Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 5 — 1972

УДК 539.12.183

В. И. ГРИГОРЬЕВ, Г. РАСУЛ

ОБ ЭНЕРГИИ БОЗОНОВ, ИЗЛУЧАЕМЫХ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ БЫСТРОЙ ЧАСТИЦЫ НА ЯДРО

В работе проведено полуклассическое и квантово-полевое рассмотрение процесса излучения бозона (скалярного π^0-мезона), вызванного пролетом мимо связанной системы сильно взаимодействующей частицы. Установлены зависимости энергии бозона и вероятности его излучения от начальных параметров системы.

1. В работе [1] рассматривался вопрос об индуцированном излучении атомов и было показано, что частота этого излучения зависит от «режима возбуждения». В частности, если атом возбуждается полем пролетающей возле него заряженной частицы, появляется сдвиг частоты излучения, зависящей от скорости пролетающей частицы и прицельного параметра (если последний может быть фиксирован).

В настоящей работе рассмотрен аналог указанного электродинамического эффекта для систем с сильным взаимодействием. Обсуждается образование пионов при рассеянии быстрых нуклонов на ядре.

Для того чтобы можно было проследить аналогию наиболее полно, из рассмотрения исключается ряд маскирующих эффектов. Например, образование пионов вследствие воздействия ядра на рассеиваемый нуклон исключается тем, что изменение импульса этого нуклона не учитывается. Описание ядра также максимально приближается к описанию атома — рассматривается один из нуклонов ядра, а влияние остальных нуклонов учитывается введением самосогласованного поля.

Наконец, рассматриваются те условия рассеяния, при которых благодаря малости времени взаимодействия возникает возможность ограничиться лишь немногими членами ряда теории возмущений, подобными тем, что выступают в электродинамической задаче.

Указанные выше особенности рассмотрения показывают, что в настоящей работе преследуется в основном методическая цель. Имея в виду реальную экспериментальную ситуацию, нужно было бы учитывать и ряд конкурирующих процессов.

2. Итак, рассмотрим нуклон, находящийся в поле, создаваемом силовым центром (остальными нуклонами ядра), и взаимодействующий с пролетающим мимо ядра нуклоном. Если рассеяние является периферическим, можно для описания взаимодействия использовать классический потенциал типа потенциала Юкава. Для описания эффектов,

обусловленных действием силового центра, воспользуемся представлением Фарри. Уравнение для S-матрицы тогда имеет вид [1]

$$i \frac{\partial S(t, t_0)}{\partial t} = H_F(t) S(t, t_0), \tag{1}$$

где

$$H_F(t) = \int d^3 r \bar{\psi}(\vec{r}, t) (Ig\varphi_{\text{кв}} + I\varphi_{\text{кл}}) \psi(\vec{r}, t),$$

g — константа сильной связи, I — единичная матрица Дирака, индекс F означает запись в представлении Фарри, оператор ψ относится к связанной частице и удовлетворяет уравнению

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[\frac{p^2}{2m} + u(\vec{r}) \right] \psi, \quad \psi(\vec{r}, t) = \sum_n g_n \varphi_n(\vec{r}) e^{-iE_n t}, \quad [g_n, \bar{g}_{n'}] = \delta_{nn'};$$

$u(\vec{r})$ — потенциальная яма, в которой находится нуклон, $\bar{g}_m$ и g_n — соответственно операторы рождения и уничтожения нуклона в n-ном энергетическом состоянии, φ_n — пространственная часть волновой функции нуклона в n-ном стационарном состоянии, $\varphi_{\text{кв}}$ описывает квантованное поле бозона и имеет вид

$$\varphi_{\text{кв}} = \varphi^{(+)} + \varphi^{(-)}, \quad \varphi^{(\pm)}(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{d^3 k}{\sqrt{2w_k}} \varphi^{(\pm)}(\vec{k}) e^{i(\mp \vec{k}\vec{r} \pm \omega_k t)}$$

$$w_k = \sqrt{k^2 + \mu^2},$$

$\varphi(\pm)$ удовлетворяет обычным коммутационным соотношениям.

