# Вестник московского университета

№ 6 — 1973

Cw?

УДК 621.378.001

#### В. И. ЕМЕЛЬЯНОВ

## К ТЕОРИИ ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА НА ПОЛЯРИТОНАХ

На основе флуктуационно-диссипационного подхода рассмотрено стационарное комбинационное рассеяние света на поперечных поляритонах (ВКРП) во всей области волновых векторов и частот поляритонов, включая фононный резонанс. В эффективном уравнении для медленной амплитуды стоксовой волны кроме линейного (равновесного) источника флуктуаций поляризации среды учтен также нелинейный (перавновесный) источник, определяющий ВКРП вблизи резонанса. Общая формула для выходной мощности подробно рассмотрена в резонансной области. Показано, что полученные выражения описывают последовательный переход от ВКРП к ВКР на поперечных оптических фононах.

В предыдущей работе [1] было рассмотрено спонтанное рассеяние на поперечных поляритонах (СРП) во всей области поляритонных частот  $\omega_2$ , включая фононный резонанс ( $\omega_i$ ). Настоящая работа является продолжением [1] и посвящена рассмотрению вынужденного рассеяния на поперечных поляритонах (ВКРП).

Стационарная теория ВКРП для ограниченной области частот раз-

вивалась в ряде работ (см. [2] и приведенную там литературу).

Основной задачей теории ВКРП является вычисление частотноуглового распределения мощности света на выходе из усиливающей среды. Этот расчет был приведен в работе [2] при условии, что  $\omega_2$  далека от  $\omega_i$ .

Отдельно исследован также резонансный случай  $\omega_2 = \omega_i$  при больших значениях волнового вектора поляритона —  $\vec{K_2}$  (ВКР на поперечных оптических фонотонах (ВКРП) [3, 4]). Вместе с тем отсутствует общее рассмотрение ВКРП, справедливое во всей области  $\omega_2$ ,  $\vec{K_2}$ .

Для решения этой задачи требуется определение квантовых источников флуктуаций поляризации среды. В роли их выступают прежде всего источники флуктуации линейной поляризации. Они определяют ВКРП вдали от фононного резонанса. Такие источники использовались в работе [2].

Кроме того, при действии на нецентросимметрическую среду среднего поля накачки в ней возникают дополнительные (неравновеснонелинейные) источники. Именно эти дополнительные источники определяют ВКРП в окрестности резонанса. В частности, как показано в [1], вклад от нелинейного источника флуктуаций поляризации в уравнение для стоксовой волны описывает последовательный переход от CP на поляритонах к CP на поперечных оптических фононах.

В § 1 настоящей работы результаты [1] используются для определения эффективного источника флуктуаций в эффективном уравне-

нии для Фурье-амплитуды стоксовой волны.

Полученное эффективное уравнение описывает ВКРП по всей области  $\omega_2$ ,  $\vec{K}_2$ , включая резонанс. Его решение проведено в § 2. В результате получена формула, определяющая частотно-угловое распределение мощности света во всей области  $\omega_2$ ,  $\vec{K}_2$ .

В ходе расчета получено также общее выражение для коэффициента усиления. Для нерезонансной и резонансной области из него следуют результаты [2]. Все рассмотренное проведено в предположении прозрачности среды на частотах стоксовой волны— $\omega_1$  и накачки— $\omega_3$ . Накачка аппроксимируется линейно-поляризованной монохроматической волной.

### § 1. Уравнение для Фурье-амплитуды стоксовой волны. Эффективный источник флуктуации

Будем предполагать, что усиливающая (нецентросимметрическая) среда конечна по оси X (простирается от x=0 до x=l) и бесконечна по осям Y и Z. Вдоль оси X распространяется волна накачки

$$\vec{E}_3(\vec{r},t) = \vec{e}_3 E_3 e^{-i\omega_3 t + ik_3 x} + \text{k. c.}$$
 (1)

