

А. Н. ЛАГУТКИН

О ДИССИПАТИВНОМ МЕХАНИЗМЕ ОГРАНИЧЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ И АВТОСИНХРОНИЗАЦИИ В ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРАХ

Анализируется диссипативный механизм ограничения колебаний и явление автосинхронизации в параметрических генераторах, содержащих нелинейный элемент, обладающий резко изменяющейся диссипативной проводимостью. Показывается, что стационарные характеристики колебательных процессов в таких системах слабо зависят от соотношения между амплитудой колебания накачки и амплитудами генерируемых компонентов.

Введение

Диссипативный механизм ограничения колебаний в параметрических генераторах хорошо известен и является одним из основных. Он связан с увеличением потерь в системе при увеличении амплитуд колебаний.

При этом если потери возрастают достаточно плавно с ростом амплитуд колебаний, то для аппроксимации диссипативной характеристики нелинейного элемента можно ограничиться несколькими членами ряда Тейлора [1]. Однако в случае использования нелинейных элементов с резкой вольтамперной характеристикой такая аппроксимация становится несправедливой.

В работах [2, 3] были предложены методы рассмотрения диссипативного механизма ограничения колебаний и явления автосинхронизации в параметрических генераторах, которые содержат нелинейные элементы с резкой диссипативной характеристикой. При этом предполагалось, что амплитуды генерируемых колебаний намного превосходят амплитуду накачки, как, например, в балансных схемах параметрических генераторов. Однако во многих экспериментальных работах (см., например, [1] и библиографию к ней) выполняется обратное соотношение: амплитуда накачки существенно больше амплитуд генерируемых компонентов ($B_H \gg B_{1,2}$).

В связи с этим представляет интерес изучение параметрических генераторов, в которых выполняется соотношение $B_H \gg B_{1,2}$ и которые содержат нелинейные элементы с резкими диссипативными характеристиками¹.

¹ При этом, как и в работах [2, 3], будем рассматривать лишь низкочастотный случай, когда влиянием диффузионной емкости диода можно пренебречь.

В настоящей работе рассматриваются колебательные процессы в одно- и двухчастотных параметрических генераторах, обладающих резонансом параллельного типа на собственных частотах в предположении, что величина смещения E и амплитуда накачки фиксированы. Следовательно, действуют только расстроенный и резкий диссипативный механизмы ограничения.

Вычисление амплитуд гармоник заряда

При составлении укороченных уравнений приходится вычислять амплитуды гармоник заряда $q(v)$, обусловленного наличием барьерной емкости p - n -перехода.

Если переменное напряжение много меньше величины $(|E| + \varphi_0)$ (φ_0 — контактная разность потенциалов), то $q(v)$ можно разложить в ряд Тейлора в рабочей точке и ограничиться несколькими членами этого ряда [1], обычно не более четырех, пяти.

Когда же переменное напряжение становится равным $\sim (|E| + \varphi_0)$, т. е. может происходить отпирание диода, то аппроксимация вольт-кулоновой характеристики несколькими членами такого ряда становится, вообще говоря, весьма приблизительной.

Однако эту трудность можно преодолеть, когда напряжение накачки $v_H = B_H \cos \Phi_H$ намного превосходит напряжение генерируемых колебаний $v_{ген.}$. В одночастотном генераторе $v_{ген.} = B \cos(\Phi_H/2 - \alpha/2)$. Здесь $\alpha = \varphi_H - 2\varphi$, φ_H , φ — фазы накачки и генерируемого колебания. В этом случае представим $q(v)$ в виде ряда по степеням малых колебаний $v_{ген.}$ ¹:

$$q(v) = q(v_H) + \frac{dq(v_H)}{dv} \cdot v_{ген.} + \frac{1}{2!} \frac{d^2q(v_H)}{dv^2} \cdot v_{ген.}^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3q(v_H)}{dv^3} \cdot v_{ген.}^3 + \dots \quad (1)$$

