ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

Эффекты двумерных бифуркаций и квантовых биений в системе совмещенного атомного силового и сканирующего туннельного микроскопа с квантовыми точками

В. Ч. Жуковский[1,a], В. Д. Кревчик[2,b], М. Б. Семёнов[2,b], П. В. Кревчик[2,b], Р. В. Зайцев[2,b], И. А. Егоров[2,b]

[1] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*
[2] *Пензенский государственный университет, кафедра «Физика». Россия, 440026, Пенза, ул. Красная, д. 40.*
E-mail: [a] *vlchzh@gmail.com*, [b] *physics@pnzgu.ru*

Статья поступила 30.04.2016, подписана в печать 09.06.2016.

В рамках одноинстантонного приближения теоретически исследована полевая и температурная зависимости вероятности двумерного диссипативного туннелирования для модельного двухъямного осцилляторного потенциала в условиях внешнего электрического поля при конечной температуре с учетом влияния двух локальных фононных мод для квантовых точек в системе совмещенного атомного силового/сканирующего туннельного микроскопа. Показано, что в режиме синхронного параллельного переноса туннелирующих частиц с иглы кантилевера в квантовую точку наличие двух локальных фононных мод приводит к появлению двух устойчивых пиков на полевой зависимости вероятности двумерного диссипативного туннелирования. Проведено качественное сравнение теоретической кривой в пределе слабой диссипации с экспериментальной туннельной вольт-амперной характеристикой для растущих квантовых точек из коллоидного золота под иглой кантилевера на начальном этапе формирования, когда размер квантовых точек не превышает 10 нм. Установлено, что на температурной зависимости вероятности двумерного диссипативного туннелирования один из двух устойчивых пиков, соответствующих взаимодействию туннелирующих частиц с двумя локальными фононными модами, может расщепляться на два, что связано с механизмом интерференции каналов туннелирования. Найдено, что вблизи точки бифуркации реализуется теоретически предсказанный и экспериментально наблюдаемый режим квантовых биений.

Ключевые слова: квантовое туннелирование с диссипацией, квантовые точки, туннельные вольт-амперные характеристики, двумерные бифуркации, квантовые биения.

УДК: 539.23, 539.216.1, 537.311.322. PACS: 70.00.00, 73.00.00, 73.21.La.

Введение

Развитие науки о квантовом туннелировании с диссипацией является одним из важных и актуальных направлений современной квантовой мезоскопики. Следуя пионерским работам А.И. Ларкина, Ю.Н. Овчинникова, Э.Дж. Леггета [7], мы интерпретируем диссипацию как взаимодействие туннелирующей квантовой частицы в линейном приближении с конечным набором локальных фононных мод матрицы-термостата. В случае полупроводниковых квантовых точек (КТ) под иглой кантилевера оправданно учитывать влияние двух промотирующих фононных мод [9]. На энергию локальных вибрационных мод в материале КТ влияют, в первую очередь, неоднородные локальные упругие напряжения. Так, например, в КТ InAs/GaAs(001) эти напряжения сильно выражены из-за большого рассогласования решеток (7%). Поэтому энергия фононов в КТ InAs сильно отличается от объемного полупроводника (bulk) GaAs. В GaAs наибольшие значения констант электрон-фононного взаимодействия — для поперечных и продольных оптических (TO и LO) фононов. Их обычно и учитывают. Для остальных — намного меньше, ими пренебрегают. Учет влияния двух фононных мод для упомянутых полупроводниковых КТ под иглой кантилевера позволил нам получить убедительное качественное соответствие теоретической полевой зависимости вероятности одномерного (1D) диссипативного туннелирования в осциллирующем режиме с экспериментальной туннельной вольт-амперной характеристикой (ВАХ) [10]. Впервые идея о возможности использовать теорию диссипативного туннелирования при исследовании туннельных процессов в системе совмещенного атомного силового и сканирующего туннельного микроскопа (АСМ/СТМ) была высказана в работе Дж. Сетны (J. P. Sethna) [1], где теоретически моделировался «атомный переключатель», в котором единичный атом ксенона Xe обратимым образом переходил от поверхности Ni (110) к вольфрамовой игле кантилевера. В работе Ю. Н. Овчинникова было показано [5], что для двумерных гранулированных систем с металлическими КТ туннельный ток в основном определяется вероятностью туннелирования в ближайшую к игле кантилевера квантовую точку, а также реализуется предел слабой диссипации. Эта идея позволила нам проводить качественное сравнение теоретической кривой полевой зависимости вероятности двумерного (2D) диссипативного туннелирования с экспериментальной туннельной ВАХ для растущей КТ из коллоидного золота [9, 12–16].

Целью настоящей статьи является теоретическое исследование эффектов двумерных бифуркаций и квантовых биений в условиях 2D-диссипативного туннелирования во внешнем электрическом поле при конечной температуре с учетом влияния двух локальных фононных мод.

Первый раздел посвящен теоретическому расчету вероятности 2D-диссипативного туннелирования для модельного двухъямного осцилляторного потенциала в условиях внешнего электрического поля при конечной температуре с учетом влияния двух локальных фононных мод для КТ в системе совмещенного АСМ/СТМ. Во втором разделе проводится качественное сравнение теоретической кривой полевой зависимости вероятности 2D-диссипативного туннелирования с учетом режима 2D-туннельных бифуркаций и квантовых биений с экспериментальной туннельной ВАХ для растущих КТ из коллоидного золота на начальном этапе их формирования, когда размер золотых КТ не превышает 10 нм.

1. Расчет вероятности 2D-диссипативного туннелирования с учетом влияния двух локальных фононных мод

Рассмотрим два одноименных заряда, которые туннелируют по параллельным координатам реакции q_1 и q_2 (например, от иглы кантилевера АСМ/СТМ в растущую золотую КТ) в двух независимых двухъямных потенциалах $U(q_1)$ и $U(q_2)$, представляемых как [7, 21]:

$$U(q_i) = \frac{1}{2}\omega^2(q_i + a)^2\theta(-q_i) + \left[-\Delta I + \frac{1}{2}\omega^2(q_i - b)^2\right]\theta(q_i), \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где сумма расстояний $a + b$ оценивается суммой радиуса иглы кантилевера (или наноразмерного выступа на этой игле) и радиуса золотой КТ; $\Delta I = \frac{1}{2}\omega^2\left(b^2 - a^2\right)$ является смещением (параметром асимметрии потенциала, который линейно меняется с ростом напряженности внешнего электрического поля); $\theta(q_i)$ — ступенчатая функция и ω — частота (см. обсуждение в [7, 11, 21]). Масса частицы входит в определение q (формально мы полагаем массу равной 1, так же как k_B и $\hbar$.)

Взаимодействие между двумя зарядами, т. е. электронами, рассматривается в диполь-дипольном приближении [7, 21]

$$V_{\text{int}}(q_1, q_2) = -\frac{\alpha}{2}(q_1 - q_2)^2, \quad (2)$$

где α — положительная константа. Мы используем тот же потенциал взаимодействия, что и в работе [21]. Нетрудно показать [21], что V_{int} может быть выбран в форме гармонического потенциала притяжения. Такой потенциал может описывать взаимодействие двух одноименно заряженных частиц, расположенных на достаточно большом расстоянии R_0 друг от друга вдоль оси x и движущихся вдоль оси y (предполагается, что $R_0 \gg a$, где a — расстояние параллельного переноса взаимодействующих частиц в направлении оси y). В этом случае потенциал в (2) может быть представлен в виде ряда по степеням параметра $\frac{(q_{1y}-q_{2y})^2}{R_0^2}$, где q_{1y} и q_{2y} — координаты туннелирования. Для кулоновского отталкивания частиц в среде (ε_0 — диэлектрическая постоянная) получим

$$V_{\text{rep}} = \frac{e^2}{\varepsilon_0\varepsilon|R|} = \frac{e^2}{\varepsilon_0\varepsilon\left[R_0^2 + (q_{1y} - q_{2y})^2\right]^{1/2}} \approx \approx \frac{e^2}{\varepsilon_0\varepsilon R_0} - \frac{1}{2}\,\frac{e^2}{\varepsilon_0\varepsilon R_0}\,\frac{(q_{1y} - q_{2y})^2}{R_0^2}.$$

Таким образом, для коэффициента взаимодействия получим $\alpha = e^2/\left(\varepsilon_0\varepsilon R_0^3\right)$, где ε — диэлектрическая проницаемость матрицы. Потенциальную энергию взаимодействия (второе слагаемое в разложении) можно интерпретировать как эффективное притягивающее взаимодействие, хотя кулоновский потенциал остается все время отталкивающим. Этот отрицательный вклад приводит к уменьшению отталкивающего потенциала. Постоянная составляющая $U(R_0) = e^2/(\varepsilon_0\varepsilon R_0)$ может быть включена в определение потенциальных энергий отдельных частиц $U(q_1)$ и $U(q_2)$.

