$, которые описывают взаимодействие виртуального фотона с протоном. Амплитуды $A_{1/2}$ и $A_{3/2}$ соответствуют переходам протона в возбужденное состояние, поперечно поляризованными фотонами, и вносят вклад как в фото-, так и в электророждение. Амплитуда $S_{1/2}$ описывает возбуждение резонансов продольно поляризованными виртуальными фотонами и обращается в ноль для реальных фотонов. Наблюдаемые физические величины, такие как дифференциальные сечения и поляризационные асимметрии, однозначно выражаются через комплексные амплитуды реакции, включающие как резонансные, так и нерезонансные вклады.

В эксклюзивных реакциях электророждения полностью реконструируется кинематика конечного состояния. Удобно описывать реакцию с использова-

нием виртуальности фотона $Q^2 = -q^2$, где q — четырёхимпульс, переданный виртуальным фотоном, а также инвариантной массы конечной адронной системы W . Для электронного рассеяния виртуальность фотона выражается через начальную, E , и конечную, E' , энергии электрона и угол рассеяния θ_e , и в ультрарелятивистском приближении имеет вид

$$Q^2 \approx 4EE' \sin^2 \frac{\theta_e}{2}.$$

Инвариантная масса адронной системы определяется выражением

$$W^2 = M^2 + 2M(E - E') - Q^2,$$

где M — масса протона.

Адронными кинематическими переменными являются углы вылета пиона θ_π^* и ϕ_π^* , определённые в системе центра масс фотон-протон. Угол θ_π^* представляет собой полярный угол вылета пиона, а ϕ_π^* — угол между плоскостью реакции и плоскостью рассеяния.

Дифференциальное сечение взаимодействия виртуального фотона с протоном $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, вследствие вращательной инвариантности, имеет следующую зависимость от азимутального угла ϕ_π^* :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = & A(E, Q^2, W, \cos \theta_\pi^*) + \\ & + B(E, Q^2, W, \cos \theta_\pi^*) \cos 2\phi_\pi^* + \\ & + C(E, Q^2, W, \cos \theta_\pi^*) \cos \phi_\pi^*, \end{aligned} \quad (1)$$

где функции A , B и C являются структурными функциями и содержат всю динамическую информацию о процессе.

Исследование эксклюзивного электророждения одиночных пионов позволяет получить важную информацию о динамике сильного взаимодействия, особенно в непертурбативной области инвариантных масс от 1.1 до 2 ГэВ [10, 11]), где низколежащие резонансы преимущественно распадаются по однопионному каналу. Именно эта кинематическая область для реакций электророждения $\gamma^* p \rightarrow n\pi^+$ является основным объектом исследования в настоящей работе.

2. СТРАТЕГИЯ ОБУЧЕНИЯ И АРХИТЕКТУРА НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ $\gamma^* p \rightarrow n\pi^+$

2.1. Входные данные и предварительная обработка

Задачей, решаемой нейронной сетью, является прогнозирование значений дифференциальных сечений $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ для реакции $\gamma^* p \rightarrow n\pi^+$. Каждое событие описывается пятью кинематическими переменными, полностью задающими реакцию в приближении однофотонного обмена: энергией пучка E , инвариантной массой конечной адронной системы W ,

виртуальностью фотона Q^2 , $\cos \theta_\pi^*$ и ϕ_π^* . Эти пять величин образуют полный набор входных признаков модели.

Эксперименты CLAS представляют систематическое исследование возбуждённых состояний нуклона в эксклюзивных реакциях фото- и электророжения адронов в широком диапазоне кинематических переменных [12]. Набор данных был получен из базы данных CLAS Physics Database [13], где каждая запись (каждая строка в таблице с данными) включает пять перечисленных кинематических переменных, соответствующее измеренное значение дифференциального сечения и связанную с ним статистическую неопределённость. В общей сложности набор данных содержит 98 027 измерений, охватывающих широкий диапазон фазового пространства.

Дополнительное конструирование признаков не применялось. Несмотря на принципиальную возможность введения производных переменных, таких как полиномиальные комбинации W и Q^2 или тригонометрические преобразования угловых переменных, многочисленные эмпирические тесты показали, что такие расширения не приводят к заметному улучшению точности прогнозирования. Кроме того, ограничение входного пространства непосредственно измеряемыми кинематическими величинами обеспечивает возможность вычисления модели в произвольных точках фазового пространства без привлечения вспомогательной или экспериментально-специфической информации. По той же причине параметры, связанные с откликом детектора (например, электронные или аппаратные характеристики), не использовались в качестве входных признаков.

В рамках предварительной обработки данных из набора были удалены экстремальные выбросы целевой переменной. В частности, точки данных со значениями дифференциального сечения, превышающими 96% общего распределения, были исключены. Такие точки соответствуют аномально большим сечениям и, как правило, сопровождаются значительными статистическими неопределённостями. Их удаление снижает влияние редких высокодисперсных измерений и повышает численную устойчивость процесса обучения. Полученный отфильтрованный набор данных использовался последовательно на всех этапах обучения, валидации и анализа методом реплик.

2.2. Архитектура нейронной сети

С теоретической точки зрения возможность аппроксимации произвольных непрерывных функций многих переменных с помощью суперпозиции функций одной переменной была впервые строго обоснована в работах А. Н. Колмогорова [14]. Дальнейшее развитие этих идей привело к формулировке теоремы универсальной аппроксимации, согласно которой полносвязная сеть прямого распространения уже с одним скрытым слоем при доста-

точном числе нейронов может приближать широкий класс нелинейных отображений с произвольной точностью [15].

Архитектура нейронной сети, использованная в данной работе, полностью совпадает с архитектурой, применявшейся в предыдущем исследовании [5]. Мы сознательно сохраняем ту же конструкцию модели, чтобы обеспечить методологическую преемственность и изолировать влияние процедур валидации, вводимых в настоящей статье. Используемая модель представляет собой глубокую полносвязную нейронную сеть прямого распространения, обучаемую для решения задачи многомерной регрессии дифференциального сечения.

