

Радиационные эффекты в квантовой электродинамике с нарушением лоренц-инвариантности

А. В. Борисов^а, Т. Г. Кирильцева^б

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет,
кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

E-mail: ^а borisov@phys.msu.ru, ^б vadim@inbox.ru

Статья поступила 24.08.2016, подписана в печать 01.09.2016.

Вычислены однопетлевые массовый и вершинный (при нулевой передаче импульса) операторы электрона в слабом фоновом поле тензорного типа, нарушающем лоренц-инвариантность. С использованием современных экспериментальных значений массы и заряда электрона получены ограничения на напряженность фонового поля.

Ключевые слова: Стандартная модель, нарушение лоренц-инвариантности, расширение Стандартной модели, фоновое поле, квантовая электродинамика, радиационные эффекты, массовый оператор, вершинный оператор.

УДК: 530.145, 539.124. PACS: 11.30.Cp, 12.20.-m, 12.60.-i.

Введение

Лоренц-инвариантность лежит в основе современной теории фундаментальных взаимодействий — Стандартной модели (СМ) [1, 2], которая прекрасно согласуется с экспериментом [3]. Однако СМ не может решить ряд фундаментальных проблем: иерархия масштабов масс элементарных частиц, существование темной материи и темной энергии и др. Кроме того, СМ не включает гравитационное взаимодействие. Поэтому активно развиваются различные обобщения СМ, некоторые из которых предсказывают нарушение лоренц-инвариантности (НЛИ): теория струн [4], теории на основе некоммутативной геометрии пространства-времени [5], направленные на построение последовательной квантовой теории гравитации. Эффекты НЛИ, по-видимому, могут быть существенными лишь при сверхвысоких энергиях порядка планковской энергии ($\sim 10^{19}$ ГэВ). Для описания НЛИ в области сравнительно низких энергий в настоящее время используется один из вариантов эффективной теории поля [6], называемый расширением Стандартной модели — РСМ (Standard Model Extension — SME) [7–9]. Лагранжиан РСМ представляется в виде суммы лагранжиана СМ и дополнительных слагаемых, каждое из которых — комбинация полей СМ со свободными тензорными индексами (что нарушает лоренц-инвариантность), свернутая с постоянными коэффициентами соответствующей тензорной размерности. Эти коэффициенты рассматриваются как постоянные фоновые поля, с которыми взаимодействуют поля СМ, и могут рассматриваться (в случае спонтанного НЛИ) как вакуумные средние динамических полей, отвечающих новой физике (за пределами СМ).

Мы ограничимся квантовой электродинамикой (КЭД) с НЛИ в фермионном секторе за счет взаи-

модействия электрона с аксиально-векторным и тензорным фоновыми полями. Лагранжиан выбранной модели имеет вид¹:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{QED}} + \mathcal{L}_A + \mathcal{L}_T, \quad (1)$$

где

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi} (\gamma^\mu (i\partial_\mu - eA_\mu) - m) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{2} (\partial_\mu A^\mu)^2 \quad (2)$$

— лагранжиан стандартной КЭД в калибровке Лоренца, ψ — электрон-позитронное поле (m и $-e < 0$ — масса и заряд электрона), A^μ и $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ — 4-потенциал и тензор напряженности электромагнитного поля;

$$\mathcal{L}_A = -\bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu b_\mu \psi \quad (3)$$

и

$$\mathcal{L}_T = -\frac{1}{2} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} H_{\mu\nu} \psi \quad (4)$$

— лагранжианы взаимодействия с 4-векторным b^μ и тензорным $H^{\mu\nu}$ постоянными фоновыми полями соответственно.