Запишем $\varphi_{\text{кл}}$ [2—3] в виде

$$\varphi_{\text{кл}}(\rho) = \frac{9}{4\pi} \frac{e^{-\frac{\mu\rho}{\sqrt{1-v^2}}}}{\rho}, \quad \rho = \sqrt{(1-v^2)[x^2 + (y-b)^2] + z - vt)^2}.$$

При этом учитываем, что начало системы координат находится в центре ядра, связанный нуклон в этой системе имеет координаты (x, y, z), а нелетающий нуклон имеет координаты (a, b, vt), b — прицельное расстояние, v — скорость нуклона.

Оценим энергию π^0-мезона, излучающегося при воздействии быстро движущегося нуклона на ядро, в зависимости от начальных параметров взаимодействующей системы.

Применение теории возмущения к задачам с сильно взаимодействующими полями, как известно, не приводит к удовлетворительным результатам. Однако рассмотрение поставленной нами полуклассической задачи несколько изменяет приближенный характер теории возмущения в лучшую сторону. Действительно, нелетающий «классический» нуклон взаимодействует со связанным в течение некоторого эффективного интервала времени τ, пропорционально радиусу взаимодействия ρ'

$$\tau \sim \frac{\rho'}{v}. \tag{2}$$

Можно поэтому с самого начала провести интегрирование по времени в выражении для S-матрицы. Тогда решение уравнения (1) примет вид

---

[1] Используется система единиц, в которой $c=\hbar=1$.

$$S(t, t_0) = T \exp\left[- i \int dt H_F(t)\right],$$

где T — оператор упорядочения по времени.

Подставляя выражение для операторов ψ, $\varphi_{кв}$ и $\varphi_{кл}$, можно проинтегрировать его по времени. Типичные интегралы, представляющие интерес для рассматриваемой задачи, при этом будут иметь вид

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{i(E_n - E_{n'} \pm w_k)t}\, dt \int\limits_{-\infty}^{t} e^{i(E_{n'} - E_{n''})t'} \frac{e^{\frac{-\mu\rho(t')}{\sqrt{1-v^2}}}}{\rho(t')} dt. \quad (3)$$

При вычислении этих интегралов нужно различать два случая [4], когда эффективный интервал времени τ значительно больше величины $(E_n - E_{n'} \pm w_k)^{-1}$, т. е. $(E_n - E_{n'} \pm w_k) \frac{\rho'}{v} \gg 1$, и когда

$$(E_n - E_{n'} \pm w_k)^{-1} \geqslant \tau, \text{ т. е. } (E_n - E_{n'} \pm w_k) \frac{\rho'}{v} \leqslant 1.$$

В первом случае подынтегральные выражения в (3) многократно осциллируют за эффективное время взаимодействия, значение интегралов близко к нулю. Во втором случае осциллирующий множитель за эффективное время взаимодействия можно заменить единицей. Нас интересуют процессы, при которых бозон излучается за эффективное время взаимодействия, а это отвечает, как раз, второму случаю, т. е. когда $(E_n - E_{n'} \pm w_k)^{-1} \geqslant \tau$.

Взаимодействие существенно только в области, соответствующей наибольшему сближению связанной и пролетающей частицы, т. е. при значении $\varphi_{кл}$ в момент времени $t=0$.

Вычисляя интегралы (3), выражение для S-матрицы можно представить приближенно в виде

$$S = \exp(- i\tau H'), \quad (4)$$

где $H' = H(t=0)$.

Выражение (4) теперь можно представить в виде ряда, теория возмущения будет применима, несмотря на то, что g велико.