Выбор классической полносвязной архитектуры также согласуется с современными обзорными исследованиями, посвящёнными применению глубокого обучения к табличным данным, где такие модели демонстрируют конкурентоспособные результаты при решении задач регрессии без явного конструирования признаков [16].

Сеть состоит из входного слоя с пятью нейронами, соответствующими кинематическим переменным (E , W , Q^2 , $\cos \theta_\pi^*$, ϕ_π^*), последовательности из 19 скрытых слоёв различной ширины и одного выходного нейрона, представляющего прогнозируемое значение дифференциального сечения. Полная архитектура может быть представлена в виде вектора \mathbf{T} , где каждый элемент соответствует числу нейронов в соответствующем слое:

$$\mathbf{T} = [5, 60, 80, 100, 120, 140, 240, 340, 440, 640, 2000, 1040, 640, 340, 240, 140, 100, 80, 60, 20, 1].$$

Во всех скрытых слоях используется функция активации ReLU (rectified linear unit) [17]. При обучении нейронной сети использовались следующие параметры: размер пакета 256, максимальное число эпох 100 и начальная скорость обучения 10^{-3} . Дополнительные детали реализации и полный код обучения приведены в открытом репозитории GitHub [18].

Общее число обучаемых параметров сети (весов и смещений) составляет порядка 1×10^6 . Несмотря на относительно большое число параметров, данная архитектура была сознательно сохранена из предыдущей работы [5]. В том исследовании именно эта модель в сочетании с более сложным набором приемов улучшения обучения систематически демонстрировала наилучшие результаты среди всех протестированных конфигураций. Хотя выигрыш в метриках качества, по сравнению с альтернативными архитектурами, был умеренным (на уровне нескольких сотых процента), он наблюдался устойчиво по всему исследуемому кинематическому диапазону.

В ходе подготовки настоящего анализа также были исследованы существенно более компактные архитектуры, включая сети со значительно меньшим числом скрытых слоёв и общим числом параметров порядка $\mathcal{O}(10^3-10^4)$. Было обнаружено, что некоторые из этих компактных моделей достигают точ-

ности прогнозирования, неотличимой от предлагаемой нами архитектуры сети вплоть до третьего знака после запятой в используемых метриках качества.

Тем не менее в настоящей работе мы намеренно сохраняем исходную архитектуру. Такой выбор обусловлен прежде всего необходимостью полной методологической совместимости экспериментов и стремлением обеспечить, чтобы все валидации, представленные далее, относились к одной и той же базовой модели.

Нейронная сеть была реализована с использованием фреймворка глубокого обучения PyTorch [19].

2.3. Стратегия обучения

Процедура обучения, используемая в настоящей работе, в целом следует подходу, описанному в нашем предыдущем исследовании [5], однако в неё были внесены несколько упрощений, направленных на повышение вычислительной эффективности. Эти изменения продиктованы требованиями анализа методом реплик, в рамках которого необходимо обучать большое число независимых нейронных сетей.

В отличие от предыдущего исследования в настоящей работе не применялась техника для приращения тренировочных данных (аугментация). Ранее использовалась техника приращения, основанная на методе подвыборки из гауссовского распределения как входных признаков, так и целевых значений, что позволяло несколько улучшить обобщающую способность модели. Однако данная процедура существенно увеличивала эффективный объём обучающего набора данных и, как следствие, общее время обучения. В условиях настоящего анализа, где скорость обучения является критически важной, этот этап был исключён. Как будет показано далее, данное упрощение не оказывает качественного влияния на устойчивость или физическую согласованность прогнозирования нейронной сети.

Процедура стандартизации данных была сохранена без изменений. Все входные признаки стандартизировались путём вычитания выборочного среднего значения и деления на выборочное стандартное отклонение, вычисленные независимо для каждой переменной. Нормализация применялась одинаковым образом как к обучающей, так и к валидационной выборкам.

Ещё одно важное изменение касается учёта энергии электронного пучка. В нашем предыдущем исследовании [5] набор данных разбивался на подвыборки, соответствующие различным значениям энергии пучка, и для каждой энергии обучалась отдельная нейронная сеть. В настоящей работе вместо этого используется единая нейронная сеть, обучаемая на полном наборе данных. Энергия пучка E включается в модель как дополнительный числовой входной признак, наряду с переменными $(W, Q^2, \cos \theta_\pi^*, \phi_\pi^*)$. Такой унифицированный подход упрощает процесс обучения и лучше подходит

для многократного повторения обучения в рамках метода реплик.

Остальные элементы процедуры обучения были сохранены без изменений. Для контроля переобучения и предотвращения избыточного числа эпох обучения использовался критерий ранней остановки. Обучение контролировалось по валидационной функции потерь, и обучение прекращалось при отсутствии улучшения метрики в течение 10 последовательных эпох. Минимальный порог улучшения был установлен равным нулю, то есть любое уменьшение функции потерь считалось значимым. В сочетании с динамической схемой изменения скорости обучения такая конфигурация обеспечивала устойчивую сходимость и воспроизводимое завершение обучения.

Для адаптивного изменения скорости обучения использовалась стратегия Reduce-on-Plateau, позволяющая оптимизатору автоматически уменьшать шаг обучения в процессе оптимизации. Во всех экспериментах применялся оптимизатор ADAM [20].

В качестве целевой функции при обучении использовался корень из среднеквадратичной ошибки (RMSE) между значениями прогнозирования нейронной сети и измеренными значениями дифференциального сечения. По сравнению со среднеквадратичной ошибкой такая функция сохраняет ту же размерность, что и предсказываемое дифференциальное сечение, что делает результаты обучения более удобными для физической интерпретации. При этом RMSE представляет собой монотонное преобразование от среднеквадратичной ошибки и, следовательно, не меняет качественно критерий оптимальности модели. Функция потерь (RMSE) имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (2)$$

где y_i и \hat{y}_i обозначают экспериментальное и прогнозируемое значения дифференциального сечения для i -й точки данных соответственно, а N — число элементов в соответствующей группе.