Таким образом, полная двумерная поверхность потенциальной энергии для случая параллельного туннелирования, отнормированная на ω^2, задается соотношением

$$U_p(q_1, q_2) = \frac{2\widetilde{U}_p(q_1, q_2)}{\omega^2} = (q_1 + a)^2\theta(-q_1) + \left[-\left(b^2 - a^2\right) + (q_1 - b)^2\right]\theta(q_1) + (q_2 + a)^2\theta(-q_2) + \left[-\left(b^2 - a^2\right) + (q_2 - b)^2\right]\theta(q_2) - \frac{\alpha^*}{2}(q_1 - q_2)^2. \quad (3)$$

Параметры a и b потенциала перенормируются во внешнем электрическом поле: $a = a^* - |e|E/\omega_0^2$, $b = b^* + |e|E/\omega_0^2$ либо перенормируется безразмерный параметр $b^* = b/a$, который слабонелинейно зависит от напряженности внешнего электрического поля. Квазиклассическое (инстантонное) действие, которое с экспоненциальной точностью определяет вероятность 2D-диссипативного туннелирования, рассчитывалось по аналогии с [21]:

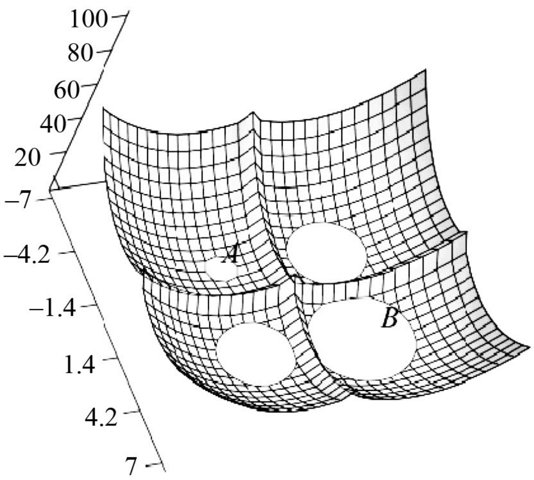

Рис. 1. Асимметричная поверхность потенциальной энергии (3) для случая параллельного туннелирования: A и B обозначают исходное и конечное состояния частиц соответственно. Минимум потенциала в B оказывается ниже, чем в A. Два других (промежуточных) минимума оказываются ниже минимума в A и выше минимума в B

$$S = 2a(a+b)(\tau_1+\tau_2)\omega^2 - \frac{1}{\beta}\omega^2(a+b)^2(\tau_1+\tau_2)^2 - \\ - \frac{\omega^4(a+b)^2(\tau_1-\tau_2)^2}{(\omega^2-2\alpha)\beta} - \frac{2\omega^4(a+b)^2}{\beta}\times \\ \times\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\left(\sin^2\nu_n\tau_1+\sin^2\nu_n\tau_2\right)}{\nu_n^2\left(\nu_n^2+\omega^2+\zeta_n\right)} + \frac{(\sin\nu_n\tau_1-\sin\nu_n\tau_2)^2}{\nu_n^2\left(\nu_n^2+\omega^2-2\alpha\right)}\right], \tag{4}$$

где были введены следующие обозначения: $\varepsilon^*\omega = (\tau_1-\tau_2)\omega$, $\tau = 2\tau^*\omega = (\tau_1+\tau_2)\omega$, $\beta^* = \beta\omega/2$, $\alpha^* = 2\alpha/\omega^2$, $b^* = b/a$; τ_1 и τ_2 — «центры» 2D-инстантона, т. е. моменты мнимого времени проскока параллельно туннелирующими частицами верхушки потенциального барьера (точки с нулевой координатой) вдоль соответствующей координаты туннелирования; $\nu_n = 2\pi n/\beta$ — мацубаровские частоты; $\beta = \hbar/kT$ — обратная температура. В случае влияния двух локальных фононных мод фурье-коэффициенты разложения мацубаровской функции Грина имеют вид

$$\zeta_n = \nu_n^2\frac{C_2^2}{\omega_2^2\left(\omega_2^2+\nu_n^2\right)} + \nu_n^2\frac{C_3^2}{\omega_3^2\left(\omega_3^2+\nu_n^2\right)}. \tag{5}$$

В этом случае для вычисления квазиклассического действия (4) необходимо определить выражения для следующих сумм:

$$\Sigma_1 = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2\nu_n\tau_1}{\nu_n^2\left(\nu_n^2+\omega^2+\zeta_n\right)}, \qquad \Sigma_2 = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2\nu_n\tau_2}{\nu_n^2\left(\nu_n^2+\omega^2+\zeta_n\right)},$$

$$\Sigma_3 = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2\nu_n\tau_1}{\nu_n^2\left(\nu_n^2+\omega^2-2\alpha\right)}, \qquad \Sigma_4 = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2\nu_n\tau_2}{\nu_n^2\left(\nu_n^2+\omega^2-2\alpha\right)},$$

$$\Sigma_5 = -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\nu_n(\tau_1-\tau_2)}{\nu_n^2\left(\nu_n^2+\omega^2-2\alpha\right)}, \qquad \Sigma_6 = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\nu_n(\tau_1+\tau_2)}{\nu_n^2\left(\nu_n^2+\omega^2-2\alpha\right)}.$$

Эти суммы возникают, когда мы приходим к обезразмеренному выражению для 2D-квазиклассического действия

$$S = 2a^2\left(\frac{b}{a}+1\right)\tau\omega - \frac{2\omega^3}{2\beta\omega}a^2\left(\frac{b}{a}+1\right)^2\frac{(\tau_1+\tau_2)^2\omega^2}{\omega^2} - \\ - \frac{\omega^4\cdot\omega a^2\left(\frac{b}{a}+1\right)^2(\tau_1+\tau_2)^2\omega^2\cdot 2}{2\omega^2(1-\alpha^*)\beta\omega\cdot\omega^2} = \\ = 2a^2\omega(b^*+1)\tau - \frac{a^2\omega}{2\beta^*}(b^*+1)^2\tau^2 - \frac{a^2\omega(b^*+1)^2\varepsilon^2}{2(1-\alpha^*)\beta^*} = \\ = -\frac{a^2\omega\cdot\omega^4(b^*+1)^2}{\beta^*} - \frac{2\omega^4a^2\left(\frac{b}{a}+1\right)^2\cdot\omega}{\beta\omega}\cdot\Sigma, \tag{6}$$

$$S^* = \frac{S}{a^2\omega} = 2(b^*+1)\tau - \frac{(b^*+1)^2\tau^2}{2\beta^*} - \frac{(b^*+1)^2\varepsilon^2}{2(1-\alpha^*)\beta^*} - \\ - \frac{\omega^4(b^*+1)^2}{\beta^*}\cdot\Sigma,$$

где

$$\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3 + \Sigma_4 + \Sigma_5 + \Sigma_6.$$

Расчеты этих сумм, 2D-квазиклассического действия и предэкспоненциального фактора в режиме синхронного переноса для вероятности 2D-диссипативного туннелирования $\Gamma = B\exp\left(-S^*\right)$ представлены в приложении. Решение системы трансцендентных уравнений для моментов времени проскока параллельно туннелирующими частицами верхушки барьера вдоль соответствующей координаты реакции позволяет выявить режим 2D-бифуркаций, а также квантовых биений в окрестности точки бифуркации.