Для отрицательночастотного оператора стоксова поля  $\vec{E}_1^+(r,t)$  и положительночастотного оператора поляритонного поля  $\vec{E}_2^+(r,t)$  используем следующие представления:

$$\vec{E}_{1}^{+}(\vec{r},t) = \int_{0}^{\infty} \frac{d\omega_{1}}{2\pi} \int \frac{d\vec{k}_{1T}}{(2\pi)^{2}} \vec{e}_{1} E_{1}^{+}(-\omega_{1},-\vec{k}_{1T},x) e^{i(\omega_{1}t-\vec{k}_{1}\vec{T}^{T}T)-ik_{1X}x},$$

$$\vec{E}_{2}(\vec{r},t) = \int_{0}^{\infty} \frac{d\omega_{2}}{2\pi} \int \frac{d\vec{k}_{2T}}{(2\pi)^{2}} \vec{e}_{2} E_{2}(\omega_{2}, \vec{k}_{2T}, x) e^{i(\omega_{2}t - \vec{k}_{2} \vec{T} \vec{r}_{T}) + ik_{2x}x}.$$
(2)

Здесь

$$k_{2x} = k_3 - k_{1x}, \ \overrightarrow{k_T} = \{k_y; k_z\}, \ \overrightarrow{r_T} = \{y, z\}.$$
 (3)

Уравнения для  $\vec{E}_1^+(\vec{r},t)$  и  $\vec{E}_2(\vec{r},t)$  имеют вид

$$\frac{\partial^2 \widehat{\mathbf{e}} \overrightarrow{E}_1^+(\overrightarrow{r},t)}{\partial t^2} - c^2 \Delta \overrightarrow{E}_1^+ = -4\pi \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\overrightarrow{P}_1^{(\text{HJ. HHJ.})} + \overrightarrow{P}_1^{(\text{HJ. HCT.})}), \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2 \widehat{\varepsilon}}{\partial t^2} \vec{E}_2(r, t) - c^2 \Delta \vec{E}_2(r, t) = -4\pi \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\vec{P}_2^{(\text{HJT. HHJL})} + \vec{P}_2^{(\text{HCT.})}). \tag{5}$$

При определении правых частей (4) и (5) были использованы результаты работы [1]. Индуцированные части нелинейной поляризации  $-P_{1,2}^{(\text{нл.инд.})}$  содержат квадратичный и кубический вклады

$$P_{1}^{(\text{H.Л. ИНД.})}(-\omega_{1}, -\vec{k}_{1T}, x) = \chi E_{3}^{*}E_{2}(\omega_{2}, -\vec{k}_{1T}, x) + \gamma_{1}|E_{3}|^{2}E_{1}^{+}(-\omega_{1}, -\vec{k}_{1T}, x),$$

$$P_{2}^{(\text{H.Л. ИНД.})}(\omega_{2}, -\vec{k}_{1T}, x) = \chi E_{3}E_{1}^{+}(-\omega_{1}, -\vec{k}_{1T}, x). \tag{6}$$

$$\begin{split} \boldsymbol{\omega}_2 &= \boldsymbol{\omega}_3 - \boldsymbol{\omega}_1, \ \overrightarrow{k}_{2T} = -\overrightarrow{k}_{1T}, \ \boldsymbol{\chi} = \chi_{\alpha\beta\gamma} \left(\boldsymbol{\omega}_2, \, -\boldsymbol{\omega}_3\right) e_{1\alpha} e_{2\beta} e_{3\gamma}, \\ \chi_{\alpha\beta\gamma} \left(\boldsymbol{\omega}_2, \, -\boldsymbol{\omega}_3\right) &= \chi_{\beta\alpha\gamma} \left(-\boldsymbol{\omega}_1, \, \boldsymbol{\omega}_3\right), \\ \boldsymbol{\gamma}_1 &= \gamma_{\alpha\beta\gamma\sigma} \left(-\boldsymbol{\omega}_1, \, \boldsymbol{\omega}_3, \, -\boldsymbol{\omega}_3\right) e_{1\alpha} e_{1\beta} e_{3\gamma} e_{3\sigma}, \end{split}$$

 $\chi_{\alpha\beta\gamma}$ ,  $\gamma_{\alpha\beta\gamma\sigma}$  — соответственно тензоры квадратичной и кубической поляри-

зуемости,  $\overrightarrow{e_1}$ ,  $\overrightarrow{e_2}$ ,  $\overrightarrow{e_3}$  — единичные векторы вдоль  $\overrightarrow{E_1}$ ,  $\overrightarrow{E_2}$ ,  $\overrightarrow{E_3}$ .