Вычисление функции потерь осуществлялось в стандартизованном пространстве целевой переменной. Такой подход повышает численную устойчивость оптимизации и обеспечивает сопоставимые масштабы градиентов по всему набору данных. Все показатели качества, приводимые в настоящей работе, однако вычислялись после обратного преобразования значений прогнозирования в исходные физические единицы дифференциального сечения.

Наконец, для отслеживания экспериментов и управления версиями использовалась платформа Weights&Biases [21]. Этот инструмент применялся для регистрации конфигураций обучения, параметров сети, кривых обучения и валидационных метрик, что обеспечивало воспроизводимость и облегчало систематическое сравнение различных запусков обучения.

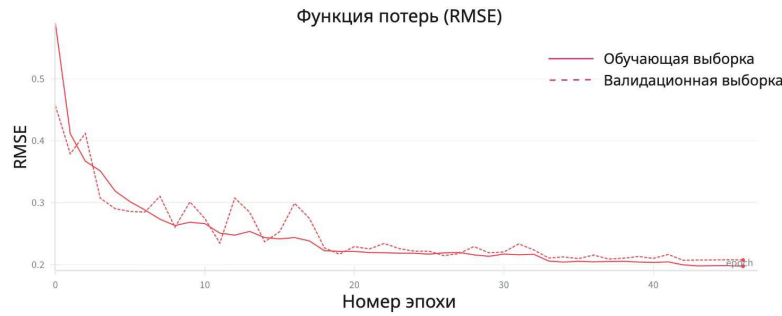


Рис. 1. Кривые обучения и валидации нейронной сети. Значения функции потерь (RMSE) показаны как функция номера эпохи обучения. Близость и гладкое поведение кривых обучения и валидации указывают на устойчивую динамику обучения и отсутствие переобучения

2.4. Схема валидации

Оценка качества нейронной сети проводилась с использованием стандартной схемы валидации в задачах контролируемого обучения с явным разделением исходного набора данных на обучающую, валидационную и тестовую выборки. После предварительной обработки полный набор данных был случайным образом разделён на три непересекающиеся части: приблизительно 70% данных использовались для обучения, 10% — для валидации и 20% — для тестирования. Разбиение выполнялось методом равномерной случайной выборки по всему набору данных, что обеспечивало пропорциональное представление всех кинематических областей в каждой подвыборке.

Обучающая выборка использовалась для оптимизации параметров нейронной сети. Валидационная выборка применялась для мониторинга сходимости, настройки гиперпараметров обучения, а также для применения механизмов ранней остановки и управления скоростью обучения. Тестовая выборка оставалась статистически независимой и использовалась исключительно для окончательной оценки обобщающей способности модели.

Основной метрикой качества, используемой в настоящей работе, является средняя абсолютная ошибка (MAE), определяемая выражением

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|, \quad (3)$$

где y_i и \hat{y}_i обозначают измеренные и прогнозируемые значения дифференциального сечения соответственно, а N — число элементов в соответствующем наборе данных. Значения MAE приводятся после преобразования значений прогнозирования обратно в исходные физические единицы дифференциального сечения.

На рис. 1 показана эволюция функций потерь на обучающей и валидационной выборках в процессе оптимизации. Признаков переобучения не наблюдается: значения ошибок на обучающей и валидационной выборках убывают согласованно и выходят на

общее плато без расхождения.

Итоговая модель достигает средней абсолютной ошибки порядка $\text{MAE} = 0.08$ мкб/ср на тестовой выборке, что согласуется с результатами, полученными в [5].

На рис. 2 приведён характерный пример зависимости дифференциального сечения от азимутального угла ϕ_π^* . Значения прогнозирования нейронной сети хорошо воспроизводят экспериментальные данные во всём угловом диапазоне и корректно описывают характерную модуляцию по ϕ_π^* . Полученная кривая остаётся гладкой и не содержит нефизических осцилляций, что демонстрирует способность сети воспроизводить ϕ_π^* -зависимость дифференциального сечения даже при использовании упрощённой стратегии обучения.

3. СРАВНЕНИЕ С МОДЕЛЬЮ MAID2007

В дополнение к классической схеме валидации алгоритма была выполнена вспомогательная валидация предложенного нейросетевого подхода на основе сравнения с феноменологической моделью электроорождения пионов MAID2007 [7]. Данное исследование не предназначено для независимой проверки по отношению к экспериментальным измерениям; его цель заключается в проведении косвенного теста устойчивости модели, направленного на оценку способности нейронной сети воспроизводить теоретическое описание реакции.

Для выполнения данного теста был сформирован специализированный набор данных на основе модели MAID2007, в котором для каждой экспериментальной точки, характеризующейся набором кинематических переменных E , W , Q^2 , $\cos \theta_\pi^*$ и ϕ_π^* , значение дифференциального сечения в модели MAID2007 вычислялось в той же самой точке фазового пространства. Значения дифференциальных сечений модели MAID2007 были использованы в качестве целевых значений в задаче регрессии, и нейронная сеть с той же архитектурой и схемой обучения, что описаны в предыдущих разделах данной работы, была обучена с нуля на данном наборе данных.