Гармоники генерируемых частот содержатся в (1) только во втором и четвертом членах. Поэтому определение амплитуд гармоник заряда, с точностью до членов $\sim O(B^5)$ в случае одночастотного параметрического генератора, сводится к вычислению интегралов:

$$q_{\{s\}} \cong \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{dq}{dv} \cdot B \cos(\Phi_H/2 - \alpha/2) + \frac{1}{3!} \frac{d^3q}{dv^3} \cdot B^3 \cos^3(\Phi_H/2 - \alpha/2) \right] \times \\ \times \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (\Phi_H/2 - \alpha/2) d\Phi_H. \quad (2)$$

Упрощая (2), получим

$$q_{\{s\}} = B \left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha [C_0 + 2C_3 B^2 / (|E| + \varphi_0)^2] + C_4 B^2 \cos 2\alpha / (|E| + \varphi_0)^2 \\ - \sin \alpha [C_0 + C_3 B^2 / (|E| + \varphi_0)^2] - C_4 B^2 \sin 2\alpha / (|E| + \varphi_0)^2 \end{array} \right\} + \\ + B \begin{Bmatrix} C_1 + C_2 B^2 / (|E| + \varphi_0)^2 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

¹ Такая процедура применяется при анализе систем методом малого сигнала (см. [1] и библиографию к ней).

Здесь

$$C_0 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{dq}{dv} \cos \Phi_H d\Phi_H; \quad C_1 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{dq}{dv} d\Phi_H; \quad C_2 = \frac{(|E| + \Phi_0)^2}{32\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d^3q}{dv^3} d\Phi_H;$$

$$C_3 = \frac{(|E| + \Phi_0)^2}{48\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d^3q}{dv^3} \cos \Phi_H d\Phi_H; \quad C_4 = \frac{(|E| + \Phi_0)^2}{96\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d^3q}{dv^3} \cos 2\Phi_H d\Phi_H$$

коэффициенты, имеющие размерность емкости¹.

Таким образом с точностью до членов $\sim O(B^3)$ амплитуды гармоник заряда представляют собой линейную зависимость относительно B . Следовательно, расстройные эффекты малы в отличие от случая работ [2, 3]. Поэтому можно считать, что ограничение колебаний в системе происходит за счет увеличения затухания, сравнимого по величине с регенерацией, вносимой в систему благодаря модуляции емкости p - n -перехода².

Режим стационарных колебаний в одночастотном параметрическом генераторе

В одночастотном параметрическом генераторе полное напряжение на диоде $U = B_H \cos \Phi_H + B \cos(\Phi_H/2 - \alpha/2) - E$ достигает максимума примерно в моменты времени $\Phi_H = \omega_H t + \Phi_H \cong 2\pi m$, где m — целое, ω_H — частота напряжения накачки.

Таким образом, ввиду того что отпирание диода происходит в моменты, когда полная фаза генерируемого колебания равна примерно $(-\alpha/2 + \pi m)$, то B и α оказываются связанными алгебраическим равенством

$$u_{\max} = B_H + B \cos(-\alpha/2 + \pi m) - E \cong u_0, \quad (m = 0, 1), \quad (4)$$

которое отличается от соответствующего соотношения работы [2]. При этом значение m в (4) выбирается из условия $\cos(-\alpha/2 + \pi m) > 0$.

Чтобы вычислить зависимость амплитуды генерируемого колебания от расстройки по частоте накачки, необходимо привлечь, кроме того, укороченные уравнения, в которых имеются члены, описывающие прохождение импульсов активного тока через диод. При этом, если в работе [2] ($B \gg B_H$) фазовое уравнение не изменялось при отпирании диода (синусная компонента тока была равна нулю), а амплитудное уравнение изменялось (косинусная компонента отлична от нуля), то в рассматриваемом случае уже оба компонента тока будут отличны от нуля:

$$i_{\{s\}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(u) \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} (\Phi_H/2 - \alpha/2) d\Phi_H \cong i_0 \begin{cases} \cos(-\alpha/2 + \pi m) \\ \sin(-\alpha/2 + \pi m) \end{cases}. \quad (5)$$

Здесь величина i_0 характеризует силу импульса активного тока, проходящего через диод. Следовательно, при отпирании диода изменяются как амплитудное, так и фазовое уравнения:

$$\dot{B} + hB - \frac{\Delta}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{\Delta}\right)^2} \cdot B \sin \alpha + \alpha_0 i_0 \cos(-\alpha/2 + \pi m) = 0,$$

¹ Коэффициенты C_k ($k=0, 1, 2, 3, 4$) для сплавных диодов выражаются через эллиптические функции.