2. Полевая и температурная зависимости вероятности 2D-диссипативного туннелирования

В режиме синхронного параллельного переноса туннелирующих частиц с иглы кантилевера в растущую КТ наличие двух локальных фононных мод приводит к появлению двух устойчивых пиков на полевой зависимости вероятности 2D-диссипативного туннелирования, построенной с помощью формул (П10)–(П17) (рис. 2).

Из рис. 2 видно, что расстояние между пиками зависит от температуры и возрастает с ростом температуры. Минимум между двумя пиками соответствует случаю симметричного двухъямного модельного потенциала и отвечает режиму блокировки туннелирования при существенном влиянии двух локальных фононных мод. Если взаимодействие с локальными фононными модами «выключить», то вместо блокировки туннелирования для симметричного двухъямного потенциала будет иметь место единичный пик на кривой вероятности туннелирования при одной из полярностей внешнего электрического поля. Минимум отвечает малому, но ненулевому значению вероятности туннелирования (рис. 3).

Рис. 4 показывает, что изменение параметра взаимодействия α^* туннелирующих частиц слабо влияет на вероятность 2D-параллельного синхронного диссипативного туннелирования.

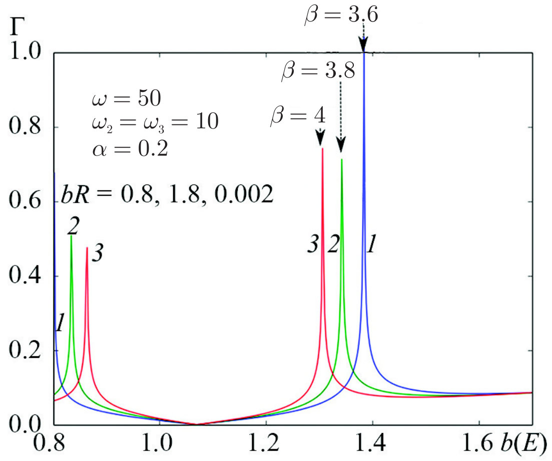

Рис. 2. Полевая зависимость вероятности 2D-параллельного синхронного диссипативного туннелирования с учетом влияния двух локальных фононных мод в случае, когда частота модельного осцилляторного потенциала в 5 раз превосходила частоты локальных фононных мод

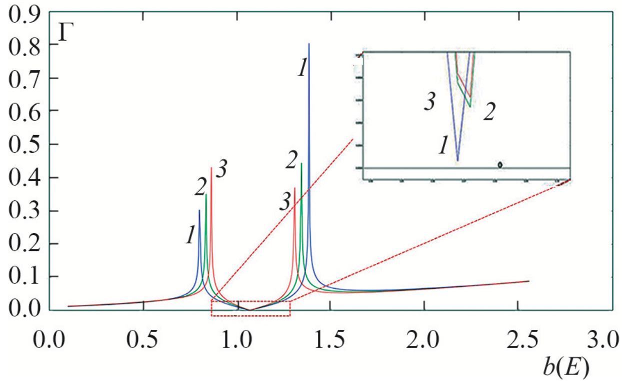

Рис. 3. Режим блокировки 2D-параллельного синхронного диссипативного туннелирования

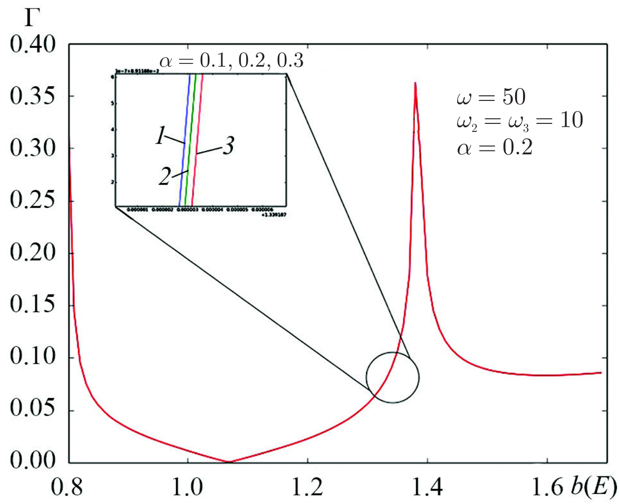

Рис. 4. Влияние параметра взаимодействия параллельно туннелирующих частиц в синхронном режиме переноса на вероятность 2D-параллельного синхронного диссипативного туннелирования

Соотношение между высотами левого и правого пиков на полевой зависимости вероятности 2D-параллельного синхронного диссипативного туннелирования зависит от соотношения частот локальных

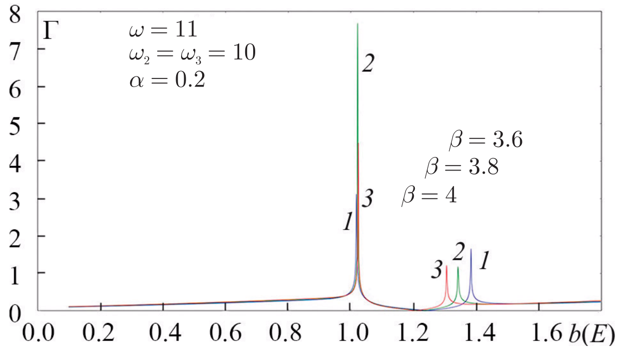

Рис. 5. Полевая зависимость вероятности 2D-параллельного синхронного диссипативного туннелирования в случае, когда частота модельного осцилляторного потенциала в 1.1 раза превосходила частоты локальных фононных мод

фононных мод и частоты двухъямного осцилляторного потенциала вдоль параллельных координат туннелирования (см. рис. 2 и рис. 5). На рис. 2 высоты правого пика выше, чем левого, а на рис. 5 — наоборот. При этом для случая, представленного на рис. 2, частота модельного потенциала выбиралась в 5 раз больше частот локальных фононных мод, а для рис. 5 эти частоты были сравнимыми.

Проведем качественное сравнение полученной теоретической кривой вероятности 2D-параллельного синхронного диссипативного туннелирования с экспериментальной туннельной ВАХ для растущих КТ из коллоидного золота под иглой кантилевера на начальном этапе формирования, когда размер КТ не превышает 10 нм. Результат этого качественного сравнения представлен на рис. 6. Видно, что два пика теоретической кривой для режима синхронного 2D-туннельного переноса соответствуют двум близким пикам на экспериментальной туннельной

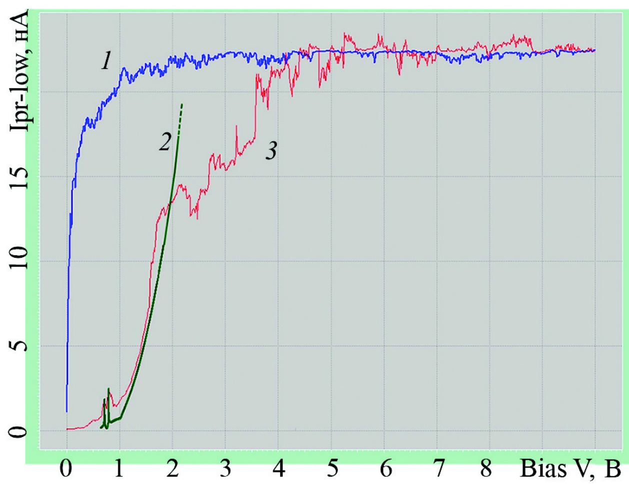

Рис. 6. Сравнение полевой зависимости теоретической кривой (зеленая кривая) вероятности 2D-параллельного синхронного диссипативного туннелирования с экспериментальной туннельной ВАХ (красная кривая) для растущих квантовых точек (КТ) из коллоидного золота под иглой кантилевера на начальном этапе формирования, когда размер КТ не превышает 10 нм

ВАХ для растущей золотой КТ, отвечающим двум локальным фононным модам.