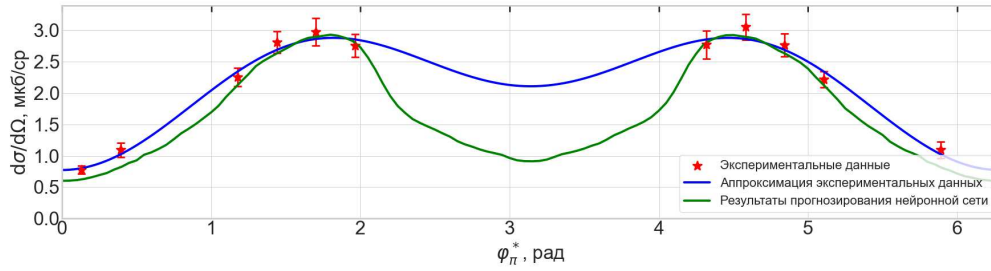


Рис. 2. Сравнение дифференциального сечения $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ как функции азимутального угла ϕ_π^* при $E = 5.754$ ГэВ, $W = 1.23$ ГэВ, $Q^2 = 1.715$ ГэВ² и $\cos\theta_\pi^* = -0.5$. Красные точки с погрешностями соответствуют экспериментальным данным CLAS. Синяя кривая представляет аппроксимацию экспериментальных точек с использованием зависимости (1), зелёная кривая показывает результаты прогнозирования нейронной сети

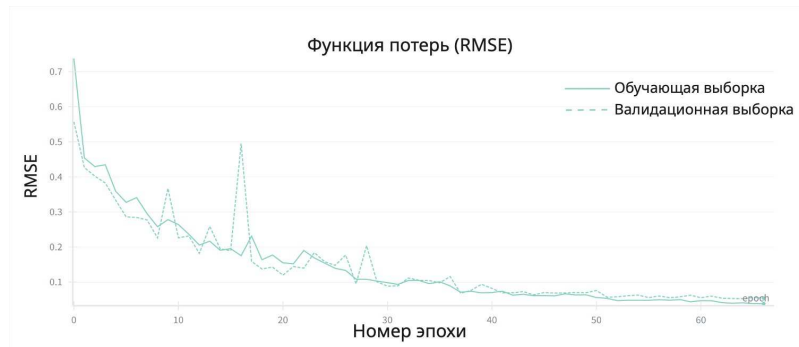


Рис. 3. Кривые функции потерь для обучающей и валидационной выборок нейронной сети, обученной на дифференциальных сечениях, сгенерированных моделью MAID2007. Плавная и монотонная сходимость обеих кривых указывает на устойчивый характер обучения и подтверждает корректное поведение архитектуры сети при обучении на теоретически сгенерированных данных

Кривые функции потерь для обучающей и валидационной выборок для нейронной сети, обученной на данных MAID2007, представлены на рис. 3. Динамика обучения в целом повторяет поведение, наблюдаемое при обучении на экспериментальных данных: обе кривые демонстрируют плавную и устойчивую сходимость без признаков переобучения или численных нестабильностей. На отложенной тестовой выборке, составляющей 20% от набора данных MAID2007, обученная модель достигает существенно более высокой точности, с величиной средней абсолютной ошибки

$$\text{MAE} \simeq 0.01 \text{ мкб/ср},$$

что отражает отсутствие экспериментального шума и внутреннюю согласованность сгенерированных целевых значений.

После завершения обучения на данных модели MAID2007 прогнозы нейронной сети были протестированы во всём интересующем кинематическом объёме, был построен ряд сравнительных графиков, иллюстрирующих зависимость дифференциального сечения от азимутального угла ϕ_π^* . Для каждой выбранной кинематической конфигурации одновременно представлены следующие величины: (1) экспериментальные точки, не использовавшиеся при обучении нейронной сети на данных модели MAID2007; (2) значения дифференциальных

сечений, полученных в рамках модели MAID2007, вычисленные в тех же кинематических точках, где существуют экспериментальные измерения; (3) значения дифференциальных сечений, полученных в рамках MAID2007, рассчитанные во всем диапазоне угла ϕ_π^* , включая области без экспериментального покрытия; (4) значения прогнозирования нейронной сети, обученной на наборе данных модели MAID2007.

Характерный пример такого сравнения приведён на рис. 4. Из рисунка видно, что нейронная сеть, обученная на данных модели MAID2007, с высокой точностью воспроизводит как абсолютный масштаб, так и характерную модуляцию по углу ϕ_π^* , полученную моделью MAID2007. Особо важно отметить, что данное согласие сохраняется и в областях, где точки модели MAID2007 не использовались непосредственно в процессе обучения, например вблизи $\phi_\pi^* \approx \pi$. В этих областях нейронная сеть восстанавливает ожидаемое поведение за счёт согласованного использования информации, извлечённой из соседних и коррелированных областей многомерного фазового пространства.

Подобные сравнения были выполнены во всей кинематической области, доступной экспериментально. Во всех случаях прогнозы нейронной сети демонстрируют гладкую и физически корректную угловую зависимость, согласованную с моде-