В выражении  $P_2^{\text{(нл.инд.)}}$  мы пренебрегли вкладом от кубической восприимчивости —  $\gamma_2 |E_3|^2 E_2$ . Учет этого члена дает пренебрежимо малую поправку 1. Вклад от источника флуктуаций в нелинейную поляризацию в (4) имеет вид (см. [1]):

$$P_{1}^{(\text{HJ. HHJ.})}(-\omega_{1}, -\overrightarrow{k}_{1T}, x) = \frac{4\pi\chi''E_{3}^{*}}{\overset{\epsilon''}{\varepsilon_{0}}} P^{(\text{HCT.})}(\omega_{2}, -\overrightarrow{k}_{1T}, x), \tag{7}$$

где  $\epsilon_2^{''}=\epsilon^{''}(\omega_2)$  — мнимая часть диэлектрической проницаемости — источник флуктуаций поляризации среды.

Поскольку среда предполагается прозрачной на  $\omega_1$ , мы пренебрегли в (4) источником  $P_1^{\text{(нст.)}}$  а в (3) — вкладом от  $P_2^{\text{(нл. ист.)}}$ .

Используя (2) и (3), (6) и (7), из (4) и (5), пренебрегая

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \stackrel{\cdot}{E_1^+} (-\omega_1, -\vec{k}_{1T}, x), \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_2(\omega_2, -\vec{k}_{1T}, x),$$

получаем

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \lambda_1\right) E_1^+(-\omega_1, -\vec{k}_{1T}, x) - \alpha_1 E_2 = F_1^{(\text{HCT})},$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \lambda_2\right) E_2(\omega_2, -\vec{k}_{1T}, x) - \alpha_2 E_1^+ = F_2^{(\text{HCT})},$$
(8)

где

$$\begin{split} \lambda_1 &= -\frac{2\pi\omega_1^2 \, |E_3|^2}{k_{1x}c^2} \, \gamma_1^{''}, \;\; \alpha_1 = -\frac{i2\pi\omega_1^2}{k_{1x}c^2} \, \chi E_3^*, \\ F_1^{(\text{HCT.})} &= -\frac{8\pi^2\omega_1^2\chi^{''}E_3^*}{k_{1x}c^2\varepsilon_2^{''}} \, P^{(\text{HCT.})} \, (\omega_2, \, -\overrightarrow{k}_{1T}, \, x), \\ \lambda_2 &= \frac{i \, (k_2^2c^2 - \omega_2^2\varepsilon_2)}{2k_{2x}c^2} \, , \;\; \alpha_2 = \frac{i2\pi\omega_2^2\chi E_3}{k_{2x}c^2}, \\ F_2^{(\text{HCT.})} &= \frac{i2\pi\omega_2^2}{k_{2x}c^2} \, P^{(\text{HCT.})} \, (\omega_2, \, -\overrightarrow{k}_{1T}, \, x). \end{split}$$

Вдали от резонанса левые части (8) соответствуют обычной системе укороченных уравнений для Фурье-амплитуд [2]. Уравнения (8) содержат в себе описание также и резонансного случая. В окрестности резонанса  $E_2$  сильно затухает, так что на расстояниях  $\delta x$  таких, что  $1/\lambda_2^1 \ll \delta x \ll 1/g$  (g — коэффициент усиления), поле  $E_2$  «подстраивает-

<sup>1</sup> Отметим, что при учете кубической восприимчивости  $\gamma_2$  в формуле (6) в выражении для  $\lambda_2$  следует произвести замену  $\epsilon_2 \rightarrow \epsilon_2 + 4\pi \gamma_2 |E_3|^2$ . Оценки показывают, что  $4\pi \gamma_2 |E_3|^2/\epsilon_2 \approx 10^4 (erE/\hbar\omega)^2 \ll 1$  (здесь ω, er — характерные частота перехода и дипольный момент электрона в кристалле).