Из рис. 7 видно, что на теоретической кривой температурной зависимости вероятности 2D-диссипативного туннелирования один из двух устойчивых пиков, соответствующих взаимодействию туннелирующих частиц с двумя локальными фононными модами, может расщепляться на два, что, по-видимому, связано с механизмом интерференции каналов туннелирования (один из вариантов механизма Фано) [23].

Полученная полевая зависимость вероятности 2D-диссипативного туннелирования с учетом влияния двух локальных фононных мод позволяет проанализировать режим 2D-туннельных бифуркаций (смена режима туннелирования с синхронного на асинхронный), а также квантовых биений в окрестности точки бифуркации. Так, на рис. 8 после режима синхронного параллельного туннельного переноса с двумя характерными пиками точка излома

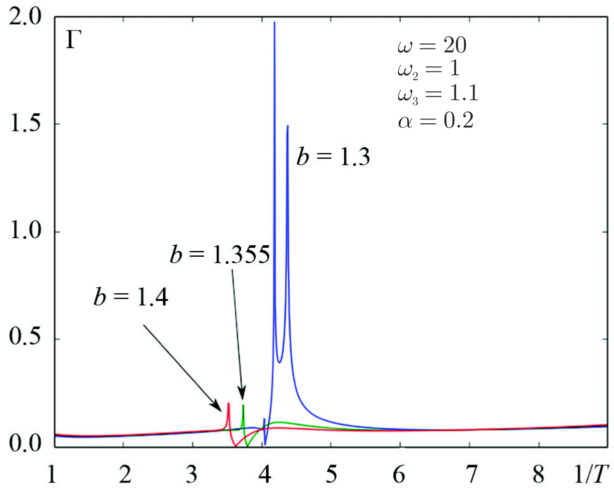

Рис. 7. Температурная зависимость вероятности 2D-диссипативного туннелирования

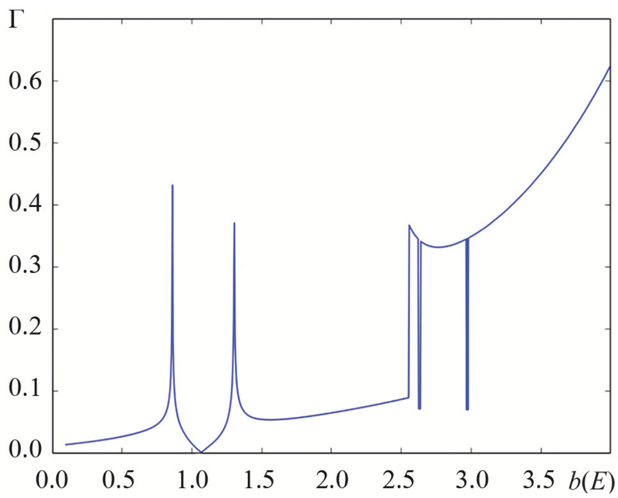

Рис. 8. Полевая зависимость вероятности 2D-диссипативного туннелирования с учетом точки бифуркации и режима квантовых биений

отвечает точке бифуркации, а последующие осцилляции — квантовым биениям.

Теоретически выявленный режим квантовых биений на полевой зависимости вероятности 2D-диссипативного туннелирования можно качественно сравнить с экспериментальной туннельной ВАХ для растущей КТ из коллоидного золота на начальном этапе ее формирования. Это качественное сравнение приведено на рис. 9.

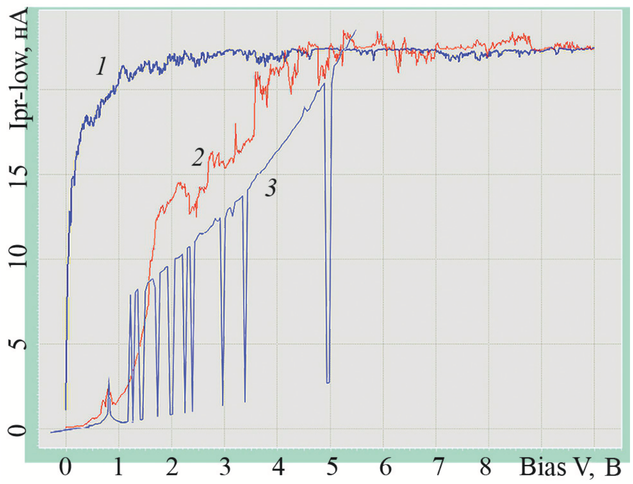

Рис. 9. Качественное сравнение теоретически предсказанного режима квантовых биений на полевой зависимости вероятности 2D-диссипативного туннелирования (нижняя синяя кривая) с экспериментальной туннельной ВАХ (красная кривая) для растущей КТ из коллоидного золота на начальном этапе ее формирования (когда размер КТ не превышает 10 нм)

Помимо режима квантовых биений с «провалами» на полевой зависимости вероятности 2D-диссипативного туннелирования (см. рис. 8–9), встречается режим квантовых биений с «резонансной» структурой (рис. 10).

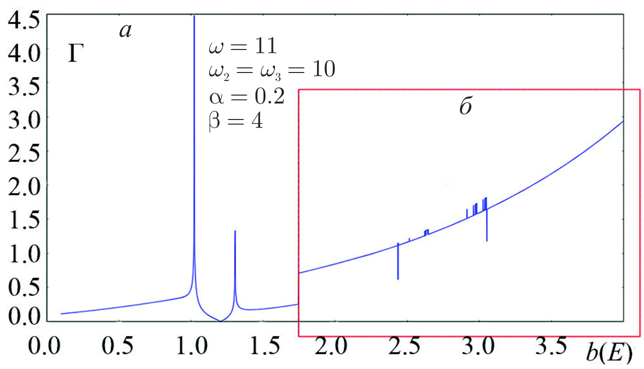

Рис. 10. Режим квантовых биений на полевой зависимости вероятности 2D-диссипативного туннелирования: *а* — «резонансы» до точки бифуркации; *б* — «резонансы» и «провалы» выше точки бифуркации

Подобные режимы квантовых биений напоминают особенности туннельной проводимости для полупроводниковых наноструктур с примесными атомами типа резонансов Фано, возникающих из-за интерференции между резонансным и нерезонансным каналами туннелирования. Такие эффекты были описаны в докторской диссертации В.Н. Манцевича [23]. При этом было показано, что в случае, когда величина приложенного напряжения совпадает с энергией уровня примесного атома, в локальной туннельной проводимости, измеренной на конечном расстоянии от примеси, может наблюдаться не только провал, но и пик.

Заключение

В работе исследованы особенности полевой и температурной зависимостей вероятности 2D-параллельного диссипативного туннелирования для модельного двухъямного осцилляторного потенциала в условиях внешнего электрического поля при конечной температуре с учетом влияния двух локальных фононных мод для квантовых точек в системе совмещенного атомного силового/сканирующего туннельного микроскопа (АСМ/СТМ). Найдено, что вблизи точки бифуркации, отвечающей моменту смены режима 2D-диссипативного туннелирования с синхронного на асинхронный, реализуется теоретически предсказанный и экспериментально реализуемый режим квантовых биений. Проведено качественное сравнение теоретической кривой полевой зависимости вероятности 2D-диссипативного туннелирования в пределе слабой диссипации с экспериментальной туннельной ВАХ для растущих квантовых точек из коллоидного золота под иглой кантилевера на начальном этапе формирования, когда размер квантовых точек КТ не превышает 10 нм.

