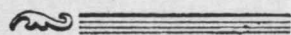


Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА



№ 5 — 1972



УДК 539.126

Д. В. ГАЛЬЦОВ, Ю. М. ЛОСКУТОВ, В. В. СКОБЕЛЕВ

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВАКУУМНЫЕ ЭФФЕКТЫ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Изучается распространение фотона в однородном постоянном магнитном поле, а также расщепление фотона в таком поле. Полученные формулы справедливы, если длина волны фотона много больше комптоновской длины волны электрона. Напряженность поля в общем случае произвольна.

Как известно, поляризация вакуума электромагнитным полем приводит к ряду нелинейных эффектов. В литературе ранее обсуждались рассеяние света на свете [1], рассеяние фотона на ядре [2] и на внешнем поле [1, 3, 4], расщепление и слияние фотонов в поле ядра [5, 6] и в однородном постоянном электромагнитном поле [7, 8]. В данной работе рассмотрено распространение фотона в однородном магнитном поле произвольной напряженности B , а также расщепление фотона в таком поле. Эти вопросы достаточно подробно были освещены в [3, 7, 8] для случая $B \ll B_0$ ($B_0 = m^2/e = 4,41 \cdot 10^{13}$ гс), но эффекты оказались ничтожно малыми, так что реально их, видимо, можно обнаружить лишь при $B \gtrsim B_0$. В [4] рассматривалось распространение фотона в скрещенном поле произвольной величины. В этом случае оба инварианта поля равны нулю, и вычисления весьма просто могут быть проведены в картине Фарри, так как соответствующая функция Грина вычисляется точно [9]. Однако поле подобного типа с напряженностью порядка B_0 вряд ли реализуется в природе. В то же время постоянные магнитные поля такой величины могут возникнуть в результате гравитационного коллапса звезд. Сейчас считается, что магнитное поле таких объектов может достигать 10^{12-13} гс [10]. Таким образом, изучение нелинейных явлений в сильных магнитных полях является вполне оправданным.

Метод Гейзенберга — Эйлера

Электромагнитные взаимодействия без участия реальных электронов и позитронов описываются эффективным лагранжианом Гейзенберга—Эйлера [9, 11], если характерная частота процесса $\omega \ll m$ (m — масса электрона). Этот лагранжиан имеет вид

$$L = -F - \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s^3} e^{-m^2 s} \left\{ (es)^2 G \frac{\operatorname{Re} \operatorname{ch} esX}{\operatorname{Im} \operatorname{ch} esX} - 1 - \frac{2}{3} (es)^2 F \right\}, \quad (1)$$

где

$$F = \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 \quad G = \frac{i}{8} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} F_{\mu\nu} F_{\lambda\sigma}, \quad X^2 = 2F + 2iG.$$

Согласно принципу универсальности электромагнитного взаимодействия под $F_{\mu\nu}$ надо понимать сумму внешнего электромагнитного поля $F_{\mu\nu}^{(e)}$ и квантованного поля фотоном $f_{\mu\nu}$. Учитывая последнее по обычной теории возмущений, можно разложить (1) в ряд по степеням $f_{\mu\nu}$:

$$L = L^{(0)} + L^{(1)} + L^{(2)} + \dots, \quad L^{(n)} = H_{i_1 i_1 \dots i_n i_n} f_{i_1 i_1} \dots f_{i_n i_n}. \quad (2)$$

Член $L^{(n)}$ соответствует процессу с участием n фотонов, причем взаимодействие с внешним полем $F_{\mu\nu}^{(e)}$ учитывается точно.

Распространение фотона в постоянном и однородном магнитном поле

Взаимодействие фотона с электронно-позитронным вакуумом в присутствии внешнего электромагнитного поля приводит к тому, что показатель преломления фотона в такой среде становится отличным от единицы. В основном порядке по постоянной тонкой структуры α это взаимодействие описывается совокупностью диаграмм, приведен-