ся» под  $E_1^+$  и  $F_2^{\text{(мст.)}}$ . Таким образом, при вычислении коэффициента усиления и выходной мощности вблизи резонанса  $E_2$  можно считать находящимися «в равновесии» (на пространственном языке) с  $E_1^+$  и  $F_2^{\text{(мст.)}}$  и пренебрегать не только второй, но и первой производной  $E_2$  по координате. В этом случае уравнение для  $E_2$  в (8) приобретает вид

$$E_2(\omega_2, -\vec{k}_{1T}, x) = \frac{\alpha_2 E_1^+ + F_2^{(\text{HCT.})}}{\lambda_2}.$$
 (8')

Уравнения (8) симметричны по отношению к операторам  $E_1^+$  и  $E_2$ . В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением усиления на стоксовой частоте  $\omega_1$ . Исключая поэтому из (8)  $E_2$ , получаем уравнение для Фурье-амплитуды стоксова поля (индекс 1 у оператора  $E_1^+$  в дальнейшем будем опускать)

$$\left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} + \lambda_1 \right) \left( \frac{\partial}{\partial x} + \lambda_2 \right) - \alpha^2 \right] E^+ = F^{(\text{HCT.})},$$

$$\alpha^2 = \frac{4\pi^2 \omega_1^2 \omega_2^2 \chi^2 |E_3|^2}{c^4 k_{1x} k_{2x}},$$
(9)

где

$$F^{(\text{HCT.})} = \widehat{\mathcal{L}}_{x} P^{(\text{HCT.})}(\omega_{2}, -\vec{k}_{1T}, x),$$

$$\widehat{\mathcal{L}}_{x} = b + d\left(\lambda_{2} + \frac{\partial}{\partial x}\right),$$

$$b = \frac{4\pi^{2} \omega_{1}^{2} \omega_{2}^{2} \chi E_{3}^{*}}{k_{1x} k_{2x} c^{2}}, d = -\frac{i8\pi^{2} \omega_{1}^{2} \chi'' E_{3}^{*}}{k_{1x} c^{2} \varepsilon_{2}^{'}}.$$
(10)

Используя для спектральной функции  $(PP)_{\omega_2, \frac{1}{k_2}}^{\text{(нст.)}}$  выражение из работы [1], находим пространственно-частотную спектральную функцию эффективного источника

$$(FF)_{-\omega_1, -\overrightarrow{k_{1T}}, x-x'}^{\text{(HCT.)}} \xrightarrow{-\frac{\hbar \varepsilon_2''}{2\pi}} (n_2 + 1) \, \widehat{\mathcal{L}}_x \widehat{\mathcal{L}}_{x'}^* \delta(x - x'). \tag{11}$$

При выводе (11) мы пернебрегли зависимостью среднего числа фононов  $\overrightarrow{n_{k_2}}$  от  $\overrightarrow{k_2}$ , положив  $\overrightarrow{n_{k_2}} = n_2 = \mathrm{const.}$  Это оправдано, поскольку частота длинноволнового поперечного оптического фонона слабо зависит от его волнового вектора (см., например, [5, 6]).

## § 2. Частотно-угловое распределение мощности света на выходе из среды. Коэффициент усиления

Решение уравнения (9) состоит из двух статистически независимых частей

$$E^{+}(-\omega_{1}, -\vec{k}_{1T}, l) = E^{+}_{(rp)} + E^{+}_{(uct.)},$$
 (12)

где  $E_{\text{(гр)}}^+$  определяется граничными условиями (ср. [2])

$$E_{(\text{rp})}^{+} = \frac{1}{q_{1} - q_{2}} \left[ E_{20} \alpha_{1} \left( e^{q_{2}l} - e^{q_{1}l} \right) + E_{10}^{+} \left( \left( q_{2} + \lambda_{1} \right) e^{q_{1}l} - \left( \lambda_{1} + q_{1} \right) e^{q_{2}l} \right) \right]. \quad (13)$$

$$q_{1,2} = -\frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + 4\alpha^2}),$$
 (14)

$$E_{10}^{+} = E_1(-\omega_1, -\vec{k}_{1T,0}), \ E_{20} = E_2(\omega_2, -\vec{k}_{1T,0})$$

флуктуационные поля, создаваемые на границе x = 0 пространством вне усиливающего слоя (мы предполагаем, как и в [2], что слой помещен в безграничную среду с теми же характеристиками, однако в ней отсутствуют нелинейность и поглощение на  $\omega_2$ ).