Полученные полевые зависимости вероятности 2D-диссипативного туннелирования с учетом влияния двух локальных фононных мод в режиме квантовых биений позволяют интерпретировать эффекты типа резонансов Фано для полупроводниковых наноструктур (типа туннельно связанных квантовых точек или квантовых молекул) на языке эффектов диссипативного туннелирования.

Приложение

Для вычисления обезразмеренного действия рассчитаем суммы в формуле (6).

Более просто вычисляются суммы $\Sigma_3-\Sigma_6$, которые не содержат величин ζ_n.

В итоге для Σ_3 получим [24]

$$\Sigma_3=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2\nu_n\tau_1}{\nu_n^2(\nu_n^2+\omega^2-2\alpha)}=$$

$$=\frac{\beta^{*2}}{2\omega^4\pi^2(1-\alpha^*)}\left\{\frac{\pi^2}{6}+\frac{\pi^2}{2(1-\alpha^*)\beta^{*2}}-\right.$$

$$-\frac{\pi^2}{2\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}}\operatorname{cth}\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)+\frac{1}{4}\,\frac{\tau_1^{*2}\pi^2}{\beta^*2}-\frac{\tau_1^*\pi^2}{2\beta^*}+\frac{\pi^2}{6}-$$

$$-\frac{\pi^2}{2\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}}\operatorname{ch}\left[\sqrt{1-\alpha^*}(\beta^*-\tau_1^*)\right]\operatorname{cosech}\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)+$$

$$\left.+\frac{\pi^2}{2\beta^{*2}(1-\alpha^*)}\right\}=$$

$$=\frac{\beta^{2^2}}{2\omega^4\pi^2(1-\alpha^*)}\left\{\frac{\pi^2}{3}+\frac{\pi^2}{(1-\alpha^*)\beta^{*2}}-\right.$$

$$-\frac{\pi^2}{2\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}}\operatorname{cth}\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)+\frac{1}{4}\,\frac{\tau_1^{*2}\pi^2}{\beta^{*2}}-\frac{\tau_1^*\pi^2}{2\beta^*}-$$

$$\left.-\frac{\pi^2}{2\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}}\operatorname{ch}\left[\sqrt{1-\alpha^*}(\beta^*-\tau_1^*)\right]\operatorname{cosech}\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)\right\},$$

$$\tau_1^*=\tau+\varepsilon. \qquad (\Pi 1)$$

Аналогично получаются ответы для $\Sigma_4-\Sigma_6$.

Перейдем к расчету сумм Σ_1 и Σ_2. Воспользуемся формулой для фурье-компонент мацубаровской функции Грина с учетом двух локальных фононных мод [7, 21]

$$\zeta_n=\nu_n^2\frac{C_2^2}{\omega_2^2\left(\omega_2^2+\nu_n^2\right)}+\nu_n^2\frac{C_3^2}{\omega_3^2\left(\omega_3^2+\nu_n^2\right)},$$

$$\sin^2\nu_n\tau_1=\frac{1}{2}(1-\cos 2\nu_n\tau_1).$$

Для вычисления $\Sigma_1=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2\nu_n\tau_1}{\nu_n^2\left(\nu_n^2+\omega^2+\zeta_n\right)}$ необходимо определить суммы двух видов, U_1 и U_2:

$$U_1\to-\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\nu_n^2\left(\nu_n^2+\omega^2+\nu_n^2\frac{C_2^2}{\omega_2^2\left(\omega_2^2+\nu_n^2\right)}+\nu_n^2\frac{C_3^2}{\omega_3^2\left(\omega_3^2+\nu_n^2\right)}\right)},$$

$$U_2\to-\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos 2\nu_n\tau_1}{\nu_n^2\left(\nu_n^2+\omega^2+\nu_n^2\frac{C_2^2}{\omega_2^2\left(\omega_2^2+\nu_n^2\right)}+\nu_n^2\frac{C_3^2}{\omega_3^2\left(\omega_3^2+\nu_n^2\right)}\right)}. \qquad (\Pi 2)$$

Введем обозначения

$$\nu_n^2=x,\quad A=\omega_2^2+\omega_3^2+\omega^2+\frac{C_2^2}{\omega_2^2}+\frac{C_3^2}{\omega_3^2},$$

$$B_\omega=\omega_2^2\omega_3^2+\omega^2\left(\omega_2^2+\omega_3^2\right)+\frac{C_2^2\omega_3^2}{\omega_2^2}+\frac{C_3^2\omega_3^2}{\omega_3^2},\quad C=\omega_0^2\omega_2^2\omega_3^2,$$

$$x\omega_2^2\omega_3^2\left(x^3+Ax^2+Bx+C\right)=x\omega_2^2\omega_3^2(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3),$$

$$Q=\frac{A^2-3B_\omega}{9},\quad R=\frac{2A^3-9AB+27C}{54},\quad S=Q^3-R^3,$$

$$\varphi=\frac{1}{3}\arccos\left(\frac{R}{\sqrt{Q^3}}\right).$$

Если $S>0$, то

$$x_1=-2\sqrt{Q}\cos\varphi-\frac{A}{3},\quad x_2=-2\sqrt{Q}\cos\left(\varphi+\frac{2}{3}\pi\right)-\frac{A}{3},$$

$$x_3=-2\sqrt{Q}\cos\left(\varphi-\frac{2}{3}\pi\right)-\frac{A}{3},$$

$$U_1=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\omega_2^2+\nu_n^2\right)\left(\omega_3^2+\nu_n^2\right)}{\nu_n^2(\nu_n^2-x_1)\left(\nu_n^2-x_2\right)\left(\nu_n^2-x_3\right)}.$$

Тогда U_1 преобразуется к виду

$$U_1=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\beta_0}{\nu_n^2}+\frac{\gamma}{\nu_n^2-x_1}+\frac{\phi}{\nu_n^2-x_2}+\frac{\Delta}{\nu_n^2-x_3}\right),$$

где

$$\beta_0,\ \gamma,\ \phi,\ \Delta\sim\frac{1}{\omega^2},\quad x_{1,2,3}\sim\omega^2,$$

$$\beta_0=-\frac{\omega_2^2\omega_3^2}{x_1x_2x_3},$$

$$\Delta=\frac{x_3^2}{(x_3-x_2)(x_1-x_3)}\left\{\frac{\omega_2^2\omega_3^2}{x_1x_2x_3}\left(\frac{x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3}{x_2x_3}-1\right)+\right.$$

$$+\frac{\omega_2^2+\omega_3^2}{x_2x_3}-$$

$$-\frac{1}{x_3}\left[1+\frac{\omega_2^2\omega_3^2}{x_1x_2x_3}\left(\frac{x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3}{x_2x_3}+(x_2+x_3-x_1)\right)\right]+$$
$$+\frac{\left(\omega_2^2+\omega_3^2\right)(x_2+x_3)}{x_2x_3}\Bigg\},$$

$$\phi=\frac{x_2}{x_3(x_2-x_1)}\left\{\Delta\frac{x_2}{x_3}(x_1-x_3)-1-\frac{\omega_2^2+\omega_3^2}{x_2x_3}(x_2+x_3-x_1)-\right.$$
$$\left.-\frac{(x_2+x_3)}{x_2x_3}\left[\omega_2^2+\omega_3^2+\frac{\omega_2^2+\omega_3^2}{x_1x_2x_3}(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)\right]\right\},$$

$$\gamma=\frac{1}{x_2x_3}\left\{\omega_2^2+\omega_3^2-\Delta x_1x_2-\phi x_1x_3-\beta_0\big(x_2x_3+x_1(x_2+x_3)\big)\right\}.$$