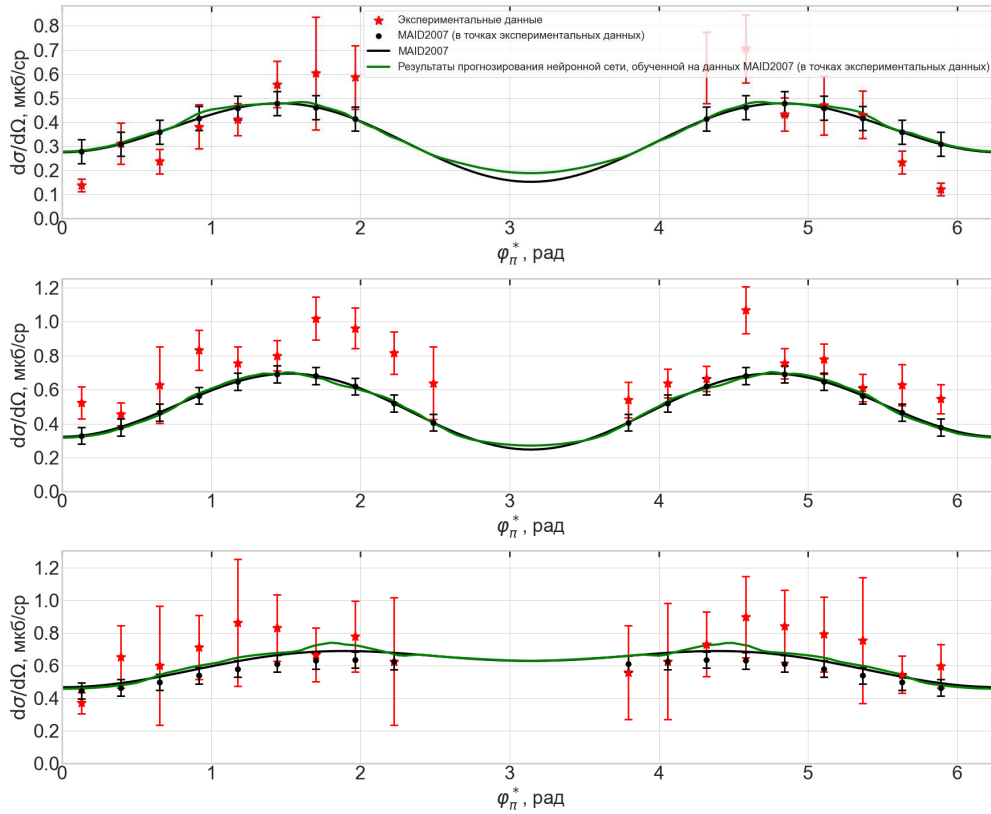


Рис. 4. Сравнение зависимости дифференциального сечения $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ от угла ϕ_π^* для экспериментальных данных, модели MAID2007 и нейронной сети, обученной на прогнозах модели MAID2007. Экспериментальные значения показаны красными точками со статистическими погрешностями, значения прогнозирования модели MAID2007 — чёрными кривыми, а результаты нейронной сети — зелёными кривыми. Графики соответствуют следующим кинематическим условиям (сверху вниз): $E_{\text{beam}} = 5.754$ ГэВ, $W = 1.23$ ГэВ, $Q^2 = 2.915$ ГэВ², $\cos \theta_\pi^* = -0.7$; $E_{\text{beam}} = 5.754$ ГэВ, $W = 1.23$ ГэВ, $Q^2 = 2.915$ ГэВ², $\cos \theta_\pi^* = -0.1$; $E_{\text{beam}} = 5.754$ ГэВ, $W = 1.745$ ГэВ, $Q^2 = 2.05$ ГэВ², $\cos \theta_\pi^* = 0.3$

лю MAID2007, что указывает на воспроизведение функциональной структуры сечения и обеспечивает надёжное прогнозирование в слабо заселённых областях фазового пространства.

4. МЕТОД РЕПЛИК

Валидация методом реплик направлена на оценку устойчивости модели к статистическим флуктуациям данных и определению физически осмысленных интервалов неопределённости прогнозируемых дифференциальных сечений. Метод реплик является хорошо зарекомендовавшей себя техникой оценки неопределённостей и анализа устойчивости в моделях машинного обучения. Его основная идея заключается в построении ансамбля статистически эквивалентных псевдонаборов данных (реплик) путём флуктуации исходных измерений в пределах их экспериментальных неопределённостей, обучении независимых моделей на каждой реплике и анализе разброса полученных значений прогнозирования. Такой подход позволяет избежать жёстких предположений о распределении ошибок и успешно применяется в физике высоких энергий [22], в частности в рамках подхода NNPDF для определения

партонных распределений [8, 9].

Процедура валидации методом реплик включает четыре основных этапа:

1. обучение генераторной модели, воспроизводящей экспериментальные сечения;
2. построение Монте-Карло реплик целевых значений;
3. обучение ансамбля нейронных сетей на репликах;
4. анализ относительных отклонений прогнозирования реплик как функций кинематических переменных.

4.1. Описание метода реплик

4.1.1. Обучение генераторной модели реплик

Исходной точкой служит экспериментальный набор данных для реакции π^+n , содержащий 98 027 измеренных значений дифференциального сечения $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{Exp}}$. Нейронная сеть обучается на 90% экспериментального набора данных с использованием

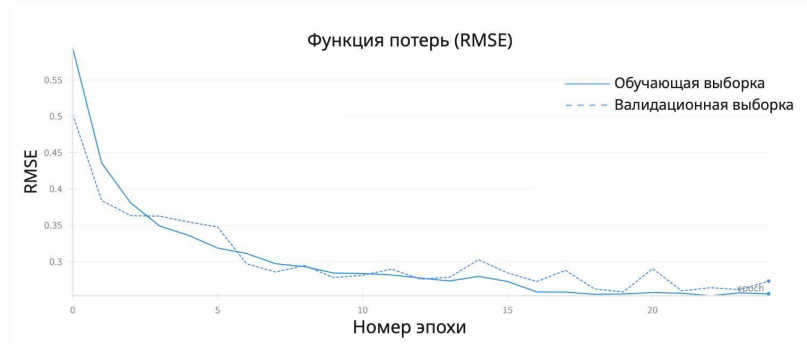


Рис. 5. Кривые обучения и валидации для генераторной модели реплик. Значения функции потерь (RMSE) показаны как функция номера эпохи обучения

той же архитектуры и стратегии оптимизации, что и в предыдущих разделах. Оставшиеся 10% данных, случайным образом выбранные из полного набора, используются для валидации. Для каждой экспериментальной точки сеть формирует соответствующее значение прогнозирования, обозначаемое как $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{Gen}}$, которое служит центральным значением при последующем построении реплик.

4.1.2. Построение реплик

Для снижения вычислительных затрат порог для ранней остановки был уменьшен с 10 до 3 эпох. При этом точность на валидационной выборке умеренно снижалась до MAE $\simeq 0.09$ мкб/ср. Соответствующие кривые обучения и валидации показаны на рис. 5.

Для каждой экспериментальной точки, характеризующейся кинематическими переменными E , W , Q^2 , $\cos\theta_\pi^*$ и ϕ_π^* , а также измеренным значением $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{Exp}}$ и его экспериментальной неопределённостью $\varepsilon(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{Exp}}$, генерируется набор Монте-Карло реплик.