Часть поля, определяемая источниками в слое, имеет вид

$$E_{(\text{HCT})}^{+} = \frac{1}{q_1 - q_2} \int_0^l d\xi \left( e^{q_1(l - \xi)} - e^{q_2(l - \xi)} \right) F^{(\text{HCT})} (\xi). \tag{15}$$

В дальнейшем нам потребуется спектральная функция  $(E^+E)^{(rp)}_{-\omega_1,-\overrightarrow{k_1},0}$ Она, как это видно из (13), выражается через  $(E_2 E_2^+)_{\omega_2, k_{2T}, 0}$ , при этом мы учли, что

$$\vec{k}_{2T} = -\vec{k}_{1T}, \ (E_{20}^{+}E_{10}) = (E_{10}^{+}E_{20}) = 0, \ (E_{10}^{+}E_{10}) \approx 0.$$

Спектральная функция  $(E_2E_2^+)_{\omega_2,k_2}$  для области прозрачности имеет вид [1]

$$(E_{2}E_{2}^{+})_{\omega_{2},\stackrel{\rightarrow}{k_{2}}}=8\pi^{2}\hbar\omega_{2}^{2}\delta(\omega_{2}^{2}\epsilon_{2}^{'}-k_{2}^{2}c^{2}).$$

Отсюда получаем

$$(E_2 E_2^+)_{\omega_2, \vec{k}_{2T}, 0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dk_{2x} (E_2 E_2^+)_{\omega_2, \vec{k}_{2T}} \frac{2\pi \hbar \omega_2^2}{c^2 k_{2x}}, \tag{16}$$

где

$$k_{2x} = \left( rac{\omega_2^2 arepsilon_2^{'}}{c^2} - k_{2T}^2 
ight)^{1/2}.$$

Используя (11) и (16), из (12) — (15) получим спектральную функцию стоксова поля на выходе из усиливающего слоя

$$(E^{+}E)_{-\omega_{1}, \rightarrow k_{1}T, l} = (E^{+}E)^{(\text{rp})} + (E^{+}E)^{(\text{HCT})} = \frac{\hbar k_{2x}c^{2} |b|^{2}}{2\pi\omega_{2}^{2}} \frac{|e^{q_{2}l} - e^{q_{1}l}|^{2}}{|q_{1} - q_{2}|^{2}} + \frac{\hbar \epsilon_{2}''}{2\pi} \frac{(n_{2} + 1)}{|q_{1} - q_{2}|^{2}} \left\{ \frac{e^{2q_{1}'l} - 1}{2q_{1}'} |b + d(\lambda_{2} + q_{1})|^{2} + \frac{e^{2q_{2}'l} - 1}{2q_{2}'} |b + d(\lambda_{2} + q_{2})|^{2} - 2\operatorname{Re} \frac{e^{(q_{1} + q_{2}'') l} - 1}{q_{1} + q_{2}'} (b + d(\lambda_{2} + q_{1})) (b^{*} + d^{*}(\lambda_{2}^{*} + q_{2}^{*})).$$

$$(17)$$

Здесь в и в задаются формулами (10).

Спектральная функция  $(E^+E)_{-\omega_1, \; -\overrightarrow{k}_{1T}, l}$  вычислялась в работе  $[2]^1$ при условии, что ω2 далека от фононного резонанса. Результаты [2] по-

 $<sup>^{1}</sup>$  (E+E) связана с функцией ф работы [2] соотношением (E+E) =  $(2\pi)^{3}$ ф.