Безразмерный ответ для U_1 будет иметь следующий вид. Если $x_1,\ x_2,\ x_3<0$ $(x_{10}, x_{20}, x_{30}>0)$ то

$$U_1=\frac{1}{2}\left[\frac{\gamma\beta^2}{4\pi^2}\left[-\frac{1}{2\widetilde{x}_{10}^2}+\frac{\pi}{2\widetilde{x}_{10}}\operatorname{cth}\pi\widetilde{x}_{10}\right]+\right.$$
$$+\frac{\varphi\beta^2}{4\pi^2}\left[-\frac{1}{2\widetilde{x}_{20}^2}+\frac{\pi}{2\widetilde{x}_{20}}\operatorname{cth}\pi\widetilde{x}_{20}\right]+$$
$$\left.+\frac{\Delta\beta^2}{4\pi^2}\left[-\frac{1}{2\widetilde{x}_{30}^2}+\frac{\pi}{2\widetilde{x}_{30}}\operatorname{cth}\pi\widetilde{x}_{30}\right]+\beta_0\frac{\beta^2}{24}\right], \quad (\text{П}3)$$
$$x_{10(20,30)}\sim\omega^2,\quad \widetilde{x}_{10}^2=\frac{x_{10}\beta^2}{4\pi^2}\cdot\frac{\omega^2}{\omega^2}=\underbrace{\frac{x_{10}\beta^{*2}}{\pi^2\omega^2}}_{\text{безразмерно}},$$

Если $x_1,\ x_2,\ x_3>0$ $(x_{10},\ x_{20},\ x_{30}<0)$, то

$$U_1=\frac{1}{2}\left[\frac{\gamma\beta^2}{4\pi^2}\left[\frac{1}{2\widetilde{x}_1^2}-\frac{\pi}{2\widetilde{x}_1}\operatorname{ctg}\pi\widetilde{x}_1\right]+\right.$$
$$+\frac{\varphi\beta^2}{4\pi^2}\left[\frac{1}{2\widetilde{x}_2^2}-\frac{\pi}{2\widetilde{x}_2}\operatorname{ctg}\pi\widetilde{x}_2\right]+$$
$$\left.+\frac{\Delta\beta^2}{4\pi^2}\left[\frac{1}{2\widetilde{x}_3^2}-\frac{\pi}{2\widetilde{x}_3}\operatorname{ctg}\pi\widetilde{x}_3\right]+\beta_0\frac{\beta^2}{24}\right]. \quad (\text{П}4)$$

Аналогично рассчитывается функция U_2. В зависимости от знаков корней кубического полинома в знаменателе выражения для U_2 получим два режима туннелирования — неосциллирующий и осциллирующий:

1. $x_1,\ x_2,\ x_3<0,\ \ x_{10},\ x_{20},\ x_{30}>0$:

$$U_2=\frac{1}{2\omega^4}\left\{\frac{\beta^{*2}\left(\beta_0\omega^2\right)}{12\pi^2}\left(3\left(\frac{\pi\tau_1^*}{\beta^*}\right)^2-6\pi\left(\frac{\pi\tau_1^*}{\beta^*}\right)+2\pi^2\right)+\right.$$
$$+\frac{\left(\gamma\omega^2\right)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{10}}\beta^*}{\omega}}\operatorname{ch}\left[\left(1-\frac{\tau_1^*}{\beta^*}\right)\frac{\sqrt{x_{10}}\beta^*}{\omega}\right]\times\right.$$
$$\left.\times\operatorname{cosech}\frac{\sqrt{x_{10}}\beta^*}{\omega}-\frac{\pi^2}{2\frac{x_{10}}{\omega^2}\beta^{*2}}\right]+$$
$$+\frac{\left(\phi\omega^2\right)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{20}}\beta^*}{\omega}}\operatorname{ch}\left[\left(1-\frac{\tau_1^*}{\beta^*}\right)\frac{\sqrt{x_{20}}\beta^*}{\omega}\right]\times\right.$$
$$\left.\times\operatorname{cosech}\frac{\sqrt{x_{20}}\beta^*}{\omega}-\frac{\pi^2}{2\frac{x_{20}}{\omega^2}\beta^{*2}}\right]+$$
$$+\frac{\left(\Delta\omega^2\right)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{30}}\beta^*}{\omega}}\operatorname{ch}\left[\left(1-\frac{\tau_1^*}{\beta^*}\right)\frac{\sqrt{x_{30}}\beta^*}{\omega}\right]\times\right.$$
$$\left.\left.\times\operatorname{cosech}\frac{\sqrt{x_{30}}\beta^*}{\omega}-\frac{\pi^2}{2\frac{x_{30}}{\omega^2}\beta^{*2}}\right]\right\}. \quad (\text{П}5)$$

2. Для параметров $x_1,\ x_2,\ x_3>0,\ \ x_{10},\ x_{20},\ x_{30}<0$ получаем аналогичный ответ для U_2, где вместо гиперболических функций присутствуют тригонометрические. Выражение для Σ_2 получим по аналогии с Σ_1 заменой $\tau_1^*\to\tau_2^*$ $(\tau_2^*=\tau-\varepsilon)$.

В итоге для квазиклассического действия получим

$$S^*=\frac{S}{a^2\omega}=$$
$$=2(b^*+1)\tau+\frac{(b^*+1)^2\tau^2}{2\beta^*}-\frac{(b^*+1)^2\varepsilon^2}{2(1-\alpha^*)\beta^*}-\frac{\omega^4(b^*+1)^2}{\beta^*}\Sigma, \quad (\text{П}6)$$

где суммы Σ определяются из выражений (П1)–(П5), ε и τ находятся из системы трансцендентных уравнений

$$\operatorname{sh}\varepsilon\left[\operatorname{ch}\tau\coth\beta^*-\operatorname{sh}\tau-\coth\beta^*\right]+\frac{1}{1-\alpha^*}\operatorname{sh}\left(\varepsilon\sqrt{1-\alpha^*}\right)\times$$
$$\times\left[\operatorname{ch}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)\coth\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)-\operatorname{sh}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)+\right.$$
$$\left.+\coth\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)\right]=0,$$

$$3-\frac{4}{1+b^*}-\frac{1}{1-\alpha^*}+\operatorname{ch}\varepsilon\left[\operatorname{sh}\tau\coth\beta^*-\operatorname{ch}\tau-1\right]+$$
$$+\operatorname{sh}\tau\coth\beta^*-\operatorname{ch}\tau+\frac{1}{1-\alpha^*}\operatorname{ch}\left(\varepsilon\sqrt{1-\alpha^*}\right)\times$$
$$\times\left[\operatorname{sh}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)\coth\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)-\operatorname{ch}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)+1\right]-$$
$$-\frac{1}{1-\alpha^*}\left[\operatorname{sh}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)\coth\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)-\right.$$
$$\left.-\operatorname{ch}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)\right]=0. \quad (\text{П}7)$$

В случае синхронного режима параллельного 2D-переноса вычислим предэкспоненциальный фактор B. Предположим, что $B_{2\text{D}}=2B_{1\text{D}}$, тогда

$$B=\frac{2\omega_0^2(a+b)^2}{(2\pi\beta)^{1/2}}=\frac{\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\sin^2\nu_n\tau_0}{\lambda_{0n}}}{\left(\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\cos2\nu_n\tau_0}{\lambda_{0n}}\right)^{1/2}}, \quad (\text{П}8)$$