Эффекты, обусловленные НЛИ-взаимодействием (3), которое нарушает также фундаментальную симметрию СРТ стандартной квантовой теории поля, были исследованы в ряде работ. В [10] показано, что (3) генерирует слагаемое Черна–Саймонса в действии КЭД, приводящее в свою очередь к двойному лучепреломлению света в вакууме [8, 11]. В работах [12, 13] рассмотрены процессы рождения электрон-позитронной пары фотоном и излучения фотона электроном и позитроном. Синхротронное излучение электрона в постоянном магнитном поле с учетом аномального магнитного момента (АММ) электрона и взаимодействия с фоновым полем (3) изучено в [14]. В работе [15] рассмотрено влияние взаимодействия (3) на излучение водородоподобного

¹ Используются система единиц, в которой $\hbar = c = 1$, $\alpha = e^2/4\pi \simeq 1/137$, и псевдоевклидова метрика с сигнатурой (+ - - -); $\hat{a} = \gamma^\mu a_\mu$ — свертка матриц Дирака γ^μ с 4-вектором $a^\mu = (a^0, \mathbf{a})$; $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$, $\sigma^{\mu\nu} = i[\gamma^\mu, \gamma^\nu]/2$.

атома. Вершинный оператор для фермиона в однопетлевом приближении по электромагнитному взаимодействию с учетом НЛИ типа (3) в первом и втором порядках теории возмущений по фоновому полю исследован в [16]. Обобщение известного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера [17] (см. также [18]), описывающего поляризацию фермионного вакуума в постоянном внешнем магнитном поле, с учетом АММ электрона и взаимодействия (3) в квадратичном по фоновому полю приближении построено в работе [19].

В настоящей работе мы рассматриваем однопетлевые массовый и вершинный (при нулевой передаче импульса) операторы электрона с учетом НЛИ-взаимодействия с постоянным фоновым полем тензорного типа (4) в первом порядке теории возмущений и получаем ограничения на напряженность указанного поля.

1. Массовый оператор

Однопетлевой массовый оператор электрона с 4-импульсом p представляется в виде интеграла по виртуальному 4-импульсу k (см. [20]):

$$M(p) = -ie^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \gamma^\mu G(k) \gamma^\nu D_{\mu\nu}(p-k). \quad (5)$$

Здесь пропагаторы электрона $G(k)$ и фотона $D_{\mu\nu}(q)$ определяются из (2) и (4):

$$\begin{aligned} G(k) &= \left(\hat{k} - m - \frac{1}{2} \sigma^{\alpha\beta} H_{\alpha\beta} + i0 \right)^{-1} \simeq \\ &\simeq \frac{\hat{k} + m}{k^2 - m^2 + i0} + \frac{1}{2} H_{\alpha\beta} \frac{(\hat{k} + m) \sigma^{\alpha\beta} (\hat{k} + m)}{(k^2 - m^2 + i0)^2}, \quad (6) \\ D_{\mu\nu}(q) &= \frac{g_{\mu\nu}}{q^2 - \lambda^2 + i0}, \end{aligned}$$

причем в $G(k)$, учитывая предполагаемую малость эффектов НЛИ, мы учли лишь главный член разложения по фоновому полю, а в $D_{\mu\nu}(q)$ введена малая масса фотона λ для устранения инфракрасной расходимости.

Подставим (6) в (5) и произведем стандартную перенормировку в не зависящем от фонового поля слагаемом. В результате получим перенормированный массовый оператор

$$M_R(p) = M_R^{(0)}(p) + M^{(1)}(p),$$

где $M_R^{(0)}(p)$ — известный перенормированный массовый оператор свободного электрона [20, с. 584, (119.9)], а эффект НЛИ описывается вторым слагаемым:

$$M^{(1)}(p) = -\frac{ie^2}{2} H_{\alpha\beta} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{T^{\alpha\beta}(k)}{[(p-k)^2 - \lambda^2](k^2 - m^2)^2}. \quad (7)$$

Здесь

$$T^{\alpha\beta}(k) = \gamma^\mu (\hat{k} + m) \sigma^{\alpha\beta} (\hat{k} + m) \gamma_\mu = 4m \varepsilon^{\alpha\beta\delta\nu} \gamma^5 \gamma_\delta k_\nu.$$

Мы использовали ряд тождеств для дираковских матриц из справочника [21] при выводе этого соотношения, подставив которое в (7), получаем

$$\begin{aligned} M^{(1)}(p) &= \frac{4ie^2 m}{(2\pi)^4} \tilde{H}_{\mu\nu} \gamma^\mu \gamma^5 \times \\ &\times \int d^4k \frac{k^\nu}{[(p-k)^2 - \lambda^2](k^2 - m^2)^2}, \quad (8) \end{aligned}$$

где введен дуальный тензор $\tilde{H}_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} H^{\alpha\beta} / 2$.