лучаются из формулы (17), если в ней положить d=0. Дополнительные члены, определяемые d, являются доминирующими в резонансной области. Величину

 $g = 2q_1' = \operatorname{Re}\left(-\lambda_1 - \lambda_2 + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + 4\alpha^2}\right) \tag{18}$ 

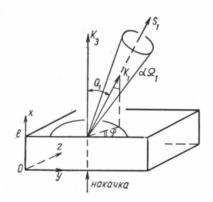
можно интерпретировать как коэффициент усиления. Явное выражение для g, получаемое из (18), имеет вид

$$g = -(\lambda_1 + \lambda_2') + \frac{1}{2^{1/2}} \left( (A^2 + B^2)^{1/2} + |A| \right)^{1/2}. \tag{19}$$

Здесь

$$egin{aligned} A &= (\lambda_{1} - \lambda_{2}^{'})^{2} - (\lambda_{2}^{''})^{2} + 4\,(lpha^{2})', \ B &= 2\,(\lambda_{2}^{'} - \lambda_{1})\,(\lambda_{2}^{''})^{2} - 4\,(lpha^{2})''. \end{aligned}$$

Выражение (19) задает коэффициент усиления во всей области  $\omega_2, k_2$ . Можно показать, что вдали от резонанса из (19) следуют известные результаты [2]. Для этого проще исходить непосредственно из (18). В резонансной области  $\lambda_2 \gg \lambda_1$ ,  $2\alpha$ , и из (18), используя явное выражение для  $\lambda_1$ ,  $\alpha^2$ ,  $\lambda_2$ , получаем 1



$$g = \frac{4\pi\omega_1^2 |E_3|^2}{k_{1x}c^2} \left\{ \frac{4\pi\varepsilon_2''\omega_2^4}{|k_2^2c^2 - \omega_2^2\varepsilon_2|^2} \left( (\chi^2)' + (\chi^2)'' \frac{k_2^2c^2 - \varepsilon_2'\omega_2^2}{\omega_2^2\varepsilon_2'} \right) + \gamma_1'' \right\}. \quad (20)$$

Перейдем к определению частотно-углового распределения мощности света на выходе из усиливающего слоя. Из (2) следует, что при фиксированном  $|\vec{k}_1|$ ,

$$(E^{+}E)_{-\omega_{1},\overrightarrow{r}} = \frac{1}{2\pi} \int \frac{d\vec{k}_{1T}}{(2\pi^{2})} (E^{+}E)_{-\omega_{1}} \xrightarrow{-\vec{k}_{1T},l} =$$

$$= \frac{k_{1}^{2}}{(2\pi)^{3}} \int d\Omega_{\perp} \cos\theta_{1} (E^{+}E)_{-\omega_{1},-\vec{k}_{1T},l} \equiv \int d\Omega_{1} (E^{+}E)_{-\omega_{1},\overrightarrow{r}}^{(\vec{s}_{1})}$$
(21)

(здесь мы использовали  $\overrightarrow{r}\{l,\,y,\,z\}$ ,  $\sin\theta_1=\frac{(k_1^2-k_{1x}^2)^{1/2}}{k_1}$  и  $d\overrightarrow{k}_{1T}=dk_{1y}dk_{1z}=k_1^2\cos\theta_1d\Omega_1$ ,  $d\Omega_1=\sin\theta_1d\theta_1d\phi$  (см. рис.)).

Подынтегральное выражение в (21) —  $(E^+E)^{(S_1)}$  представляет собой вклад тех волн, которые распространяются в направлении  $\vec{S}_1 = \frac{\vec{k_1}}{|\vec{k_1}|}$  в телесном углу  $d\Omega_1$ . Таким образом, мощность света,

испускаемая 1 ед. поверхности  $x\!=\!l$  в направлении  $\vec{S}_1$ , в единичные спектральный  $d_{\Theta}$  и угловой  $d\Omega_1$  интервалы равна

$$W_{\vec{S}_{1},\omega_{1}} = 2 \frac{(E^{+}E)^{(\vec{S}_{1})} \sqrt{\vec{\epsilon}_{1}} c}{4\pi} = \frac{k_{1}^{2} \cos \theta_{1} c \sqrt{\vec{\epsilon}_{1}}}{(2\pi) 4} (E^{+}E)_{-\omega_{1}, -\vec{k}_{1}T, l}, \qquad (22)$$

где  $(E^+E)_{-\omega_1, \ -\vec{k}_{1T}, l}$  задается формулой (17).

 $<sup>^{1}</sup>$  Формулу (20) можно легко получить из (8), если там для  $E_{2}$  сразу использовать приближенное уравнение (8').