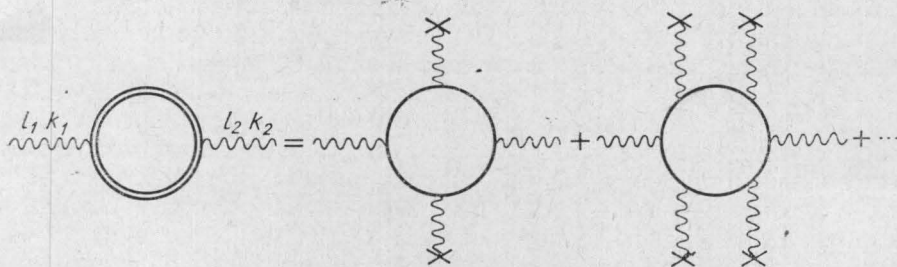


Рис. 1

ных на рис. 1. Суммарный матричный элемент такого процесса в однородном магнитном поле определяется выражением

$$\begin{aligned} \langle 2 | S^{(2)} | 1 \rangle &= i \int d^4x \langle 2 | L^{(2)} | 1 \rangle = \\ &= \frac{\alpha}{45i} \frac{(2\pi)^3}{\omega B_0^2} \delta^{(4)}(k_1 - k_2) \{ 3A_1 (kF^{(e)} e_1) (kF^{(e)} e_2) - 7A_2 e_{1\sigma} e_{2\sigma} (F_{\mu\nu}^{(e)} k_\nu)^2 \}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $(aF^{(e)}b) = a_\mu F_{\mu\nu}^{(e)} b_\nu$, $k_1 = k_2 = k$ — импульсы фотонов, e_1 и e_2 — их векторы поляризации, причем $\omega = |k| \ll m$. Коэффициенты A_i зависят от поля и имеют вид

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 15 \left(\frac{B_0}{B} \right)^2 \int_0^\infty dx e^{-\frac{B_0}{B} x} \operatorname{ch} x \frac{x^2}{\operatorname{sh}^2 x} \left\{ -\frac{2}{3} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^2 \operatorname{ch} x + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\operatorname{sh} x} \left[-\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \operatorname{sh} x \right) \right]^2 \right\}, \\
 A_2 &= \frac{45}{14} \left(\frac{B_0}{B} \right)^2 \int_0^\infty dx e^{-\frac{B_0}{B} x} \frac{x}{\operatorname{sh} x} \left\{ -\frac{1}{3} \operatorname{ch} x \frac{x}{\operatorname{sh} x} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^2 \operatorname{ch} x + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \operatorname{sh} x \right) \right\}. \quad (4)
 \end{aligned}$$

Отсюда следует, что при $B \ll B_0$

$$A_1 = A_2 = 1, \quad (5a)$$

а при $B \gg B_0$

$$A_1 = 5 \frac{B_0}{B}, \quad A_2 = \frac{15}{7} \frac{B_0}{B}, \quad (5b)$$

т. е. как в первом, так и во втором предельном случае матричный элемент является возрастающей функцией поля.

В постоянном однородном магнитном поле могут распространяться волны двух типов — поляризованные параллельно ($||$) и перпендикулярно ($\perp$) вектору $F_{i\mu} k_\mu = [\vec{B}\vec{k}]_{i.}$ В самом деле из (3) следует, что только такие фотоны не меняют своей поляризации. В общем случае эти волны имеют разные показатели преломления [3]. Формула (3) позволяет найти свертку поляризационного оператора $\Pi_{\mu\nu}(k)$ с единичным вектором поляризации фотона e_μ при $k^2=0$:

$$e_\mu \Pi_{\mu\nu}(k) e_\nu = -\frac{\alpha i}{45\pi B_0^2} \{3A_1 (\kappa F^{(e)} e)^2 - 7A_2 (F_{\mu\nu}^{(e)} k_\nu)^2\}. \quad (6)$$

Используя уравнение Дайсона для фотонной функции Грина $G^{(\nu)}(k)$

$$G^{(\nu)}(k) = D_c(k) + D_c(k) \Pi(k) G^{(\nu)}(k), \quad D_c(k) = \frac{1}{ik^2}, \quad (7)$$

получаем связь между частотой и волновым вектором

$$\vec{k}^2 - \omega^2 = -ie_\mu \Pi_{\mu\nu}(k) e_\nu,$$

откуда находим

$$n = \frac{|\vec{k}|}{\omega} \approx 1 + \frac{\alpha}{90\pi B_0^2} \{7A_2 (\vec{B}\vec{e})^2 + (7A_2 - 3A_1) (\vec{B}\vec{b})^2\}, \quad (8)$$

где $\vec{b}$ — единичный вектор в направлении магнитного поля волны. Это равенство справедливо, если

$$|n - 1| \ll 1. \quad (9)$$

Из (8) видно, что показатели преломления для обеих волн действительно различны. В частности, при $B \ll B_0$

$$n_{\parallel} \approx 1 + \frac{2\alpha}{45\pi} \left(\frac{B}{B_0} \right)^2 \sin^2 \theta, \quad n_{\perp} \approx 1 + \frac{7\alpha}{90\pi} \left(\frac{B}{B_0} \right)^2 \sin^2 \theta, \quad (10a)$$