Интегрирование по 4-импульсу k в (8) выполняется с использованием параметризации Фейнмана, объединяющей произведение знаменателей в подынтегральном выражении согласно

$$\frac{1}{ab^2} = 2 \int_0^1 dx \frac{1-x}{[ax + b(1-x)]^3},$$

и общей формулы n -мерного интегрирования (см., например, [21]):

$$\int d^n k \frac{k^\mu}{(k^2 - 2k \cdot q + M^2)^r} = \frac{\Gamma(r-n/2)}{\Gamma(r)} \frac{i\pi^{n/2} q^\mu}{(M^2 - q^2)^{r-n/2}}.$$

В результате находим вклад НЛИ в массовый оператор в виде

$$M^{(1)}(p) = -\frac{\alpha m}{\pi} \tilde{H}_{\mu\nu} \gamma^\mu \gamma^5 p^\nu \int_0^1 dx \frac{x\bar{x}}{p^2 x\bar{x} - m^2 \bar{x} - \lambda^2 x}, \quad (9)$$

где переменная $\bar{x} = 1 - x$.

Соответствующая радиационная поправка к массе электрона определяется (см., например, [22]) средним значением массового оператора на массовой оболочке ($p^2 = m^2$):

$$\Delta m^{(1)} = \frac{\bar{u}(p, s) M^{(1)} u(p, s)}{2m}, \quad (10)$$

где $u(p, s)$ — биспинор свободного электрона с 4-импульсом p и 4-вектором поляризации s ($s \cdot p = 0$, $s^2 = -1$), который удовлетворяет уравнению $(\hat{p} - m)u = 0$ и условию нормировки $\bar{u}u = 2m$ [20]. Подставив (9) при $p^2 = m^2$ в (10) и учтя соотношение [21]

$$\bar{u}(p, s) \gamma^\mu \gamma^5 u(p, s) = ms^\mu, \quad (11)$$

находим

$$\Delta m^{(1)}(\varepsilon) = C(\varepsilon) \frac{\alpha}{2\pi m} \tilde{H}_{\mu\nu} s^\mu p^\nu, \quad (12)$$

где

$$C(\varepsilon) = \int_0^1 dx \frac{x\bar{x}}{x^2 + \varepsilon^2 \bar{x}}, \quad \varepsilon = \lambda/m. \quad (13)$$

Интеграл (13) при $\varepsilon \rightarrow 0$ логарифмически расходится, и его асимптотика при $\varepsilon \ll 1$ имеет вид

$$C(\varepsilon) \simeq -1 - \ln \varepsilon. \quad (14)$$

Заметим, что в стандартной КЭД сдвиг массы электрона, обусловленный внешним магнитным полем, не содержит инфракрасной расходимости (ИКР) [22–24]. Учитывая аналогию тензорного фонового поля и внешнего магнитного, можно предположить, что появление ИКР в (12) является

ся артефактом пертурбативного метода вычисления (см. (6)). Для проверки этого предположения вычислим этим же методом сдвиг массы электрона в линейном по напряженности магнитного поля B приближении.

Пропагатор электрона во внешнем постоянном магнитном поле в координатном представлении может быть записан в виде произведения двух сомножителей, первый из которых — фазовый фактор, зависящий от выбора калибровки 4-потенциала магнитного поля, а второй, будучи калибровочно и трансляционно инвариантным, в импульсном представлении в линейном приближении по B имеет вид [25]

$$G(k) = \frac{\hat{k} + m}{k^2 - m^2 + i0} + \frac{e}{2} \sigma^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} \frac{\hat{k}_{\parallel} + m}{(k^2 - m^2 + i0)^2}, \quad (15)$$

где в качестве направления магнитного поля выбрана ось Oz , так что $\hat{k}_{\parallel} = \gamma^0 k^0 - \gamma^3 k^3$, $\sigma^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} = -2iB\gamma^1\gamma^2$.