Энергия бозона имеет вид

$$W = \Psi_k^{+} \int d^3 r T_{44} \Psi_k,$$

где

$$\int d^3 r T_{44} = \int d^3 k w_k \varphi^{(+)}_{(\vec{k})} \varphi^{(-)}_{(\vec{k})}.$$

Амплитуда конечного состояния системы Ψ_k связана с амплитудой ее начального состояния Ψ_H так: $\Psi_k = S\Psi_H$, где S удовлетворяет уравнению (1). Наблюдаемая энергия бозона дается выражением

$$\Delta W = W - W \mid \varphi_{кл} = 0. \quad (5)$$

Выражение (5) отвечает перенормированному значению энергии излучающегося мезона. По этой причине проведение дополнительной процедуры перенормировки излишне.

Ограничиваясь теми порядками теории возмущения, которые дают наибольший вклад в энергию мезона, S-матрицу можно формально представить в виде (рис. 1), где сплошные линии изображают связанный нуклон, волнистые — квантованное мезонное поле, и волнистые линии с заштрихованными областями — классическое поле пролетающего нуклона.

Энергия излучающегося мезона при этом определяется графическим выражением (рис. 2), где n_0 — индекс основного состояния ядра.

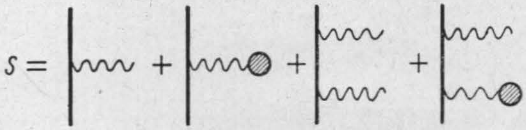

Рис. 1

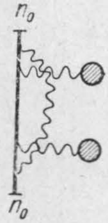

Рис. 2

Диаграмма (рис. 2) представляет собой совокупность диаграмм без учета хронологической последовательности вершин. Учет этой последовательности приводит к установлению однозначного соответствия между разложением на сумму нормальных произведений и диаграммами Файнмана.

Используя (4), легко можно получить для ΔW следующее аналитическое выражение:

$$\Delta W = \frac{g^4\tau^4}{8(2\pi)^5} \sum_{n_1 n_2 n_3} \int d^3k \, \langle n_0 \,|\, e^{i\vec{k}\vec{r}_1} \,|\, n_1 \rangle \left\langle n_1 \,\middle|\, \frac{e^{\frac{-\mu\rho_1}{\sqrt{1-v^2}}}}{\rho} \,\middle|\, n_2 \right\rangle \times$$

$$\times \left\langle n_2 \,\middle|\, \frac{e^{\frac{-\mu\rho_2}{\sqrt{1-v^2}}}}{\rho} \,\middle|\, n_3 \right\rangle \langle n_3 \,|\, e^{-i\vec{k}\vec{r}_2} \,|\, n_0 \rangle,$$

$$\rho_i = \rho_i(t=0), \quad i = 1, 2.$$

Интеграл по k в этом выражении можно обрезать сверху при $k_{\max} \sim \frac{1}{R}$, где R — радиус ядра. После интегрирования получим

$$\Delta W = \frac{g^4\tau^4 k^3_{\max}}{12(2\pi)^4} \sum_{n'} \left| \left\langle n_0 \,\middle|\, \frac{e^{\frac{-\mu\rho_i}{\sqrt{1-v^2}}}}{\rho_i} \,\middle|\, n' \right\rangle \right|^2, \; b \leqslant \frac{1}{\mu} + R,$$

где $|n\rangle$ — волновая функция связанного нуклона.

Для численной оценки ΔW усредним прицельное расстояние:

$$\bar{b} = \frac{1}{b_{\max} - b_{\min}} \int\limits_{b_{\min}}^{b_{\max}} b\,db = \frac{b_{\max} - b_{\min}}{2}.$$

Замечая, что нижняя граница прицельного расстояния $b_{\min}$ для периферических взаимодействий имеет такой же порядок величины, как и радиус сильных взаимодействий в max, запишем $\bar{b} \approx \frac{b_{\max}}{2}$.

Для приближенной оценки матричного элемента, входящего в ΔW, положим, что радиальная часть волновой функции $|n>$ постоянна внутри ядра и равна нулю вне ядра, т. е. $|n\rangle = CY_{em}$, где $C = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{R^3}}$.