где

$$\lambda_{0n}=\nu_n^2+\omega_0^2+\varsigma_n,\quad \varsigma_n=\nu_n^2\frac{C_2^2}{\omega_2^2\left(\omega_2^2+\nu_n^2\right)}+\nu_n^2\frac{C_3^2}{\omega_3^2\left(\omega_3^2+\nu_n^2\right)},$$
$$\nu_n=\frac{2\pi n}{\beta},\quad \beta=\frac{\hbar}{\kappa T}.$$

Обезразмеренный предэкспоненциальный фактор имеет вид

$$\widetilde{B}=\frac{B}{\omega_0^{5/2}}a^2=\frac{(b^*+1)^2}{(\pi\beta^*)^{1/2}}\,\frac{V_1}{V_2^{1/2}},$$

где

$$V_1=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\frac{1}{2}(1-\cos2\nu_n\tau_0)}{\nu_n^2+\omega_0^2+\frac{\nu_n^2C_2^2}{\omega_2^2\left(\omega_2^2+\nu_n^2\right)}+\frac{\nu_n^2C_3^2}{\omega_3^2\left(\omega_3^2+\nu_n^2\right)}}=$$
$$=\frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{(1-\cos2\nu_n\tau_0)\left(\omega_2^2+\nu_n^2\right)\left(\omega_3^2+\nu_n^2\right)}{x^3+Ax^2+Bx+C},$$

$$V_2=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\left(\omega_2^2+\nu_n^2\right)\left(\omega_3^2+\nu_n^2\right)}{\left(\nu_n^2-x_1\right)\left(\nu_n^2-x_2\right)\left(\nu_n^2-x_3\right)}-$$
$$-\frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\cos2\nu_n\tau_0\left(\omega_2^2+\nu_n^2\right)\left(\omega_3^2+\nu_n^2\right)}{\left(\nu_n^2-x_1\right)\left(\nu_n^2-x_2\right)\left(\nu_n^2-x_3\right)}=$$
$$=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{D}{\nu_n^2-x_1}+\frac{E}{\nu_n^2-x_2}+\frac{F}{\nu_n^2-x_3}\right)-$$

$$
-\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\cos 2\nu_n\tau_0\left(\frac{D}{\nu_n^2-x_1}+\frac{E}{\nu_n^2-x_2}+\frac{F}{\nu_n^2-x_3}\right), \qquad (\text{П9})
$$

$$
F=\Big\{\left(\omega_2^2+\omega_3^2+x_2+x_3\right)\left[x_2x_3(x_1+x_3)-x_1x_3(x_2+x_3)\right]+ + (x_2-x_1)\left[(x_2+x_3)\omega_2^2\omega_3^2+x_2x_3\left(\omega_2^2+\omega_3^2\right)\right]\Big\}\times
$$

$$
\times\Big\{(x_2-x_1)\left[x_1x_2(x_2+x_3)-x_2x_3(x_1+x_2)\right]- - (x_1-x_3)\left[x_2x_3(x_1+x_3)-x_1x_3(x_2+x_3)\right]\Big\}^{-1},
$$

$$
E=\frac{\omega_2^2+\omega_3^2+x_2+x_3+F(x_1-x_3)}{(x_2-x_1)},
$$

$$
D=-\frac{\omega_2^2+\omega_3^2+E(x_1+x_3)+F(x_1+x_2)}{(x_2+x_3)}.
$$

При $x_1,\,x_2,\,x_3<0,\;\; x_{10},\,x_{20},\,x_{30}>0$

$$
V_1=\frac{1}{2\omega^4}\Bigg\{\frac{(D\omega^2)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[-\frac{\pi^2}{\frac{x_{10}}{\omega^2}\beta^{*2}}+\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{10}}}{\omega}\beta^*}\operatorname{cth}\frac{\sqrt{x_{10}}\beta^*}{\omega}\right]+
+\frac{(E\omega^2)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[-\frac{\pi^2}{\frac{x_{20}}{\omega^2}\beta^{*2}}+\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{20}}}{\omega}\beta^*}\operatorname{cth}\frac{\sqrt{x_{20}}\beta^*}{\omega}\right]+
+\frac{(F\omega^2)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[-\frac{\pi^2}{\frac{x_{30}}{\omega^2}\beta^{*2}}+\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{30}}}{\omega}\beta^*}\operatorname{cth}\frac{\sqrt{x_{30}}\beta^*}{\omega}\right]+
$$

$$
-\frac{(D\omega^2)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[-\frac{\pi^2}{\frac{x_1}{\omega^2}\beta^{*2}}+2\left\{\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{10}}}{\omega}\beta^*}\operatorname{ch}\left[\left(1-\frac{2\tau}{\beta^*}\right)\frac{\sqrt{x_{10}}}{\omega}\beta^*\right]\times \times\operatorname{cosech}\frac{\sqrt{x_{10}}\beta^*}{\omega}-\frac{\pi^2}{2\frac{x_{10}}{\omega^2}\beta^{*2}}\right\}\right]-
$$

$$
-\frac{(E\omega^2)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[-\frac{\pi^2}{\frac{x_2}{\omega^2}\beta^{*2}}+2\left\{\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{20}}}{\omega}\beta^*}\operatorname{ch}\left[\left(1-\frac{2\tau}{\beta^*}\right)\frac{\sqrt{x_{20}}}{\omega}\beta^*\right]\times \times\operatorname{cosech}\frac{\sqrt{x_{20}}\beta^*}{\omega}-\frac{\pi^2}{2\frac{x_{20}}{\omega^2}\beta^{*2}}\right\}\right]-
$$

$$
-\frac{(F\omega^2)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[-\frac{\pi^2}{\frac{x_3}{\omega^2}\beta^{*2}}+2\left\{\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{30}}}{\omega}\beta^*}\operatorname{ch}\left[\left(1-\frac{2\tau}{\beta^*}\right)\frac{\sqrt{x_{30}}}{\omega}\beta^*\right]\times \times\operatorname{cosech}\frac{\sqrt{x_{30}}\beta^*}{\omega}-\frac{\pi^2}{2\frac{x_{30}}{\omega^2}\beta^{*2}}\right\}\right]\Bigg\}. \qquad (\text{П10})
$$

При $x_1,\,x_2,\,x_3>0,\;\; x_{10},\,x_{20},\,x_{30}<0$ получаем аналогичный ответ для V_1, где вместо гиперболических функций присутствуют тригонометрические.

Далее

$$
V_2=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\cos 2\nu_2\tau_0}{\lambda_{0n}}.
$$

При $x_1,\,x_2,\,x_3<0,\;\; x_{10},\,x_{20},\,x_{30}>0$

$$
V_2=\frac{1}{\omega^4}\Bigg\{\frac{(D\omega^2)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[-\frac{\pi^2}{\frac{x_1}{\omega^2}\beta^{*2}}+ +2\left\{\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{10}}}{\omega}\beta^*}\operatorname{ch}\left[\left(1-\frac{2\tau}{\beta^*}\right)\frac{\sqrt{x_{10}}}{\omega}\beta^*\right]\times \times\operatorname{cosech}\frac{\sqrt{x_{10}}\beta^*}{\omega}-\frac{\pi^2}{2\frac{x_{10}}{\omega^2}\beta^{*2}}\right\}\right]+
$$

$$
+\frac{(E\omega^2)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[-\frac{\pi^2}{\frac{x_2}{\omega^2}\beta^{*2}}+2\left\{\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{20}}}{\omega}\beta^*}\operatorname{ch}\left[\left(1-\frac{2\tau}{\beta^*}\right)\frac{\sqrt{x_{20}}}{\omega}\beta^*\right]\times \times\operatorname{cosech}\frac{\sqrt{x_{20}}\beta^*}{\omega}-\frac{\pi^2}{2\frac{x_{20}}{\omega^2}\beta^{*2}}\right\}\right]+
$$

$$
+\frac{(F\omega^2)\beta^{*2}}{\pi^2}\left[-\frac{\pi^2}{\frac{x_3}{\omega^2}\beta^{*2}}+2\left\{\frac{\pi^2}{2\frac{\sqrt{x_{30}}}{\omega}\beta^*}\operatorname{ch}\left[\left(1-\frac{2\tau}{\beta^*}\right)\frac{\sqrt{x_{30}}}{\omega}\beta^*\right]\times \times\operatorname{cosech}\frac{\sqrt{x_{30}}\beta^*}{\omega}-\frac{\pi^2}{2\frac{x_{30}}{\omega^2}\beta^{*2}}\right\}\right]\Bigg\}. \qquad (\text{П11})
$$

При $x_1,\,x_2,\,x_3>0,\;\; x_{10},\,x_{20},\,x_{30}<0$ получаем аналогичный ответ для V_2, где гиперболические функции заменяются на тригонометрические.