Подставив (15) в (5) и выполнив вычисления, аналогичные вышеприведенным, находим сдвиг массы электрона в слабом магнитном поле:

$$\Delta m_B^{(1)}(\varepsilon) = C(\varepsilon) \frac{\alpha}{4\pi m^2} e \tilde{F}_{\mu\nu} s^{\mu} p^{\nu}. \quad (16)$$

Здесь коэффициент $C(\varepsilon)$ совпадает с (13), а дуальный тензор магнитного поля $\tilde{B}_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta}/2$ имеет только две ненулевые компоненты $\tilde{F}_{03} = -\tilde{F}_{30} = B$.

В основном состоянии электрона ($p^0 = m$, $p^3 = 0$) имеем $\tilde{F}_{\mu\nu} s^{\mu} p^{\nu} = -Bms^3$ и учтем, что в этом состоянии спин электрона может быть направлен только против магнитного поля [18, 26] ($s^3 = -1$). В итоге из (16) получаем

$$\Delta m_B^{(1)}(\varepsilon) = C(\varepsilon) \frac{\alpha}{4\pi} \frac{eB}{m}. \quad (17)$$

Правильный результат для сдвига массы электрона [23, 24] получается из (17) удалением ИКР, т. е.

$$C(\varepsilon) \rightarrow -1. \quad (18)$$

Представим его в виде

$$\Delta m_B^{(1)} = -\mu_a B. \quad (19)$$

Здесь введен (однопетлевой) АММ электрона, впервые вычисленный в [27]:

$$\mu_a = \frac{\alpha}{2\pi} \mu_B,$$

где $\mu_B = e/2m$ — магнетон Бора, и радиационный сдвиг массы электрона (19) наглядно интерпретируется как минимальная энергия взаимодействия АММ электрона с магнитным полем.

Сделав в (12) замену (18), получаем сдвиг массы электрона в постоянном тензорном фоновом поле в виде

$$\Delta m_H^{(1)} = -\frac{\alpha}{2\pi m} \tilde{H}_{\mu\nu} s^{\mu} p^{\nu}. \quad (20)$$

2. Вершинный оператор

Вершинный оператор $\Lambda^{\mu} = \Gamma^{\mu} - \gamma^{\mu}$ при нулевой передаче импульса связан с массовым оператором тождеством Уорда (см. [20, с. 556]), которое в принятом выше приближении дает для соответствующего линейного по фоновому полю вклада следующее выражение:

$$\Lambda_{\mu}^{(1)}(p, p; 0) = -\frac{\partial M^{(1)}(p)}{\partial p^{\mu}}. \quad (21)$$

Отсюда с учетом (9) и (11) для поправки к диагональному току перехода получаем

$$j_{\mu}^{(1)} = \bar{u}(p, s) \Lambda_{\mu}^{(1)} u(p, s) = \frac{\alpha}{\pi} \left[C(\varepsilon) \delta_{\mu}^{\beta} + 2B(\varepsilon) \frac{p_{\mu} p^{\beta}}{m^2} \right] \tilde{H}_{\beta\nu} s^{\nu}, \quad (22)$$

где

$$B(\varepsilon) = \int_0^1 dx \left(\frac{x\bar{x}}{x^2 + \varepsilon^2\bar{x}} \right)^2. \quad (23)$$

Асимптотика интеграла (23) при $\varepsilon \ll 1$ такова:

$$B(\varepsilon) = \frac{3}{2} + 2 \ln \varepsilon + \frac{\pi}{4\varepsilon}. \quad (24)$$

Заметим, что инфракрасная расходимость того же типа (логарифм и полюс) имеется в вершинном операторе, обусловленном НЛИ-взаимодействием (3), которое рассмотрено в [16]. Наличие ИКР лишь отмечено в [16], но мы получили явный вид расходимости, вычислив приведенные в этой работе интегралы, определяющие соответствующие формфакторы (см. (A1)–(A3) при $q^2 = 0$).