Рассмотрим подробнее выражение для  $W_{S_1w_1}$  в резонансной области  $\omega_2 \approx \omega_i$ ;  $\omega_i$  — частота поперечного фонона. В формуле (17)  $(E^+E)^{(\text{rp})} \sim g/\frac{\varepsilon_2^{w_2^2}}{k_{2x}c^2}(E^+E)^{(\text{нст.})}$ . В окрестности резонанса  $2 \mid q_2' \mid \approx \frac{\varepsilon_2^{w_2^2}}{k_{2x}c^2} \gg 2q_1' = g$ . Поэтому в (17) можно пренебречь  $(E^+E)^{(\text{rp})}$ , а также вторым и третьим членом в фигурных скобках. Используя выражения для b и d — (10), из (17) и (22) получим

$$\begin{split} W_{\overrightarrow{S}_{1},\omega_{1}} &= \frac{e^{gl} - 1}{gl} \left\{ \frac{l}{\cos \theta_{1}} \frac{\omega_{1}^{4} \sqrt{|\varepsilon_{1}'|} |E_{3}|^{2}}{4\pi^{2}c^{3}} \times \right. \\ &\times \left[ (\delta E \delta E)_{\omega_{2},\overrightarrow{k_{2}}} \left( (\chi^{2})' + (\chi^{2})'' \frac{k_{2}^{2}c^{2} - \varepsilon_{2}'\omega_{2}^{2}}{\varepsilon_{2}'\omega_{2}^{2}} \right) + 8\pi \hbar \frac{{\chi''}^{*}}{\varepsilon_{2}''} (n_{2} + 1) \right] \right\}, \quad (23) \end{split}$$

где мы ввели обозначение для спектральной функции поляритонов (см. [1])

$$(\overrightarrow{\delta E} \overrightarrow{\delta E})_{\omega_{\mathbf{a}},\overrightarrow{k_{\mathbf{a}}}} = \frac{8\pi\hbar\varepsilon_{\mathbf{a}}^{"}\omega_{\mathbf{a}}^{4}}{|\omega_{\mathbf{a}}^{2}\varepsilon_{\mathbf{a}}-k_{\mathbf{a}}^{2}c^{2}|^{2}}(n_{\mathbf{a}}+1).$$

Коэффициент усиления g в (23) задается формулой (20). Выражение в фигурных скобках представляет собой мощность, спонтанно излучаемую при рассеянии на поляритонах 1 ед. поверхности x=l в направлении  $S_1$  (см. [1]).

При больших значениях  $\vec{k}_2$  ( $|\vec{k}_2| \gg 10^5~cm^{-1}$ ) вклад члена с  $(\vec{\delta E}\,\vec{\delta E})_{\omega_2,\vec{k}_2}$  в  $W_{\vec{S}_1,\omega_1}$ , а также в g (см. (20)) пренебрежимо мал. Второй же член в фи гурных скобках с (23), как показано в [1], дает мощность, спонтанно рассеиваемую на поперечных оптических фононах. Для коэффициента g из (20) в этом случае имеем

$$g = \frac{4\pi\omega_1 |E_3|^2}{c \sqrt{\varepsilon_1'} \cos \theta_1} \gamma_1'',$$

что совпадает с результатами работ по комбинационному рассеянию на фононах [4, 3].

Таким образом, формула (23) в резонансной области описывает последовательный переход от ВКР на поляритонах к ВКР на поперечных оптических фононах.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Емельянов В. И., Климонтович Ю. Л. ЖЭТФ, 63, вып. 2, 1972.
- 2. Стрижевский В. Л., Обуховский В. В., Понат Г. Э. ЖЭТФ, 61, 537, 1971.
- 3. Стрижевский В. Л., Обуховский В. В., Понарин А. М. ЖЭТФ, **59**, 1667, 1970.
- Луговой В. И. Введение в теорию вынужденного комбинационного рассеяния. М., 1968.
- Слэтер Д. Диэлектрики, полупроводники, металлы. М., 1969.
   Von Foerster T., Glauber R. I. Phys. Rev., A3, 1484, 1971.

Поступила в редакцию 28.1 1972 г.

Кафедра общей физики для мехмата