а при $B \gg B_0$

$$n_{\parallel} - 1 \ll n_{\perp} - 1, \quad n_{\perp} \approx 1 + \frac{\alpha}{6\pi} \frac{B}{B_0} \sin^2 \theta, \quad (10b)$$

где θ — угол между $\vec{k}$ и $\vec{B}$. В обоих предельных случаях распространение является каузальным, поскольку $n > 1$. Заметим, что полученные в этом разделе результаты в частном случае $B \ll B_0$ совпадают с [3].

Расщепление фотона в постоянном и однородном магнитном поле

Как показано в [8], возможным является расщепление только на два фотона, ибо фазовый объем конечных состояний с большим числом фотонов обращается в нуль, если все фотоны находятся на массовой

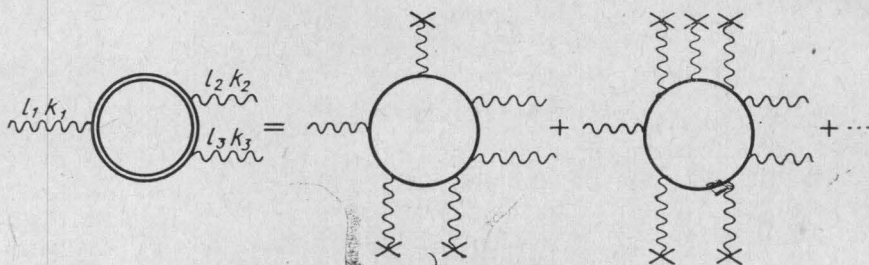


Рис. 2

поверхности $k^2 = 0$ (учет влияния поля на распространение фотонов приводит к поправкам более высокого порядка по α). Таким образом, в основном приближении по α данный процесс изображается суммой диаграмм, представленных на рис. 2. Учитывая, что согласно законам сохранения импульсы конечных фотонов параллельны импульсу начального, для матричного элемента получаем:

$$\begin{aligned} \langle 2, 3 | S^{(3)} | 1 \rangle &= i \int d^4x \langle 2, 3 | L^{(3)} | 1 \rangle = \\ &= e^3 (2\pi)^{7/2} \frac{2}{315} \cdot \left(\frac{B \sin \theta}{B_0} \right)^3 \left(\frac{\omega}{m} \right)^2 \left(\frac{[\omega]}{\omega_2 \omega_3} \right)^{1/2} \delta^{(4)}(k_1 - k_2 - k_3) \lambda (1 - \lambda) \times \\ &\times \{ 30 C_1 (\vec{e}_1 \vec{N}) (\vec{e}_2 \vec{N}) (\vec{e}_3 \vec{N}) - 26 C_2 [(\vec{e}_2 \vec{e}_3) (\vec{e}_1 \vec{N}) + (\vec{e}_2 \vec{e}_1) (\vec{e}_3 \vec{N}) + (\vec{e}_1 \vec{e}_3) (\vec{e}_2 \vec{N})] \}, \quad (11) \end{aligned}$$

где $\vec{k}_1 = \vec{k}$, $\vec{k}_2 = \lambda \vec{k}$, $\vec{k}_3 = (1 - \lambda) \vec{k}$, $0 \leq \lambda \leq 1$, $\vec{N} = [\vec{k} \vec{B}] / \omega B \sin \theta$, а коэффициенты C_i имеют вид

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{21}{4} \left(\frac{B_0}{B} \right)^4 \int_0^\infty dx e^{-\frac{B_0}{B} x} \operatorname{ch} x \frac{x^4}{\operatorname{sh}^2 x} \left\{ \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^3 \operatorname{ch} x + \right. \\ &+ 3 \frac{1}{\operatorname{sh}^2 x} \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \operatorname{sh} x \right) \right]^3 - 4 \frac{1}{\operatorname{sh} x} \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \operatorname{sh} x \right) \right] \times \\ &\times \left. \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^2 \operatorname{ch} x \right] \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$C_2 = \frac{105}{104} \left(\frac{B_0}{B} \right)^4 \int_0^\infty dx e^{-\frac{B_0}{B} x^3} \frac{x^3}{\operatorname{sh} x} \left\{ \operatorname{ch} x \frac{x}{\operatorname{sh} x} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^3 \operatorname{ch} x + \right. \\ \left. + 3 \frac{1}{\operatorname{sh} x} \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \operatorname{sh} x \right) \right]^2 - 2 \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^2 \operatorname{ch} x - 2 \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x} \cdot \frac{x}{\operatorname{sh} x} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \operatorname{sh} x \right) \right] \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^2 \operatorname{ch} x \right] \right\}.$$