3. Обсуждение результатов

Рассмотрим фоновое тензорное поле квазимангнитного типа, т. е. $H_{\mu\nu} H^{\mu\nu} > 0$, $H_{\mu\nu} \tilde{H}^{\mu\nu} = 0$. Тогда существует система отсчета, в которой отличны от нуля (при соответствующей ориентации осей) только компоненты $H_{21} = -H_{12} = \tilde{H}_{03} = -\tilde{H}_{30} = H > 0$. Для покоящегося в этой системе отсчета электрона, поляризованного вдоль оси Oz , получаем из (20) и (22)

$$\delta m^{(1)} \equiv \left| \Delta m_H^{(1)} \right| = \frac{\alpha}{2\pi} H, \quad (25)$$

$$\frac{\delta e^{(1)}}{e} \equiv \left| \frac{j_0^{(1)}}{j_0} \right| = \frac{\alpha}{\pi} \frac{H}{m}. \quad (26)$$

Заметим, что (26), в котором удалены ИКР-слагаемые, определяет НЛИ-поправку к зарядовому формфактору электрона [20, § 117], что при нулевой передаче импульса сводится к относительному сдвигу заряда электрона (в стандартной КЭД, конечно, равному нулю).

Относительные верхние ограничения на поле H получаем, требуя, чтобы величины (25) и (26) были

меньше современных экспериментальных неопределенностей значений (ошибок измерения) массы и заряда электрона δm и δe [3] соответственно:

$$\delta m^{(1)} < \delta m = 1.1 \cdot 10^{-8} \text{ МэВ}, \quad (27)$$

$$\delta e^{(1)} < \delta e = 2.2 \cdot 10^{-8} e. \quad (28)$$

Из (25) и (27) находим ограничение

$$H < 9.5 \cdot 10^{-12} \text{ ТэВ}, \quad (29)$$

а из (26) и (28) — несколько жестче:

$$H < 4.8 \cdot 10^{-12} \text{ ТэВ}. \quad (30)$$

Заметим, что в прямых экспериментах по поиску НЛИ (см. обзор [28]) достигнуты гораздо более жесткие, чем (29) и (30), ограничения сверху на компоненты \tilde{H}_{0k} на уровне 10^{-29} ТэВ (см. обзор [28]). Но, как указано в [29], в некоторых экспериментах возможно усиление чувствительности к эффектам НЛИ за счет лоренц-фактора. Именно это имеет место для рассмотренных нами эффектов в случае поляризованных электронов высоких энергий (см. (20) и (22)).

Заключение

Мы рассмотрели влияние фонового тензорного поля, нарушающего лоренц-инвариантность, на радиационный сдвиг массы электрона и его зарядовый формфактор (при нулевой передаче импульса). В предположении, что в системе покоя поляризованного электрона фоновое поле имеет квазимагнитный характер, были получены ограничения на напряженность этого поля с использованием современных экспериментальных неопределенностей в значениях массы и заряда электрона. Хотя они оказались слабее существующих прямых экспериментальных ограничений, с ростом энергии электрона происходит усиление эффектов НЛИ.

Детальное исследование отмеченных инфракрасных расходимостей будет проведено отдельно с использованием точного по напряженности фонового поля пропагатора электрона.

Авторы благодарят доцентов П.И. Пронина и К.А. Казакова за полезное обсуждение результатов работы.