Для заданной точки строится гауссово распределение со средним значением $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{Gen}}$ и стандартным отклонением $\varepsilon(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{Exp}}$. Из этого распределения независимо выбираются 100 реплик:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rep}}^r, \quad r = 1, \dots, 100.$$

Данная процедура применяется независимо ко всем 98 027 экспериментальным точкам.

4.1.3. Обучение реплик-моделей

На следующем этапе обучались 100 независимых нейронных сетей с идентичной архитектурой, каждая из которых использовала в качестве целевой переменной одну из реплик $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{Rep}}^r$. Все гиперпараметры обучения фиксировались одинаковыми для всех реплик, что обеспечивало однородность ансамбля.

Кривые обучения для всех реплик-моделей показаны на рис. 6. Для всех реплик-моделей значение ошибки на валидационной выборке оказалось близким к MAE $\simeq 0.09$ мкб/ср, что согласуется с точностью генераторной модели.

После обучения каждая реплик-модель была оценена на плотной сетке по переменным E , W , Q^2 , $\cos\theta_\pi^*$ и ϕ_π^* . В каждой точке фазового пространства это приводило к получению 100 значений прогнозирования. Среднее значение и стандартное отклонение по ансамблю реплик вычислялись и использовались для визуализации центрального значения прогнозирования и соответствующей полосы неопределённости, как показано на рис. 7.

4.1.4. Анализ относительных отклонений

Для дополнительной количественной оценки устойчивости модели было исследовано относительное отклонение прогнозирования реплик относительно выхода генераторной модели. Для каждой реплики вводилась величина

$$\Delta_{\text{Rep}}^r = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rep}}^r - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Gen}}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Gen}}}.$$

Распределения величины Δ_{Rep}^r анализировались как функции кинематических переменных W , Q^2 , $\cos\theta_\pi^*$ и ϕ_π^* . На рис. 8 показаны соответствующие двумерные карты плотности. Для каждого графика маргинальные распределения по кинематической переменной и по Δ_{Rep} представлены на верхних и правых осях соответственно, тогда как цветовая шкала отражает плотность заполнения в каждом интервале.

Во всех случаях относительные отклонения сконцентрированы вокруг нуля, что демонстрирует статистическую согласованность прогнозирования реплик с выходом генераторной модели во всём кинематическом диапазоне. Такое поведение является прямым свидетельством устойчивости и надёжности предложенного алгоритма.

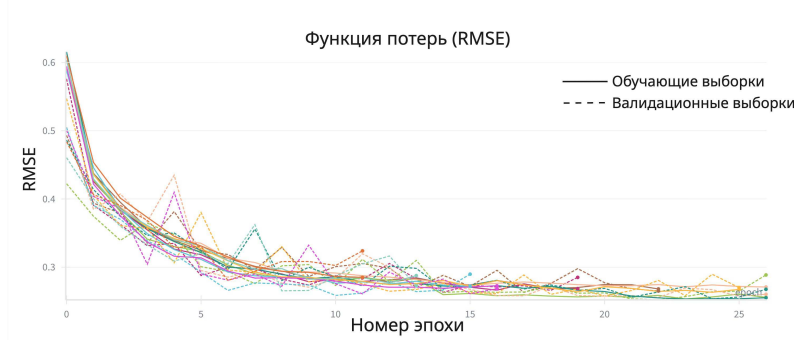


Рис. 6. Кривые функции потерь (RMSE) для обучающей (сплошные линии) и валидационной (пунктирные линии) выборки, полученные при обучении ансамбля из 100 реплик-моделей. Данный рисунок предназначен не для анализа отдельных траекторий обучения, а для иллюстрации общего характера сходимости и устойчивости алгоритма в целом: несмотря на значительные статистические флуктуации на ранних эпохах, все модели демонстрируют согласованное уменьшение функции потерь и выход на сопоставимый уровень RMSE на стадии сходимости

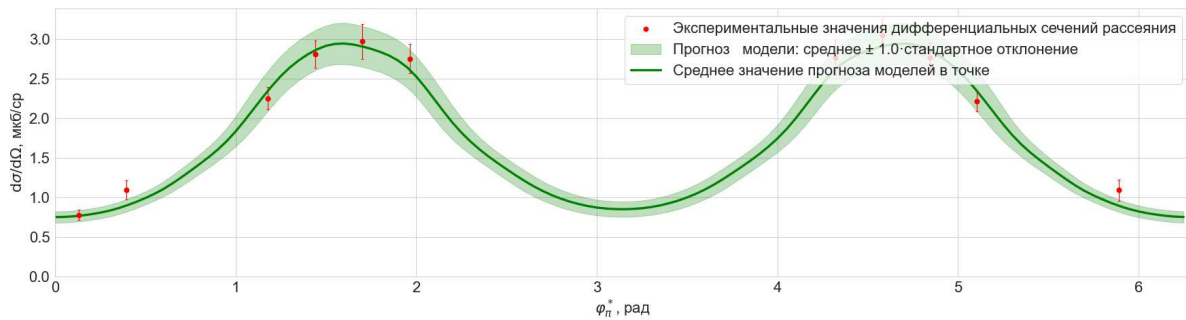


Рис. 7. Зависимость дифференциального сечения рассеяния $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ от азимутального угла ϕ_{π}^* в фиксированной области фазового пространства. Красными точками с вертикальными погрешностями показаны экспериментальные значения дифференциальных сечений. Сплошная зеленая линия соответствует среднему значению прогнозирования, полученному усреднением по ансамблю независимых нейронных сетей, обученных методом реплик. Заштрихованная область вокруг средней кривой отражает интервал неопределенности, равный одному стандартному отклонению ($\pm 1\sigma$), и характеризует чувствительность прогнозирования модели к статистическим флуктуациям входных данных. Хорошее согласие экспериментальных точек со средней кривой и их расположение внутри полосы неопределенности свидетельствуют о стабильности модели и корректном воспроизведении угловой зависимости дифференциального сечения

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе была проведена всесторонняя валидация нейросетевого подхода к прогнозированию дифференциальных сечений эксклюзивной реакции электророжения состояния π^+n в резонансной области. Развивая результаты предыдущего исследования, в котором была продемонстрирована принципиальная возможность построения регрессионной модели, основное внимание было уделено оценке устойчивости, стабильности и физической надёжности обученной нейронной сети.