Список литературы

1. *Louis A. A., Sethna J.P.* // Phys. Rev. Lett. 1995. **74**, N 8. P. 1363.
2. *Yanagi H., Ohno T.* // Langmuir. 1999. **15**, N 14. P. 4773.
3. *Fendrich M., Kunstmann T., Paulkowski D., Möller R.* // Nanotechnology. 2007. **18**, N 8. P. 084004.
4. *Trevethan T., Kantorovich L., Polesel-Maris J., Gauthier S.* // Nanotechnology. 2007. **18**, N 8. P. 084017.
5. *Овчинников Ю.Н.* // ЖЭТФ. 2007. **131**, № 2. С. 286.
6. *Bychkov A.M., Stace T.M.* // Nanotechnology. 2007. **18**. P. 185403.
7. Управляемое диссипативное туннелирование. Туннельный транспорт в низкоразмерных системах / Под ред. Э. Леггета, В. Д. Кревчика, М. Б. Семёнова и др. М., 2011; 2012.
8. *Жуковский В.Ч., Кревчик В.Д, Семёнов М.Б.* и др. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2015. № 4. С. 54.
9. *Бородин П.А., Бухараев А.А., Филатов Д.О.* и др. // Поверхность: рентген., синхротрон. и нейтрон. исслед. 2009. № 9. С. 71.
10. *Жуковский В.Ч., Кревчик В. Д., Семёнов М.Б.* и др. // Moscow University Phys. Bull. 2014. **69**, N 4. P. 340; Изв. вузов. Поволжский регион. Физ.-мат. науки. 2012. № 2(22). С. 119.
11. *Дахновский Ю.И., Овчинников А.А., Семёнов М.Б.* // ЖЭТФ. 1987. **92**, № 3. С. 955.
12. *Venkatesan A., Lulla K.J., Patton M.J.* et al. // arXiv: 0912.1281v1 [cond-mat.mes-hall].
13. *Bomze Yu., Mebrahtu H., Borzenets I.* et al. // arXiv: 1010.1527v1 [cond-mat.mes-hall].
14. *Ferry D. K., Goodnick S. M., Bird J.* // http://www.cambridge.org/9780521877480.
15. *da Silva L.G., Dias G.V., Elbio D.* // Phys. Rev. B. 2009. **79**. 155302.
16. *Grodecka A., Machnikowski P., Forstner J.* // arXiv: 0803.1734v2 [cond-mat.mes-hall]. 27 Apr. 2009.
17. *Жуковский В.Ч., Дахновский Ю.И., Горшков О.Н.* и др. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2009. № 5. С. 3. (*Zhukovsky V.Ch., Dakhnovsky Yu.I., Gorshkov O.N.* et al. // Moscow University Phys. Bull. 2009. **64**, N 5. P. 475.)
18. *Жуковский В.Ч., Дахновский Ю.И., Кревчик В.Д.* и др. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2006. № 3. С. 24. (*Zhukovsky V.Ch., Dakhnovsky Yu.I., Krevchik V.D.* et al. // Moscow University Phys. Bull. 2006. **61**, N 3. P. 27.)
19. *Жуковский В.Ч., Горшков О.Н., Кревчик В.Д.* и др. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2009. № 1. С. 27. (*Zhukovsky V.Ch., Gorshkov O.N., Krevchik V.D.* et al. // Moscow University Phys. Bull. 2009. **64**, N 1. P. 27.)
20. *Жуковский В.Ч., Дахновский Ю.И., Кревчик В.Д.* и др. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2007. № 2. С. 10. (*Zhukovsky V.Ch., Dakhnovsky Yu.I., Krevchik V.D.* et al. // Moscow University Phys. Bull. 2007. **62**, N 2. P. 73.)

21. *Krevchik V.D., Ovchinnikov A.A., Semenov M.B.* et al. // Phys. Rev. B. 2003. **68**. P. 155426.
22. *Krevchik V.D., Semenov M.B., Artemov I.I.* et al. // PIERS 2013 Stockholm: Progress in Electromagnetics Research Symposium. P. 1649.
23. *Манцевич В.Н.* Неравновесные эффекты и нестационарный электронный транспорт в полупроводниковых наноструктурах с межчастичным взаимодействием: Дисс. ... д-ра физ.-мат. наук. М., 2014; *Mantsevich V.N., Maslova N.S.* // JETP Lett. 2010. **91**, N 3. P. 139.
24. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. М., 1981.

The effects of two-dimensional bifurcations and quantum beats in a system of combined atomic force and scanning tunneling microscopes with quantum dots

V. Ch. Zhukovsky[1,a], **V. D. Krevchik**[2,b], **M. B. Semenov**[2,b], **P. V. Krevchik**[2,b], **R. V. Zaytsev**[2,b], **I. A. Egorov**[2,b]

[1]*Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*
[2]*Department of Physics, Penza State University, Penza 440026, Russia.*
E-mail: [a]vlchzh@gmail.com, [b]physics@pnzgu.ru.

The field and temperature dependence of the probability of two-dimensional dissipative tunneling is studied in the framework of one-instanton approximation for a model double-well oscillator potential in an external electric field at finite temperature with account for the influence of two local phonon modes for quantum dots in a system of a combined atomic force and a scanning tunneling microscope. It is demonstrated that in the mode of synchronous parallel transfer of tunneling particles from the cantilever tip to the quantum dot the two local phonon modes result in the occurrence of two stable peaks in the curve of the 2D dissipative tunneling probability as a function of the field. Qualitative comparison of the theoretical curve in the limit of weak dissociation and the experimental current–voltage characteristic for quantum dots that grow from colloidal gold under a cantilever tip at the initial stage of quantum-dot formation when the quantum dot size does not exceed 10 nm is performed. It is established that one of the two stable peaks that correspond to interaction of tunneling particles with two local phonon modes in the temperature dependence of the 2D dissipative tunneling probability can be split in two, which corresponds to the tunneling channel interference mechanism. It is found that the theoretically predicted and experimentally observed mode of quantum beats occurs near the bifurcation point.

Keywords: quantum tunneling with dissipation, quantum dots, tunneling current–voltage characteristics, 2D bifurcations, quantum beats.
PACS: 70.00.00, 73.00.00, 73.21.La.
Received 30 April 2016.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2016. **71**, No. 6. Pp. 545–555.

Сведения об авторах

1. Жуковский Владимир Чеславович — доктор физ.-мат. наук, профессор, зам. зав. кафедрой; e-mail: zhukovsk@phys.msu.ru.
2. Кревчик Владимир Дмитриевич — доктор физ.-мат. наук, профессор, декан факультета; тел.: (412) 36-82-66, e-mail: physics@pnzgu.ru.
3. Семёнов Михаил Борисович — доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; e-mail: physics@pnzgu.ru.
4. Кревчик Павел Владимирович — аспирант; e-mail: physics@pnzgu.ru.
5. Зайцев Роман Владимирович — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (412) 36-82-66, e-mail: physics@pnzgu.ru.
6. Егоров Илья Андреевич — аспирант; e-mail: physics@pnzgu.ru.