Список литературы

1. Емельянов В.М. Стандартная модель и ее расширения. М., 2007.
2. Langacker P. The Standard Model and Beyond. Boca Raton, 2010.
3. Olive K.A. et al. (Particle Data Group) // Chin. Phys. C. 2014. **38**. P. 090001.
4. Kostelecký V.A., Samuel S. // Phys. Rev. D. 1989. **39**. P. 683.
5. Carroll S. M., Harvey J.A., Kostelecký V.A. et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. **87**. P. 141601.
6. Weinberg S. The Quantum Theory of Fields. Vol. I. Foundations. Cambridge, 1995.
7. Colladay D., Kostelecký V.A. // Phys. Rev. D. 1997. **55**. P. 6760.
8. Colladay D., Kostelecký V.A. // Phys. Rev. D. 1998. **58**. P. 116002.
9. Proc. of the Fifth Meeting on CPT and Lorentz Symmetry / Ed. by V. A. Kostelecký. Singapore, 2011.
10. Jackiw R., Kostelecký V.A. // Phys. Rev. Lett. 1999. **82**. P. 3572.
11. Carroll S, Field G., Jackiw R. // Phys. Rev. D. 1990. **41**. P. 1231.
12. Zhukovskiy V.Ch., Lobanov A.E., Murchikova E.M. // Phys. Rev. D. 2006. **73**. P. 065016.
13. Жуковский В.Ч., Лобанов А.Е., Мурчи́кова Е.М. // Ядерная физика. 2007. **70**. С. 1289.
14. Frolov I.E., Zhukovskiy V.Ch. // J. Phys. A. 2007. **40**. P. 10625.
15. Kharlanov O.G., Zhukovskiy V.Ch. // J. Math. Phys. 2007. **48**. P. 092302.
16. Moyotl A., Novales-Sánchez H., Toscano J.J., Tututi E.S. // Int. J. Mod. Phys. A. 2014. **29**. P. 1450039.
17. Heisenberg W., Euler H. // Z. Phys. 1936. **98**. S. 714.
18. Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В. Квантовые процессы в сильном внешнем поле. М., 1989.
19. Бубнов А.Ф., Губина Н.В., Жуковский В.Ч. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2016. № 2. С. 28.
20. Берестецкий В.Б., Ли́фшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. 4-е изд., испр. М., 2002.
21. Borodulin V.I., Rogalyov R.N., Slabospitsky S.R. CORE (COmpendium of RElations). Ver. 2.1. IHEP-95-90. Protvino, 1995; arXiv: hep-ph/9507456.
22. Рутыс В.И. // Проблемы квантовой электродинамики интенсивного поля (Тр. ФИАН. Т. 168). М., 1986. С. 52.
23. Тернов И.М., Багров В.Г., Бордовицын В.А., Дорофеев О.Ф. // ЖЭТФ. 1968. **55**. С. 2273.
24. Tsai W.-y. // Phys. Rev. D. 1973. **8**. P. 3446.
25. Chyi T.-K., Hwang C.-W., Kao W.F. et al. // Phys. Rev. D. 2000. **62**. P. 105014.
26. Соколов А.А., Тернов И.М. Релятивистский электрон. М., 1982.
27. Schwinger J. // Phys. Rev. 1948. **73**. P. 416; 1949. **76**. P. 790.
28. Kostelecký V.A., Russell N. // Rev. Mod. Phys. 2011. **83**. P. 11; arXiv: 0801.0287v9 (26 Feb 2016).
29. Colladay D., Kostelecký V.A. // Phys. Lett. B. 2001. **511**. P. 209.

Radiative effects in quantum electrodynamics with Lorentz violation**A. V. Borisov^a, T. G. Kiril'tseva^b***Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.**E-mail: ^aborisov@phys.msu.ru, ^bvadiim@inbox.ru.*

We calculate one-loop mass and vertex (at zero momentum transfer) operators of an electron in a weak background tensor field that violates Lorentz invariance. The upper bounds on the background field strength are obtained using modern experimental values of the electron mass and charge.

Keywords: Standard Model, Lorentz violation, Standard Model Extension, background field, quantum electrodynamics, radiative effects, mass operator, vertex operator.

PACS: 11.30.Cp, 12.20.-m, 12.60.-i.

Received 24 August 2016.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2017. **72**, No. 2. Pp. 182–186.

Сведения об авторах

1. Борисов Анатолий Викторович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-31-77, e-mail: borisov@phys.msu.ru.
2. Кирильцева Татьяна Геннадьевна — аспирантка; тел.: (495) 939-31-77, e-mail: vadiim@inbox.ru.