Выполнено детальное сравнение с феноменологической моделью MAID2007. Путём обучения нейронной сети на сечениях, сгенерированных моделью MAID2007 в тех же кинематических точках, что и экспериментальные данные, было показано, что модель способна корректно воспроизводить характерную угловую зависимость и общее поведение. Существенно, что согласие между нейронной сетью и MAID2007 сохраняется и в областях фазо-

вого пространства, где отсутствуют явные обучающие точки, что указывает на то, что модель способна воспроизводить многомерную функциональную кинематическую зависимость дифференциальных сечений рассеяния.

Проведён анализ неопределённостей методом реплик, направленный на проверку устойчивости прогнозирования нейронной сети при статистически допустимых вариациях экспериментальных данных. Построение Монте-Карло реплик целевых значений и обучение ансамбля независимых нейронных сетей позволили количественно оценить разброс прогнозирования по всему кинематическому пространству. Относительные отклонения прогнозирования реплик от центрального выхода генераторной модели оказались сконцентрированными вокруг нуля для всех кинематических переменных, что свидетельствует об устойчивости алгоритма и отсутствии переобучения.

Полученные результаты подтверждают, что модель способна устойчиво и надёжно воспроизво-

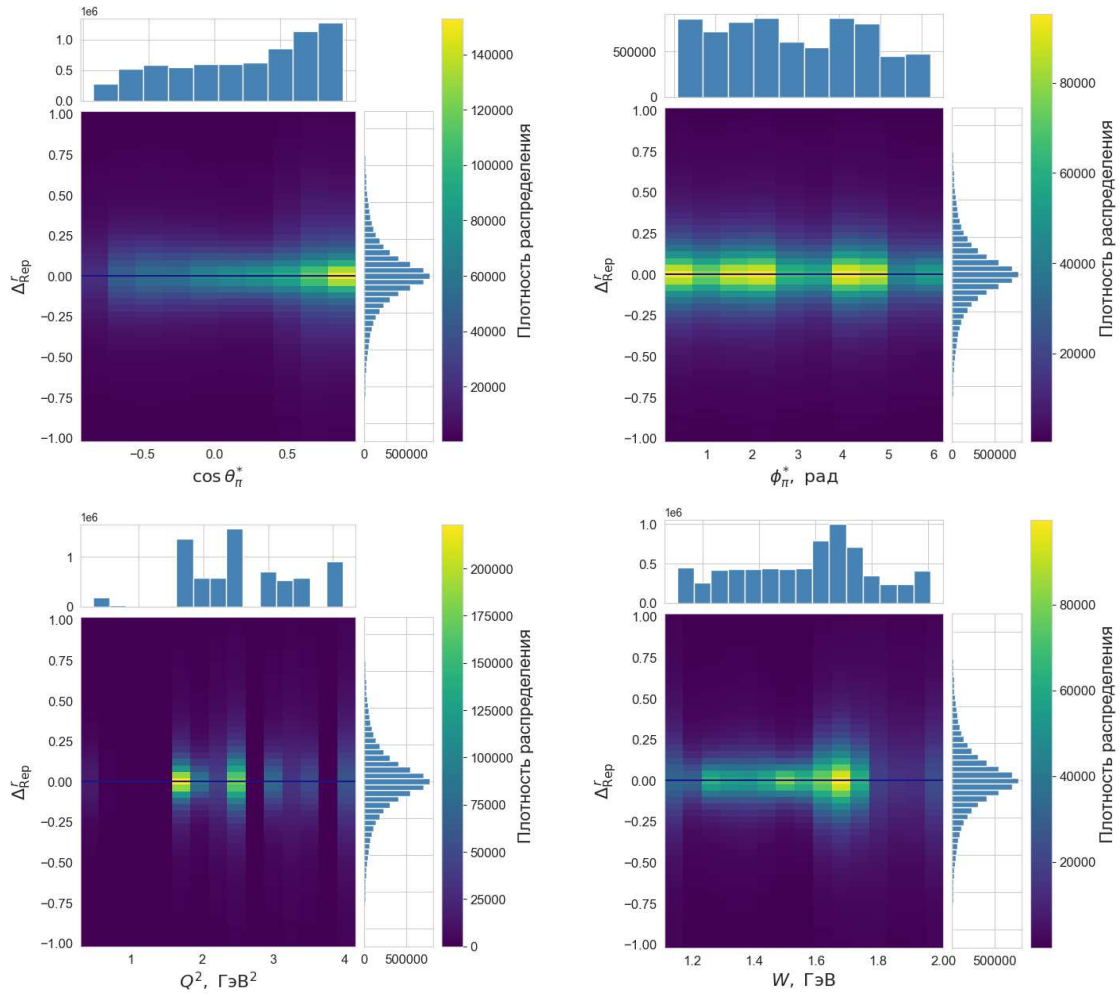


Рис. 8. Распределения относительного отклонения Δ_{Rep}^r , полученного методом реплик, в зависимости от основных кинематических переменных реакции: косинуса полярного угла вылета пиона $\cos \theta_\pi^*$, азимутального угла ϕ_π^* , квадрата переданного четырёх-импульса Q^2 и инвариантной массы адронной системы W . Цветовая шкала отражает плотность распределения событий в каждой ячейке двумерного пространства $(x, \Delta_{\text{Rep}}^r)$, тогда как верхние и боковые гистограммы показывают соответствующие одномерные маргинальные распределения по каждой из переменных. Горизонтальная линия $\Delta_{\text{Rep}}^r = 0$ соответствует отсутствию систематического смещения между прогнозированием ансамбля моделей и центральным значением. Концентрация распределений вблизи нуля для всех рассмотренных кинематических переменных свидетельствует о стабильности и однородности прогнозирования нейросетевой модели во всём диапазоне исследуемых параметров

дить многомерные зависимости дифференциального сечения от переменных $(E, W, Q^2, \cos \theta_\pi^*, \phi_\pi^*)$. Представленная методология может быть непосредственно расширена на другие эксклюзивные каналы и наблюдаемые величины, а также на глобальные анализы, объединяющие несколько экс-

периментальных наборов данных. В этом смысле нейросетевые методы регрессии, дополненные систематической валидацией и оценкой неопределённостей, представляют собой перспективный инструмент для анализа современных экспериментов по адронной физике.