Как уже отмечалось, применимость этих формул ограничена условием $\omega = |\vec{k}| \ll m$. Коэффициенты C_i в разложении по степеням B/B_0 содержат лишь четные степени этого отношения, поэтому матричный элемент в согласии с теоремой Фарри содержит только нечетные степени поля.

Рассмотрим реакции с участием фотонов, поляризованных параллельно ($||$) и перпендикулярно ($\perp$) вектору $\vec{M}$. Из (11) следует, что реакции с участием нечетного числа фотонов типа $\perp$ запрещены во всех порядках по полю. Как отмечено в [7], это связано с СР инвариантностью квантовой электродинамики. Для обратных длин пробега «параллельных» и «перпендикулярных» фотонов относительно разрешенных распадов получаем:

$$I_{|| \rightarrow || + ||}^{-1} = \frac{\alpha^3}{60\pi^2} \cdot \frac{1}{(315)^2} \left(\frac{B \sin \theta}{B_0} \right)^6 \left(\frac{\omega}{m} \right)^5 (30 C_1 - 78 C_2)^2 m, \\ I_{|| \rightarrow \perp + \perp}^{-1} = \frac{1}{2} I_{\perp \rightarrow \perp + ||}^{-1} = \frac{\alpha^3}{60\pi^2} \left(\frac{26}{315} \right)^2 \left(\frac{B \sin \theta}{B_0} \right)^6 \left(\frac{\omega}{m} \right)^5 C_2^2 \cdot m. \quad (13)$$

В отличие от [7] эти формулы справедливы для любых значений B и являются более общими. В частности, при $B \ll B_0$, $C_i = 1$ [7], а при $B \gg B_0$

$$C_1 = \frac{21}{4} \left(\frac{B_0}{B} \right)^3, \quad C_2 = \frac{105}{52} \left(\frac{B_0}{B} \right)^3,$$

и, следовательно,

$$I_{|| \rightarrow || + ||}^{-1} \ll I_{|| \rightarrow \perp + \perp}^{-1}, \\ I_{|| \rightarrow \perp + \perp}^{-1} = \frac{1}{2} I_{\perp \rightarrow \perp + ||}^{-1} = \frac{\alpha^3}{2160} \sin^6 \theta \left(\frac{\omega}{m} \right)^5 m. \quad (14)$$

Таким образом, в области $B \gg B_0$ длина пробега вообще не зависит от поля.

Из изложенного выше можно сделать вывод, что приведенные в [7] оценки величины эффекта в предполагаемых условиях пульсаров для $B \sim B_0$ приблизительно соответствуют точному результату (13). Более того, выведенные в [7] из неравенства $n_\perp > n_\parallel$ правила отбора можно распространить и на случай $6\pi/\alpha \gg B/B_0 \gg 1$, поскольку в этой области имеет место то же соотношение (106).

ЛИТЕРАТУРА

1. Karplus R., Neuman M. Phys. Rev., **83**, 776, 1951.
2. Delbruck M. Z. Physik., **84**, 144, 1933. *
3. Baier R., Breitenlohner. Nuovo Cim., **47B**, 1117, 1967. *
4. Нарожный Н. Б. ЖЭТФ, **55**, 714, 1968.

5. Shima Y. Phys. Rev., **142**, 944, 1966.
6. Constantini V., Pistoni G., Detollis B. Nuovo Cim., **46A**, No 4, 1966.
7. Adler S. L., Bahcall I. N., Callan C. G., Rosenbluth M. N. Phys. Rev. Lett., **25**, 1061, 1970.
8. Bialynicka-Birula Z. J. Phys. Rev., **20**, 2341, 1970.
9. Schwinger J. Phys. Rev., **82**, 664, 1951.
10. Гинзбург В. Л., Железняков В. В., Зайцев В. В. «Успехи физических наук», **98**, 201, 1969.
11. Heisenberg W., Euler H. Zs. f. Phys., **98**, 714, 1936.

Поступила в редакцию
20.5 1971 г.

Кафедра
теоретической физики