Воспользуемся для определения τ соотношением (2), с учетом периферичности взаимодействия, возьмем $\tau \sim 10^{-24}$ *сек* и, выбирая $g^2 \sim 10$, $\mu \sim 10^{22}$ *сек*$^{-1}$ и $b \sim 10^{-23}$ *сек*, получим $\Delta W \sim (10^2—10^3)$ *Мэв*.

Таким образом, на примере изложенной задачи установлена зависимость энергии мезона, излучающегося при воздействии быстро движущегося нуклона на ядро, от начальных параметров системы: от скорости пролетающего нуклона и от состояния ядра.

3. Проведенное выше рассмотрение является полуклассическим. Поэтому желательно дополнить его, применив более последовательные методы квантово-полевого описания. Как показано в [5], энергия излучаемого бозона и вероятность излучения могут быть представлены соответственно как действительная и мнимая части величины Г, равной

$$\Gamma = \lim_{\substack{t \to +\infty \\ t_0 \to -\infty}} \frac{\langle \Psi^+_{n_0} | H_F(t) S(t, t_0) | \Psi_{n_0} \rangle}{\langle \Psi^+_{n_0} | S(t, t_0) | \Psi_{n_0} \rangle}, \tag{6}$$

где Ψ_n — полный набор состояния (с квантовыми числами, обозначаемыми одной буквой n_0) в отсутствие «возмущения», H — гамильтониан взаимодействия (все операторы рассматриваются в представлении Фарри), S — матрица определяется уравнением [1—7], которое в графическом виде может быть представлено таким образом: одиночные и

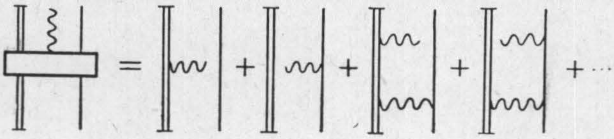

Рис. 3

двойные линии изображают соответственно пролетающий и связанный нуклоны. Нужно еще добавить условие перенормировки [6—7], кото-

Рис. 4

рое в графической записи выглядит так: (рис. 4), n_0 выделяет основное состояние нуклона в ядре, кружочек соответствует константе перенормировки.

Вычисление Г при $k_{\max} \sim \frac{1}{R}$ приводит, если выделить основные члены, к выражению

$$\Gamma = \frac{g^4 p^3}{4(2\pi)^5} \left\{ \frac{\pi i m}{2\mu^2 p} + \frac{4k^3_{\max}}{3\mu^2 (k^2_{\max} + \mu^2)^{3/2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{m}{p} \sum_{n'} |\langle n_0 | r_z | n' \rangle|^2 \left[\pi i \ln \left| \frac{\sqrt{k^2_{\max} + \mu^2}}{\sqrt{\left(\frac{m\Delta}{p}\right)^2 + \mu^2}} \right| + \frac{2\mu^2 p^2}{m^2 \Delta^2 + p^2 \mu^2} \right] \right\},$$

$$\Delta = E_{n_0} - E_{n'},$$

где индекс (3) указывает порядок теории возмущения, p — импульс пролетающего нуклона, E_0 — энергия связанного нуклона в n_0-ном состоянии, r — радиус-вектор связанного нуклона.

Численное значение действительной части $\Gamma^{(3)}$ по порядку величины совпадает с результатом полуклассического анализа, мнимая часть $\Gamma^{(3)}$ равна (10^{22}—10^{23}) *сек*$^{-1}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев В. И., Музылев Е. Л. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 2, 101, 1969.
2. Иваненко Д. Д., Соколов А. А. Классическая теория поля. М., 1951.
3. Anderson P. W. Phys. Rev., 86, 809, 1952.
4. Давыдов А. С. Квантовая механика. М., 1963.
5. Григорьев В. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 4, 56, 1964.
6. Вавилов Б. Т., Григорьев В. И. ЖЭТФ, **39**, № 3, 1960.
7. Григорьев В. И., Музылев Е. Л. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 4, 32, 1969.

Поступила в редакцию
1.10 1970 г.
После переработки
4.10 1971 г.

Кафедра
квантовой теории