- [1] Rosenblatt F. // *Psychological Review*. **65**(6). 386 (1958).
- [2] Vaswani A., Shazeer N., Parmar N. et al. *Attention is All You Need* (Neural Information Processing Systems 28, 2017), pp. 2440-2448.
- [3] Alghamdi T., Alanazi Y., Battaglieri M. et al. // *Phys. Rev. D* **108**, 9. 1 (2023).
- [4] Thomadakis P., Angelopoulos A., Gavalian G.,

- Chrisochoides N.* // *Computer Physics Communications* **276**, 152 (2022).
- [5] Golda A.V., Rusova A.A., Isupov E.L. et al. // *Moscow Univ. Phys. Bull.* **79**, 8 (2024).
- [6] Mecking B.A. et al. // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **503**, 513 (2003).
- [7] Drechsel D., Kamalov S.S., Tiator L. // *Eur. Phys. J. A* **34**, 69 (2007).

- [8] *Ball R.D.* et al. (NNPDF Collaboration) // *Nucl. Phys. B* **809**, 1 (2009). arXiv:0808.1231 [hep-ph].
- [9] *Ball R.D.* et al. (NNPDF Collaboration). // *Nucl. Phys. B* **838**, 136 (2010). arXiv:1002.4407 [hep-ph].
- [10] *Burkert V.D., Lee T.-S.H.* // *Int. J. Mod. Phys. E* **13**, 1035 (2004).
- [11] *Crede V., Roberts W.* // *Rept. Prog. Phys.* **76**, 076301 (2013).
- [12] *Burkert V.D.* (for the CLAS Collaboration) // *Nucl. Phys. A* **684**, 16 (2001).
- [13] CLAS Physics Database. <https://clas.sinp.msu.ru/cgi-bin/jlab/db.cgi>
- [14] *Колмогоров А.Н.* // ДАН СССР. **114**, № 5. 953 (1957).
- [15] *Hornik K., Stinchcombe M., White H.* // *Neural Networks* **2**(5). 359 (1989).
- [16] *Borisov V., Leemann T., Seßler K.* et al. // *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.* **35**, 7499 (2024).
- [17] *Agarap A.F.* *Deep Learning using Rectified Linear Units (ReLU)*. arXiv:1803.08375 (2018).
- [18] Открытый репозиторий с исходным кодом, использованным для обучения нейронных сетей и валидации результатов. GitHub. https://github.com/SINPML/pi_n_xsec
- [19] PyTorch, Python deep learning framework, <https://pytorch.org/>
- [20] *Kingma D., Ba J.* *Adam: A Method for Stochastic Optimization*. 3rd International Conference for Learning Representations (2015).
- [21] Weights&Biases platform, <https://wandb.ai>
- [22] *Hobart A.* et al. (CLAS Collaboration) // *Phys. Rev. Lett.* **133**, 211903 (2024).

Neural Network Modeling of Single-Pion Electroproduction Observables on the Proton in the Resonance Region

A.V. Golda^{1,a}, E.L. Isupov^{2,b}, A.A. Rusova^{1,2}, V.V. Chistyakova¹

¹*Department of General Physics and Molecular Electronics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia*

²*D.V.Skobel'tsyn Institute of Nuclear Physics, M.V.Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia*
E-mail: ^agolda.av15@physics.msu.ru, ^bisupov@jlab.org

This work presents a neural-network-based approach for predicting differential cross sections of the exclusive single-pion electroproduction reaction $\gamma^*p \rightarrow n\pi^+$. The problem is formulated as a multidimensional regression task in the kinematic variables of the reaction. A deep fully connected neural network is trained on experimental data from the CLAS detector without imposing any a priori theoretical assumptions on the reaction dynamics. Particular attention is paid to systematic validation of the model and to the assessment of its physical reliability.

The predictive performance of the network is validated through a comparison with the phenomenological MAID2007 model. This comparison demonstrates that the neural network correctly reproduces the characteristic angular dependence and the overall behavior of the cross sections, including regions of phase space not represented in the training dataset. In addition, a replica method is employed, based on constructing an ensemble of neural-network models trained on statistically fluctuated datasets, which allows for a quantitative evaluation of the stability of the predictions and the associated uncertainties.

The results show that the proposed model provides physically consistent predictions of differential cross sections, remains robust against statistical fluctuations in the input data, and accurately reproduces the multidimensional correlations in the kinematic distributions of single-pion electroproduction on the proton.

PACS: 13.60.Le, 07.05.Mh.

Keywords: electroproduction, artificial intelligence, neural networks, differential scattering cross sections, MAID2007, replica method, structure functions, CLAS detector.

Received 04 February 2026.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2026. **81**, No. 2. Pp. .

Сведения об авторах

1. Голда Андрей Васильевич — e-mail: golda.av15@physics.msu.ru.
2. Исупов Евгений Леонидович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; e-mail: isupov@jlab.org.
3. Русова Анна Александровна — канд. физ.-мат. наук, ассистент; e-mail: aa.golubenko@physics.msu.ru.
4. Чистякова Влада Витальевна — аспирант; e-mail: chistiakova.vv19@physics.msu.ru.