² Этот вывод, разумеется, относится также к двухчастотному параметрическому генератору.

$$B\dot{\varphi} + B\Delta\omega_H/2 + \frac{\Delta}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{\Delta}\right)^2} \cdot B \cos \alpha - \alpha_0 i_0 \sin(-\alpha/2 + \pi m) = 0. \quad (6)$$

Из системы уравнений (6) получим

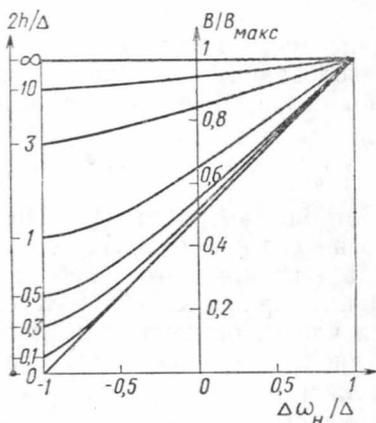
$$\operatorname{tg} \alpha/2 = \frac{\Delta\omega_H/\Delta + \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{\Delta}\right)^2}}{\frac{2h}{\Delta}}. \quad (7)$$

Здесь h — полуполоса пропускания холодной системы, Δ — полуполоса генерации, $\Delta\omega_H$ — линейная расстройка по частоте накачки [1], α_0 — коэффициент связи [2].

Из (4) и (7) для амплитуды генерируемого колебания получим следующее выражение:

$$\frac{B}{E - B_H + u_0} = \frac{\Delta}{2h} \sqrt{\left(\frac{2h}{\Delta}\right)^2 + \left[\frac{\Delta\omega_H}{\Delta} + \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{\Delta}\right)^2}\right]^2}. \quad (8)$$

Эти зависимости нанесены на рисунке для различных значений параметра $2h/\Delta$. При этом все кривые располагаются между двумя предельными, которым соответствуют значения параметра $2h/\Delta$, равные 0 и ∞ .



Таким образом, поведение зависимостей стационарных амплитуд генерации, полученных в настоящей работе для случая $B_H \gg B$, качественно совпадает с поведением кривых стационарных амплитуд при $B \gg B_H$ [2].

Нормированные зависимости стационарных амплитуд генерации в одночастотном параметрическом генераторе от нормированной расстройки по частоте накачки при различных значениях параметра $2h/\Delta$

Стационарный режим колебаний в двухчастотном параметрическом генераторе

В двухчастотном генераторе из-за трудности нахождения максимума напряжения при сравнимых амплитудах генерации $B_k \sim B_l$, $\begin{Bmatrix} k \\ l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 2 \\ 1 \end{Bmatrix}$ ограничимся рассмотрением случая $B_H \gg B_k \gg B_l$. Такое предположение позволяет найти максимум напряжения на диоде

$$u_{\text{макс}} = B_H + B_k + B_l \cos \alpha - E \simeq u_0, \quad (9)$$

и, следовательно, связать амплитуды генерации B_k , B_l и фазу $\alpha = \varphi_H - \varphi_1 - \varphi_2$, где φ_k — фаза генерируемого колебания.

Таким образом, ввиду того что отпирание диода в данном случае определяется колебаниями накачки и k -го компонента, B_k , B_l и α ока-

зываются связанными алгебраическим равенством (9), отличающимся от соответствующего соотношения работы [2], в которой отпирание диода определялось генерируемыми колебаниями (B_k, B_l).

В моменты отпирания диода полные фазы генерируемых колебаний определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\Phi_k &\cong 0 + 2\pi m_k, \\ \Phi_l &\cong -\alpha + 2\pi m_l,\end{aligned}\quad (m_k, m_l - \text{целые}) \quad (10)$$

следовательно, при отпирании не изменяется лишь фазовое уравнение большей компоненты, в отличие от случая $B_k, B_l \gg B_H$ [2], когда неизменными оставались оба фазовых уравнения.

Используя алгебраическое равенство (9) и укороченные уравнения, можно легко найти зависимости амплитуд генерации от расстройки по частоте накачки. При этом оказывается, что поведение кривых для случая, рассматриваемого в настоящей работе $B_H \gg B_k \gg B_l$, качественно совпадает с поведением зависимостей, полученных для случая $B_k, B_l \gg B_H$ [2].

Явление автосинхронизации в двухчастотном параметрическом генераторе

В работе [3] был предложен метод составления укороченных уравнений, описывающих режим синхронных колебаний, когда образование комбинационных тонов происходит на резко меняющейся нелинейности системы. Основная идея этого метода состоит в определении значений полных фаз генерируемых компонентов в моменты прохождения импульсов активного тока. Величины этих фаз несколько отличаются от (10) и являются решением уравнения

$$B_H \omega_H \sin \Phi_H + B_k \omega_k \sin \Phi_k = 0. \quad (11)$$

Принимая во внимание малость аргументов тригонометрических функций в (11) при прохождении импульса активного тока, получим

$$\Phi_k = \frac{z(\gamma)}{n_1} + 2\pi m_k, \quad (12)$$

$$\Phi_l = -\alpha - \frac{z(\gamma)}{n} + 2\pi m_l.$$

Здесь $|z(\gamma)| \leq \pi$ [3], $n = n_1 + n_2$, $\omega_1/\omega_2 = n_1/n_2$, $\gamma = n\varphi_k - n_k\varphi_H$, $z(\gamma) = \gamma$ при $-\pi + 2\pi m \leq \gamma \leq \pi + 2\pi m$, m — целое число.

Из выражений (12), (10) и $z(\gamma)$ видно, что изменение полных фаз при переходе к синхронному режиму определяется колебанием накачки и k -го компонента ввиду (11), в отличие от случая $B_k, B_l \gg B_H$ [3]. Этот результат подтверждает то положение, что автосинхронизация в параметрическом генераторе всегда определяется двумя колебаниями из трех ввиду существования дополнительного соотношения между частотой накачки и частотами генерируемых компонентов $\omega_H = \omega_1 + \omega_2$ [1, 3].

Проводя стандартную операцию вторичного укорочения [4], получим уравнение, описывающее движение фазы φ_k :

$$\dot{\varphi}_k + \Delta(\Delta\omega_k) + A \cdot z(\gamma)/n = 0. \quad (13)$$

Здесь $\Delta(\Delta\omega_k) = n_k\omega_H/n - \omega_k$ — разность между частотой синхронного ре-

жима $n_k \omega_H / n$ и частотой асинхронного режима ω_k , A — величина, зависящая от параметров асинхронного режима колебаний.

Таким образом, внутренняя полоса автосинхронизации равна $A\pi/n$, следовательно, и малые полосы деления с ростом n ведут себя как $1/n$, если выполняется условие $n_1/n_2 \sim \text{const}$. Из-за того, что $A \sim i_0 \sim \sim [(\Delta\omega_H/\Delta)^2 - 1]$, на границах области генерации внутренняя полоса автосинхронизации обращается в нуль. Кроме того, B_k, B_l входят в выражение для A в степени не выше двух.

Значит, поведение внутренней полосы автосинхронизации в рассматриваемом случае качественно совпадает с поведением ее, рассмотренном в работе [3], если учесть, что центр полосы действия резкого диссипативного механизма ограничения при $B_k, B_l \gg B_H$ [3] несколько смещен относительно центра полосы генерации из-за расстроенных эффектов.

Таким образом, в двухчастотных параметрических генераторах, содержащих нелинейный элемент с резкой характеристикой, при различных соотношениях амплитуд колебаний, внутренние полосы автосинхронизации убывают очень слабо с ростом ее порядка в отличие от случая плавной автосинхронизации [1].

Автор благодарен К. К. Лихареву и В. В. Мигулину за обсуждение работы и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты. М., 1966.
2. Лихарев К. К. «Радиотехника и электроника», 13, № 9, 1714, 1968.
3. Лагуткин А. Н., Лихарев К. К. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астр., 14, № 5, 566, 1973.
4. Хохлов Р. В. ДАН СССР, 97, № 3, 411, 1954.

Поступила в редакцию
30.4 1972 г.

Кафедра
физики колебаний